Determine the appropriate model to queuing theory to improve banking service

تحديد الأنموذج المناسب لنظرية صفوف الانتظار لتحسين الخدمة المصرفية

أ.د عبد الحسين حسن الطائي ، إنصاف جاسم مهدي المسعودي
كلية الإدارة والاقتصاد– قسم الإحصاء

البحث مستل من رسالة ماجستير

المستخلص

إن نظرية صفوف الانتظار شهدت اهتماماً واسعاً لدى الباحثين والدارسين عن طريق كثرة البحوث والدراسات عن هذا الموضوع التي وجدت مجالات عدة لتطبيقها .

إذ أستعرض في الجانب النظري من هذا البحث أهم العناصر الأساسية لنماذج صفوف الانتظار، والأنماذج الرياضية الخاصة بصفوف الانتظار.إما الجانب العملي فقد تضمن عملية جمع البيانات الحقيقية،واستخدام الانموذج(M/M/m).واجراء اختبار حسن المطابقة لغرض التأكد من نوع التوزيع النظري للبيانات الحقيقية .

وكانت النتائج أن الأنموذج المناسب هو (M/M/3) ، بدلاً من(M/M/2).الذي يؤدي إلى صغر حجم صف الانتظار وعدم ضياع وقت الزبائن .

Abstract

The queuing theory has been widely interested from researchers and scholars through the many researches and studies on this topic, which have found many areas to be applied. In the theoretical aspect of this research, I review the most important elements of the queuing models and the mathematical models of the queuing theory. The practical aspect may include the collection of real data, used model (M/M/m), and the conduct of a good match test to ascertain the theoretical distribution of the real data.

The results were that the appropriate model is (M / M / 3), rather than (M / M / 2). Which leads to the small size of the queue and not lost time customers.

1- المقدمة :

أن نظرية صفوف الانتظار (Queueing theory) تطبق في مختلف المظاهر التي يتحتم على الوحدات الطالبة للخدمة (الزبائن Customer) الانتظار للحصول على خدمة معينه ، وذلك عن طريق تجهيزات معينة (قنوات الخدمة Services channel) . وان حالات الانتظار للحصول على الخدمة شائعة في حياتنا اليومية عندما تنتظر الوحدات في صفوف أو طوابير معينة للحصول على خدمة معينة مثل المصارف والقطارات ومحطات الوقود وغيرها.

لأجل بلوغ الهدف تضمن البحث قسمين، فالقسم الاول الذي يمثل الجانب النظري فقد تضمن العناصر الأساسية لأنماذج صفوف الانتظار والأنماذج الرياضية الخاصة بصفوف الانتظار. أما القسم الثاني الذي يمثل الجانب العملي وهو الجانب التطبيقي (البيانات الحقيقية) إذ يبين كيفية جمع البيانات وتحليلها وأجراء الاختبار للتأكد من التوزيع ومن ثم أِيجاد مقاييس الأداء لأنظمة صفوف الانتظار (M/M/m) . فضلاً عن الاستنتاجات والتوصيات التي توصلت إليها الباحثة.

2- هدف البحث :

يسعى البحث إلى تحقيق الأهداف التالية :-

1. محاولة دراسة وتحليل صفوف الانتظار للتقليل من وقت الانتظار والحصول على الخدمة اللازمة في المصارف.
2. اختيار أفضل عدد ملائم لقنوات الخدمة الذي يؤدي خدمة جيدة للزبائن .

3- الجانب النظري

3-1 المقدمة :

من المعلوم إن الانتظار في صفوف (queues) للحصول على خدمة (Service) أو سلعه معينة أصبحت مشكلة في حياتنا اليومية، إذ نجد الصفوف في جميع قنوات الخدمة ، ففي المصارف التي تتميز بتدفق الوحدات الطالبة للخدمة (الزبائن) إلى قنوات الخدمة للحصول على خدمه ما ، غالبا ما يشاهد زخم كبير من الوحدات الطالبة للخدمة مكونا بذلك صفوف انتظار، وإن مشكله الزخم قد تعود إلى صعوبة التنبؤ بعدد الوحدات الطالبة للخدمة التي تصل إلى قنوات الخدمة وكذلك الوقت الذي تستغرقه هذه

الوحدة داخل قناة الخدمة لحين تلقيها الخدمة ، وان صفوف الانتظار تظهر عندما يكون الطلب على الخدمة أعلى من طاقة نظام الخدمة.

من الضروري معالجه مشكله صفوف الانتظار للتقليل أو للتخلص من الوقت الإضافي للبقاء في صفوف الانتظار، وذلك عن طريق إيجاد الحل الأمثل والمناسب لنظريه صفوف الانتظار التي تسمح باشتقاق وحساب عدد من مقاييس الأداء لصفوف الانتظار، وسيتم الاطلاع في هذا القسم على أهم العناصر الأساسية والرموز والنماذج الخاصة بصفوف الانتظار .
ولذلك فأن دراسة موضوع صفوف الانتظار تحتاج إلى دراسة وتحليل العناصر الأساسية فيها .

2-3 عناصر أنموذج صفوف الانتظار ELEMENTS OF A QUEUING MODEL [1][2][3] :

تعتمد صفوف الانتظار بصورة عامة على عدد من العناصر الأساسية التي يمكن وصفها المفتاح الرئيس لتحليل ودراسة صفوف الانتظار وهذه العناصر هي :-

1. وقت الوصول(Arrival Time):

يعرف بأنهُ عدد الوحدات (أشخاص، سيارات، مكائن،...) الواصلة في وحدة الزمن(ساعة، يوم، أسبوع،...) ، وكذلك يمكن أن يعرف وقت الوصول بأنه المدة بين وصول وحدتين متتاليتين (Interarrival Time) إلى قناة الخدمة ، وان عملية وصول الوحدات قد تكون ذات شكل ثابت (constant) أو عشوائي (Randomly) مستقل بعضهم عن البعض الأخر، ويعد هذا العنصر من احد العناصر التي تساعد على تحديد نوع النموذج.

2. **وقت الخدمة (Service Time)** :

يعرف وقت الخدمة بأنهُ معدّل عدد الوحدات (الزبائن) الحاصلة على الخدمة في مدة زمنية معينة ، ويعرف أيضا بأنه معدّل الوقت المستغرق لأداء الخدمة لوحدة واحدة ، وان وقت الخدمة قد يكون ثابتا (Constant) أو عشوائيا (Randomly) ذا توزيع احتمالي معين.

3. **قنوات الخدمة (Service Channels) :**

وهي محطات الخدمة أو ممراتها التي ستدخلها الوحدات الطالبة للخدمة لتلقي الخدمة منها ، وتقدم الخدمة بواسطة قناة واحدة أو بواسطة عدة قنوات ، وفي حالة القنوات المتعددة فأنها أما أن تكون متوازية بحيث يمكن أن تخدم عدة وحدات بوقت واحد كما في تقديم الخدمة في المصارف ؛ أو أن تكون متتالية وفي هذه الحالة فان الوحدة الطالبة للخدمة تمر بعدة مراحل متتابعة كل مرحلة منها تمثل قناة خدمية واحدة كما في تقديم الخدمة في المطارات.

4. **أنظمة الخدمة (Service Discipline) :**

توجد عدة أنظمة قد تختلف فيما بينها إذ يتم بموجبها التحكم بنوع تقديم الخدمة وهي:

- "من يأتي أولاً يخُدم أولاً" (FCFS) (First Come First Service) " من يأتي أخراً يخُدم أولاً" (LCFS) (Last Come First Service)
- نظام الخدمة بترتيب عشوائي (SIRO) (Service In Random Option) .
- نظام الأسبقية (Priority System).

5. **حجم النظام (Queue Size) :**

يقصد بحجم النظام بأنه عدد الوحدات التي يستوعبها النظام ، أو هو العدد المسموح به من الوحدات التي يمكن أن يستوعبها ذلك النظام ، وأن عدد هذه الوحدات قد يكون محدوداً كما هو الحال في حجز المقاعد في الطائرات أو غير محدود كما في أنظمة الهاتف، والتي يستعمل فيها الهاتف بعدد غير محدود من النداءات.

6. **مصدر الوحدات (الزبائن) (Customers Source) :**

إن مصدر الوحدات الطالبة للخدمة يقسم إلى قسمين هما :-

أ . **المصدر النهائي :** ويتضمن هذا المصدر عدد محدود من الوحدات التي تتقدم للخدمة، كالآلات و المكائن في المصنع.

ب. **المصدر اللانهائي** : يتضمن هذا المصدر عدد غير محدود من الوحدات التي تتقدم للخدمة كما في حاله قدوم عدد من الوحدات (الزبائن) إلى إحدى الدوائر الرسمية كالمصارف.

7. **سلوك الوحدات(الزبائن) (Customer Behavior) :**

ان طول صف الانتظار او وقت انتظار الوحدة او مدة وقت الخدمة يعتمدان في الغالب على سلوك الوحدة (الزبون) الذي يصنف إلى :-

أ. **العائق Balking :** يبين هذا السلوك أن الوحدة الطالبة للخدمة قد لا يرغب في الانضمام بصف الانتظار إذا لاحظ أن الصف طويل وذلك باعتقاده قد يأخذ منه وقت انتظار أكثر ، على سبيل المثال الوحدة (الزبون) الذي يريد السفر بالقطار عند رؤيته لصف الانتظار الطويل أمام عداد التذاكر قد لا يحب الانضمام إلى صف ويريد نوع أخر من النقل للوصول إلى غايته.

ب. **نكث العهد Reneging:** في هذا السلوك تقف الوحدة الطالبة للخدمة في صف الانتظار وبعد وقت من الانتظار قد تفقد الوحدة (الزبون) صبرها وتترك الصف قبل أن تقدم لها الخدمة.

ج. **التواطؤ Collusion**: في هذا السلوك عدة وحدات قد يتعاونون فيما بينهم إذ واحد منهم فقط قد يقف في صف الانتظار إذ أن الوحدة الواحدة تمثل مجموعة من الوحدات وأن طول صف الانتظار قد يكون صغيرا ولكن وقت الخدمة لأحد الوحدات كبيراً ، وهذا قد يؤدي إلى فقدان الوحدات الأخرى في صف الانتظار صبرهم .

د. **التسابق Jockeying:** في هذا السلوك الوحدة (الزبون) الموجودة في أحد صفوف الانتظار بعد رؤية طول الصف الأخر الذي هو اقصر مع أمل الحصول على الخدمة قد يترك الصف الحالي وينضم إلى الصف الأقصر إذا كان هناك أكثر من صف انتظار ، أي الوحدات الطالبة للخدمة قد لا تلتزم في صف واحد وإنما تتنقل من صف إلى أخر لغرض التقليل من زمن الانتظار.

ولتسهيل دراسة العناصر الأساسية المذكورة آنفاً سيتم وصفها برموز خاصة تعبر عن تلك العناصر تسمى برموز كندال (Kendall's Notation) والتي تتكون من ستة رموز وهي كما يأتي [4][5]:-

(T/X/C)(K/Y/Z)

T: رمز يمثل عدد الوحدات الواصلة. ويمكن أن يأخذ إحدى المؤشرات الآتيـة:

[M]: ومعناها " Markovian " وهو مؤشر يمثل توزيع بواسون " Poisson Distribution " لعدد الوحدات الواصلة.

[D]: ومعناها " Deterministic " وهو مؤشر يمثل التوزيع الذي تكون متغيراته محدده.

[E_k]: مؤشر يمثل توزيع إيرلانك " Erlang Distribution " مع شكل المقياس k.

[G]: والتي تمثل التوزيع العام " General Distribution "بمتوسط وانحراف معياري معروفين.

X: رمز يمثل وقت الخدمة . ويمكن أن يأخذ إحدى الؤشرات الآتية:

[M]: ومعناها " Markovian " وهو مؤشر يمثل التوزيع الأسُي " Exponential Distribution " .

[D]: ومعناها " Deterministic " وهو مؤشر يمثل التوزيع الذي تكون متغيراته محدده.

[E_k]: تمثل توزيع إيرلانك " Erlang Distribution " مع شكل المقياس k.

[G] : والتي تمثل التوزيع العام " General Distribution "بمتوسط وانحراف معياري معروفين.

C: تمثل عـدد محطات الخدمـة أو عدد قنوات الخدمة (Number of service).

K: تمثل نظام الخدمة (Service Disiciplin) . ويمكن أن يأخذ إحدى المؤشرات الآتيـة:

- من يأتِ أولاً يخُدم أولاً " FIFO (First In First Out) أو " FCFS" (First Come First Service).
- من يأتِ أخراً يخُدم أولاً " LIFO " (Last In First Out) أو " LCFS " (Last Come First Service) .
- قد تكون تقديم الخدمة ليس لـه علاقـة بالحـالتين المذكورة آنفاً أي تـتم الخدمـة بشكل عشـوائي "RANDOM" (Service in random order).
- الإمساك بالخط ،أي عند وصول وحدات مهمين فأنهم سيأخذون بداية خط الانتظار"HL" (Hold On Line).
- حق الشفعة (سماحية) ، أي عند وصول وحدات مهمين، فسوف تقدم الخدمة لهم مباشرة والوحدة التي كانت تحت الخدمة تعود إلى خط الانتظار"PR" (Preemption) .
- النظام العام"GD" (General Discipline) .

Y: تمثل حجم النظام ، ويقصد به أعلى عدد من الوحدات (الزبائن) المسموح لها بالدخول إلى النظام وعند وصول النظام إلى طاقته القصوى فسيتم استبعاد أي وحدة (زبون) من الإفادة من أداء الخدمة أو إن تلك الوحدة ستترك الصف.

Z: تمثل حجم المجتمع الذي تأتي منه الوحدات (الزبائن) ، إذ إما أن يكون حجم المجتمع محدوداً (Finite) ويرمز له ب(N) أو يكون غير محدود (Infinite) ويرمز له ب (∞).

وان نظرية صفوف الانتظار قد تستند على عدد من الرموز والتي يمكن توضيحها كالآتي:

L_s : متوسط عدد الوحدات طالبة الخدمة في النظام.

L_q : متوسط عدد الوحدات طالبة الخدمة في صف الانتظار.

W_s : متوسط الوقت الذي تستغرقه كل وحدة في النظام.

W_q : متوسط الوقت الذي تستغرقه كل وحدة في صف الانتظار.

λ : معدل الوصول في وحدة الزمن.

μ : معدل تقديم الخدمة في وحدة الزمن.

ρ : يسمى بنسبة الاستخدام أو نسبه انشغال مقدم الخدمة ، والذي يساوي معدل الوصول للوحدات الطالبة للخدمة في وحدة الزمن مقسوما على معدل وقت الخدمة في وحدة الزمن .

n: عدد الوحدات في النظام في المدة الزمنية (t) (وتكون مقاسه بوحدات الزمن مثل: ساعات – أيام – أشهر ....الخ)

$P_n(t)$: احتمال وجود n من الوحدات في النظام خلال الزمن t .

P_n : احتمال وجود n من الوحدات في النظام.

P_0 : احتمال عدم وجود أي وحده في النظام.

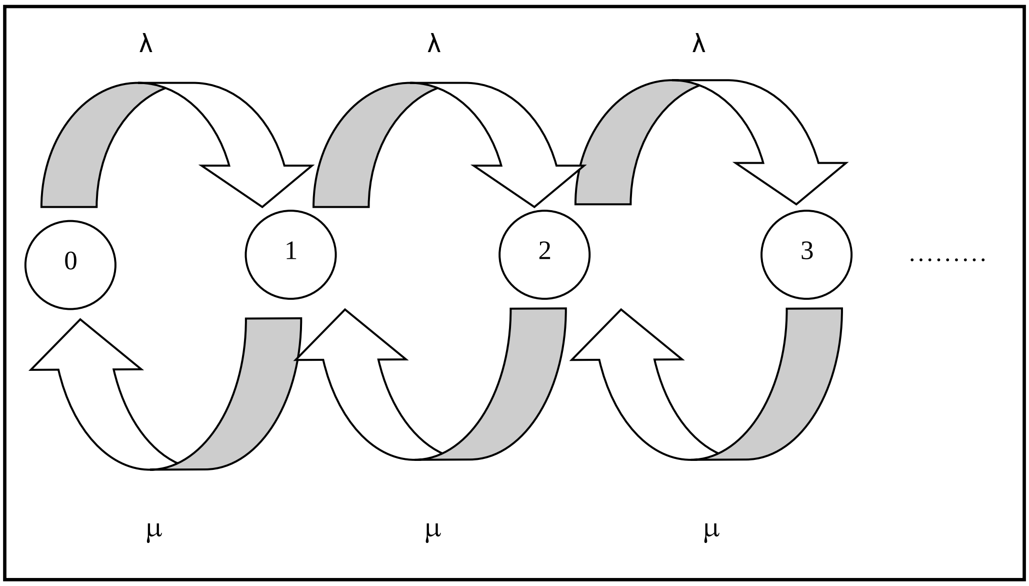
أن نظرية صفوف الانتظار تعد من الأنماذج الرياضية والإحصائية التي تستعمل في التطبيقات العملية ، وهذه النظرية تعتمد على الأنماذج الإحصائية المعلمية واللامعلمية وسيتم الاعتماد على الأنماذج المعلمية التي تتمثل بالتوزيعات الاحتمالية ، إذ تتنوع هذه الأنماذج اعتماداً على العناصر الأساسية لصفوف الانتظار، وسيتم التركيز على توزيع بواسون Poisson distribution والتوزيع الآسي exponential distribution بوصفها التوزيعين الرئيسين والأساسين في نظرية صفوف الانتظار.

3-3 الأنماذج الرياضية الخاصة بصفوف الانتظار

توجد عدة نماذج رياضية وإحصائية يمكن أن تستعمل في نظرية صفوف الانتظار ومنها نموذج (M/M/1) ونموذج(M/M/m).

1) **أنموذج (M/M/1)** [6] [7] :

هو نظام انتظار مع قناة خدمة واحدة وان وصول الوحدات (الزبائن) يتبع التوزيع المتقطع وان اقرب توزيع إحصائي يلائم صفوف انتظار لهذا الأنموذج هو توزيع بواسون (Poisson distribution) بمعدل وصول (λ) ، بينما أوقات الخدمة فإنها تتبع التوزيع المستمر وأفضل توزيع إحصائي لهذا الأوقات هو التوزيع الآسي (exponential distribution) بمعدل ($\frac{1}{\mu}$) فإذا كان المجتمع غير محدود فان نظام الخدمة هو من يأتي أولا يخدم أولا (FCFS) وبمعدل وصول(λ) أقل من معدل تقديم الخدمة (μ) أي أن (λμ>). والشكل أدناه يوضح عمليه الوصول والمغادرة لهذا الأنموذج:



الشكل (1) حالة الانتقال لأنموذج (M/M/1)

يلاحظ من خلال الشكل (1) بأن عملية وصول الوحدات الى النظام هو ثابت وبمعدل (λ) وكذلك عمليه مغادرة الوحدات الطالبة للخدمة من النظام هو ثابت وبمعدل (μ) ، ولكي نحدد مقاييس الأداء لنظام صف الانتظار لهذا الأنموذج ، لابد من معرفة احتمال وجود (n) من الوحدات في الوقت (t) لهذا النظام والذي يرمز لها ب $P_{\mathrm{n}}(\mathrm{t})$، إذ أن عدد الوحدات في النظام يصبح مستقلاً عن الزمن (t) عندما يكون النظام في حالته الثابتة ومن ثم سيكون :

$$P_{\mathrm{n}}(\mathrm{t}) = \mathrm{P}_{\mathrm{n}}$$

وبعد إجراء عدد من المعادلات الرياضية يتم التوصل إلى أن :

$$\mathrm{P}_{\mathrm{n}} = (\frac{\lambda}{\mu})^{\mathrm{n}}\ \mathrm{P}_0 \qquad \forall(\mathrm{n} \geq 0) \qquad \dots(1)$$

P_0 تسمى معامل الاستخدام وتعني احتمال عدم وجود أي وحدة في النظام. مع العلم أن مجموع الاحتمالات يساوي واحداً أي أن:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{P}_{\mathrm{n}} = 1 \qquad \dots(2)$$

فأن قيمه P_0 نحصل عليها عن طريق تعويض المعادلة (1) في المعادلة (2) وكما يأتي:

$$\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} (\frac{\lambda}{\mu})^{n}\ \mathrm{P}_0 = 1$$

$$\therefore P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{\lambda}{\mu})^n} \qquad \dots(3)$$

$$P_0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + (\frac{\lambda}{\mu})^2 + (\frac{\lambda}{\mu})^3 + \cdots}$$

نلاحظ بأن المقام هو عبارة عن متوالية هندسية حدها الأول (1) وأساسها$(\frac{\lambda}{\mu})$ ، ومن ثمَّ سيكون:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}}$$

$$\therefore P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \qquad \lambda < \mu \text{ شرط أن } \qquad \dots(4)$$

وعند تعويض قيمه P_0 في المعادلة (1) نحصل على قيمة P_n كالآتي:

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \qquad n \geq 0 \qquad \dots(5)$$

مقاييس الأداء لنظام صف الانتظار

بعد معرفة قيمة P_n يمكن تحديد مقاييس الأداء لنظام صف الانتظار ، إذ أن:

L_S تعني متوسط عدد الوحدات الطالبة للخدمة في النظام (متضمنا الوحدات في الصف + الوحدة التي تتلقى الخدمة).

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad \dots(6)$$

L_q تعني متوسط عدد الوحدات الطالبة للخدمة في صف الانتظار.

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad \dots(7)$$

W_s تعني متوسط الوقت الذي تستغرقه الوحدات الطالبة للخدمة في النظام.

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad \dots(8)$$

W_q تعني متوسط الوقت الذي تستغرقه الوحدات الطالبة للخدمة في صف الانتظار.

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \qquad \dots(9)$$

2) **أنموذج (M/M/m)** [8] [9] [10]:

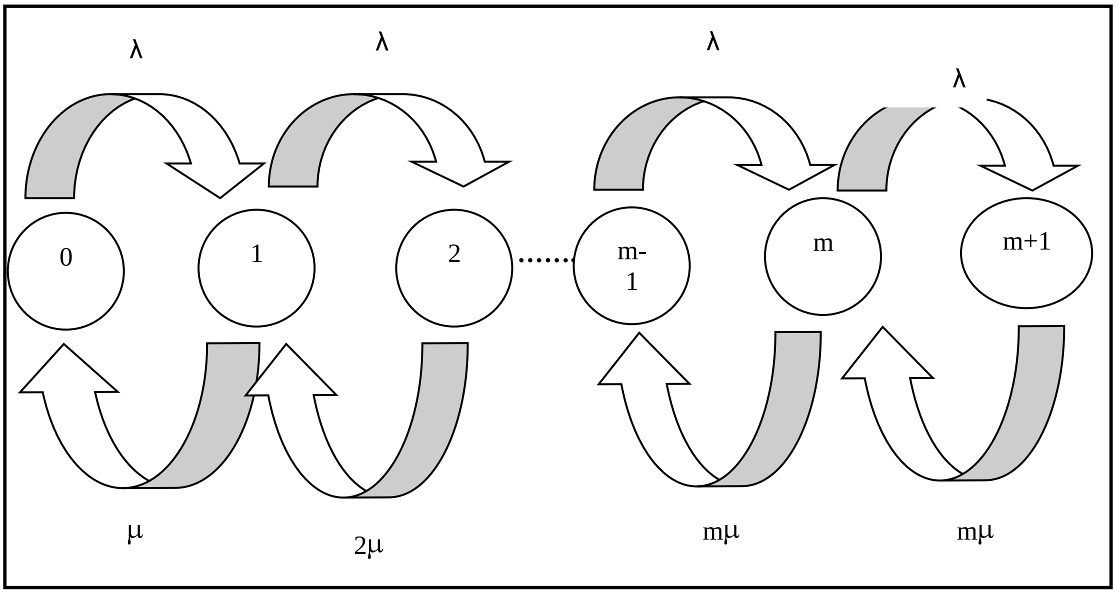
هو نظام انتظار مع وجود (m) من قنوات الخدمة وان وصول الوحدات (الزبائن) يتبع التوزيع المتقطع وهو توزيع بواسون (Poisson distribution) بمعدل وصول (λ) ، بينما أوقات الخدمة فإنها تتبع التوزيع المستمر وهو التوزيع الآسي (exponential distribution) بمعدل (μ)، فإذا كان المجتمع غير محدود فان أفضل نظام للخدمة هو من يأتي أولا يخدم أولا (FCFS) ، وأن معدل الوصول في هذا الأنموذج ل (n) من الوحدات إلى النظام ستكون بمعدل (λ) أي أن :

$$\lambda_n = \lambda \qquad \forall\ n \geq 0,1,2, \dots$$

أما معدل الخدمة في هذا الأنموذج ل (n) من الوحدات في النظام فتكون كما يأتي :

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & \dots \quad 0 \leq n < m \\ m\mu & \dots \quad n \geq m \end{cases}$$

إذ أن(m) تمثل عدد القنوات التي تقدم الخدمة. والشكل أدناه يوضح عمليه الوصول والمغادرة لهذا الأنموذج، وذلك كما يأتي:



الشكل (2) حالة الانتقال لأنموذج (M/M/m)

إذ أن m-1 في الشكل (2) تعني بأن عدد الوحدات الموجودة في النظام مساوية لعدد القنوات الخدمية الكلية مطروحا منها (واحد) التي تعني قناة خدمية واحدة.

وأن m في الشكل (2) تعني بأن عدد الوحدات الموجودة في النظام مساوية لعدد القنوات الخدمية الكلية.

وأن m+1 في الشكل (2) تعني بأن عدد الوحدات الموجودة في النظام أكثر من عدد القنوات الخدمية الكلية الذي مكونا بذلك صف انتظار.

ولإيجاد احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام أي أيجاد P_n حسب هذا الأنموذج لابد من التطرق إلى الحالات الثلاثة الخاصة بهذا الأنموذج وذلك كالآتي:

الحالة الأولى:

عندما تكون عدد الوحدات الطالبة للخدمة أقل من عدد قنوات الخدمة أي أن ($n < m$) ، وذلك يعني لا يوجد صف أنتظار لأن كل الوحدات الواصلة سوف تقدم لهم الخدمة ومعدل تقديم الخدمة سوف تكون (nμ) فقط لكل n من الوحدات الموجودة على القنوات المشغولة بتقديم الخدمة ولكل معدل تقديم الخدمة μ، ومن ثمَّ فان P_n حسب هذة الحالة تكون :

$$P_n = \frac{\lambda}{\mu} P_{n-1} \qquad , \qquad n < m \qquad \dots (10)$$

الحالة الثانية:

عندما تكون عدد الوحدات الطالبة للخدمة اكبر أو تساوي(1) واقل من (m-1) أي أن ($1 \le n \le m-1$)، وذلك يعني بأن كل القنوات سوف تكون مشغولة بتقديم الخدمة للوحدات (الزبائن) حين وقت وصولهم إلى المنظمة أو الدائرة ، ومعدل تقديم الخدمة سوف تكون (nμ) فقط لكل n من الوحدات الموجودة على القنوات المشغولة بتقديم الخدمة ولكل معدل تقديم الخدمة μ ومعدل وصول λ ، ومن ثمَّ فأن P_n تحت شرط ($\lambda \le m\mu$) وحسب هذه الحالة

$$P_n = P_0 (\frac{\lambda}{\mu})^n \frac{1}{n!} \qquad , 1 \le n \le m-1 \qquad \dots (11)$$

الحالة الثالثة:

عندما تكون عدد الوحدات الطالبة للخدمة اكبر أو تساوي (m) أي أن ($n \ge m$)، وذلك يعني بأن كل القنوات سوف تكون مشغولة بتقديم الخدمة للوحدات (الزبائن) حين وقت وصولهم إلى المنظمة أو الدائرة وما يزيد عن عدد قنوات الخدمة سوف يبقى في صف الانتظار منتظرا دورهُ لحين حصوله على الخدمة، وهناك سيكون (n-m) من الوحدات في الصف ومعدل تقديم الخدمة سيكون (mμ) لكل m من القنوات التي تكون مشغولة ، ومن ثمَّ فأن P_n تحت شرط ($\lambda \le m\mu$) وحسب هذه الحالة

$$P_n = P_0 \left(\frac{1}{m!}\right) \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(\frac{1}{m^{n-m}}\right) \qquad , \quad n \ge m \qquad \dots (12)$$

مقاييس الأداء لنظام صف الانتظار

بعد معرفة قيمة P_n للحالات الثلاثة الخاصة بأنموذج (M/M/m) ، فيمكننا تحديد مقاييس الأداء وكالاتي:
أن متوسط عدد الوحدات الطالبة للخدمة في النظام (L_s):

$$L_s = \frac{\lambda\mu(\frac{\lambda}{\mu})^m}{(m-1)!\,(m\mu-\lambda)^2}P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \qquad \dots (13)$$

ومتوسط عدد الوحدات الطالبة للخدمة في صف الانتظار:

$$L_q = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)!\,(m\mu-\lambda)^2}P_0 \qquad \dots (14)$$

ومتوسط الوقت الذي تستغرقه الوحدة في النظام (W_s) :

$$W_s = \frac{\mu(\frac{\lambda}{\mu})^m}{(m-1)!\,(m\mu-\lambda)^2}P_0 + \frac{1}{\mu} \qquad \dots (15)$$

ومتوسط الوقت الذي تستغرقه الوحدات في صف الانتظار الذي يرمز له ب (W_q) :

$$W_q = \frac{\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m}{(m-1)!\,(m\mu-\lambda)^2}P_0 \qquad \dots (16)$$

أن التوزيع الإحصائي الملائم لصفوف الانتظار هو توزيع بواسون ودالته هي:

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \qquad ,x = 0,1,2,\dots \qquad \dots (17)$$

وبمتوسط وتباين يساوي(λ)
وأن الوقت الذي تستغرقه كل وحدة طالبة للخدمة (زبون) [توزيع الوقت بين زبون وأخر] فأن يتوزع توزيعاً أسياً، ودالته هي :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad ,x \geq 0$$

وبمتوسط ($\frac{1}{\lambda}$) وتباين ($\frac{1}{\lambda^2}$).

4- الجانب العملي:

يتضمن هذا الفصل التطبيقات العملية للجانب النظري من هذا البحث، إذ تم تطبيق ذلك في مصرف الرشيد / 21 عن طريق دراسة صفوف الانتظار ومعرفة معدل الوصول (λ) ومعدل الخدمة (μ) ، وقد تم استعمال البرنامج الجاهز (Win QSB) لمعرفة مدى كفاءة الأنموذج المستخدم وذلك عن طريق حساب مقاييس الأداء الخاصة بصفوف الانتظار (M/M/C) .

4-1 جمع البيانات (collected of data)

بالنظر لعدم توفر معلومات كافية عن معدل الوصول (λ) ومعدل الخدمة (μ) (أو الوقت المستغرق لتقديم الخدمة للزبون في قناة الخدمة) فقد قامت الباحثة بجمع البيانات بنفسها وبشكل يومي ولمدة أسبوعين وذلك بحسب الاستمارة الموجودة في الملحق ، وقد تم اختيار مدة الذروة بالنسبة ل (مصرف الرشيد / 21 / شعبة الرواتب) التي تم الاستفسار عنها وتبين أن المدة التي يزداد فيها مراجعة الزبائن هي من بعد تاريخ (14) من كل شهر ولغاية نهاية الشهر ، لذا اختارت الباحثة المدة من (28-14 من الشهر التاسع لسنة 2016).
إذ وجدت الباحثة في المصرف قناتين للخدمة ، وصفاً مزدحماً (طويلاً) للانتظار.
بدأت الباحثة بتسجيل وصول الزبائن (λ) بالساعة في كل يوم ، إذ صممت استمارة وقت ثبت فيها ساعات العمل اليومية المنتظمين في الصف وكما في الجدول (1) الذي يبين عدد الزبائن الواصلين لليوم الأول وكالاتي:-

جدول (1) توزيع وصول الزبائن في اليوم الأول(14/9/2016)

عدد الزبائن الواصلين خلال كل ساعة	القناة الخدمية1	القناة الخدمية 2	المجموع
08:30 – 09:30	13	10	23
09:30 – 10:30	31	32	63
10:30 – 11:30	26	29	55
11:30 – 12:30	15	28	43
12:30 – 01:30	7	15	22
01:30 – 02:30	5	7	12
المجموع	97	121	218

ففي اليوم الأول تم حساب معدل الوصول بالساعة الواحدة (λ_1) ، وذلك عن طريق قسمة مجموع عدد الزبائن الواصلين على عدد ساعات العمل (6 ساعات) وكالأتي:-

$$\lambda_1 = \frac{218}{6} = 36.33$$

بعبارة أخرى إن معدل وصول الزبائن لليوم الأول وفي الساعة الواحدة يساوي ($\lambda_1 = 36.33$ زبون / ساعة) .
وعلى ضوء الطريقة المذكورة آنفا فقد تم مراقبة عدد الزبائن الواصلين والملتحقين بصفوف الانتظار لمدة أسبوعين كالآتي :-

جدول (2) توزيع معدل عدد الزبائن الواصلين للمدة من (14-28) من الشهر التاسع لسنة 2016

عدد الأيام	مجموع عدد الزبائن	معدلات الوصول
اليوم الأول	218	36.33
اليوم الثاني	224	37.33
اليوم الثالث	231	38.5
اليوم الرابع	248	41.33
اليوم الخامس	283	47.17
اليوم السادس	286	47.67
اليوم السابع	284	47.33
اليوم الثامن	257	42.83
اليوم التاسع	241	40.17
اليوم العاشر	216	36
المجموع	2488	414.66

وان معدل الوصول العام لليوم الواحد وبالساعة الواحدة (λ) لقناتي الخدمة نحصل عليها بقسمة مجموع معدلات الوصول للأيام العشر ($\lambda_i \;,\; i = 1,2,3,4, \dots 10$) على (10) يوم ، وكالاتي:-

$$\lambda = \frac{414.66}{10} = 41.466 \text{ زبون/ساعة}$$

وبالنظر لوجود قناتين للخدمة فان معدل الوصول في صف كل قناة خدمة هو ($\lambda = 20.733$ زبون / ساعة) .
كما يمكن حساب معدل عدد الزبائن الذين تم تقديم الخدمة لهم (μ) لقناتي الخدمة بالطريقة نفسها التي فيها استخرج معدل الوصول (λ) ، وذلك عن طريق الاستعانة بالجدول (3) الأتي:-

جدول (3) توزيع معدل عدد الزبائن الذين تمت خدمتهم خلال أسبوعين(14-28/9/2016)

عدد الأيام	مجموع الزبائن الذين تمت خدمتهم	معدل الزبائن الذين تمت خدمتهم بالساعة لقناتي الخدمة	معدل الزبائن الذين تمت خدمتهم بالساعة للقناة الواحدة	الوقت المستغرق للخدمة في القناة الواحدة بالدقيقة
اليوم الأول	256	42.67	21.335	2.812
اليوم الثاني	292	48.67	24.335	2.466
اليوم الثالث	294	49	24.5	2.449
اليوم الرابع	291	48.5	24.25	2.474
اليوم الخامس	265	44.17	22.085	2.717
اليوم السادس	249	41.5	20.75	2.892
اليوم السابع	239	39.83	19.915	3.013
اليوم الثامن	232	38.67	19.335	3.103
اليوم التاسع	227	37.83	18.915	3.172
اليوم العاشر	226	37.67	18.835	3.186
المجموع	2568	428.51	214.255	28.284

وبقسمة مجموع معدلات عدد الزبائن الذين تمت خدمتهم على عشرة أيام (10 يوم) نحصل على معدل تقديم الخدمة لليوم الواحد وبالساعة الواحدة وكالاتي:-

$$\mu = \frac{428.51}{10} = 42.851 \text{ زبون/ ساعة}$$

أي إن معدل تقديم الخدمة لقناتي الخدمة (زبون / ساعة $\mu = 42.85$) . أو أن معدل تقديم الخدمة للقناة الواحدة (زبون / ساعة $\mu = 21.43$)
بعد عملية جمع البيانات وتبويبها على عدد أيام جمع البيانات ، تم اختبار البيانات الإحصائية ، ولتحديد التوزيع الملائم لعمليات وصول الزبائن لابد من اختبار ذلك ، إذ تم اختيار اختبار مربع كاي (χ^2 Test) الذي هو من أحد اختبارات حسن المطابقة ، ويتم الاختبار عن طريق البرنامج الإحصائي الجاهز (PASW STATISTICS 18) .
أن الفرضية الإحصائية للاختبار الخاص بتوزيع وصول الزبائن هي كالأتي :-
H_0 : توزيع وصول الزبائن يتبع التوزيع البواسوني.
H_1 : توزيع وصول الزبائن يتبع توزيعا أخر غير التوزيع البواسوني.
الجدول (4) الآتي يوضح نتائج اختبار مربع كاي (χ^2 Test) المحسوبة كالأتي:

جدول (4) نتائج اختبار مربع كاي (χ^2)

Test	Statistical test	Degree of freedom	Asymp. Sig.
Chi – Square	5.23	9	0.84

يتضح من نتائج التحليل الإحصائي إن قيمة Asymp. Sig. أكبر من مستوى المعنوية (0.05) ، لذلك فالقرار هو عدم رفض H_0 التي تنص على ان توزيع وصول الزبائن يتبع التوزيع البواسوني وبالمعلمة (λ= 41.47 زبون / ساعة) لقناتي الخدمة.
كذلك يتم اختبار وقت تقديم الخدمة ومعرفة التوزيع الإحصائي الخاص بوقت تقديم الخدمة عن طريق تطبيق اختبار مربع كاي (χ^2 Test) لحسن المطابقة ، وذلك عن طريق تطبيق البرنامج الإحصائي الجاهز(PASW STATISTICS 20) .
وذلك عن طريق الفرضية الآتية:
H_0 : توزيع تقديم الخدمة للزبائن يتبع التوزيع الآسي.
H_1 : توزيع تقديم الخدمة للزبائن يتبع توزيعا آخر غير التوزيع الآسي.
الجدول (5) الآتي يوضح نتائج مربع كاي (χ^2 Test) المحسوبة كالآتي:-

جدول (5) نتائج اختبار مربع كاي (χ^2)

Test	Statistical test	Degree of freedom	Asymp. Sig.
Chi - Square	6.69	9	0.93

يتضح من نتائج التحليل الإحصائي إن قيمة Asymp .Sig. أكبر من مستوى المعنوية (0.05) ، إذ أن القرار ينص على عدم رفض H_0 التي تنص على أن توزيع وقت تقديم الخدمة للزبائن يتبع التوزيع الآسي .
ولهذا فان توزيع وقت الخدمة يتبع التوزيع الآسي بمعدل (0.04667 ساعة / لكل زبون في القناة الواحدة وبما يعادل (2.7996) دقيقة، وبذلك فان عدد الزبائن الذين سيتم تقديم الخدمة لهم في القناة الواحدة سيكون(زبون/ساعة $\mu = \frac{1}{0.04667} = 21.427$)، أي ان معدل الخدمة العام للقناتين سيكون ($\mu = 2(21.427) =$ 42.854 زبون/ساعة).
وبعد معرفة توزيع أوقات الوصول وأوقات الخدمة ، لابد من تحديد العناصر الأساسية لنماذج صفوف الانتظار وذلك لمعرفة قيم مقاييس الأداء لنظام صف الانتظار.

2-4 تحديد عناصر أنموذج صفوف الانتظار

لوحظ عن طريق المتابعة اليومية وتسجيل المعلومات أن عدد قنوات الخدمة كانت اثنتين (c=2) وان معدل الوصول لكل قناة تم احتسابه (زبون/ ساعة $\lambda = 20.733$) ومعدل الوصول العام للمصرف ولقناتي الخدمة يساوي (/ساعة $\lambda = 41.47$ زبون) كما أن عدد الزبائن الذين تم تقديم الخدمة لهم في القناة الواحدة كانت (21.43 زبون / ساعة) وعدد الزبائن الذين تم تقديم الخدمة لهم في القناتين هو (زبون/ ساعة $\mu = 42.85$) .
عند طرح الموضوع للمناقشة أذا كان في المصرف قناة واحدة بدلا من قناتين ، ففي هذه الحالة ولكي يتجنب تأجيل المعاملات الخاصة بالزبائن إلى أيام أخرى سيتخذ المصرف قراراً بتحديد العدد الموجود في صف ذلك اليوم . فعلى سبيل المثال لو كان معدل تقديم الخدمة μ (معدل الزبائن الذين تلقوا الخدمة ذلك اليوم في الساعة) هو (21.43) فان معدل عدد الزبائن الواصلين إلى الصف سيكون بالتأكيد اقل من (21.43) وليس أكثر لان ($\mu > \lambda$) كأنَّ يكون (زبون/ ساعة$\lambda = 21.33$) .وباستعمال البرنامج الجاهز (Win QSB) الذي يعمل في بيئة (windows) وعلى الحاسبة الالكترونية لحل مشكلة الزخم الحاصل في المصرف يمكن احتساب جميع المؤشرات الإحصائية الخاصة بمقاييس أداء النظام، إذ يعمل هذا البرنامج على حل مشكلة صفوف

الانتظار بعد معرفة قيمة كل من معدل الوصول ومعدل تقديم الخدمة ، ومن ثم يمكننا حساب المقاييس الأخرى التي تخص نماذج صفوف الانتظار في المصرف .

فمن البرنامج بعد ادخال كل من وحدة الوقت وهي بالساعات (hour) ، ووقت الوصول الذي يتبع توزيع بواسون ووقت الخدمة يتبع التوزيع الآسي وان عدد مراكز الخدمة (1) ، فتفتح نافذة كالآتي:-

جدول (6) إدخال معدل وقت الوصول ومعدل وقت تقديم الخدمة

Help

Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per hour)	21.43
Customer arrival rate (per hour)	21.33
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

في النافذة الموضحة في الجدول (6) ، وبعد إدخال كل من معدل وقت الوصول (λ= 21.33 زبون / ساعة) ومعدل تقديم الخدمة (μ= 21.43 خدمة / ساعة) وعدد محطات تقديم الخدمة (c=1) ونظام الخدمة (FCFS) ، ومن البرنامج نختار كلمة (Solve and Analyze) ومنها نختار كلمة (Solve the performance) فتفتح نافذة فيه مختلف مقاييس الأداء كالآتي:

جدول (7) مقاييس أداء النموذج (M/M/1)

04-23-2017	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	21.3300
3	Service rate per server (mu) per hour =	21.4300
4	Overall system effective arrival rate per hour =	21.3300
5	Overall system effective service rate per hour =	21.3300
6	Overall system utilization =	99.5334 %
7	Average number of customers in the system (L) =	213.2985
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	212.3032
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	213.2985
10	Average time customer spends in the system (W) =	9.9999 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	9.9533 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	9.9999 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	0.4666 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	99.5334 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

3-4 التعليق على نتائج مقاييس الأداء وتفسيرها

1. نسبة الاستخدام يساوي 99.5334 ، أي أن % 99.53 من الوقت يكون لموظفي الكاونتر في حالة عمل وهذا ما يعطي إشارة واضحة عن وجود زحام كبير للزبائن في المصرف.
2. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في النظام (يشمل صف الانتظار + مقدم الخدمة) يساوي 213.2985 زبوناً ، عن طريق هذه النتيجة نلاحظ بأنه سوف يكون هناك زبون واحد عند قناة تقديم الخدمة و (212) زبوناً في الصف في الوقت نفسه ، وهذا يدل على وجود صف انتظار طويل ومن ثم يوجد زخم في النظام وصف طويل جداً.
3. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في الصف يساوي 212.3032 زبوناً ، أي أن هناك ما يقارب (212) زبوناً في صف الانتظار.
4. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في النظام يساوي 9.9999 ساعة (وهذا غير ممكن)، وتعد هذه المدة طويلة جدا وهذا يعود إلى طول الوقت الذي يستغرقه الزبون وهو في صف الانتظار.
5. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في الصف يساوي 9.9533 ساعة،إذ يعد هذا المقياس ذا أهمية كبيرة وعلى المصرف، إذ أن 10 ساعات يعد وقت طويلا جدا بالنسبة للزبون المنتظر في الصف .

والنتائج المذكورة آنفا غير مصنفة وبعيدة عن الواقع لان الزبون قد يقف في الصف لمدة طويلة ولم يستطع تقديم معاملته حتى نهاية الدوام فيعود في اليوم الثاني للصف وهكذا لبقية الزبائن الآخرين ، لذلك المصرف استعمل قناتين للخدمة (والباحثة لاحظت إن هاتين القناتين غير كافيتين لتقديم الخدمة)، فعند استعمال قناتين للخدمة (c=2) بمعدل وصول (ساعه/ زبون $\lambda = 41.47$) ومعدل خدمة للقناة الواحدة (ساعة/زبون $\mu = 21.43$) وعن طريق تطبيق البرنامج الجاهز نحصل على النتائج كما في الجدول (8) إذ تبين الآتي:-

جدول (8) مقاييس أداء النموذج (M/M/2)

04-23-2017	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	41.4700
3	Service rate per server (mu) per hour =	21.4300
4	Overall system effective arrival rate per hour =	41.4700
5	Overall system effective service rate per hour =	41.4700
6	Overall system utilization =	96.7569 %
7	Average number of customers in the system (L) =	30.3263
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	28.3911
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	29.8345
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.7313 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.6846 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.7194 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	1.6483 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	95.1620 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

4-4 التعليق على نتائج مقاييس الأداء وتفسيرها

1. نسبة الاستخدام يساوي 96.7569 ، أي أن % 96.76 من الوقت يكون لموظفي الكاونتر في حالة عمل وهذا ما يعطي إشارة واضحة عن وجود زحام كبير للزبائن في المصرف ، أما احتمال أن يكون موظفي الخدمة بدون عمل (فارغة) فهو احتمال قليل جدا بنسبة % 1.65 من الوقت أي يصل إلى 0.017 تقريبا.
2. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في النظام (يشمل صف الانتظار + مقدم الخدمة) يساوي 30.3263 زبوناً ، عن طريق هذه النتيجة نلاحظ أنه سوف يكون هناك اثنان من الزبائن عند كل محطة لتقديم الخدمة و (28) زبوناً في الصف في الوقت نفسه ، وهذا يدل على وجود صف انتظار ومن ثم يوجد زخم في النظام .
3. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في الصف يساوي 28.3911 زبون، أي أن هناك ما يقارب (28) زبوناً في صف الانتظار.
4. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في النظام يساوي 0.7313 ساعة إي (43.878 دقيقة) ، إذ إن هذه المدة طويلة جدا وذلك يعود إلى طول الوقت الذي يستغرقه الزبون بسبب قلة قنوات الخدمة وطول صف الانتظار.
5. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في الصف يساوي 0.6846 ساعة أي (41.076 دقيقه) ، إذ يعد هذا المقياس ذو أهمية كبيرة وعلى المصرف ، إذ أن 41 دقيقة تعد وقتاً طويلا جدا بالنسبة للزبون المنتظر في الصف .

إما في حالة وجود ثلاث قنوات خدمة($c=3$)فان معدل وصول الوحدات(زبون/ ساعه $\lambda = 41.47$)وان معدل وقت الخدمة لقناة الخدمة الواحدة($\mu = 21.43$ ساعة/خدمة) . بعد إدخال هذه القيم في البرنامج تفتح نافذة فيها مختلف مقاييس الأداء كالآتي :-

جدول (9) مقاييس أداء النموذج (M/M/3)

04-23-2017	Performance Measure	Result
1	System: M/M/3	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	41.4700
3	Service rate per server (mu) per hour =	21.4300
4	Overall system effective arrival rate per hour =	41.4700
5	Overall system effective service rate per hour =	41.4700
6	Overall system utilization =	64.5046 %
7	Average number of customers in the system (L) =	2.6883
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.7531
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.8173
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.0648 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0182 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.0438 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	12.1801 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	41.4441 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

5-4 التعليق على نتائج مقاييس الأداء وتفسيرها

1. نسبة الاستخدام يساوي 64.5046 ، أي أن % 64.50 من الوقت يكون لموظفي الكاونتر في حالة عمل وهذا ما يعطي إشارة واضحة عن وجود عدد مناسب من الزبائن في المصرف، واحتمال كون قناة الخدمة بدون عمل (فارغة) أي بنسبة % 12.18 أي يصل إلى 0.12 تقريبا.
2. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في النظام (يشمل صف الانتظار + مقدم الخدمة) يساوي 2.6883 زبون ، عن طريق هذه النتيجة نلاحظ بأنه سوف يكون هناك ثلاثة من الزبائن عند كل محطة لتقديم الخدمة ولا زبون في الصف في الوقت نفسه ، وهذا يدل على عدم وجود صف للانتظار.
3. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في الصف يساوي 0.7531 زبوناً ، أي يوجد هناك زبون واحد على الأكثر في صف الانتظار.
4. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في النظام يساوي 0.0648 ساعة أي (3.888 دقيقة) ، إذ إن هذه المدة تعد مناسبة وذلك يعود إلى طول الوقت الذي يستغرقه الزبون وهو في صف الانتظار.
5. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في الصف يساوي 0.0182 ساعة أي (1.092 دقيقه) ، إذ يعد هذا المقياس ذا أهمية كبيرة للمصرف والزبون ، إذ أن دقيقة واحدة يعد وقتاً قليلاً بالنسبة للزبون المنتظر في الصف .

5- الاستنتاجات والتوصيات

بعد دراسة وتحليل صفوف الانتظار وما تم الحصول عليه من الجانب العملي يمكن تثبيت الاستنتاجات والتوصيات .

أولا: الاستنتاجات

1. توصلت الدراسة إلى أن أفضل عدد لقنوات الخدمة هي ثلاث قنوات بدلا من اثنتين ما يؤدي إلى صغر حجم صف الانتظار وعدم ضياع وقت الزبائن.
2. إن نسبه الاستخدام أو نسبة انشغال مقدم الخدمة تنخفض كلما ازدادت قنوات الخدمة والعكس بالعكس .
3. متوسط عدد الزبائن الطالبين للخدمة في النظام وفي الصف يتناسب تناسبا عكسيا مع عدد قنوات الخدمة فكلما ازداد عدد قنوات الخدمة انخفض عدد الزبائن الطالبين للخدمة والعكس بالعكس .
4. متوسط الوقت الذي يستغرقه كل زبون في النظام وفي الصف ينخفض بازدياد عدد قنوات الخدمة والعكس بالعكس .

ثانيا: التوصيات

بناءً على الاستنتاجات التي توصلت لها الباحثة فيمكن وضع التوصيات الآتية:-

1. ضرورة استعمال ثلاث قنوات للخدمة بدلا من قناتين وذلك لتيسير معاملات الزبائن بأقل وقت ممكن
2. يفضل استعمال شاشة عرض أو تلفزيون يعرض فيه رقم البطاقة أو رقم قناة الخدمة التي تكون فارغة أو غير فارغة ، عاطلة أو عاملة ، وهكذا لتعد أداة إرشادية للزبون.
3. ضرورة الإفادة من التطورات التكنولوجية ، وذلك عن طريق استعمال بطاقات الدفع الالكتروني وإدخال الصراف الآلي لتخفيف الضغط على قناة تقديم الخدمة.
4. في حالة ازدياد عدد الزبائن في المصرف فينبغي أما تقسيمهم حسب الحروف الهجائية أو حسب مناطق السكن ليتسنى تقليل صفوف الانتظار وتقديم خدمة جيدة وسريعة.

المصادر

[1] Taha, Hamdy," Operation Research An Introduction" ,Publisher Pearson Education, Inc,2007 .

[2] أحمد ، عمار شهاب ، " تطبيقات لنظرية صفوف الانتظار في المستشفى التعليمي لكلية طب الأسنان " ، رسالة ماجستير ، علوم في بحوث العمليات، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعه بغداد ، 2007.

[3] Murthy, Rama," Operation Reseach " second edition, Published by New Age International (p)Ltd , 2007.

[4] الشمرتي ، حامد سعد نور ، " بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا" الطبعة الأولى ، مكتبه الذاكرة ، 2010.

[5] الطائي ، حسين حامد ، " بناء نموذج صفوف الانتظار باستخدام المقدرات الحصينة لقسم الباطنية / مستشفى بغداد التعليمي" رسالة ماجستير ، قسم بحوث العمليات ، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد ، 2016.

[6] Lefebvre , Mario , " Applied Stochastic Process " Publisher springer Science + Business Media LLC , 2007.

[7] حسن ، ضويه سلمان ، وآخرون ، " بحوث العمليات" الطبعة الأولى ، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر ، 2013.

[8] Daigle, John N , " Queueing theory with Applications to packet Telecommunication " Publisher Springer Science + Busieness Media , Inc , 2005 .

[9] Leonard , Kleinrock ," Queueing System Volume J:Theory " Publisher by John Wiley &Sons, Inc , 1975 .

[10] Kumar Gupta , Prem , " Operations Research " Published by S.Chand &Company Ltd , 2009 .

الملحق

استمارة جمع بيانات أوقات الوصول البيني
وأوقات الخدمة للزبائن الواصلين إلى مركز تقديم الخدمة

عدد الزبائن	وقت الوصول	بدء الخدمة	انتهاء الخدمة	وقت الخدمة (دقيقة)	عدد الزبائن	وقت الوصول	بدء الخدمة	انتهاء الخدمة	وقت الخدمة (دقيقة)
1					37				
2					38				
3					39				
4					40				
5					41				
6					42				
7					43				
8					44				
9					45				
10					46				
11					47				
12					48				
13					49				
14					50				
15					51				
16					52				
17					53				
18					54				
19					55				
20					56				
21					57				
22					58				
23					59				
24					60				
25					61				
26					62				
27					63				
28					64				
29					65				
30					66				
31					67				
32					68				
33					69				
34					70				
35					71				
36									