

دراسة مقارنة باستخدام تحليل المسار وتحليل الانحدار في نموذج قياس ضغط الدم.

وكاع علي هدبة / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كركوك

المستخلص

يتناول البحث موضوع تحليل المسار كأسلوب إحصائي لتحديد مسار العلاقات بين المتغيرات ومقارنته مع أسلوب تحليل الانحدار وباستخدام ثلاث طرق ولبينات تخص قياس ضغط الدم ومجموعة متغيرات أخرى لتحديد العلاقة فيما بينها من خلال البيانات المسجلة من طبقات المرضى لأحدى العينات المأخوذة من إحدى مستشفيات كركوك.

Comparison Study Using Path Analysis and Regression Analysis in blood Pressure Measuring Model

Abstract

This research discusses path analysis as statistics mean to define path between variables and compare it with analysis of regression using three methods and data specialized in measuring blood pressure and other group of variables define the relationship between them .

المقدمة:

يعتبر تحليل المسار أسلوب إحصائي ارتباطي يعتمد على تحليل الانحدار والارتباط المتعدد ويستخدم لوضع احتمال العلاقة بين المتغيرات الكثيرة العدد وفحصها في منظومة معادلات خطية سواء كانت المتغيرات مستمرة أو متقطعة.

في سنة 1921 أوضح العالم الأمريكي (Sewall Wright) الأسس العامة لتحليل المسار واستخدمها في قياس درجة العلاقة بين الأقارب ودرجة تماثل العوامل الوراثية وفي إيجاد معامل الارتباط الوراثي والبيئي والمظهري وفي دراسة السلوك الوراثي لكثير من الصفات الوراثية (الراوي، 1987). إن تحليل المسار يعتمد على نموذج توضيحي للعلاقات بين المتغيرات المختلفة وتعلقها بظاهرة معينة ولكن على السبب المؤكد للتحكم في متغير مستقل تجريبيا وأثره على متغير

تابع. وهو خطوة متقدمة من أسلوب الارتباط ويعد حلقة وسطية بين السببية الناتجة من الدراسة التجريبية وبين السببية المنتجة من أسلوب الارتباط وهو مشابه لتحليل الانحدار المتعدد حيث نفترض إن تكون البواقي مساوية للصفر وتتحقق فرضية التباين المشترك واستقلالية أخطاء المتغيرات بعضها عن بعض وتعتمد فكرة المربعات الصغرى المستخدمة في تحليل الانحدار بفرض العلاقة الخطية بين كل زوج من المتغيرات. أن الفرق الأساسي بين نموذج تحليل المسار ونموذج تحليل الانحدار هو أن المتغيرات تظهر أيضا في الجانب الأيسر للعلاقات أو المعادلات في تحليل المسار أي أن المتغيرات التابعة يمكن أن تظهر على جانبي المعادلة ولا يقتصر ظهورها على جانب واحد فقط كما هو في حال نموذج تحليل الانحدار.

في تحليل المسار يستطيع الباحث إيجاد علاقات التأثير بين المتغيرات التي يقوم ببحثها بغض النظر عن كون هذه المتغيرات مستقلة أم تابعة والتي يمثل السهم ثنائي الاتجاه في المسار التخطيطي أما في تحليل الانحدار يستطيع الباحث التعرف على تأثير المتغيرات المستقلة على المتغيرات التابعة ولا تمكنه نماذج تحليل الانحدار من معرفة تأثير المتغيرات التابعة مع بعضها البعض (Sanford,2005).

هدف وهيكلية البحث:

إن الهدف من تحليل المسار هو لإيجاد التفسيرات والعلاقات السببية بين المتغيرات لبناء نظام للعلاقات بين مختلف المتغيرات الموضحة، لبناء النموذج نقوم بالخطوات التالية الخطوة الأولى النموذج المؤثر نظريا يحدد أنواع العلاقات بين كل زوج من المتغيرات والخطوة الثانية إنشاء مخطط المسار الذي يوضح العلاقة بين المتغيرات والخطوة الأخرى حساب معاملات الارتباط بين المتغيرات لغرض إيجاد معاملات المسار.

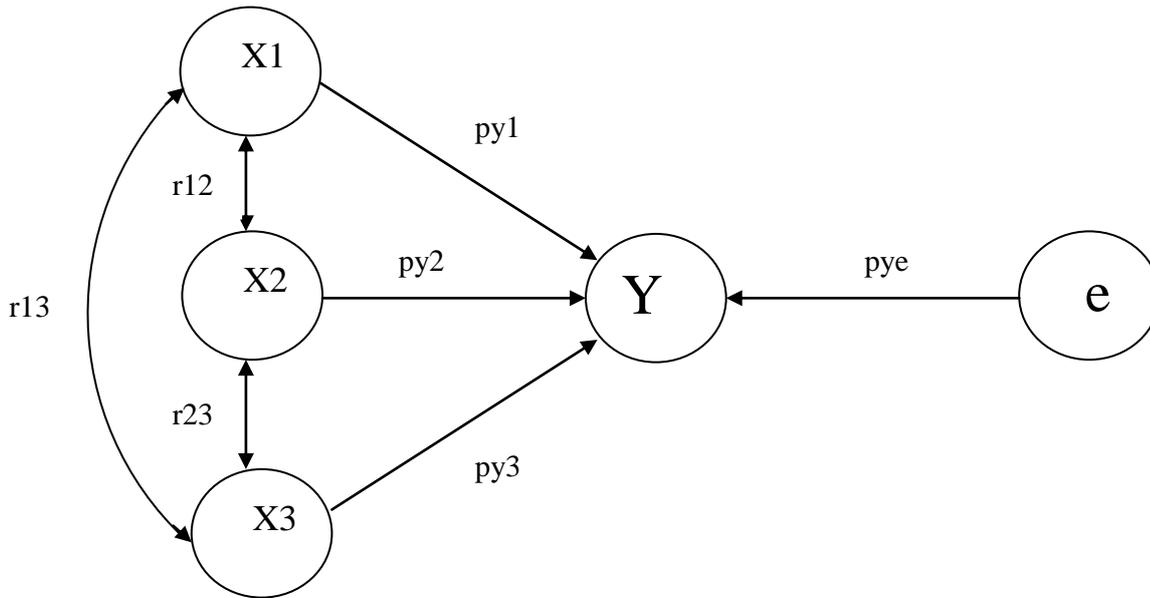
وتتكون هيكلية البحث من جانبين الأول يمثل الجانب النظري والذي يحتوي على مجموعة من المعادلات والمصفوفات التي تستخدم في إيجاد معاملات المسار والقواعد الأساسية التي يتم من خلالها إيجاد العلاقة بين معامل الارتباط ومعاملات المسار وإيجاد معامل التحديد الذي يساوي مجموع حاصل ضرب معاملات المسار للمتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة وإيجاد العلاقة بين تحليل المسار وتحليل الانحدار.

والجانب الثاني يمثل الجانب العملي يتم فيه إيجاد جميع المقاييس الإحصائية ومعاملات المسار التي يتم تطبيق كل المعادلات والمصفوفات التي ذكرت في الجانب النظري سابقا وأخيرا يتم استعراض بعض الاستنتاجات التي تتمخض عن الدراسة.

أولا. الجانب النظري:

أن تحليل المسار يقوم بتجزئة معامل الارتباط (r) بين متغيرين إلى مكوناته فالتأثير المباشر للمتغير التوضيحي والذي يسمى ($cause$) السبب على المتغير المعتمد أو الأثر ($effect$) وتأثير غير مباشر ($indirect effect$) للسبب على الأثر من خلال عدة طرق أو مسالك ($paths$) مسببات أخرى ($other causes$) لا نستطيع تحديدها تسمى البواقي أن إحدى فوائد تحليل المسار هي تجزئة معامل الارتباط (r) بين المتغيرات إلى مكوناته التالية وهي:

١. التأثير المباشر للسبب المتغيرات التوضيحية أو المستقلة على الأثر المتغير المعتمد أو ربما متغير معتمد آخر تؤثر فيه المتغيرات المستقلة في حالة كونها أكثر من واحد .
٢. التأثير غير المباشر للسبب المتغيرات التوضيحية على الأثر المتغير أو المتغيرات المعتمدة من خلال مسالك ويمكن عمل مخطط المسار في النموذج الخطي المتعدد كما في شكل تحليل المسار التالي الذي يتكون من ثلاث متغيرات مستقلة هي (X_3, X_2, X_1) ومتغير معتمد واحد (Y).



في شكل تحليل المسار ندرس تأثير المتغيرات x_1 لتوضيحية مع بعضها وتأثيرها على المتغير المعتمد (y) في النموذج أما (الخطأ) error فتمثل العوامل غير المقاسة وغير المعروفة لكنها تؤثر على المتغير المعتمد (Wolfgang 2007).

إن الرسم التخطيطي يبين ما يلي:

أن مخطط المسار يستعمل لرسم علاقات الاختبار بين المتغيرات في بناء النموذج لذا فإن المتغيرات (x_1, x_2, x_3) الأسهم الأحادية الاتجاه indirection arrow تكون متوجهة من المتغيرات المستقلة (x_i) (السبب cause إلى المتغير التابع (الأثر effect) y أي أن السهم موجه إلى ناحية التأثير influence وأن السهم (\leftarrow) ذو اتجاه واحد وطريق واحد ويربط بين كل من السبب والأثر يدعى مساراً أو ممراً وهو مسلك ذو طريق واحد (one – way path) وله قيمة معينة تمثل معامل الارتباط بين كل متغير مستقل والمتغير المعتمد ونرمز له بصورة عامة p_{yxi} ويسمى (path coefficient) (Draper, 1966) أي معامل المسار ويمكن أن نرمز له (p_{01}) حيث إن (0) تعني y و(1) تعني x أما السهم الثنائي (\leftrightarrow) الاتجاه الذي يربط بين أي متغيرين توضيحيين قيمته تمثل معامل الارتباط بين المتغيرين (r_{ij}). كما أن (e) هو الخطأ العشوائي والمستقل عن المتغيرات المستقلة وأن قيمة معامل المسار هي p_{ye} ويعتبر معامل ارتباط بين (e) و (y). هذا وهناك قاعدتين مهمتين (الراوي، ١٩٨٧):

القاعدة الأولى:

أن معامل الارتباط بين أي متغيرين هو مجموع القيم لجميع المسارات التي تربط بين المتغيرين فلإيجاد معامل الارتباط بين x_1 و y ويرمز له (r_{y1}) فإننا نرى من الرسم التخطيطي بان x_1 يتصل مع y عن طريقين مختلفين الطريق الأول: وهو طريق مباشر direct من x_1 إلى y عن طريق المسار p_{y1} . الطريق الثاني وهو طريق غير مباشر indirect من خلال المتغير x_1 إلى x_2 وإلى x_3 ثم إلى y وقيمه هي:

$$p_{y1} = r_{12}p_{y2} + r_{13}p_{y3} \quad (1)$$

من هنا نرى إن معامل الارتباط بين x_1 و y يمكن تجزئته بتأثير من x_1 إلى y وتأثير غير مباشر عبر x_2, x_3 أي (x_1 إلى x_2 ثم y و x_1 إلى x_3 ثم y) وبهذا تكون قيمة معامل الارتباط بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة الثلاث كما في المعادلات التالية:

$$r_{y1} = p_{y1} + r_{12}p_{y2} + r_{13}p_{y3} \quad (2)$$

$$r_{y2} = p_{y2} + r_{12}p_{y1} + r_{23}p_{y3} \quad (3)$$

$$r_{y3} = p_{y3} + r_{23}p_{y2} + r_{13}p_{y1} \quad (4)$$

إن معاملات المسار نستطيع إن نجدها من خلال حل المعادلات أعلاه وباستخدام المصفوفات وبصورة عامة كما يلي:

$$\underline{RP} = \underline{r} \quad (٥)$$

حيث إن (R) هي مصفوفة الارتباط بين المتغيرات المستقلة

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

إن (P) هي معاملات المسار بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة

$$P = \begin{bmatrix} P_{y1} \\ P_{y2} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{ym} \\ \cdot \end{bmatrix}$$

وإن (r) هي مصفوفة الارتباط بين كل من المتغيرات المستقلة (السببية) والمتغير المعتمد أي إن:

$$r = \begin{bmatrix} r_{1y} \\ r_{2y} \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{ny} \end{bmatrix}$$

ويمكن إيجاد قيمة (P) التي تمثل معاملات المسار بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة عن طريق:

$$P = R^{-1}r \quad (٦)$$

القاعدة الثانية باستخدام معامل التحديد Coefficient of Determination

إن معامل التحديد للمتغير y من قبل المتغيرات المسببة (X_3, X_2, X_1) والذي يرمز له $(R_{y(123)}^2)$ هو عبارة عن مجموع حاصل ضرب P_{yiry} أي أن

$$R_{y(123)}^2 = \sum_{i=1}^3 P_{yi} r_{iy} \quad (7)$$

$$R_{y(123)}^2 = P_{y1} r_{1y} + P_{y2} r_{2y} + P_{y3} r_{3y}$$

إما درجة التحديد ل (y) من قبل (e) فهي عبارة عن

$$R_{y(e)}^2 = 1 - R_{y(123)}^2$$

كما أن

$$P_{y(e)} = \sqrt{1 - R_{y(123)}^2}$$

$$R_{y(123)}^2 + R_{y(e)}^2 = 1$$

وان

العلاقة بين تحليل المسار وتحليل الانحدار:

يجب إن يكون مفهوما لدينا بأنه إذا وجدت علاقة قوية بين المتغير التابع والمتغير المستقل ل باستخدام تحليل الانحدار فلا يعني بان المتغير المستقل x هو السبب ل (y) المتغير التابع ولكنه يكون السبب الرئيسي في افتراض تلك العلاقة إلا إذا أخذت بنظر الاعتبار متغيرات أخرى وتجارب أخرى تؤكد ذلك (الراوي، ١٩٨٧).

إن تحليل الانحدار يمكن إيجاده من خلال المعادلة التالية التي تمثل إيجاد معاملات الانحدار بطريقة المربعات الصغرى .

$$\hat{\beta} = (X' X)^{-1} (X' Y) \quad (8)$$

بعد إيجاد معاملات الانحدار نستطيع ايجاد معاملات المسار بطريقتي ن الأولى من معادلة الانحدار بعد إيجاد الانحراف المعياري لكل متغير مستقل (S_{xi}) والانحراف المعياري للمتغير المعتمد (S_y) وباستخدام المعادلة التالية نجد معاملات الانحدار القياسية التي بدورها تساوي معاملات المسار بين المتغيرات المستقلة والمتغير المعتمد (الراوي، ١٩٨٧) حيث أن:

$$P_{yxi} = B_i^* \quad (9)$$

$$B_i^* = B_i \frac{S_{xi}}{S_y}$$

حيث أن S_{xi} تساوي

$$S_{xi} = \frac{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}{n-1} \quad (10)$$

$$S_y = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1} \quad (11)$$

أما الطريقة الثانية من خلال تحويل المتغيرات الأصلية إلى متغيرات في اسية بعد طرح قيمة الوسط لكل متغير من قيم المتغير الأصلي والقسمة على الانحراف المعياري للمتغير نفسه ثم نجد معادلة الانحدار الجزئي القياسي وكما يلي

$$X_j^* = \frac{X_j - \bar{X}_j}{\sqrt{S^2_{ij}}} \quad (12)$$

$$y_j^* = \frac{y_j - \bar{y}_j}{\sqrt{S^2_y}} \quad (13)$$

وتكون معادلة النموذج القياسي بصورة عامة كالآتي

$$\frac{y - \bar{y}}{S_y} = B_1 \frac{S_1}{S_y} \left(\frac{X_1 - \bar{X}}{S_{x1}} \right) + B_2 \frac{S_2}{S_y} \left(\frac{X_2 - \bar{X}}{S_{x2}} \right) + \dots + B_m \frac{S_m}{S_y} \left(\frac{X_m - \bar{X}}{S_m} \right)$$

وممكن كتابتها بالصيغة التالية

$$Y^* = B_1^* X_1 + B_2^* + \dots + B_m^* X_m^*$$

حيث إن

$$B_1^* = P_{yx1}$$

$$B_2^* = P_{yx2}$$

$$B_m^* = P_{yxm}$$

ولإيجاد معامل التحديد R^2 الذي يعرف بأنه نسبة الانحرافات الموضحة بواسطة معادلة الانحدار التقديرية إلى مجموع المربعات الكلي للمتغير المستجيب وهو نسبة مساهمة معادلة الانحدار التقديرية في تفسير أو شرح الانحرافات الكلية في قيم (Y) حول الوسط الحسابي \bar{Y} ويمكن إن يعبر عن معامل التحديد بالصيغة (1):

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (14)$$

وبما إن مجموع المربعات الكلي SST قد جُزئ إلى مركبتين رئيسيتين هما مجموع مربعات الانحدار SSR ومجموع مربعات الأخطاء أو البواقي SSe أي أن

$$SST = SSR + SSe$$

حيث إن هذه المجاميع هي كميات موجبة، لذلك

$$0 \leq SSR \leq SST \quad (15)$$

فإذا كانت $\hat{\beta}_1 = 0$ أي إن $\hat{Y} = \bar{Y}$ فإن $SSR = 0$ وتصبح SSe مساوية لـ SST (اموري، ١٩٨٨).

إما إذا كانت القيم المشاهدة y_i مساوية إلى القيم التقديرية المناظرة لها \hat{Y}_i أي إن $Y_i = \hat{Y}_i$ فإن $SSe = 0$ ويصبح SSR مساوية لـ SST.

إما الحالات الأخرى فإن R^2 تقع بين الصفر والواحد

$$0 \leq \frac{SSR}{SST} \leq 1 \quad \implies \quad 0 \leq R^2 \leq 1$$

حيث يمكن ملاحظة إن R^2 له مدى بين 0 و 1 فعندما يكون النموذج ملائماً بشكل جيد للبيانات فمن الواضح ان قيمة R^2 تقترب من الواحد وعندما يكون معامل التحديد قريب من الصفر فإن ذلك يعني إن معظم القيم المشاهدة إلى (Yi) لا تقع على خط الانحدار وان مجموع مربعات الأخطاء يكون كبيراً وبهذا لا توجد علاقة بين المتغير المؤثر (Y) والمتغيرات التوضيحية (Xj) في البيانات (الجبوري، ١٩٩٠).

وعند استخدام معامل التحديد R^2 فيمكن حسابه بالنسبة لمعادلة من m من الحدود كما في الصيغة الآتية:

$$R^2 = \frac{SSR(x_1 x_2 \dots x_m)}{SST} = 1 - \frac{SSe(x_1 x_2 \dots x_m)}{SST}$$

حيث إن M: هي عدد المتغيرات التوضيحية (السببية).

$$SST = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

ثانيا. الجانب العملي:

لقد تم جمع البيانات الخاصة من إحدى مستشفيات كركوك استنادا إلى استمارة الأطباء ذوي الاختصاص وجمعت البيانات من طبلات المرضى إذ تم اخذ المتغيرات التي يفترض لها علاقة بضغط الدم العالي والواطي وكانت العينة تتكون من (32) مريض والمتغيرات كالآتي:

Y_1 : يمثل الضغط العالي ، Y_2 : يمثل الضغط الواطي، وكلاهما متغيران معتمدان. X_1 : العمر، X_2 : الجنس، X_3 : الوزن ، X_4 ، : الكولسترول ، X_5 : السكر ، X_6 : ليوريا. وهذه المتغيرات هي المتغيرات المستقلة.

لقد تم استخراج معادلة الانحدار لكل متغير معتمد (y_2, y_1) مع المتغيرات المستقلة ($X_6, X_5, X_4, X_3, X_2, X_1$) واسطة البرنامج الإحصائي (MINITAB) فتم الحصول على المعادلة الأولى التي فيها المتغير المعتمد (y_1) مع المتغيرات التوضيحية.

$$Y_1 = 464 + 0.13X_1 + 9.9X_2 + 0.372X_3 + 0.136X_4 - 0.033X_5 + 0.025X_6$$

وأدناه جدول تحليل التباين للبيانات المستخدمة في التحليل

S.O.V	D.F	S.S	M.S	F
$R(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$	6	2919.5	486.6	0.59
error	25	20710.9	828.4	
Total	31	5496.9		

وتم الحصول على قيمة معامل التحديد $R_{y_1}^2 = 0.124$

وبعد تحويل البيانات إلى الشكل القياسي أمكن الحصول على معادلة الانحدار التالية:

$$Y_1^* = 0.053X_1^* + 0.18X_2^* + 0.117X_3^* + 0.212X_4^* + 0.15X_5^* + 0.022X_6^*$$

إن جدول تحليل البيانات بالشكل القياسي كالآتي:

S.O.V	D.F	S.S	M.S	F
$R(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*)$	6	3.83	0.638	0.59
Residual Error	25	27.170	1.087	
Total	31	31		

وان قيمة معامل التحديد $R_1^{*2} = 0.124$

وعند استخدام معادلة الانحدار الاعتيادي يمكن إيجاد معاملات الانحدار القياسية بواسطة الصيغة رقم (9) وكالاتي:

$$B_1^* = \frac{S_{x1}}{S_{y1}} * B_1 = \frac{11.36}{27.61} * 0.13 = 0.053$$

وهي نفس القيمة التي تم الحصول عليها عند تحويل البيانات بالشكل القياسي وإيجاد معادلة الانحدار بالشكل القياسي وهكذا لبقية معاملات الانحدار القياسية وكالاتي:

$$B_2^* = \frac{S_{x2}}{S_{y1}} * B_2 = \frac{0.504}{27.61} * 9.9 = 0.18$$

$$B_3^* = \frac{S_{x3}}{S_{y1}} * B_3 = \frac{8.72}{27.61} * 0.372 = 0.117$$

$$B_4^* = \frac{S_{x4}}{S_{y1}} * B_4 = \frac{42.97}{27.61} * 0.136 = 0.212$$

$$B_5^* = \frac{S_{x5}}{S_{y1}} * B_5 = \frac{125.5}{27.61} * 0.0331 = .15$$

$$B_6^* = \frac{S_{x6}}{S_{y1}} * B_6 = \frac{23.96}{27.61} * 0.025 = 0.022$$

وممكن إيجاد معادلة الانحدار الاعتيادية والقياسية وجدول تحليل التباين بالنسبة للمتغير المعتمد (y_2) وكالاتي:

$$Y_2 = 707 - 0.154X_1 + 5.35X_2 + 0.487X_3 + 0.153X_4 - 0.0075X_5 + 0.233X_6$$

S.O.V	D.F	S.S	M.S	F
$R(x_1x_2x_3x_4x_5x_6)$	6	1690.4	281.7	1.85
error	25	3806.5	152.3	
Total	31	5496.9		

$$R_{y2}^2 = 0.308$$

وتم الحصول على قيمة معامل التحديد

وبعد تحويل البيانات إلى الشكل القياسي أمكن الحصول على معادلة الانحدار التالي:

$$Y_2^* = -0.131X_1^* + 0.203X_2^* + 0.319X_3^* + 0.494X_4^* - 0.071X_5^* + 0.419X_6^*$$

إن جدول تحليل البيانات بالشكل القياسي كالآتي:

S.O.V	D.F	S.S	M.S	F
$R(x_1^* x_2^* x_3^* x_4^* x_5^* x_6^*)$	6	9.5329	1.588	1.85
Residual Error	25	21.4671	0.8587	
Total	31	31		

وان قيمة معامل التحديد $R_2^{*2} = 0.308$

وعند استخدام معادلة الانحدار الاعتياديّ يمكن إيجاد معاملات الانحدار القياسية بواسطة الصيغة رقم (9) وكالاتي:

$$B_1^* = \frac{S_{x1}}{S_{y2}} * B_1 = \frac{11.36}{13.36} * -0.154 = -0.131$$

وهي نفس القيمة التي تم الحصول عليها عند تحويل البيانات بالشكل القياسي وإيجاد معادلة الانحدار بالشكل القياسي وهكذا لبقية معاملات الانحدار القياسية وكالاتي:

$$B_2^* = \frac{S_{x2}}{S_{y2}} * B_2 = \frac{0.504}{13.32} * 5.35 = 0.202$$

$$B_3^* = \frac{S_{x3}}{S_{y2}} * B_3 = \frac{8.72}{13.32} * 0.487 = 0.318$$

$$B_4^* = \frac{S_{x4}}{S_{y2}} * B_4 = \frac{42.97}{13.32} * 0.153 = 0.493$$

$$B_5^* = \frac{S_{x5}}{S_{y2}} * B_5 = \frac{125.5}{13.32} * -0.0075 = -0.07$$

$$B_6^* = \frac{S_{x6}}{S_{y2}} * B_6 = \frac{23.96}{13.32} * 0.233 = 0.419$$

لإيجاد معاملات المسار يجب إيجاد معاملات الارتباط بين جميع المتغيرات المستقلة مع المتغيرات المعتمدة ومعاملات الارتباط بين المتغيرات التوضيحية نفسها كما في الجدول رقم (1)

الجدول رقم (1) يبين معاملات الارتباط بين المتغيرات المعتمدة والتوضيحية

	Y ₁	Y ₂	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
X ₁	0.095	-0.092	1	0.255	0	-0.103	0.101	0.109
X ₂	0.144	-0.021	0.255	1	-0.187	0	-0.142	-0.336
X ₃	0.103	0.233	0	-0.187	1	0.189	-0.087	-0.35
X ₄	0.257	0.438	-0.103	0	0.189	1	0.232	-0.27
X ₅	0.188	0.191	0.101	-0.142	-0.087	0.232	1	0.519
X ₆	-0.054	0.053	0.109	-0.336	-0.353	-0.271	0.519	1

إن قيمة مصفوفة الارتباط بين المتغير المعتمد (y₁) والمتغيرات التوضيحية والتي نرسم لها (r_{y₁xi}) والموجودة في الجدول رقم (1) ممكن التعبير عنها بالشكل التالي:

$$r_{y_1xi} = \begin{bmatrix} 0.095 \\ 0.144 \\ 0.103 \\ 0.257 \\ 0.188 \\ -0.054 \end{bmatrix}$$

و إن قيمة مصفوفة الارتباط بين المتغير المعتمد (y₂) والمتغيرات المستقلة والتي نرسم لها (r_{y₂xi}) والموجودة في الجدول رقم (1) ممكن التعبير عنها بالشكل التالي:

$$r_{y_2xi} = \begin{bmatrix} -0.092 \\ -0.021 \\ 0.233 \\ 0.438 \\ 0.191 \\ 0.053 \end{bmatrix}$$

إن مصفوفة الارتباط بين المتغيرات المستقلة والموجودة في الجدول رقم (1) يمكن التعبير عنه كمايلي:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.255 & 0 & -0.103 & 0.101 & 0.109 \\ 0.255 & 1 & -0.187 & 0 & -0.142 & -0.336 \\ 0 & -0.187 & 1 & 0.189 & -0.087 & -0.353 \\ -0.103 & 0 & 0.189 & 1 & 0.232 & -0.271 \\ 0.101 & -0.142 & -0.087 & 0.232 & 1 & 0.519 \\ 0.109 & -0.336 & -0.353 & -0.271 & 0.519 & 1 \end{bmatrix}$$

وان معكوس هذه المصفوفة تم إيجاده بواسطة برنامج (MATLAB) وكالاتي:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} 1.1607 & -0.401 & -0.2068 & 0.1 & -0.0752 & -0.2807 \\ -0.4391 & 1.4747 & 0.5391 & 0.1244 & -0.1719 & 0.8548 \\ -0.2055 & 0.5361 & 1.3592 & -0.0332 & -0.1705 & 0.7578 \\ 0.1016 & 0.1195 & 0.0329 & 1.3895 & -0.7149 & 0.763 \\ -0.0789 & -0.1601 & -0.1698 & -0.7151 & 1.7668 & -1.214 \\ -0.2781 & 0.8482 & 0.7627 & 0.7669 & -1.2204 & 2.4227 \end{bmatrix}$$

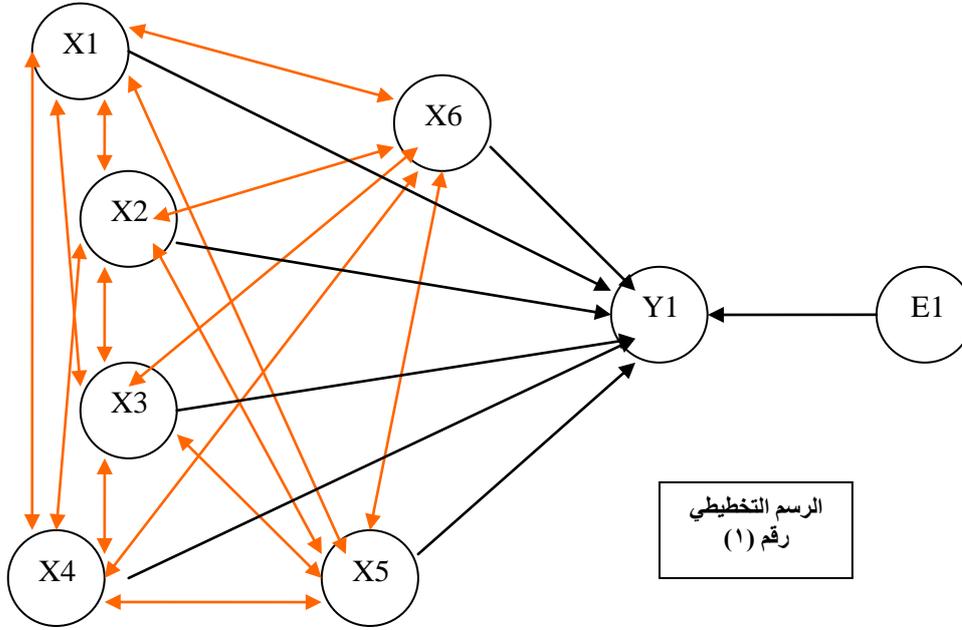
وباستخدام الصيغة رقم (6) يمكن الحصول على معاملات المسار بين كل متغير معتمد والمتغيرات التوضيحية وكالاتي:

$$P_{y1xi} = \begin{bmatrix} 0.0522 \\ 0.1796 \\ 0.1162 \\ 0.2035 \\ 0.1666 \\ 0.0103 \end{bmatrix} \quad P_{y2xi} = \begin{bmatrix} -0.1312 \\ 0.202 \\ 0.3174 \\ 0.493 \\ -0.0691 \\ 0.4167 \end{bmatrix}$$

من هنا نرى ما يأتي :

(x_1) يحدد (5.2%) من تباين (y_1)، (x_2) (17.96%) من تباين (y_1)، (x_3) يحدد (11.62%) من تباين (y_1)، (x_4) يحدد (20.35%) من تباين (y_1)، (x_5) يحدد (16.66%) من تباين (y_1)، (x_6) يحدد (1.03%) من تباين (y_1).
وكذلك فان (x_1) يحدد (9.2%) من تباين (y_2)، (x_2) (2.1%) من تباين (y_2)، (x_3) يحدد (23.3%) من تباين (y_2)، (x_4) يحدد (43.8%) من تباين (y_2)، (x_5) يحدد (19.1%) من تباين (y_2)، (x_6) يحدد (5.3%) من تباين (y_2).

إن مخططات المسار يمكن رسمها وكل سهم يعبر عن العلاقة بين أي متغيرين :



الرسم التخطيطي رقم (1) بين مايلي :

إن السهم ذو الاتجاهين (↔) يمثل معامل الارتباط (r_{ij}) بين كل متغيرين مستقلين إما السهم ذو الاتجاه الواحد (→) فيمثل معامل المسار بين المتغير المعتمد والمتغيرات

المستقلة ونرمز له (P_{y1xi}) و سنوضح ذلك من خلال بيان التأثيرات المباشرة وغير المباشرة

• تأثير عمر المريض (x_1) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x1} = 0.0522 \text{ أ. التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر عن طريق X_2

$$r_{12}P_{y1x2} = (0.255)(0.1796) = 0.045$$

$$r_{13}P_{y1x3} = (0)(0.1162) = 0$$

عن طريق X_3

$$r_{14}P_{y1x4} = (-0.103)(0.2035) = -0.02$$

عن طريق X_4

$$r_{15}P_{y1x5} = (0.101)(0.1666) = 0.0168$$

عن طريق X_5

$$r_{16}P_{y1x6} = (0.109)(0.0103) = 0.0011$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y1x1} = 0.0951$)

• تأثير جنس المريض (X_2) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x2} = 0.1796 \text{ التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر

$$r_{12}P_{y1x1} = (0.255)(0.0522) = 0.0133$$

عن طريق X_1

$$r_{23}P_{y1x3} = (-0.187)(0.1162) = -0.0217$$

عن طريق X_3

$$r_{24}P_{y1x4} = (0)(0.2035) = 0$$

عن طريق X_4

$$r_{25}P_{y1x5} = (-0.142)(0.1666) = -0.3086$$

عن طريق X_5

$$r_{16}P_{y1x6} = (0.109)(0.0103) = 0.0011$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y1x2} = 0.144$)

• تأثير وزن المريض (X_3) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x3} = 0.1162 \text{ التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر

$$r_{13}P_{y1x1} = (0)(0.0522) = 0$$

عن طريق X_1

$$r_{23}P_{y1x2} = (-0.187)(0.1796) = -0.0335$$

عن طريق X_2

$$r_{34}P_{y1x4} = (0.189)(0.2035) = 0.0335$$

عن طريق X_4

$$r_{35}P_{y1x5} = (-0.087)(0.1666) = -0.0144$$

عن طريق X_5

$$r_{36}P_{y1x6} = (-0.353)(0.0103) = -0.0036$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y1x3} = 0.103$)

• تأثير الكوليسترول (X_4) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x4} = 0.2035 \text{ التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر

$$r_{14}P_{y1x1} = (-0.103)(0.0522) = -0.0053 \quad \text{عن طريق } X_1$$

$$r_{24}P_{y1x4} = (0.)(0.1796) = 0 \quad \text{عن طريق } X_2$$

$$r_{34}P_{y1x3} = (0.189)(0.1162) = 0.02196 \quad \text{عن طريق } X_3$$

$$r_{54}P_{y1x5} = (0.232)(0.1666) = 0.0386 \quad \text{عن طريق } X_5$$

$$r_{46}P_{y1x6} = (-0.271)(0.0103) = -0.0027 \quad \text{عن طريق } X_6$$

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي $(r_{y1x4} = 0.257)$

- تأثير السكر (X_5) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x5} = 0.1666 \quad \text{أ. التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر

$$r_{15}P_{y1x1} = (0.101)(0.0522) = 0.0052 \quad \text{عن طريق } X_1$$

$$r_{25}P_{y1x2} = (-0.142.)(0.1796) = -0.0255 \quad \text{عن طريق } X_2$$

$$r_{35}P_{y1x3} = (-0.087)(0.1162) = -0.0101 \quad \text{عن طريق } X_3$$

$$r_{45}P_{y1x4} = (0.232)(0.1162) = 0.0472 \quad \text{عن طريق } X_4$$

$$r_{65}P_{y1x6} = (0.519)(0.0103) = 0.0053 \quad \text{عن طريق } X_6$$

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي $(r_{y1x5} = 0.188)$

- تأثير اليوريا (X_6) على مستوى ضغط الدم العالي (y_1)

$$P_{y1x6} = 0.0103 \quad \text{أ. التأثير المباشر}$$

ب. التأثير غير المباشر

$$r_{16}P_{y1x1} = (0.109)(0.0522) = 0.0056 \quad \text{عن طريق } X_1$$

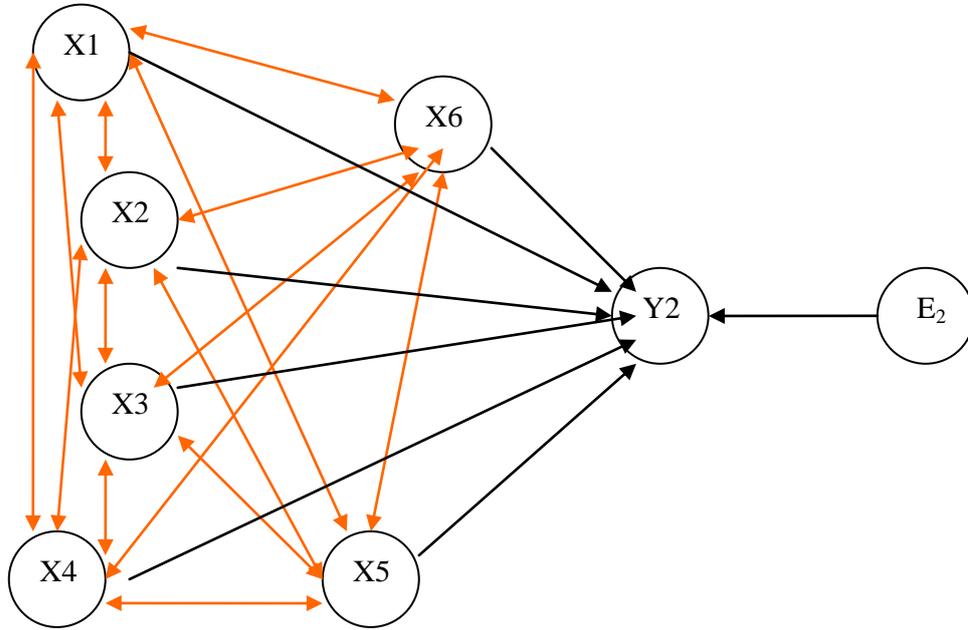
$$r_{26}P_{y1x2} = (-0.336)(0.1796) = -0.0603 \quad \text{عن طريق } X_2$$

$$r_{36}P_{y1x3} = (-0.353)(0.1162) = -0.041 \quad \text{عن طريق } X_3$$

$$r_{46}P_{y1x4} = (-0.271)(0.2035) = -0.0551 \quad \text{عن طريق } X_4$$

$$r_{56}P_{y1x5} = (0.519)(0.1666) = 0.0864 \quad \text{عن طريق } X_5$$

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي $(r_{y1x6} = -0.054)$



الرسم التخطيطي
رقم (2)

الرسم التخطيطي رقم (2) بين مايلي :

- ان السهم ذو الاتجاهين (\longleftrightarrow) يمثل معامل الارتباط (r_{ij}) بين كل متغيرين مستقلين إما السهم ذو الاتجاه الواحد (\longrightarrow) فيمثل معامل المسار بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة ونرمز له (P_{y2xi}) و سنوضح ذلك من خلال بيان التأثيرات المباشرة وغير المباشرة
- تأثير عمر المريض (X_1) على مستوى ضغط الدم الواصل (Y_2)

$$P_{y2x1} = 0.0522 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{12}P_{y2x2} = (0.255)(0.202) = 0.0515$$

عن طريق X_2

$$r_{13}P_{y2x3} = (0.)(0.3174) = 0$$

عن طريق X_3

$$r_{14}P_{y2x4} = (-0.103)(0.493) = -0.0507$$

عن طريق X_4

$$r_{15}P_{y2x5} = (0.101)(-0.00691) = -0.0069$$

عن طريق X_5

$$r_{16}P_{y2x6} = (0.109)(0.4167) = 0.0454$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x1} = -0.092$)

- تأثير جنس المريض (X_2) على مستوى ضغط الدم الواصل (y_2)

$$P_{y2x2} = 0.202 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{12}P_{y2x1} = (0.255)(-0.1312) = -0.0334$$

عن طريق X_1

$$r_{23}P_{y2x3} = (-0.187.)(0.3174) = -0.0593$$

عن طريق X_3

$$r_{24}P_{y2x4} = (0)(493) = 0$$

عن طريق X_4

$$r_{25}P_{y2x5} = (-0.142)(-0.0691) = 0.0168$$

عن طريق X_5

$$r_{26}P_{y2x6} = (0.109)(0.4167) = 0.0011$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x2} = 0.0951$)

- تأثير وزن المريض (X_3) على مستوى ضغط الدم الواصل (y_2)

$$P_{y2x3} = 0.317 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{13}P_{y2x1} = (0.)(-0.1317) = 0$$

عن طريق X_1

$$r_{23}P_{y2x2} = (-0.187.)(0.202) = -0.0377$$

عن طريق X_2

$$r_{34}P_{y2x4} = (0.189)(0.493) = 0.093$$

عن طريق X_4

$$r_{35}P_{y2x5} = (-0.087)(-0.0691) = 0.006$$

عن طريق X_5

$$r_{36}P_{y2x6} = (-0.353)(0.4167) = -0.147$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x3} = 0.233$)

- تأثير الكوليسترول (X_4) على مستوى ضغط الدم الواصل (y_2)

$$P_{y2x4} = 0.493 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{14}P_{y2x1} = (-0.103)(-0.1312) = 0.01351$$

عن طريق X_1

$$r_{24}P_{y2x2} = (0.)(0.202) = 0$$

عن طريق X_2

$$r_{34}P_{y2x3} = (0.189)(0.31741) = 0.05991$$

عن طريق X_3

$$r_{54}P_{y2x5} = (0.232)(-0.0691) = -0.01603$$

عن طريق X_5

$$r_{46}P_{y2x6} = (-0.271)(0.4167) = -0.1129$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x4} = 0.42$)

- تأثير السكر (X_5) على مستوى ضغط الدم الواصل (y_2)

$$P_{y2x5} = -0.0691 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{15}P_{y2x1} = (0.101)(-0.1312) = 0.0135$$

عن طريق X_1

$$r_{25}P_{y2x2} = (-0.142.)(0.202) = -0.02868$$

عن طريق X_2

$$r_{35}P_{y2x3} = (-0.087)(0.3174) = -0.0276$$

عن طريق X_3

$$r_{45}P_{y2x4} = (0.232)(0.493) = 0.114$$

عن طريق X_4

$$r_{65}P_{y1x6} = (0.519)(0.0103) = 0.0053$$

عن طريق X_6

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x5} = -0.007$)

- تأثير اليوريا (X_6) على مستوى ضغط الدم الواصل (y_2)

$$P_{y2x6} = 0.4167 \text{ أ.التأثير المباشر}$$

ب.التأثير غير المباشر

$$r_{16}P_{y2x1} = (0.109)(-0.1312) = -0.143$$

عن طريق X_1

$$r_{26}P_{y2x2} = (-0.336)(0.202) = -0.067$$

عن طريق X_2

$$r_{36}P_{y2x3} = (-0.353)(0.3174) = -0.112$$

عن طريق X_3

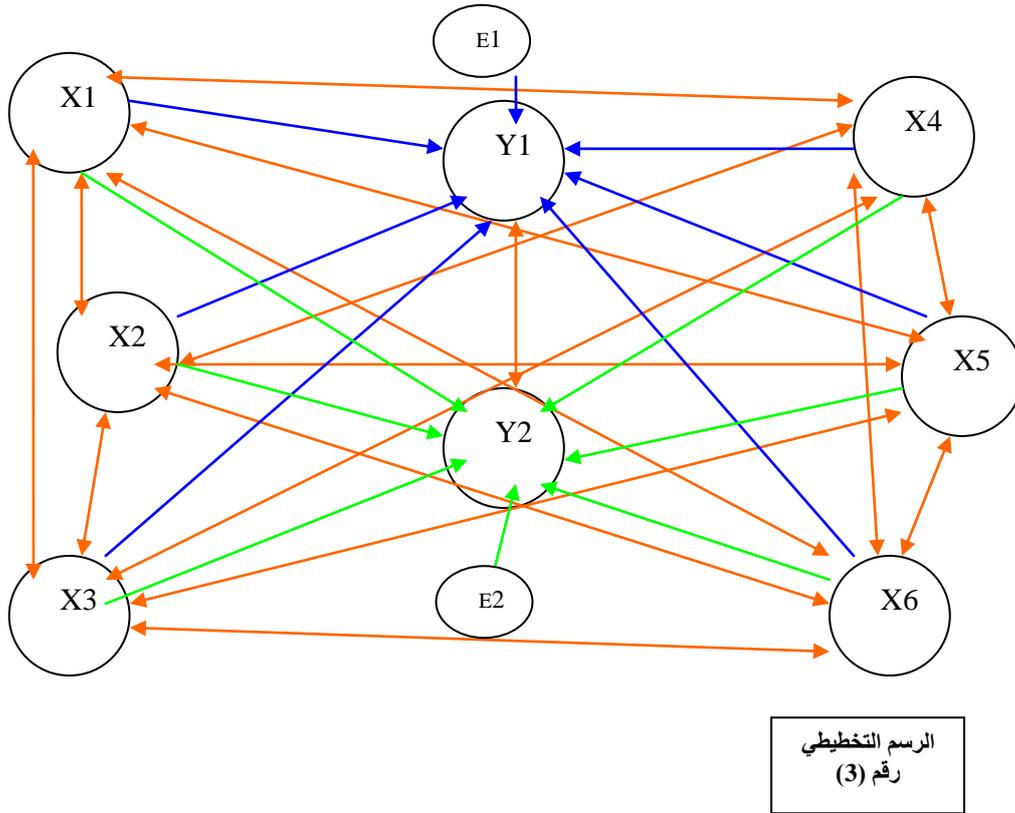
$$r_{46}P_{y2x4} = (-0.271)(0.493) = -0.1336$$

عن طريق X_4

$$r_{56}P_{y2x5} = (0.519)(-0.0691) = 0.0864$$

عن طريق X_5

مجموع التأثير المباشر وغير المباشر يساوي ($r_{y2x6} = 0.054$)



لإيجاد معامل التحديد (R^2) نستخدم العلاقة رقم (7) وكالاتي:

$$R_{y1x}^2 = P_{y1x1} * r_{y1x1} + P_{y1x2} * r_{y1x2} + P_{y1x3} * r_{y1x3} + P_{y1x4} * r_{y1x4} + P_{y1x5} * r_{y1x5} + P_{y1x6} * r_{y1x6}$$

$$R_{y1x}^2 = (0.0522)(0.095) + (0.1796)(0.144) + (0.1162)(0.103) + (0.2035)(0.257) + (0.1666)(0.188) + (0.103)(-0.054) = 0.121$$

وبنفس الطريقة فان قيمة ($R_{y2xi}^2 = 0.332$)

ولإيجاد درجة التحديد (e_1) فان

$$e_1 = \sqrt{1 - R_{y1(123456)}^2} = \sqrt{1 - 0.121} = 0.937$$

وبنفس الطريقة فان قيمة ($e_2 = 0.817$)

الاستنتاجات:

تم التوصل إلى وجود علاقة بين تحليل المسار وتحليل الانحدار من خلال ما يأتي:
 ١- يمكن إيجاد معاملات المسار بعد إيجاد معاملات الانحدار من البيانات الأصلية وضربها في حاصل قسمة الانحراف المعياري لكل متغير مستقل على الانحراف المعياري للمتغير المعتمد.

- ٢- يمكن إيجاد معاملات المسار من البيانات الأصلية بعد تحويلها للشكل القياسي وإيجاد معاملات الانحدار التي تساوي نفس القيمة في الخطوة السابقة وتعطي نفس معاملات المسار المستخرجة بطريقة معكوس مصفوفة المتغيرات المستقلة.
- ٣- هناك تأثيرات مباشرة بين ضغط الدم العالي وضغط الدم الواصل (المتغيرات المعتمدة) مع أي من المتغيرات التوضيحية التي تمثل معاملات المسار وتأثيرات أخرى غير مباشرة من خلال معاملات المسار ومعاملات الارتباط بين المتغيرات التوضيحية .
- ٤- إن قيمة معامل التحديد متساوية في الطريقتين طريقة الانحدار وطريقة تحليل المسار.

المصادر:

- ١- أموري ، هادي كاظم والدليمي ، محمد مناجد (١٩٨٨) ، "مقدمة في تحليل الانحدار الخطي" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة الموصل .
- ٢- الجبوري، شلال حبيب، (1990)، "الانحدار المتعدد وتحليل التباين"، مطابع التعليم العالي، الجامعة المستنصرية، بغداد.
- ٣- الراوي، خاشع محمود، (1987)، "المدخل إلى تحليل الانحدار"، طبع مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

المصادر الأجنبية

- ٤- Sanford Weisberg (2005) "Applied Regression " John Wiley and sons Inc.Publication; New York; USA.
- ٥-Kai Y. and Jayant T. (2004) "Multivariate Statistical Methods in Quality Management " .www.digitalengineeringlibrary.com.
- ٦ -Wolfgang and Zdenek.H. (2007) "Multivariate Statistics Exercises "؛ stat@wiwi.hu-berlin.de.
- ٧ – Draper N. R. and Smith H. (1966) "Applied Regression Analysis "؛ John Wiley and sons; New York; USA.