Study and analysis some parametric for methods estimation of Survival Function

دراسة وتحليل بعض الطرائق المعلمية لتقدير دالة البقاء

ا.م.د علي جواد كاظم الكناني عبدالله احمد حمزة
جامعة القادسية / كلية العلوم والحاسوب والرياضيات / قسم الرياضيات

المستخلص

يعتبر موضوع المعوليه و تحليل البيانات باستخدام دالة البقاء من المواضيع المهمة في حياتنا اليومية ، وذلك لأنها تدخل في العديد من المجالات الهندسية والطبية والصناعية وسعى الباحث الى تحقيق هدف البحث وهو تقدير دالة البقاء للمرضى المصابين بسرطان الثدي، وقد تم جمع البيانات لهذه البحث من مركز الفرات الاوسط في النجف الاشرف ، وكانت البيانات المدروسة للفترة من (2013-2016) وكان العدد الكلي للمرضى في الدراسة هو(96) مريض وجميعهم توفوا خلال هذه المدة.

تم استخدام مجموعة من الطرائق المعلمية لتقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل ذو المعلمتين ، وهذه الطرائق (طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood Method (M.L.E)، طريقة العزوم Method Of Moment (M.O.M)، وطريقة المربعات الصغرى Ordinary Least Squares (O.L.S) .

Abstract

Reliability and data analysis using survival function are considered as important topics of our daily life, as they enter in many engineering, medical and industrial fields, the researcher urged through this paper to estimate survival function and the functions related to for breast cancer patients, he collected the data for this thesis from middle euphrates center located in Holy Najaf, the studied data were for the period (2013-2016), the total number of patients of this study was (96) patients, they all died within this time and they were all females, this study focused on the estimate of survival function.

1. المقدمة

يعرف السرطان بشكل عام على انه نوع من الامراض التي تجعل الخلايا المصابة تنمو وتتكاثر بصورة خارجه عن سيطرة وتحكم الجسم . [2]تحتل الأورام السرطانية المرتبة الثانية من بين مسببات الموت في جميع انحاء العالم بعد امراض القلب والاوعية الدموية . ولغاية الان وبالرغم من التطور الذي يشهده العالم وخاصة في مجال الطب الا انه لم يتم الوصول الى السبب الرئيسي للإصابة بسرطان الثدي وهو لا ينتج عن مسبب واحد بل هو ناتج من عدة عوامل محتملة والتي تزيد امكانية الاصابة بالمرض منها (العمر- الحالة الزوجية - الطمث المبكر وعوامل اخرى)، فضلا عن ذلك تشير الاحصائيات الخاصة بأمراض السرطان الى ان نسبة (5-10%) من حالات سرطان الثدي ناتجة عن مسببات وراثية ، حيث ان ضرر وظائف الجينات الطبيعية مثل جيني سرطان الثدي الاول والثاني (BRCA1-BRCA2) يؤدي الى الاصابة بالمرض، وهذه الجينات موجودة عند الرجال والنساء لذلك لا تقتصر الاصابة بمرض سرطان الثدي على النساء كما هو معروف، انما يمكن ان يصيب الرجال ايضا وبنسبة (1%) من مجموع المصابين . [2] [8]تختلف معدلات الاصابة بمرض سرطان الثدي باختلاف دول العالم اذ يتم تشخيص مليون حالة اصابة تقريبا في جميع انحاء العالم سنويا، وحوالي ثلث هذا العدد يموتون بسبب هذا المرض، حيث سجلت الولايات المتحدة الامريكية وبريطانيا معدلات اصابة كبيرة بهذا المرض، أما في قارة آسيا فكانت نسبة الاصابة في زيادة وفي قارة افريقيا كانت نسبة الاصابة بالمرض منخفضة . [9]

يتضمن هذا البحث استعراضا مرجعياً للمواضيع ذات العلاقة والمتمثلة بطرائق تقدير المعلمات ودالة البقاء والتطبيقات العملية لها حيث قامت الباحثة (الاعظمي) في عام (1999) [1] بتقدير انحدار انموذج كوكس على مجموعة من المريضات المصابات بسرطان الثدي في العراق ، وتوصلت الباحثة الى ان نوع العلاج هو المتغير الوحيد الذي يرشح مدة بقاء المريضات ، بينما لم يكن هناك اي تأثير معنوي بالنسبة للمتغيرات الاخرى .

وفي عام (2000) قامت الباحثة (العصفور) [4] باستخدام نماذج الانحدار المعلمية وشبة المعملية لإيجاد اهم العوامل المؤثرة في زمن بقاء مرضى سرطان الدم في حالة وجود بياناتمراقبة ، وقامت الباحثة بدراسة على مجموعة من المصابين بسرطان الدم في العراق ، وتوصلت الباحثة الى ان بيانات المرضى المصابين بسرطان الدم الحاد تتبع التوزيع اللوغارتيمي الطبيعي ، بينما بيانات المرضى المصابين بسرطان الدم المزمن لا تتبع نموذجا معلميا معروفا ، وعند استخدامها التحليل الاحصائي اتضح ان عدد كريات الدم البيضاء ونسبة الخلايا اللمفاوية وتضخم الكبد والطحال هي اهم العوامل المؤثرة في زمن البقاء .

وفي عام (2002) قامت الباحثة (الحميري) [3] باشتقاق مقدرات (الامكان الاعظم ، مقدر بيز القياسي ، ومقدر بيز- بيز التجريبي والمقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين) لدالة البقاء للتوزيع الاسي وتوصلت الباحثة الى ان اسلوب بيز- بيز التجريبي هو الافضل لتقدير دالة البقاء وذلك بالاعتماد على اسلوب المحاكاة .

أما في عام (2005) فقد قامت الباحثة (Perozek) [15] باستعمال القيم الحالية والمستقبلية حول التوقعات الفردية للبقاء على قيد الحياة لمجموعة من المرضى ، وقامت بتوليد سلسلة من دوال البقاء الذاتي للفرد بالاعتماد على توزيع جومبيرز و توزيع ويبل ذي المعلمتين لتقدير دالة البقاء، اذ اثبتت الباحثة ان دالة البقاء لتوزيع ويبل تعطي افضل النتائج .

أما في عام (2007) فقد استخدم الباحث (مراد) [6] انموذج كوكس وانموذج الانحدار اللوجستي لدراسة مدة البقاء للمريضات المصابات بسرطان الثدي (Breast cancer) لحين حدوث الوفاة ، والحصول على اهم المتغيرات المؤثرة على مرض سرطان الثدي دون الاعتماد على توزيع اوقات البقاء للمريضات ، وتوصل الباحث الى ان عوامل الخطورة التي حافظت على البقاء في انموذج كوكس هي العمر و هرمون الاستروجين ، بينما عوامل الخطورة التي حافظت على البقاء في انموذج اللوجستيك هي مرحلة الورم .

وفي عام (2015) قدرت الباحثة (فرحان) [5] دالة البقاء والدوال الاحتمالية (دالة المخاطرة ، دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التوزيعية) لبيانات حقيقة كاملة لأوقات الفشل على مرضى سرطان الرئة ، حيث استخدمت الباحثة بعض الطرائق المعلمية وبعض الطرائق اللامعلمية لتقدير الدوال مستخدمة بذلك معياري متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين الطرق، وتوصلت الباحثة الى ان طريقة الاختبار الاولي المقدرة (PR)اعطت افضل تقدير ضمن الطرائق المعلمية و طريقة التجريب (EM) اعطت افضل تقدير ضمن الطرائق اللامعلمية.

2.الجانب النظري

2.1دالةالبقاء Survival function S(t)

وتعرف دالة البقاء S(t) على انها احتمال بقاء المريض على قيد الحياة هو اكبر من الوقت المحدد ويعبر عنها رياضيا : [6]:

$$S(t) = Pr(T>t) \qquad (1)$$

حيث ان:

T: وقت ظهور الحدث .

t : هو الوقت المحدد .

ان دالة البقاء هي دالة غير متزايدة ومستمرة من جهة اليمين وتتناسب عكسيا مع الزمن ومن خواصها :-

$0 \le S(t) \le 1$

$S(0) = 1$

$\lim_{t\to\infty} S(t) = 0$

اي ان احتمال البقاء على قيد الحياة على الاقل عند الزمن صفر هو 1 ، واحتمال البقاء عند المالانهايه من الزمن هو صفر[11].

3.1 توزيع ويبل The Weibull Distribution

يعد توزيع ويبل من التوزيعات الاحتمالية المعلمية المستمرة والذي اكتشف من قبل العالم السويدي (Wallodi Weibull) عام (1939) ، ويعتبر هذا التوزيع من التوزيعات المهمة في دراسة دوال البقاء وتحليل الوقت المستغرق لحين حدوث الفشل [7] [10]. يمتلك توزيع ويبل في هذا البحث معلمتين احدهما تسمى معلمة الشكل β (shape parameter) ، والثانية تسمى معلمة القياس α (scale parameter) [14].

ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل تأخذ الشكل الاتي :-

$$f(t_i, \alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} t_i^{\beta-1} exp\left[-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \qquad (2)$$

اما دالة البقاء لتوزيع ويبل ذو المعلمتين هي :-

$$S(t) = exp\left[-(\frac{t}{\alpha})^{\beta}\right] \qquad (3)$$

2-2. طرائق التقدير The Estimation methods

1-2-2 طريقة الامكان الاعظم Maximum likelihood method (M.L.E)

تتميز هذه الطريقة بالعديد من الخصائص الاحصائية الجيدة منها خاصية الثبات (Invariant)، الاتساق (Consistency) . ويمكن توضيح هذه الطريقة كالاتي :-

لتكن t_i حيث ان (i=1,…. ,n) عبارة عن مفردات عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع له دالة كثافة احتمالية معلومة لذا فدالة الامكان (L) تمثل الدالة الاحتمالية المشتركة اي ان[12] :-

$$L = f(t_1,\alpha,\beta)\, f(t_2,\alpha,\beta) \dots\dots\dots f(t_n,\alpha,\beta)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} f(t_i,\alpha,\beta)$$

وعليه فان دالة الامكان لتوزيع ويبل ذو المعلمتين هي :-

$$L(t_1,t_2,\dots,t_n;\alpha,\beta) = \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\beta}{\alpha^{\beta}}\, t_i^{\beta-1} exp\left[-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right]\right]$$
$$= \frac{\beta^n}{\alpha^{n\beta}}\ \prod_{i=1}^{n}(t_i^{\beta-1})\, exp\left[\sum_{i=1}^{n}-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \qquad (3)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (3)نحصل على :-

$$LnL = n\,Ln\beta - n\beta Ln\alpha + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n} Lnt_i - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta} \qquad (4)$$

ومن اجل ايجاد القيمة التقديرية لمعلمة القياس β ومعلمة الشكل α التي تجعل دالة الامكان اعظم ما يمكن، نأخذ المشتقة الجزئية بالنسبة الى α,β [14].

عند اخذ المشتقة الجزئية بالنسبة للمعلمة α وبمساواة المشتقة للصفرنحصل على :-

$$\frac{\partial Ln\,L}{\partial\alpha} = \frac{-n\beta}{\alpha} + \beta\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\beta}}{\alpha^{\beta+1}} = 0$$

اذآ

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\hat{\beta}}}{n}\right]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \qquad (5)$$

وعند اخذ المشتقة الجزئية بالنسبة للمعلمةβ وعند مساواة المشتقة للصفر فان :-

$$\frac{\partial Ln\,L}{\partial\beta} = \frac{n}{\hat{\beta}} + \sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right)^{\hat{\beta}} lnt_i = 0 \qquad (6)$$

بسبب ارتفاع درجة المعادلة (6) الغير خطيه وعدم امكانية وضع β كدالة الى α لذلك نلجأ الى حل المعادلة باستخدام طريقة (نيوتن رافسون) وكما ياتي[12]:-

$$\hat{\beta}_j = \hat{\beta}_{j-1} - \frac{g(\hat{\beta}_{j-1})}{\acute{g}(\hat{\beta}_{j-1})} \qquad (7)$$

$$g(\hat{\beta}) = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta} Lnt_i \qquad (8)$$

$$\frac{\partial g(\hat{\beta})}{\hat{\beta}} = \acute{g}(\hat{\beta}_{j-1})$$

$$\acute{g}(\hat{\beta}_{j-1}) = \frac{-n}{\hat{\beta}^2} - \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{t_i}{\hat{\alpha}}\right)^{\hat{\beta}} [-\ln\hat{\alpha}\,(\ln t_i)^2]$$

عليه فان طريقة الامكان الاعظم لتقدير المعلمات α , β هي $\hat{\alpha}_{MLE}$، $\hat{\beta}_{MLE}$ ، و للحصول على تقدير دالة البقاء S(t) لتوزيع ويبل ذو المعلمتين، وبتعويض مقدرات الامكان الاعظم في (3) نحصل على[14]:-

$$\hat{S}(t) = exp\left[-(\frac{t}{\hat{\alpha}_{MLE}})^{\hat{\beta}_{MLE}}\right] \qquad (9)$$

2-2-2 طريقة العزوم M.O.M) Method of moments

تعتمد طريقة العزوم على مساواة عزم المجتمع m_r المقدر مع عزم العينة μ_r وذلك لإيجاد صيغة تقديرية للمعلمات، وتعتبر هذه الطريقة من الطرائق الواسعة الاستخدام في تقدير معلمات التوزيعات الاحصائية[13].
لإيجاد العزم r يكون بالصيغة الاتية :-

$$m_r = E(t^r) = \int_0^{\infty} t^r \ \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} \ t^{\beta-1} exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] dt$$

$$m_r = \ \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} \ \alpha^{\beta+r-1} \ \frac{\alpha}{\beta} \int_0^{\infty} y^{1+\frac{r}{\beta}-\frac{1}{\beta}-y-1+\frac{1}{\beta}} \ e^{-y} dy$$

اذآ العزم من الرتبة r لتوزيع ويبل هو

$$m_r = \alpha^r \ \Gamma\left(1+\frac{r}{\beta}\right) \qquad (10)$$

من المعادلة (10 نحصل على العزم الاول الذي يمثل المتوسط (Mean) لتوزيع وبيل عندما (r = 1) ويكون بالصيغة :-

$$m_1 = E(t) = \alpha \ \Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \qquad (11)$$

وبما ان

$$\mu_1 = \bar{t} = \ \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n}$$

وبمساواة العزمين الاولين

$$\mu_1 = m_1$$

نحصل على :-

$$\bar{t} = \alpha \ \Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\bar{t}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\hat{\beta}}\right)} \qquad (12)$$

نحصل على العزم الثاني لتوزيع وبيل عندما (r =2) وتعويضه بالمعادلة (10) فيكون بالصيغة :-

$$m_2 = \mathrm{E}(t^2) = \alpha^2 \ \Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)$$

وبما ان

$$\mu_2 = \ \frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i^2)}{n}$$

وبمساواة العزمين

$$m_2 = \mu_2$$

نحصل على :-

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i^2)}{n} = \ \alpha^2 \ \Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)$$

ويمكن الحصول على التباين من القانون :-

$$Var = \sigma^2 = \alpha^2 \ \Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \ \left(\alpha\Gamma(1+\frac{1}{\beta})\right)^2$$

$$= \alpha^2 \left[\ \Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2(1+\frac{1}{\beta})\right] \qquad (13)$$

عند قسمة التباين (Variance)على مربع المتوسط (Mean)نحصل على دالة بدلالة β وكما يأتي :

$$\frac{\sigma^2}{\mu_1} = \frac{\alpha^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{\left(\alpha\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2}$$

$$= \frac{\alpha^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{\alpha^2\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2}$$

$$= \frac{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2} \qquad (14)$$

وبجذر طرفي المعادلة (14) نحصل على معامل الاختلاف C.V (Coefficient of variation)

$$C.V = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} \qquad (15)$$

من المعادلة (15) ومن خلال اعطاء قيم مختلفة للمعلمة β يمكن انشاء جداول الى $C.V$
وكذلك نقوم بحساب معامل الاختلاف لبيانات العينة والذي نرمز له بالرمز $(C.V)_d$ للحصول على مقدر β باستخدام القانون الاتي [7]:-

$$(C.V)_d = \frac{s}{\bar{t}}$$

حيث ان:
s هو الانحراف المعياري .
وبعد الحصول على القيمتين الحسابية والتي هي $(C.V)_d$ و الجدولية $C.V$ يمكننا حينها الحصول على القيمة التقديرية الىβ والتي من خلالها نحصل على القيمة التقديرية للمعلمة α.
عليه فان مقدر دالة البقاء والدوال المرتبطة بها يكون بصورة تقريبية و كما يأتي[12]:-

$$\hat{S}(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\hat{\alpha}_{MOM}}\right)^{\hat{\beta}_{MOM}}\right] \qquad (16)$$

3-2-2 طريقة المربعات الصغرى Least squares Method(O.L.S)

وتعتبر من الطرائق واسعة الاستخدام في المسائل الهندسية والرياضية، يمكن توضيح طريقة المربعات الصغرى لأنموذج الانحدار الخطي البسيط التالي :

$$y_i = a + bx_i + e_i$$

من خلال ايجاد تقدير لقيم المعلمات a, b التي تجعل مجموع مربعات الاخطاء اقل ما يمكن

$$\sum_{i=1}^{n} {e_i}^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2$$

حيث ان :-
x_i : المتغير المستقل .
y_i: المتغير المعتمد .
e_i: يمثل الخطأ العشوائي والذي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين معلوم σ_e^2 .
وقد استخدمنا الصيغة $\hat{F}(t_i) = \frac{i}{1+n}$ لتقدير[7] [12].

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right]$$

$$1 - F(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right]$$

$$\ln(1 - F(t)) = -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي مره اخرى نحصل على :-

$$ln\left[\left(ln\left(\frac{1}{1-F(t)}\right)\right] = \beta \ln(t) - \beta \ln(\alpha) \qquad (17)$$

يمكن تحويل العلاقة الى انموذج انحدار خطي كما يأتي :-

$$y = ln\left[(ln\,(\frac{1}{1-F(t)})\right]$$

a= − β ln (α)

b= β

x= ln (t)

وباستخدام تقدير المربعات الصغرى يمكن ان نحصل على تقدير معلمة الشكل ومعلمة القياس لتوزيع ويبل كما يأتي :-

$$\hat{\beta}_{ols} = \hat{b} = \frac{\sum(t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum(t_i - \bar{t})^2}$$

$$\hat{a} = -\hat{\beta}\ln(\hat{\alpha})$$

$$\hat{\alpha}_{ols} = \exp(-\frac{\hat{a}}{\hat{\beta}_{ols}}) \qquad (18)$$

ويمكن ايجاد تقدير دالة البقاء بصورة تقريبية عند تعويض مقدرات المربعات الصغرى لمعلمات توزيع ويبل وكما يأتي[14]:-

$$\hat{S}(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{\hat{\alpha}_{ols}}\right)^{\hat{\beta}_{ols}}\right] \qquad (19)$$

3.الجانب التطبيقي

اعتمد هذا البحث على بيانات كاملة (بيانات المتوفين وعددهم 96) وكان التركيز على فترة البقاء محسوبة بالأيام

243,303,430,435,442,480,553,614,636,660,696,700,719,720,723,731,749,772,790,825,835,848,877,913
،956,960,961,987,988,1006,1032,1044,1051,1069,1070,1071,1072,1080,1083,1085,1107,1110,1119,1123
،1124,1126,1139,1152,1159,1170,1175,1181,1205,1207,1208,1219,1243,1250,1254,1269,1274,1288,1289
،1292,1294,1303,1315,1316,1338,1350,1381,1391,1415,1424,1435,1480,1491,1499,1537,1539,1559,1597
1656,1688,1690,1716,298,931,937

1.3 نتائج تحليل البيانات

للحصول على تقديرات معلمتي الشكل والقياس لتوزيع ويبل تحت بيانات حقيقية بالاعتماد على صيغ معادلات الخاصة بالطرائق المعلمية تم استخدام برنامج (MATLAB 2014) ، وبعد ايجاد قيم تقدير معلمة الشكل ومعلمة القياس لتوزيع ويبل يمكن ايجاد تقدير دالة البقاء ونتائج التقدير تظهر في الجدول (1) .

جدول(1) :يمثل القيم التقديرية لدالة البقاء

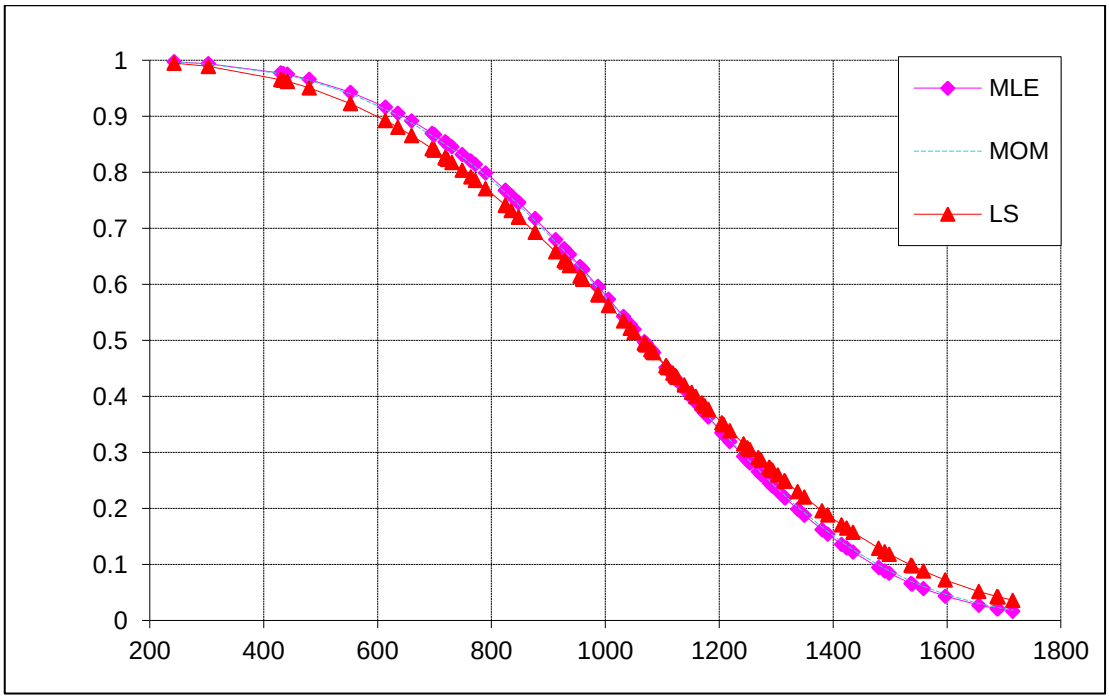
Time/Days	$\hat{S}_{MLE}(t)$	$\hat{S}_{mom}(t)$	$\hat{S}_{OLS}(t)$
243	0.9972909206	0.996977	0.994595
303	0.9938182754	0.993211	0.988875
430	0.9772478471	0.975644	0.965291
435	0.9762528079	0.9746	0.963972
442	0.9748078036	0.973087	0.96207
480	0.9658442643	0.963733	0.950564
553	0.9426450434	0.939739	0.922455

614	0.9162971269	0.912744	0.892416
636	0.9050741859	0.901307	0.880051
660	0.8917354969	0.887753	0.865622
696	0.8695220436	0.865262	0.842138
700	0.8668877776	0.862601	0.839393
700	0.8668877776	0.862601	0.839393
719	0.8539167193	0.849515	0.825988
719	0.8539167193	0.849515	0.825988
720	0.8532130042	0.848806	0.825266
723	0.8510892205	0.846666	0.823089
731	0.8453330734	0.84087	0.817212
749	0.8318885853	0.827351	0.803605
764	0.8201643504	0.815583	0.791867
772	0.8137188586	0.809121	0.785461
790	0.7987306020	0.794113	0.770684
825	0.7676962106	0.763118	0.740568
825	0.7676962106	0.763118	0.740568
835	0.7583824884	0.753835	0.731644
848	0.7459870839	0.741493	0.71984
848	0.7459870839	0.741493	0.71984
877	0.7172068406	0.712888	0.692729
913	0.6794582749	0.675467	0.657718
928	0.6631272109	0.659307	0.642739
928	0.6631272109	0.659307	0.642739
931	0.6598216185	0.656038	0.639718
937	0.6531725697	0.649465	0.633653
956	0.6318005592	0.628354	0.61425
960	0.6272432550	0.623856	0.61013
961	0.6261009384	0.622728	0.609099

987	0.5960109314	0.593055	0.582043
988	0.5948397080	0.591901	0.580994
1006	0.5736041743	0.570985	0.562035
1032	0.5424972613	0.540379	0.534424
1044	0.5280086617	0.526135	0.521619
1051	0.5195285869	0.517802	0.51414
1069	0.4976551541	0.496314	0.494888
1070	0.4964379704	0.495119	0.493819
1071	0.4952206470	0.493924	0.492749
1072	0.4940031944	0.492728	0.49168
1080	0.4842601964	0.483162	0.483125
1083	0.4806057255	0.479574	0.479919
1085	0.4781693859	0.477182	0.477782
1107	0.4513937644	0.450905	0.454325
1107	0.4513937644	0.450905	0.454325
1110	0.4477495979	0.447329	0.451136
1119	0.4368338532	0.43662	0.441586
1123	0.4319919735	0.43187	0.437351
1124	0.4307825488	0.430683	0.436293
1126	0.4283650289	0.428312	0.434179
1139	0.4126999485	0.412946	0.420481
1152	0.3971363304	0.397681	0.40687
1159	0.3888061310	0.389511	0.399582
1170	0.3757975824	0.376751	0.388196
1175	0.3699208284	0.370987	0.383049
1181	0.3629010938	0.364101	0.376898
1205	0.3352175355	0.33694	0.352593
1207	0.3329418625	0.334707	0.350591
1208	0.3318059618	0.333592	0.349591

1219	0.3193991279	0.321414	0.338661
1243	0.2929362540	0.295427	0.315258
1250	0.2853880036	0.28801	0.308555
1254	0.2811113690	0.283807	0.304751
1269	0.2653212410	0.268282	0.290664
1274	0.2601476914	0.263192	0.286032
1288	0.2459116864	0.249181	0.273241
1289	0.2449092694	0.248194	0.272338
1292	0.2419138114	0.245244	0.269636
1294	0.2399267315	0.243287	0.267842
1303	0.2310842572	0.234575	0.259839
1315	0.2195530655	0.223206	0.249351
1316	0.2186057549	0.222271	0.248487
1338	0.1983104719	0.202234	0.229858
1350	0.1876912133	0.191734	0.220017
1381	0.1617861739	0.166067	0.195679
1391	0.1539100335	0.158246	0.188172
1415	0.1359798200	0.140405	0.170854
1424	0.1296119589	0.134055	0.164618
1435	0.1220931330	0.126547	0.157188
1480	0.0943379826	0.098713	0.129015
1491	0.0882762631	0.092605	0.122672
1499	0.0840421385	0.088331	0.118191
1537	0.0658786709	0.069912	0.098424
1539	0.0650093635	0.069027	0.097452
1559	0.0567733539	0.060618	0.088101
1597	0.0433025386	0.046768	0.072134
1656	0.0274165313	0.030218	0.051717
1688	0.0209844721	0.023416	0.042674

1690	0.0206270435	0.023036	0.042153
1716	0.0164140017	0.018531	0.035818



شكل (1) يوضح رسم دالة البقاء لجميع الطرائق المعلمية .

من خلال الجدول (1) الشكل (1) نلاحظ ان قيم التقديرية لدالة البقاء لجميع الطرائق المعلمية انخفضت تدريجيا عن زيادة وقت البقاء للمرضى، حيث ان عند (t=243) كانت قيمة دالة البقاء اعلى لجميع الطرق حيث كانت قيمة دالة البقاء بطريقة الامكان الاعظم هي (0.9972909206) بينما بطريقة العزوم فكانت (0.996977) اما بطريقة المربعات الصغرى كانت (0994595) ، بينما عندما (t=1716) كانت اقل قيمة لدالة البقاء لجميع الطرق المعلمية حيث كانت قيمة دالة البقاء بطريقة الامكان الاعظم هي (0.0164140017) اما بطريقة العزوم فكانت (0.018531) بينما بطريقة المربعات الصغرى كانت (0.994595).

2.3 المقارنة بين الطرائق المعلميه بالاعتماد على مقياس MSE

من اجل المقارنة بين الطرائق المعلميه سوف نستخدم معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالاعتماد على بيانات حقيقية للمرضى المصابين بسرطان الثدي حيث ان [5]:-

$$MSE[\hat{S}(t_i)] = \frac{\sum_{i=0}^{n}[S(t_i) - \hat{S}(t_i)]^2}{n}$$

حيث ان n تمثل عدد المرضى و i = 1 ... . n

ولإيجاد دالة البقاء الحقيقية $S(t_i)$ نستخدم طريقة (Median rank) على فرض ان [5] :-

$$F(t_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4}$$

$$\rightarrow S(t_i) = 1 - \frac{i-0.3}{n+0.4}$$

والجدول (2) يوضح قيم (MSE) للطرائق المختلفة .

جدول (2): يمثل المقارنة بين الطرائق المعلميه.

Metheds	$\mathbf{MSE}[\widehat{S}(t_i)]$
M.L.E	0.0033
M.O.M	0.0035
O.L.S	0.0046

من النتائج السابقة يمكننا الاستنتاج الى ان طريقة الامكان الاعظم افضل طريقة لتقدير دالة البقاء من بين طرائق التقدير المعلميه والتي قيمتها (0.0033) .

4.الاستنتاجات Conclusions

من خلال النتائج التي حصلنا عليها توصلنا الى الاستنتاجات الاتية :-

1- لجميع الطرق نلاحظ ان قيم تقدير دالة البقاء تتناقص تدريجيا مع زيادة اوقات الفشل.

2- هناك علاقه عكسيه بين دالة المخاطرة وبين اوقات الفشل لجميع طرق التقدير المدروسه .

3- تبين ان طريقة الامكان الاعظم هي افضل طريقة معلميه من خلال بيانات الدراسة باستخدام متوسط مربعات الخطأ .

5. التوصيات Recommendations

من خلال النتائج التي تم الحصول عليها هناك عدد من التوصيات من اجل العمل بها في المستقبل :-

1- الاهتمام بالحصول على البيانات لسرطان الثدي في جميع محافظات العراق لحساب دالة الخطورة ، ودالة البقاء ، ودالة الكثافة الاحتمالية ، ودالة التوزيع التراكمي .

2- تعد الامراض السرطانية من الامراض الخطرة على حياة الانسان فلابد من اقامة دورات توعيه ومختبرات خاصة للوقاية من المرض ،لان عند اكتشاف المرض في مرحله مبكره تكون نسبة الشفاء 99% .

المصادر References

[1]الاعظمي، يسرى طارق اسماعيل (1999) . دراسة وتحليل نموذج (Cox) مع تطبيق عملي. رسالة ماجستير- كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد .

[2]جواد، زينب نزار (2012). العلاقة بين الطفرات في جيني BRCA1،BRCA2 وبعض عوامل الخطورة لدى مرضى سرطان الثدي في محافظة كربلاء . رسالة ماجستير- كلية التربية - جامعة كربلاء .

[3]الحميري، عبير عبد الامير عبد النبي (2002). مقارنة طرق تقدير دالة المعوليه مع اسلوب بيز- بيز التجريبي باستخدام المحاكاة . رسالة ماجستير- كلية الادارة والاقتصاد –جامعة بغداد .

[4] العصفور، زينب يوسف داوود (2000). استخدام نماذج الانحدار لإيجاد اهم العوامل المؤثرة في زمن بقاء مرضى سرطان الدم . رسالة ماجستير- كلية الادارة والاقتصاد - الجامعة المستنصرية .

[5]فرحان، ابتهال حسين (2015). تقدير دالة البقاء لبيانات حقيقيه كاملة لمرضى سرطان الرئة . رسالة ماجستير - كلية التربية ابن الهيثم - جامعة بغداد .

[6] مراد، عباس كول مراد (2007). استخدام نموذجي cox و logistic في تحليل البقاء مع تطبيق عملي . رسالة ماجستير - كلية الادارة والاقتصاد - . رسالة ماجستير - كلية الادارة والاقتصاد - الجامعة المستنصرية .

[7]Al Fawzan, M. (2000). " methods for estimation the parameters of weibull distribution ". King Abdul-Aziz city for science and technology, Riyadh, Saudi Arabia .

[8] American cancer society , (2015_2016). Inc, www.breast cancer.org .

[9] American cancer society , (2017). www.breast cancer.org .

[10] Hastings,N. , Evans,M. , Peacock,B .(2000). "Statistical distribution". Fourth edition, Wiley.

[11] Lee, E. ,Wang,J. (2003)." Statistical methods for survival data analysis". Third edition, Wiley.

[12] Lei,Y. (2008). "Evaluation of three methods for estimating the weibull distribution parameters of chinese pine ". Journal of forest, science Vol. 54, No.12, pp. 566- 571.

[13] Nielsen, M.(2011). " Parameter estimation for the two parameter weibull distribution ". Brigham Young University – Provo .

[14]Noyanim, F, Anderson,(2014). C."A comparison of methods for the estimation of weibull distribution parameters". Metodolosk zvezki, Vol.11,No.1, pp.65-78 .

[15] Perozek, M. (2005) “Using subjective expectations to forecast longevity: Do survey respondent know something we don’t know?