

استخدام أسلوب المحاكاة في حل بعض نماذج بحوث العمليات

عبد الله حسن علي
ماجستير بحوث عمليات
وزارة التعليم العالي

المستخلص:

تعدُّ نماذج المحاكاة من النماذج المهمة في مجال بحوث العمليات (Operation Research)، حيث تستخدم في نمذجة المشاكل الواقعية وحلها عن طريق الحاسوب باستخدام البرامج الجاهزة (WIN QSB, LINDO, CPLEX,...)، أو إحدى لغات البرمجة مثل (Visual C++, Visual Basic, Java)، مما يساعد ذلك متخذ القرار في الحصول على الحل الأمثل لمعرفة التغيرات التي تطرأ على هذا الحل عن طريق استخدام الحاسوب والبرامج الجاهزة التي توفر الكثير من الوقت والجهد لمتخذي القرار لاسيما في مسائل التخطيط الكبيرة التي تتطلب اتخاذ القرارات بشأنها من قبل الإداريين، مما يتيح لهم الارتباط الوثيق بالمشروع ودراسة كل ما يتعلق به مباشرة، ولهذه الأهمية قمنا باستخدام المحاكاة في حل ثلاثة نماذج مهمة وحيوية في مجال بحوث العمليات، باعتبارها من النماذج التي تسهم في اتخاذ القرارات وهي (نظرية المباراة، البرمجة التصادفية، البرمجة الخطية) ويمكن تصميم نموذج المحاكاة باستخدام الحاسوب على النماذج الأخرى.

وقد تم في هذا البحث مقارنة نتائج المحاكاة مع التحليل بواسطة الأنظمة الجاهزة (WIN QSB)، فكانت نتائج المحاكاة هي الأفضل لأنها تسهم في التوصل الى الحلول ذات القرارات البديلة مما يتيح فرصة لمتخذي القرار في اختيار الحل الأمثل على وفق البدائل والاستراتيجيات الموضوعة مسبقاً بعكس الأنظمة الجاهزة التي تقدم حلاً واحداً وبالتالي يكون هناك قرار واحد وليس عدة قرارات.

Abstract:

Simulation models are considered more important models, for solving real problems in OR, by using, computers programming (WINQSB, LINDO, CPLEX,...) and some modern languages of programming like (Visual C⁺⁺, Visual Basic, Java). This help the research to obtain optimal solution and knowing simultaneous change by using computer and package especially for big programming problem which required taking a decision award, them by managers, this correlate the relation with project and the project always is under observation. For this reasons, we using simulation procedure for solving three model in OR (which are game theory, and linear programming, and stochastic programming) the comparison between these methods and the methods of package system WINQSB indicates that simulation results is more efficient that (QSB

results) since it gives alternative decision according certain strategies, so there were multi solution rather them one solution.

المقدمة:

ان للمحاكاة مفاهيم متعددة ولكنها تؤدي الى هدف واحد، حيث تعرف المحاكاة بأنها أسلوب رياضي لمعالجة المعضلات وتنفيذها في الحاسب الالكتروني، والتي تتداخل فيها أنواع معينة من العلاقات الرياضية والمنطقية الضرورية لوصف سلوك وهيئة نظام لعالم حقيقي معقد ولفترات زمنية طويلة، وتبدأ عملية المحاكاة ببناء نموذج للمعضلة قيد البحث، ثم تنفيذ التجارب والحلول للنموذج المعقد في الحاسبات الرقمية، وهناك ثلاثة نماذج رئيسة للمحاكاة يمكن ذكرها في أدناه:

١. النموذج التناظري.
٢. النموذج المستمر.
٣. النموذج المتقطع.

وسيتم التطرق في هذا البحث الى النموذج المستمر حيث يمثل صيغاً رياضية ذات خصائص معينة ضمن فترات زمنية^[٢].

- عملية توليد الأرقام العشوائية:

سيتم في هذا البحث استخدام التوزيع المنتظم (**Uniform Distribution**) لتوليد الأرقام العشوائية والتي ستستخدم في حل النماذج الخاصة بموضوع البحث^[4].

$$f_{(x)} = 1/(b - a) \quad a \leq \chi \leq b$$

لكي نستطيع توليد الأرقام العشوائية للتوزيع المنتظم نقوم أولاً باستخدام الدالة التجميعية ثم نساويها بالرقم العشوائي وكما يأتي:

$$F(x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} du = \frac{1}{b-a} [\chi - a] = \frac{\chi - a}{b - a}$$

$$\frac{\chi - a}{b - a} = u \Rightarrow \chi - a = u(b - a)$$

$$\Rightarrow \chi = u(b - a) + a$$

.....(1)

هدف البحث:

يهدف البحث الى توظيف أسلوب المحاكاة في حل نماذج مهمة في مجال بحوث العمليات، مثل نموذج البرمجة التصادفية (والتي كان حلها باستخدام بحوث العمليات يتطلب تحويلها الى نموذج برمجة خطية ثابتة) ، ثم حله باستخدام الطرق المألوفة مثل **Simplex** وغيرها، وبالنسبة لأسلوب المحاكاة، فهو يقدم خوارزمية خاصة لحل البرمجة التصادفية والتوصل إلى الحل الأمثل النهائي، وتبرز أهمية المحاكاة أكثر إذا كانت المعاملات الفنية أو الطرف

الأيمن من القيود يتوزع توزيع إحصائي، إضافة لما ورد فإن هدف بحثنا هو مقارنة أسلوب المحاكاة مع الأساليب الأخرى، لأن هذا يساعد متخذي القرار في التوصل إلى القرار الأمثل بسرعة ومواكبة التطورات السريعة التي تحصل في العملية الانتاجية وغيرها.

يعدُّ البحث أكاديمياً لأنه يوظف المحاكاة في حل بعض مسائل الأمثلية، وسوف نطبق ذلك على نموذج برمجة تصادفية ونموذج مباراة ونموذج برمجة خطية، وفي البدء نعطي تعريفاً ووصفاً مختصراً لكل من هذه النماذج الثلاث وكما يأتي:

أ. البرمجة التصادفية:

تهتم البرمجة التصادفية بالحالات التي تكون عندها بعض أو كل مَعْلَمَاتِ النموذج متغيرات عشوائية ولها توزيع احتمالي معين، وهذا هو الواقع في الكثير من المسائل العملية، حيث من الصعوبة تحديد قيم ثابتة لمدخلات النموذج (الرغم من استخدام تحليل الحساسية في دراسة بعض التأثيرات أو التغيرات) لكن هذا لا يكفي لذلك أدخلت البرمجة التصادفية^[4] والتي تعرف بالنموذج

$$Max X_0 = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

s.to

$$Pr\left(\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i\right) \geq 1 - \alpha_i \quad \forall_i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall_j = 1, 2, \dots, n$$

وقد جاءت تسمية القيد العشوائي لان القيد $\left(\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \right)$ يجب ان يتحقق باحتمال يساوي على الاقل $(1-\alpha_i)$ وحيث $0 < \alpha_i < 1$ وفي الحالة العامة يفترض أن b_i, a_{ij}, c_j كلها متغيرات عشوائية وإذا كانت c_j متغيراً عشوائياً يمكن معالجتها باستخدام القيمة المتوقعة وهو الأسلوب المتبع في البحوث السابقة حيث يحول النموذج الى نموذج محدد ثم يحل بالطرق الاعتيادية، (بدلاً من المحاكاة). على سبيل المثال إذا كان a_{ij} متغيراً عشوائياً فهو يتوزع طبيعياً بمتوسط $E(a_{ij})$ وتباين $V(a_{ij})$ وتباين مشترك هو $Cov(a_{ij}, a_{i'j'})$ [٤].
فاذا كان لدينا القيد i والمعرف

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i\right) \geq 1 - \alpha_i$$

.....(2)

وليكن

$$h_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j$$

$$\therefore h_i \sim \text{Normal}(\text{mean}(h_i), \text{Var}(h_i))$$

حيث ان

$$E(h_i) = \sum_{j=1}^n E(a_{ij}) X_j \quad \text{وان} \quad \text{Var}(h_j) = X^T D_i X$$

D_i هي مصفوفة التباين والتباين المشترك:

$$D_i = \begin{pmatrix} \text{Var}(a_{i1}) \dots & \text{cov}(a_{i1}, a_{in}) \\ \text{cov}(a_{in}, a_{i1}) & \dots \text{var}(a_{in}) \end{pmatrix}$$

وعليه فان:

$$\Pr(h_i \leq b_i) = \Pr\left\{ \frac{h_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{var}(h_i)}} \leq \frac{b_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{var}(h_i)}} \right\} \geq 1 - \alpha_i$$

.....(3)

$$\Pr(h_i \leq b_i) = \Phi\left(\frac{b_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{var}(h_i)}} \right) \dots\dots\dots(4)$$

$$\Pr(h_i \leq b_i) \geq 1 - \alpha_i \Rightarrow$$

$$\frac{b_i - E(h_i)}{\sqrt{\text{var}(h_i)}} \geq k_{\alpha_i} \dots\dots\dots(5)$$

نتيجة لهذه التبسيطات سنحصل على قيد غير خطي بدلاً من القيد العشوائي الأصلي، وكحالة خاصة إذا كانت المتغيرات a_{ij} مستقلة وتوزع طبيعياً فان القيد غيرالخطي (٦).

$$\sum_{j=1}^n E(a_{ij})X_j + k_{\alpha_i} \sqrt{X^T D X} \leq b_i \dots\dots\dots(6)$$

ويمكن اختصاره الى المعادلة رقم (٧)

$$\sum_{j=1}^n E(a_{ij})X_j + k_{\alpha_i} \sqrt{\sum_{j=1}^n \text{var}(a_{ij} X_j^2)} \leq b_i \dots\dots\dots(7)$$

وهذه يمكن وضعها بصورة مبرمجة منفصلة:

لنفرض

$$Y_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n \text{var}(a_{ij} X_j^2)} \quad \forall_i = 1, 2, \dots, n$$

وبهذه التحويلات يصبح القيد الأصلي كما يأتي:

$$\sum_{j=1}^n E(a_{ij}) X_j + k_{ci} Y_i \leq b_i \dots\dots\dots(8)$$

$$\sum_{j=1}^n \text{var}(a_{ij}) X_j^2 - Y_i^2 = 0 \dots\dots\dots(9)$$

حيث ان $Y_i \geq 0$

من الناحية الأخرى، فإذا كانت b_i تمثل متغيراً عشوائياً قد يكون طبيعياً

بمتوسط $E(b_i)$ وتباين $\text{var}(b_i)$ فان هذا القيد العشوائي سيؤول الى:

$$\Pr(b_i \geq \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j) \geq \alpha_i$$

$$\Pr\left(\frac{b_i - E(b_i)}{\sqrt{\text{var}(b_i)}} \geq \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{var}(b_i)}}\right) \geq \alpha_i \dots\dots\dots(10)$$

وهذا يتحقق عندما تكون:

$$\frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j - E(b_i)}{\sqrt{\text{var}(b_i)}} \leq k_{ci}$$

وهذا يؤدي الى:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq E(b_i) + k_{ci} \sqrt{\text{var}(b_i)} \dots\dots\dots(11)$$

وبهذه الطريقة تم تحويل النموذج العشوائي الى نموذج برمجة خطية محدد، يمكن حله باستخدام الطرائق المعروفة، ولكن تكمن الصعوبة عندما لا يكون توزيع المتغيرات $\{a_{ij}\}(b_i)$ طبيعياً لذا يكون أسلوب المحاكاة هو الأهم في التوصل الى الحل الأمثل، وهذا ما سيتم بحثه عند شرح أسلوب المحاكاة الذي تقوم بتوظيفه لحل بعض مسائل الأمثلية^[4].

ب- نظرية المباراة:

يعتمد أسلوب البرمجة الخطية في حل مصفوفة المباراة من النوع $(m \times n)$ والتي تمثل نتائج المنافسة بين شخصين A,B لكل منها (m,n) من السياسات المعتمدة لتحقيق الهدف، حيث يمكن التعبير عن سياسات أي من المتنافسين بنموذج برمجة خطية ومن ثم استخدام مبدأ البرمجة الثنائية (duality) الأمثل، وبعد أن نلخص كيفية تحويل $(m \times n)$ إلى نموذج برمجة خطية نشرح كيفية توظيف أسلوب المحاكاة $(m \times n)$ بواسطة البرمجة الخطية.

a_{ij} يمثل عناصر المصفوفة $(m \times n)$ (Y_j, X_i)
 مجموعة الاحتمالات المقترنة بالسياسات والتي يروم لُعب لاعِب اختيارها لتحقيق
 A أن يختار مجموعة السياسات المختلطة التي تحقق القيمة
 () طبقاً للقيود:

$$\sum_{i=1}^m X_i = 1, \quad X_i \geq 0 \quad \forall_i = 1, \dots, m$$

وهذه المسألة يمكن التعبير عنها بنموذج برمجة خطية (LP) وكما يأتي:

$$V = \text{Min} \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} X_i, \sum_{i=1}^m a_{i2} X_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in} X_i \right) \dots\dots\dots(12)$$

: A ∴

Maximize $Z_0 = V$

:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} X_i \geq V \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m X_i = 1 \quad X_i \geq 0 \quad \forall_i \dots\dots\dots(15)$$

: $V > 0$ فإن مجموعة القيود ()

Player B

$$\begin{array}{c}
 \text{Player A} \\
 \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{array}
 \end{array}
 \left(
 \begin{array}{cccc}
 y_1 & y_2 & \dots & y_n \\
 a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
 a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}
 \end{array}
 \right)$$

A اختيار قيم x_i التي تعظم اقل قيمة متوقعة لربحه

$$(X_i \geq 0, \sum_{i=1}^m X_i = 1 \text{ حيث ان})$$

$$\text{Max } X_i \left(\text{Min} \sum_{i=1}^m a_{i1} X_i, \sum_{i=1}^m a_{i2} X_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in} X_i \right) \dots \dots \dots (12)$$

$$\left(y_j \geq 0, \sum_{j=1}^n y_j = 1 \right) y_i \text{ أن يختار قيم B}$$

:

$$\text{Min } y_j \left(\text{Max} \sum_{j=1}^m a_{1j} y_j, \sum_{j=1}^m a_{2j} y_j, \dots, \sum_{j=1}^m a_{mj} y_j \right)$$

.....(13)

الأمثل لكلا اللاعبين فإن القيمة

$$(x_i^*, y_j^*)$$

$$: (V^*)$$

$$V^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} X_i^* y_j^* \dots \dots \dots (14)$$

$$Max V \equiv Min \frac{1}{V} = Min(X_1 + X_2 + \dots + X_m)$$

$$\therefore \min x_0 = X_1 + X_2 + \dots + X_m$$

S. to

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} X_i \geq 1 \quad \forall_j \quad X_i \geq 0$$

حيث ان:

$$X_i = \frac{x_i}{V} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

وبالطريقة نفسها يكون نموذج البرمجة الخطية الذي يعبر عن القيم

: B

$$Max y_0 = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

S.to

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \leq 1$$

$$Y_j = \frac{y_j}{V} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$Y_j \geq 0 \quad y_0 = \frac{1}{V}$$

- البرمجة الخطية:

أما المحور الثالث الذي سيتم حله بطريقة المحاكاة فهو نموذج البرمجة الخطية (LP) Linear Programming الذي يعمل على تخصيص الأمثل للموارد المتاحة من أجل تحقيق هدف معين كأن يكون تعظيم الأرباح أو تخفيض التكاليف أو زيادة الطاقة الانتاجية طبقاً إلى مجموعة شروط معينة تسمى القيود Constraints والصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية^[1] :

Let the Primal problem be:

$$\text{Max or Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

S.to

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j (\leq, =, \geq) b_i \quad \forall_i = 1, 2, \dots, m$$

$$X_j \geq 0$$

وتشير b_i, a_{ij}, c_j الى ثوابت معلومة تُحدد من سياق المشكلة المطروحة

Associated with this primal problem there is a corresponding dual problem^[3] given by:

Min. or Max

$$V = \sum_{i=1}^m b_i y_i,$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \geq c_j \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$
$$y_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

أساليب المحاكاة:

نواجه في كثيرٍ من الأحيان أنظمة تتكون من مشاكل معقدة يصعب حلها باستخدام طرق الأمثلية الاعتيادية لذلك نلجأ إلى المحاكاة لإجراء تجارب على النظام نفسه والتوصل إلى الحل، وفي أحيان أخرى يكون النظام معقداً و ذو فة عالية؛ لذا من الأفضل محاكاة النظام بالتجارب المختلفة دون أن يؤثر ذلك على النموذج الذي تم بناؤه، مما يتيح لنا التوصل إلى النتائج التي نحصل عليها من تطبيق النظام، وتعرف المحاكاة بأنها عملية تصميم نموذج لنظام حقيقي وإجراء التجارب على ذلك النموذج، إما لغرض لتقييم الاستراتيجيات المختلفة (ضمن الحدود المفترضة من خلال معيار أو مجموعة معايير) لتشغيل النظام^[1].

مميزات استخدام المحاكاة:

نتيجة لاستخدام أساليب محاكاة متعددة لاحظ مستخدموها أمثال Barry Rnder بأنها تتمتع بصفات ميزتها عن الأساليب الأخرى لبحوث العمليات^[1] ومن هذه المميزات:

- تقليل الكلفة:

إن أي نموذج رياضي يتم بناؤه مهما كانت دقته عالية إلا أن التجربة وحدها هي الكفيلة في بيان مدى صحة هذا النموذج، ولكون المحاكاة من الطرق لحين التوصل الى

إن عملية التكرار هذه تكون مكلفة لو طبقت على النظام الحقيقي وذلك لاحتياجها الى وقت وايدي عاملة خبيرة وتكون مكلفة اكثر لو أن النظام يهمل

-تقليل الوقت:

عملية اجراء التجارب تتطلب الى وقت كبير لحين الحصول

لاختصار الوقت بحيث يمكن محاكاة أي مدة زمنية لتكن مثلاً أسبوع أو أكثر بعدة دقائق وبذلك تسهل على الادارة عملية اتخاذ القرارات المناسبة في الاوقات ثير المتغيرات الفردية لتحديد اهميتها.

- توفير الأمان:

تجنب النظام الحقيقي من مواجهة الاخطاء غير المتوقعة الناتجة عن القيام بالتجارب وما يترتب عليها من اخطار تلك التجارب اذ يمكن استخدامها المشاكل المعقدة والكبيرة التي ليس بالامكان حلها بالطرق التقليدية، فاستخدامها

لا يتعارض مع الأنظمة الحقيقية كما في التجارب النووية أو التجارب على الطائرات أو جدولة الإنتاج أو محاكاة إجراء عملية جراحية وغيرها.

الجانب التجريبي:

سيتم في الجانب التطبيقي حل جميع النماذج التي تم استعراضها بالجانب النظري مع توضيح كيفية محاكاة لحل نموذج من النماذج الثلاثة. حل نظرية المباريات باستخدام المحاكاة:

الحالة الدراسية الأولى:

الآتية [أ]:

مصفوفة (3×3)

Player (A)

Player (B)	STRATEGIES	a ₁	a ₂	a ₃
	b ₁		2	1
b ₂		3	2	1
b ₃		1	3	2

لكي نقوم بحل مصفوفة الدفع أعلاه باستخدام المحاكاة نتبع الخطوات

الآتية:

١- تمثيل النموذج الأولي لمصفوفة الدفع وكما يأتي:

(the primal model)

$$\text{Minimum } V = X_1 + X_2 + X_3$$

Subject to:

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 \geq 1$$

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 1$$

$$3X_1 + X_2 + 2X_3 \geq 1$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

حيث ان:

V: تمثل قيمة المباراة.

X: تمثل متغيرات القرار.

٢- تمثيل النموذج الثنائي لمصفوفة الدفع وكما يأتي:

$$\text{Maximize } y_0 = y_1 + y_2 + y_3$$

Subject to:

$$2y_1 + y_2 + 3y_3 \leq 1$$

$$3y_1 + 2y_2 + y_3 \leq 1$$

$$y_1 + 3y_2 + 2y_3 \leq 1$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

بعد أن قمنا بإيجاد النموذج الثنائي لمصفوفة الدفع سنقوم بحله باستخدام

() للتوزيع المنتظم:

$$0 \leq y_1 \leq 1,$$

and

$$0 \leq y_2 \leq 1,$$

and

$$0 \leq y_3 \leq 1,$$

(u) يساوي الدالة التجميعية وكما يأتي:

$$y_1 = u_1,$$

and

$$y_2 = u_2,$$

and

$$y_3 = u_3$$

ثم نقوم بتوليد أرقام عشوائية للمتغيرات (y_1, y_2, y_3) وبذلك نستطيع

الآن حل النموذج الثنائي أعلاه بواسطة برنامج () **Visual**

(basic 6) (x)

مصفوفة (4×4)

Player 2

Player 1

	A	B	C	D
A	12	-1	1	0
B	3	1	4	-18
C	5	2	4	3
D	-16	0	1	-1

The primal problem

$$\text{Min } V = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

S. to

$$12X_1 + 3X_2 + 5X_3 - 16X_4 \geq 1 \quad y_1$$

$$-1X_1 + 1X_2 + 2X_3 \geq 1 \quad y_2$$

$$X_1 + 4X_2 + 4X_3 + X_4 \geq 1 \quad y_3$$

$$-18X_2 + 3X_3 - X_4 \geq 1 \quad y_4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

Dual Problem

$$\text{Max } w = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

s. to:

$$12y_1 - y_2 + y_3 \leq 1$$

$$3y_1 + y_2 + 4y_3 - 18y_4 \leq 1$$

$$5y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 3y_4 \leq 1$$

$$-16y_1 + 0y_2 + y_3 - y_4 \leq 1$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

$$0 \leq 5y_1 \leq 1 \Rightarrow y_1 = \frac{u}{5}$$

$$0 \leq 2y_2 \leq 1 \Rightarrow y_2 = \frac{u}{2}$$

$$0 \leq 4y_3 \leq 1 \Rightarrow y_3 = \frac{u}{4}$$

$$0 \leq 3y_4 \leq 1 \Rightarrow y_4 = \frac{u}{3}$$

$$\text{Max } w = 9.102959$$

$$y_1 = 0.1181008$$

$$y_2 = 0.2952519$$

$$y_3 = 0.147626$$

$$y_4 = 0.1968346$$

نتيجة حل نموذج نظرية المباراة بواسطة الأنظمة الجاه (WIN QSB)

يأتي:

win QSB

$$\text{max } W = 0.5000$$

$$\begin{aligned}y_1 &= 0 \\y_2 &= 0.5000 \\y_3 &= 0 \\y_4 &= 0\end{aligned}$$

جدول (١)

يمثل النتائج المثلى لتنفيذ برنامج محاكاة لنموذج نظرية المباراة باستخدام الحاسوب بلغة (Visual Basic 6)

Decision variable	Solution value	Objective function
y_1^*	.	Min $y_0=0.10006$
y_2^*	0.4956	
y_3^*	0.5365	

المشكلة الثنائية السابقة نفسها نقوم بحلها باستخدام البرنامج الجاهز

(WINQSB) لنحصل على النتائج الآتية:

جدول (٢)

يمثل نتائج تنفيذ البرنامج (WINQSB) لنموذج نظرية المباراة

Decision variable	Solution value	Unit cost or profit (y_0)
y_1	.1667	1.0000
y_2	0.1667	1.0000
y_3	0.1667	1.0000
Objective function	Min= 0.5000	

عند المقارنة بين النتائج أعلاه نلاحظ أن الحل باستخدام المحاكاة يعطي نتائج أفضل من البرامج الجاهزة، حيث يحقق أقصى تخفيض لمصفوفة الدفع ومن هنا تبرز أهمية استخدام أساليب المحاكاة لحل نماذج بحوث العمليات.

- حل نموذج البرمجة التصادفية باستخدام المحاكاة:

الحالة الدراسية الثانية: نأخذ مشكلة البرمجة الخطية التصادفية الآتية¹:

$$\text{Minimum } Z = X_1 + X_2$$

Subject to:

$$W_1 X_1 + X_2 \geq 7$$

$$W_2 X_1 + X_2 \geq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

with $W_1 \sim u(1, u)$ and $W_2 \sim u(1/3, 1)$

لحل النموذج أعلاه باستخدام المحاكاة نقوم بالخطوات الآتية:

- (Z) من خلال حل القيود () أنياً حيث تظهر دالة
يرت القرار بالشكل الآتي:

$$Z = ((4w_1 - 7w_2) + 3) / (w_1 - w_2),$$

$$X_1 = 3 / (w_1 - w_2),$$

$$X_2 = 4w_1 - 7w_2 / (w_1 - w_2)$$

- توليد أرقام عشوائية باستخدام التوزيع المنتظم كما في الحالة الدراسية الأولى
للمتغيرات (w_1, w_2) وكما يأتي:

$$1 \leq w_1 \leq 4$$

$$w_1 \sim u(1, 4)$$

$$0 \leq w_1 - 1/3 \leq 1$$

$$f(w_1) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 1 \leq w_1 \leq 4 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

$$u = w_1 - 1/3$$

$$F(w_1) = \frac{w_1 - 1}{3} \quad 1 \leq w_1 \leq 4$$

$$w_1 = 3u + 1$$

$$F(w_1) = u$$

$$\frac{w_1 - 1}{3} = u$$

$$W_1 = 3u + 1$$

And

$$1/3 \leq w_2 \leq 1$$

$$W_2 \sim u(1/3, 1)$$

$$F(w_2) = \frac{w_2 - 1/3}{2/3}$$

$$f(w_2) = \begin{cases} \frac{3}{2} & 1/3 \leq w_2 \leq 1 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

$$\frac{3w_2 - 1}{2} = u \Rightarrow 3w_2 - 1 = 2u$$

$$3w_2 = 2u + 1$$

$$w_2 = \frac{2u + 1}{3}$$

بعد أن قمنا بتوليد الأرقام العشوائية للمتغيرين (w_1, w_2)

نموذج البرمجة التصادفية باستخدام (Visual basic 6) لاستخراج قيمة دالة

: (Z) ومتغيرات القرار (X_1, X_2)

جدول (٣)

يمثل النتائج المثلى لتنفيذ برنامج المحاكاة لنموذج البرمجة التصادفية

Decision variable	Solution value	Objective function
X_1^*	.	Min Z=4.0008
X_2^*	.	

من خلال الحالة الدراسية الثانية تم حل النموذج باستخدام المحاكاة حيث

لا يوجد برنامج جاهز يقوم بحل هذا النموذج، وهنا نتضح أهمية المحاكاة في

حل النماذج التي تكون معقدة ويتعذر حلها باستخدام البرامج الجاهزة (WINQSB).

- نموذج البرمجة الخطية وحلها باستخدام المحاكاة:

الحالة الدراسية الثالثة: نأخذ مشكلة التصنيع للمتغيرين (P, Q) ^[1]

يأتي:

$$\text{Maximize } Z=45P + 60Q$$

Subject to

$$20p+10Q \leq 1800 \quad \text{Machine A}$$

$$12p+28Q \leq 1440 \quad \text{Machine B}$$

$$15p+6Q \leq 1440 \quad \text{Machine C}$$

$$10p+15Q \leq 2400 \quad \text{Machine D}$$

$$P \leq 100 \quad \text{Market constraints}$$

$$Q \leq 40 \quad \text{Market constraints}$$

$$P, Q \geq 0 \quad \text{Nonnegative constraints}$$

لحل نموذج البرمجة الخطية أعلاه باستخدام نموذج المحاكاة نقوم بتوليد

الأرقام العشوائية للمتغيرين (P, Q) وبالطريقة السابقة أي باستخدام التوزيع

المنتظم وكما يأتي:

$$0 \leq p \leq 100$$

$$\frac{p}{100} = u$$

$$P = 100 \times u$$

AND

$$0 \leq Q \leq 40$$

$$\frac{Q}{40} = u$$

$$Q = 40 \times u$$

Ex: consider the primal problem in the following^[9]:

Primal

$$\text{Maximize } Z = 0.043X_A + 0.027 X_B + 0.025 X_C + 0.022 X_D + 0.045X_E,$$

Subject to:

$$X_A + X_B + X_C + X_D + X_E \leq 10,$$

$$- X_B - X_C - X_D \leq -4,$$

$$0.6 X_A + 0.6X_B - 0.4X_C - 0.4X_D + 3.6X_E \leq 0,$$

$$4X_A + 10X_B - X_C - 2X_D - 3X_E \leq 0,$$

$$X_A, X_B, X_C, X_D, X_E \geq 0$$

The Dual of this problem is:

$$\text{Minimize } V = 10y_1 - 4y_2,$$

Subject to:

$$y_1 + 0.6 y_3 + 4y_4 \geq 0.043,$$

$$y_1 - y_2 + 0.6 y_3 + 10y_4 \geq 0.027,$$

$$y_1 - y_2 + 0.4 y_3 - y_4 \geq 0.025,$$

$$y_1 - y_2 - 0.4 y_3 - 2y_4 \geq 0.022,$$

$$y_1 + 3.6 y_3 - 3y_4 \geq 0.045,$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

نتائج تنفيذ البرنامج () لنموذج البرمجة التصادفية للمشكلة الأولية (Primal):

$$X_A = 3.36, X_B = 0, X_C = 0, X_D = 6.48, X_E = 0.16. \text{ and } Z = 0.297;$$

نتائج تنفيذ البرنامج () لنموذج البرمجة التصادفية للمشكلة الثنائية (Dual):

$$y_1 = 0.0294, y_2 = 0, y_3 = 0.00636, y_4 = 0.00244, \text{ and } V = 0.294$$

$$0 \leq X_A \leq 10, 0 \leq X_B \leq 10, 0 \leq X_C \leq 10, 0 \leq X_D \leq 10, 0 \leq X_E \leq 10$$

$$0 \leq \frac{X_A}{10} \leq 1, 0 \leq \frac{X_B}{10} \leq 1, 0 \leq \frac{X_C}{10} \leq 1, 0 \leq \frac{X_D}{10} \leq 1, 0 \leq \frac{X_E}{10} \leq 1$$

$$\frac{X_A}{10} = u \Rightarrow X_A = 10u$$

$$\frac{X_B}{10} = u \Rightarrow X_B = 10u$$

$$\frac{X_C}{10} = u \Rightarrow X_C = 10u$$

$$\frac{X_D}{10} = u \Rightarrow X_D = 10u$$

$$\frac{X_E}{10} = u \Rightarrow X_E = 10u$$

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 2X_2 + X_3$$

s. to:

$$X_1 - X_2 + X_4 \leq 4$$

$$2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 6$$

$$-X_1 + 0X_2 + 2X_3 \leq 3$$

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 8$$

$$X_1 = 8*u, X_2 = 8*u, X_3 = 8*u$$

$$Z = 5.133694$$

$$X_1 = 0.9995818$$

$$X_2 = 0.9995818$$

$$X_3 = 0.9995818$$

بعد توليد الأرقام العشوائية نقوم بكتابة

للحالتين وحل نموذج البرمجة الخطية باستخدام الحاسوب لاستخراج القيم المثلى لدالة الهدف ومتغيرات القرار لنحصل على النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (٤)

يمثل النتائج المثلى لتنفيذ برنامج المحاكاة لنموذج البرمجة الخطية باستخدام الحاسوب

Decision variable	Solution value	Objective function
P*	61.67989	Max Z=4255.912
Q*	24.6719	

هنا نلاحظ أننا قمنا بحل أكثر نماذج بحوث العمليات شيوعاً من خلال استخدام أساليب المحاكاة وبعد التجربة لأكثر من مرة حصلنا على عدد من الحلول المثلى حيث يصبح صانع القرار أمام أكثر من خيار لحل أي مشكلة في حين عند حل نموذج البرمجة الخطية باستخدام البرامج الجاهزة (WINQSB) يظهر لدينا حل واحد مما لا يتيح أمام متخذي القرار اختيار الحل الأمثل لوجود

الاستنتاجات والتوصيات

في ضوء ما تقدم نستنتج ما يأتي:

- . محاكاة في التوصل إلى حل أمثل لنموذج البرمجة التصادية، بدلاً من تحويلها إلى نموذج ثابت ومحاولة حلها باستخدام الطرائق الاعتيادية أو البرمجيات الجاهزة، وأن تكرار تجارب المحاكاة يساعد في الحصول على حل أمثل ونسبة الخطأ فيه صغيرة جداً.
- . يوفر أسلوب المحاكاة طريقة (mxn)
- تحويلها إلى نموذج برمجة خطية، ثم اعتماد المحاكاة في حلها والتوصل الى السياسات المثلى لكل متنافس على انفراد.
- . لأهمية البرمجة الخطية في اتخاذ القرار واعتمادها وسيلة للتخصيص الأمثل في الموارد المتاحة من أجل تحقيق هدف معين، ن
- أسلوب المحاكاة في حل مسائل البرمجة الخطية يوفر مرونة أكثر من الطرق التقليدية.

المصادر

. . علاء الدين حسن القرعة غولي، رنا كامل مهدي، () "بناء

انموذج محاكاة مع نظام معرفي لتصليح العملات في هيئة الكهرباء

باستخدام الأسلوب الثلاثي الأطوار"، كلية الإدارة والاقتصاد -

. ضوية سلمان حسن، عدنان شمخي جابر، () "مقدمة في بحوث

العمليات"، كلية الإدارة والاقتصاد -

3. B.A Mcearl and T.H. spreen, Jan. Paper 2002 "**Duality in Linear programming**". URL:<http://www.Linear Programming. Pdf>.
4. Taha Hamdy A., (1997), "**Operation Research: AN Introduction**", Prentice Hall, New Jersey.
5. Jeff, L., (2003) "**Stochastic Lectures**", 22, 2003, IE 495, <http://www.stochastic programming resources models-lecture4. pdf>.
6. Thomas, S., Ferguson, Paper (2005), "URL: <http://www.game theory. pdf>.
7. Chardu, C., A. Fred, R., Paper (1998), "**Statistical Modeling Techniques for Reserve Ranges: A**

- simulation approach**", URL:<http://www.KPMGpeatmarwickLLP.pdf>.
8. Jensen, P.A. and Bard, J.F., (2003); **"Operation Research models and methods"**, John Wiley and Sons Company Book, Printed in the USA.
9. James K. Strayer, Paper (1989), URL:
[http://www.Linear programming and Applications.pdf](http://www.LinearprogrammingandApplications.pdf).