



## مجلة الإدارة والاقتصاد Journal of Administration & Economics

Mustansiriyah  
University

College of  
Administration &  
Economics

P-ISSN: 1813 - 6729

E-ISSN: 2707-1359

### استعمال المحاكاة للمقارنة بين طريقتين من طرائق تقدير انحدار الخطي الضبابي

ازهار ناجي كاظم

قسم الاحصاء، الكلية الإدارية والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، بغداد، العراق.

Email: [azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq](mailto:azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq)

نبا نعيم مهدي

قسم الاحصاء، الكلية الإدارية والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، بغداد، العراق.

Email: [nabaanaemmahdi@uomustansiriyah.edu.iq](mailto:nabaanaemmahdi@uomustansiriyah.edu.iq), ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1177-5111>

#### معلومات البحث

##### تواريخ البحث:

تاريخ تقديم البحث: 2023 / 9 / 10

تاريخ قبول البحث: 2023 / 10 / 9

عدد صفحات البحث 110 - 121

##### الكلمات المفتاحية:

طريقة A.R.Arabpour and M.Tata ،  
انحدار الخطي الضبابي ، متوسط  
مربعات الخطأ ، طريقة ST-  
decomposition ، المحاكاة .

##### المراسلة:

أسم الباحث: ازهار ناجي كاظم

Email:

[azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq](mailto:azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq)

#### المستخلص

يعد الانحدار الخطي الضبابي (Fuzzy Linear Regression) الاداة الامثل في تحليل البيانات التي تتميز بكونها غير محددة بوضوح ، إذ ان استعمال الادوات الضبابية في تحليل تلك البيانات يمكن ان يؤدي الى تحسين الدقة والموثوقية في تقدير العلاقات بين المتغيرات. تناول البحث مقارنة بين طريقتين من طرائق تقدير انحدار الخطي الضبابي بمتغير استجابة ضبابي (Fuzzy) مثلثي ومتغيرات توضيحية قطعية (Crisp) ومعلمت ضبابية (Fuzzy) مثلثية هما طريقة A.R.Arabpour And M.Tata وطريقة ST-decomposition وبالاعتماد على مقياس المقارنة متوسط مربعات الخطأ Mean Squar Error وباستعمال المحاكاة لخمسة من حجوم العينات (200, 150, 100, 50, 25) وبقيم متوسط حسابي (4, 2, 0) وقيم تباين (0.9, 0.5, 0.1) ويتكرر 1000 لكل تجربة، وتم الاستعانة ببرنامج MATLAB للحصول على النتائج وتبين من خلال المقارنة أن طريقة A.R.Arabpour And M.Tata للتقدير هي الافضل لكونها تمتلك اقل قيمة MSE وبالتالي يمكن الحصول على مقدرات كفاءة قادرة على تمثيل الانموذج الضبابي .

#### 1. المقدمة

يُعد تحليل الانحدار من الادوات الاساسية للتحقيق العلمي من العلاقة الدالية بين المتغير التابع والمتغيرات التفسيرية لغرض تحليل المتغيرات والتنبؤ بالمتغيرات الاخرى، وغالباً ما يتم التنبؤ بهذه المتغيرات بواسطة نماذج الانحدار الخطي، ولكن بطبيعة الحال تتسم الكثير من البيانات التي يمكن الحصول عليها بأنها مُتقلبة بأنواع مختلفة من مصادر عدم التأكد، وأن معرفة نوع عدم التأكد للنماذج التي يتم بناءها لغرض تمثيل أي ظاهرة تعتبر الخطوة الأساس للتحليل وذلك من أجل اختيار اسلوب المعالجة المناسب للتخلص من عدم التأكد ومن ثم اتخاذ قرارات صائبة وفعالة. إن التحليل الاحصائي التقليدي ولاسيما فيما يتعلق بنماذج الانحدار غير قادر على تفسير جميع مصادر عدم التأكد، مما أدى الى تطوير وتوسيع للأساليب التقليدية ومن هنا كانت نشأت منطق الانحدار الخطي الضبابي (Fuzzy Linear Regression) إذ ساعد المنطق الضبابي العلم المستند على مبدأ عدم التأكد على اتخاذ القرارات والتنبؤ بالأحداث. وهنا لا بدّ من الإشارة إلى أن التنبؤ باستعمال الانحدار الضبابي Fuzzy Regression يتم في حالة عدم التأكد في البيانات كذلك عدم التأكد في العلاقة بين المتغيرات. أما الغرض من تحليل الانحدار الضبابي هو شرح تباين المتغير التابع من حيث تباين المتغيرات التوضيحية فهو وسيلة أو اسلوب احصائي لوصف العلاقة الدالية بينهم في حالات يكون فيها المتغير التابع والمتغيرات التوضيحية في بيئة ضبابية.

**2. مشكلة البحث**

تتسم العديد من الظواهر في حياتنا سواء كانت في الواقع العملي أو التطبيقي بعدم وضوح البيانات وعدم اليقين مما يجعلها غامضة وبذلك تتصف تلك البيانات بالضبابية ولغرض تحليل تلك البيانات لابد من الانتقال من الطرائق التقليدية أو الكلاسيكية إلى الطرائق المخصصة للضبابية من أجل تقدير ذلك الانموذج وبالتالي الحصول على مقدرات كفوة.

**3. هدف البحث**

يهدف البحث إلى المقارنة بين طريقتين من طرائق تقدير انحدار الخطي الضبابي بمتغير استجابة ضبابي مثلثي (Fuzzy) ومتغيرات توضيحية قطعية غير ضبابية (Crisp) ومعلمات ضبابية مثلثية (Fuzzy) وهما طريقة A.R.Arabpour And M.Tata للتقدير وكذلك طريقة ST-decomposition للتقدير وباستعمال المحاكاة وبالاعتماد على (MSE) متوسط مربعات الخطأ Mean Square Error كمعيار للمقارنة.

**4. نظرية المجموعة الاعتيادية (Crisp Set)**

إن نظرية المجموعة الاعتيادية أو المجموعة الكلاسيكية (Crisp Set) تقوم على مبدأ الوسط المستثنى (Excluded Middle) الذي قام بصياغته الفيلسوف اليوناني ارسطو والذي ينص على مفهوم الانتماء أو عدم الانتماء للمجموعة من قبل العنصر، إذ تأخذ إحدى القيمتين (0) عند عدم انتماء عنصر معين للمجموعة و(1) عند انتماء عنصر معين للمجموعة مما يجعل هذا المنطق ذو قيمة ثنائية (Two Valued) ولا يسمح بوجود أي حلول وسطى وهذا هو اساس مبدأ الوسط المستثنى (Excluded Middle)، فمثلا X مجموعة شاملة، A مجموعة جزئية منها، الدالة  $\mu_A(x)$  تمنح لكل عنصر  $x \in X$  درجة انتماء للمجموعة A ويمكن تمثيلها كالآتي [1,10]:

$$\mu_A(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } X \in A \\ 0 & \text{if } X \notin A \end{cases} \quad (1)$$

**5. نظرية المجموعة الضبابية (Fuzzy Set)**

هناك العديد من التطبيقات العملية تحتوي على مشكلات لا يمكن التعامل معها من خلال نظرية المجموعات الاعتيادية، إذ تم ملاحظة وجود عضوية جزئية لبعض من العناصر وبالتالي لابد من تطوير نظرية المجموعات الضبابية (Fuzzy Set) لاسيما أن هذه النظرية تمتلك مرونة كبيرة في وصف الكثير من الحالات الواقعية في الكثير من الظواهر الحياتية حيث عرفها العالم Zadeh كما يأتي: [المجموعة الضبابية هي أصناف من العناصر مع درجة انتماء مستمر وأن هذه المجموعة ميزت بداله الانتماء (المميزة) التي خصصت لكل عنصر درجة انتماء مداه بين الصفر والواحد] أي عندما يأخذ العنصر درجة انتماء (1) فهذا معناه أن العنصر ينتمي بشكل تام إلى المجموعة الضبابية، وعندما تكون درجة الانتماء (صفر) فهذا معناه أن العنصر لا ينتمي نهائياً إلى المجموعة الضبابية، أما الدرجات الأخرى تتفاوت بين الصفر والواحد، فمثلاً عندما تكون درجة الانتماء (0.5) فهذا معناه أن العنصر ينتمي بنسبة (0.5) إلى المجموعة الضبابية ولا ينتمي إليها بالنسبة نفسها إذ يُدعى هذا العنصر بنقطة التوازن (Equilibrium Point) أما عندما تكون درجة الانتماء (0.9) فهذا معناه أن العنصر ينتمي إلى المجموعة الضبابية بنسبة (0.9) ولا ينتمي إلى المجموعة بنسبة (0.1) وهو بذلك أقرب إلى الانتماء من عدمه. [1,17] وبالتالي فإن نظرية المجموعة الضبابية هي توسيع لنظرية المجموعة الاعتيادية، أي أن الأخيرة هي حالة خاصة من الأولى التي تكون درجة انتماء عناصرها إما صفر أو واحد، وهناك العديد من الصيغ للتعبير عن المجموعة الضبابية منها [12]:

1- يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية بصيغة أزواج مرتبة:

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\} = \{(1,0.3), (2,0.7), (3,0.4), (4,1), (5,0.7), (6,0.1)\} \quad (2)$$

$\tilde{A}$ : المجموعة الضبابية.  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ : دالة الانتماء للمجموعة الضبابية  $\tilde{A}$ .

2- يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية بذكر دالة الانتماء فقط:

$$\tilde{A} = \{x: \mu_{\tilde{A}}(x) > 0, x \in X\} \quad (3)$$

3- يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية المتقطعة بالشكل التالي:

$$\tilde{A} = \{\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{A}}(x_i) / x_i)\} \quad (4)$$

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x_1) / x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2) / x_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(x_n) / x_n\}$$

4- يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية المستمرة بالشكل التالي:

$$\tilde{A} = \left\{ \int \mu_{\tilde{A}}(x) / x \right\} \quad (5)$$

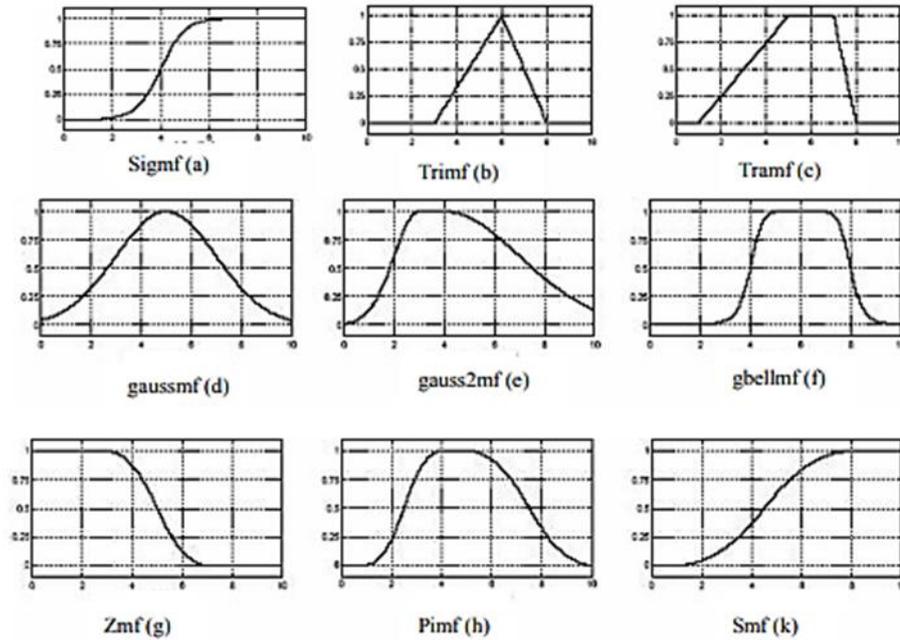
/: يعبر عن ارتباط العنصر بدرجة انتماءه. +: يعبر عن ترابط عناصر المجموعة الضبابية الواحدة.

## 6. دالة الانتماء (العضوية) Membership Function

تمثل كل قيمة ضبابية باستعمال دالة عضوية وهي درجة انتماء العنصر إلى المجموعة الضبابية إذ تكون هذه الدرجة محصورة بين [0,1] ، وتعتبر من المفاهيم الأساسية في نظرية المجموعة الضبابية إذ إنها تمثل إحدى عناصر الزوج المرتب والذي يمثل المجموعة الضبابية كما أنها تسمح لنا بتمثيل حقيقة أن العناصر يمكن أن تنتمي إلى مجموعة بدرجة معينة وليس فقط تماماً أو لا تنتمي على الإطلاق وهذا يساعد في اتخاذ قرارات بناءً على معلومات غير كاملة، لذلك لا يمكن أن يكون بناء دالة الانتماء عشوائياً ويكون بناؤها مرتبطاً بطبيعة المجموعة الضبابية لأنها تُعطي تصوراً عن بيانات المجموعة الضبابية وقيمها وأهميتها من خلال درجة انتماءها في الظاهرة قيد الدراسة. وبمعنى آخر هي الخريطة التي ترسم درجة انتماء العنصر في المجموعة الشاملة إلى المجموعة الضبابية. أما مجال هذه الدالة فهو مجموعة الأعداد الحقيقية وتتضمن قيم المجموعة الضبابية إذ يتمثل بالمحور الأفقي x و المجال المقابل والمتمثل بالمحور العمودي y في الفترة المغلقة [0,1] والذي يعبر عن درجة الانتماء للمجموعة. [4,13]

## 7. أنواع دوال الانتماء

هناك عدة أنواع من دوال الانتماء وبحسب الظاهرة المدروسة يتم تطبيق دالة الانتماء المناسبة لها، ومن أكثر هذه الدوال استخداماً دالة الانتماء المثلثية (Triangular) ودالة الانتماء شبه المنحرف (Trapizoidal) ودالة الانتماء (Gaussian) وكما هو موضح بالشكل (1): [5]



الشكل (1) يمثل نماذج لبعض دوال الانتماء [5]

## 7-1 دالة الانتماء المثلثية Triangular Membership Function

هي من أكثر الدوال شيوعاً واستعمالاً من بين دوال الانتماء ويطلق عليها (Trimf) إذ أنها تأخذ شكل مثلث وتمتلك ثلاث معلمات (حدود) أساسية  $a_1, a_2, a_3$ ، ويتم صياغتها كالآتي: [2,16]

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a_1)}{(a_2-a_1)} & \text{if } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{(a_3-x)}{(a_3-a_2)} & \text{if } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$a_1$ : معلمة الحد الأيسر ،  $a_2$ : معلمة الحد الوسط ،  $a_3$ : معلمة الحد الأيمن.

## 8. الانحدار الخطي الضبابي Fuzzy Linear Regression

في نماذج الانحدار التقليدي يكون عدم التأكد ناتج عادةً من العشوائية (Randomness)، أما في حالة عدم اليقين يكون ناتج من الضبابية (Fuzziness) فإن النظرية الاحتمالية لا يمكن استعمالها إنما يتم استعمال نظرية المجموعات الضبابية. الانحدار الضبابي هو تقنية لتحليل البيانات والتنبؤ بها إذ تُستعمل لتقدير العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة من جهة والمتغيرات التوضيحية من جهة أخرى في محيط ضبابي مع دالة خطية وبذلك سُمي بالانحدار الخطي الضبابي (FLR) وهو مفيد في الحالات التي يكون فيها البيانات ضبابية أو غير دقيقة ويمكن استعمالها في مجالات عديدة مثل التنبؤ بالأسعار وتحليل السوق وتقدير الأداء، وكذلك في المجال الطبي. [10,11]

ولابد من الإشارة إلى أن الانحدار الخطي الضبابي يستطيع أن يتفادى العديد من المشكلات التي يواجهها الانحدار التقليدي ومنها: [11,14]

1. صغر حجم العينة أي أن عدد المشاهدات غير كاف مما يؤدي إلى نتائج تقدير غير جيدة.
2. صعوبة في تحقق الفروض الخاصة بالتوزيع (الخاصة بالخطأ العشوائي).
3. الغموض في العلاقة بين متغيرات المدخلات والمخرجات للأنموذج.
4. انعدام الدقة والتشويه الذي ينتج عن التمثيل الخطي للعلاقة بين مدخلات ومخرجات الانموذج.

### 9. نماذج الانحدار الخطية الضبابية Fuzzy Linear Regression Models

تصف هذه النماذج العلاقة بين متغير الاستجابة والمتغيرات التفسيرية (التوضيحية) ضمن محيط ضبابي وحسب ضبابية كل من مكونات الانموذج كالاتي: [3]

1- انموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومتغيرات توضيحية قطعية ومعلمات ضبابية (وهو الانموذج الذي تم اعتماده في البحث).

2- انموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومتغيرات توضيحية ضبابية ومعلمات قطعية.

3- انموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومتغيرات توضيحية ضبابية ومعلمات ضبابية.

### 10. طرائق تقدير انموذج الانحدار الخطي الضبابي

#### 1-10 طريقة (A. R. ARabpour and M. Tata)

استعمل الباحثون في محاولاتهم الاولى طرائق البرمجة الخطية لتقدير معلمات انموذج الانحدار الخطي الضبابي بينما في هذه الطريقة استعمل الباحثان (A.R. ARabpour and M. Tata) اسلوب Diamond لتعريف المسافة بين رقمين ضبابيين واعتماده كمعيار لتقدير معلمات الانموذج الخطي الضبابي، إذ تتميز هذه الطريقة بانها بسيطة في التعامل الحسابي وأكثر فعالية وكفاءة مقارنة مع الطرائق الاخرى كما أن مجموع أخطاء التقدير تكون قليلة (وهو مقياس لدقة الانموذج) فضلاً عن ذلك يمكن استعمالها في حالة الاعداد الضبابية المثلثية وشبه المنحرف [4,6].

في حالة الاعداد الضبابية المثلثية إذا كان لدينا انموذج انحدار خطي بمتغير معتمد ضبابي (Fuzzy) ومعلمات ضبابية (Fuzzy) ومتغيرات توضيحية قطعية (Crisp) بالصيغة الآتية:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_i + \tilde{\epsilon}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$\tilde{Y}_i$ : متغير الاستجابة الضبابي،  $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1$ : معلمات الانموذج الضبابية،  $X_i$ : المتغيرات التوضيحية القطعية (غير الضبابية). وحسب الانموذج (7) بافتراض ان  $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1$  أرقام ضبابية مثلثية يمكن كتابتها بالصيغة الآتية:

$$\tilde{A}_0 = (A_{0l}, A_{0m}, A_{0r}) \quad \tilde{A}_1 = (A_{1l}, A_{1m}, A_{1r})$$

$A_{1l}A_{0l}$ : حد المعلمة الضبابية من اليسار،  $A_{1m}A_{0m}$ : الحد المركزي للمعلمة الضبابية،  $A_{1r}A_{0r}$ : حد المعلمة الضبابية من اليمين.

فاذا كان  $X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$  أي أن  $\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_i$  هي اعداد ضبابية مثلثية كما يلي:

$$(A_{0l} + A_{1l}x_i, \quad A_{0m} + A_{1m}x_i, \quad A_{0r} + A_{1r}x_i)$$

اما اذا كان  $X_i < 0, i = 1, 2, \dots, n$  أي أن  $\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_i$  هي اعداد ضبابية مثلثية كما يلي:

$$(A_{0l} + A_{1r}x_i, \quad A_{0m} + A_{1m}x_i, \quad A_{0r} + A_{1l}x_i)$$

اولاً: بافتراض أن  $X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$  لإيجاد مقدرات  $(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1)$  للانموذج وذلك بتقليل مجموع مربعات المسافة كما يلي:

$$\begin{aligned} (A_0, A_1) &= \sum_{i=1}^n d^2 (\tilde{Y}_i, \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_i) \\ &= \sum_{i=1}^n [(y_{im} - A_{0m} - A_{1m}x_i)^2 + (y_{il} - A_{0l} - A_{1l}x_i)^2 + (y_{ir} - A_{0r} - A_{1r}x_i)^2] \end{aligned} \quad (8)$$

وبذلك يمكن الحصول على المقدرات  $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1$  كما يلي:

$$\hat{A}_{1l} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{il} - n\bar{x}\bar{y}_l}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0l} = \bar{y}_l - \hat{A}_{1l}\bar{x} \quad (9)$$

$$\hat{A}_{1m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{im} - n\bar{x}\bar{y}_m}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0m} = \bar{y}_m - \hat{A}_{1m}\bar{x} \quad (10)$$

$$\hat{A}_{1r} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{ir} - n \bar{x} \bar{y}_r}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0r} = \bar{y}_r - \hat{A}_{1r} \bar{x} \quad (11)$$

$$\hat{\tilde{A}}_0 = (\hat{A}_{0l}, \hat{A}_{0m}, \hat{A}_{0r}), \quad \hat{\tilde{A}}_1 = (\hat{A}_{1l}, \hat{A}_{1m}, \hat{A}_{1r})$$

$$\bar{y}_l = \frac{\sum_{i=1}^n y_{il}}{n}, \quad \bar{y}_m = \frac{\sum_{i=1}^n y_{im}}{n}, \quad \bar{y}_r = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ir}}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

ثانياً: بافتراض أن  $X_i < 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$  لإيجاد مقدرات  $(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1)$  للنموذج كما يلي:

$$\hat{A}_{1l} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{il} - n \bar{x} \bar{y}_l}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0l} = \bar{y}_l - \hat{A}_{1l} \bar{x} \quad (12)$$

$$\hat{A}_{1m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{im} - n \bar{x} \bar{y}_m}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0m} = \bar{y}_m - \hat{A}_{1m} \bar{x} \quad (13)$$

$$\hat{A}_{1r} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_{ir} - n \bar{x} \bar{y}_r}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{A}_{0r} = \bar{y}_r - \hat{A}_{1r} \bar{x} \quad (14)$$

وبتعميم المعادلات (9) و(10) و(11) الى النموذج العام لنحصل على:

$$\begin{aligned} \hat{A}_l &= (X^t X)^{-1} X^t Y_l \\ \hat{A}_m &= (X^t X)^{-1} X^t Y_m \\ \hat{A}_r &= (X^t X)^{-1} X^t Y_r \end{aligned} \quad (15)$$

$\hat{A}_l$ : الحد الايمن للمعلمة الضبابية المقدره للنموذج الخطي الضبابي.

$\hat{A}_m$ : الحد المركزي للمعلمة الضبابية المقدره للنموذج الخطي الضبابي.

$\hat{A}_r$ : الحد الايسر للمعلمة الضبابية المقدره للنموذج الخطي الضبابي.

### 10-2 طريقة (Symmetric time Triangular ST-decomposition)

تمتاز هذه الطريقة بانها طريقة عددية جيدة وبسيطة نسبياً للتنفيذ لكنها ليست تكرارية، كما إنها فعالة في مجموعة واسعة من التطبيقات ومنها استعمالها لحل كل من الانظمة الخطية الضبابية الموجبة والسالبة وكذلك تستعمل لتقدير معاملات الانحدار الخطي الضبابي. لا سيما أن الهدف الرئيس لتقنية الانحدار الخطي الضبابي هو العثور على نموذج بأقل تقدير للخطأ يتناسب مع المشاهدات، فاذا كان لدينا نموذج الانحدار الخطي الضبابي الآتي [18]

$$\tilde{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_1 + \tilde{a}_2 x_2 + \dots + \tilde{a}_k x_n \quad (16)$$

$\tilde{y}$ : متغير الاستجابة الضبابي.

$\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_k$ : معاملات النموذج الضبابية.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ : المتغيرات التوضيحية غير الضبابية.

ومن المعروف أن الهدف من المربعات الصغرى هو تقليل مجموع مربعات الأخطاء في القيم المقدره بناءً على مواصفاتها، لذا تُعد هذه الطريقة امتداد لطريقة المربعات الصغرى الكلاسيكية، إذ إن في طريقة المربعات الصغرى الضبابية الحالية يتم الحصول على (Fuzzy linear system) عادة عن طريق حساب الانحدار للمعاملات الضبابية  $\tilde{a}_j$ ،  $j = 1, \dots, k$ ، بناءً على مجموعة المشاهدات  $(X_i, \tilde{y}_i)$  ولغرض تقليل المسافة بين المشاهدات لمجموعة بيانات الادخال والايخراج من خلال جمع  $n$  من المعادلات في شكل مصفوفة ليتم الحصول على FLS الآتي:

$$\tilde{y} = X \tilde{a} \quad (17)$$

$$\tilde{y} = (\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n)^t, \quad \tilde{a} = (\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_k)^t, \quad X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^t$$

ولغرض حساب  $\tilde{a}$  حلاً للمعادلة (17) نحل مجموعة المعادلات الطبيعية كالتالي:

$$X^t X \tilde{a} = X^t \tilde{y} \quad (18)$$

وبذلك يتم نقل تحليل الانحدار الضبابي الى نظام خطي ضبابي لحساب  $\tilde{a}$  عن طريق تقنية ST-decomposition، علماً أن:

$$ST = X^t X \quad (19)$$

S: مصفوفة متماثلة (Symmetric Matrix)، T: مصفوفة مثلثية عليا (Triangular Matrix).

و يتم حل المعادلة (18) عن طريق ايجاد معكوس المصفوفة S والمصفوفة T من خلال ايجاد الخطوات الآتية: [18]

1- نأخذ المصفوفة المربعة  $A_{4 \times 4}$  بأعداد ضبابية مثلثية:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ 0 & 1 & t_{23} & t_{24} \\ 0 & 0 & 1 & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2- لتوضيح ST-decomposition نفرض ان  $A = ST$

$$S = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ a_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ a_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{pmatrix}$$

و يتم الحصول على عناصر  $T$  و  $S$  على النحو التالي:

A- نجد العنصر  $t_{12}$

$$(20)$$

$$t_{12} = (a_{12} - a_{21})/a_{11}$$

B- ثم نجد العنصر  $s_{22}$  والعنصر  $s_{23}$

$$(21)$$

$$s_{22} = (a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} + a_{21}^2)/a_{11}$$

$$s_{23} = (a_{32}a_{11} - a_{12}a_{31} - a_{31}a_{21})/a_{11}$$

C- ولإيجاد العنصر  $s_{24}$  على النحو الآتي

$$(22)$$

$$s_{24} = (a_{42}a_{11} - a_{12}a_{41} - a_{41}a_{21})/a_{11}$$

D- نحصل على العنصر  $t_{23}$  من خلال الخطوة الآتية

$$(23)$$

$$t_{23} = (a_{11}(a_{23} - s_{23}) - a_{21}(a_{13} - a_{31}))/ (a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21})$$

E- ولإيجاد العنصر  $t_{13}$

$$(24)$$

$$t_{13} = (a_{13} - a_{31} - a_{21}t_{23})/a_{11}$$

F- ثم نجد العنصرين  $s_{33}$ ,  $s_{34}$

$$(25)$$

$$s_{33} = a_{33} - a_{31}t_{13} - s_{23}t_{23}$$

$$s_{34} = a_{43} - a_{41}t_{13} - s_{24}t_{23}$$

G- ومن خلال الخطوات السابقة نستطيع ايجاد العنصر  $t_{14}$  كالآتي

$$(26)$$

$$t_{14} = \frac{(a_{14} - a_{41})(s_{22}s_{33} - s_{23}^2) + (a_{24} - s_{24})(a_{31}s_{23} - a_{21}s_{33}) + (a_{34} - s_{34})(a_{21}s_{23} - a_{31}s_{22})}{a_{11}(s_{22}s_{33} - s_{23}^2) + 2a_{21}a_{31}s_{23} - s_{22}a_{31}^2 - s_{33}a_{21}^2}$$

H- بعد ذلك يتم ايجاد العنصر  $t_{24}$

$$(27)$$

$$t_{24} = \frac{(a_{14} - a_{41})(s_{23}a_{31} - s_{33}a_{21}) + (a_{24} - s_{24})(a_{11}s_{33} - a_{31}^2) + (a_{34} - s_{34})(a_{31}a_{21} - a_{11}s_{23})}{a_{11}(s_{22}s_{33} - s_{23}^2) + 2a_{21}a_{31}s_{23} - s_{22}a_{31}^2 - s_{33}a_{21}^2}$$

I- يتم الحصول على العنصر  $t_{34}$  كالآتي

$$(28)$$

$$t_{34} = \frac{(a_{14} - a_{41})(s_{23}a_{21} - s_{22}a_{31}) + (a_{24} - s_{24})(a_{21}a_{31} - a_{11}s_{23}) + (a_{34} - s_{34})(a_{11}s_{22} - a_{21}^2)}{a_{11}(s_{22}s_{33} - s_{23}^2) + 2a_{21}a_{31}s_{23} - s_{22}a_{31}^2 - s_{33}a_{21}^2}$$

J- واخيراً نحصل على  $s_{44}$  من خلال الخطوة الآتية

$$(29)$$

$$s_{44} = a_{44} - a_{41}t_{14} - s_{24}t_{24} - s_{34}t_{34}$$

3- لنفرض ان لدينا العدد الضبابي  $\tilde{u}$  حيث أن:  $\tilde{u} = ((\underline{u}(r), \bar{u}(r)))$ ،  $0 \leq r \leq 1$ ، إذ يجب ان تستوفي المتطلبات الآتية: [9]

أ-  $\underline{u}(r)$  دالة يسار مستمرة ومنتزعة بشكل رتيب.

ب-  $\bar{u}(r)$  دالة يسار مستمرة ومنتزعة بشكل رتيب.

ج-  $\forall r \in [0,1]$  ،  $\underline{u}(r) \leq \bar{u}(r)$ .

اما دالة الانتماء للعدد الضبابي المثلثي  $\tilde{u}$  فهي كالآتي:

$$\begin{cases} \frac{(x-u_1)}{(u_2-u_1)} & \text{if } u_1 \leq x \leq u_2 \end{cases} \quad (30)$$

$$\mu_{\tilde{u}}(x) = \begin{cases} \frac{(u_3-x)}{(u_3-u_2)} & \text{if } u_2 \leq x \leq u_3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

يتكون العدد الضبابي المثلثي  $\tilde{u}$  من ثلاثة حدود هي  $(u_1, u_2, u_3)$  إذ ان :

$$\begin{aligned} \tilde{u}(r) &= (\underline{u}(r), \overline{u}(r)) \\ \underline{u}(r) &= (u_2 - u_1)r + u_1 \\ \overline{u}(r) &= u_3 - (u_3 - u_2)r \end{aligned} \quad (31)$$

4- يمكن إعادة صياغة المعادلة (18) وفق الصيغة الآتية: [15]

$$\begin{aligned} BA &= Y \\ A &= \begin{pmatrix} a \\ -\bar{a} \end{pmatrix} \\ Y &= \begin{pmatrix} Y \\ -\bar{Y} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

5- يمكن كتابة المصفوفة  $B$  وفق الصيغة الآتية:

$$B = \begin{pmatrix} M & N \\ N & M \end{pmatrix} \quad (33)$$

حيث ان  $M, N \geq 0$  كذلك  $A = M - N$ ، كما يمكن كتابة المعادلة  $BX = Y$  بالشكل الآتي:

$$\begin{pmatrix} M & N \\ N & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ -\bar{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y \\ -\bar{Y} \end{pmatrix} \quad (34)$$

6- هنا لا بد من الإشارة الى أنه تم اثبات النظريات التالية بخصوص المصفوفة  $B$  كالآتي: [7]

أ- المصفوفة  $B$  مصفوفة غير مفردة (محددها لا يساوي صفر) اذا كان كل من  $(A = M + N)$  و  $(A = M - N)$  غير مفردة ايضاً.

ب- هيكل  $B^{-1}$  مشابه لـ  $S$  وغيرها، إذ ان  $B^{-1} = \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & P \end{pmatrix}$

يتم إيجاد  $ST$ - decomposition للمصفوفة  $B$ ، كما يتم إيجاد  $Y = STB$  من خلال إيجاد معكوس المصفوفة المثلثية  $T$  والمصفوفة المتماثلة  $S$ .

7- يتم إعادة صياغة  $Y = \begin{pmatrix} Y \\ -\bar{Y} \end{pmatrix}$  بالشكل الآتي:

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{X^t \tilde{y}}{-X^t \tilde{y}} \end{pmatrix} \quad (35)$$

8- أخيراً يمكن إيجاد قيمة المعلمات الضبابية للنموذج الخطي الضبابي  $Ast$  من خلال العلاقة الآتية:

$$\hat{A}st = T^{-1}S^{-1}Y = T^{-1}S^{-1} \begin{pmatrix} \frac{X^t \tilde{y}}{-X^t \tilde{y}} \end{pmatrix} \quad (36)$$

$\hat{A}st$ : المعلمة الضبابية المقدرة للنموذج الخطي الضبابي.

## 11. الجانب التجريبي

ان استعمال الاسلوب التجريبي او ما يسمى بأسلوب المحاكاة (Simulation) يهدف الى امكانية المقارنة بين طرائق تقدير النموذج الانحدار الخطي الضبابي والتي تم دراستها في الجانب النظري من البحث عن طريق توليد البيانات الضبابية باستعمال طريقة مونتني كارلو وبالاستعانة ببرنامج MATLAB وبالاعتماد على معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error) ومن خلال النتائج يتم التوصل الى الطريقة الافضل والاكفاً.

### 1-11 وصف تجربة المحاكاة

تم اجراء عدد من تجارب المحاكاة باستعمال طريقة مونتني كارلو، إذ تم توليد خمسة متغيرات توضيحية  $P=5$  وتم استعمال خمسة احجام من حجوم العينات  $(200, 150, 100, 50, 25)$  وبمتوسط حسابي  $(4, 2, 0)$  وبتباين  $(0.9, 0.5, 0.1)$  وبتكرار 1000 لكل تجربة، وتم توزيع اعداد المتغيرات التوضيحية بين هذه التجارب.

### 2-11 خوارزمية المحاكاة

1- توليد الخطأ العشوائي

تم توليد الخطأ العشوائي بشكل طبيعي بمتوسط 0 وتباين 1

$$1)e \sim N(0,$$

2- تم توليد المتغيرات التوضيحية بشكل طبيعي بمتوسط  $\mu$  وتباين  $\sigma^2$

$$\sigma^2)X \sim N(\mu,$$

3- توليد المتغير المعتمد

تم توليد المتغير المعتمد بشكل اولي من خلال المتغيرات التوضيحية وحسب المعادلات التالية:

$$y_i^l = \sum_{j=0}^N (\alpha_j - c_j)x_{ij} \quad i = 1,2, \dots, n \quad j = 1,2, \dots, k \quad (37)$$

$$y_i^{h=1} = \sum_{j=0}^N \alpha_j x_{ij} \quad (38)$$

$$y_i^u = \sum_{j=0}^N (\alpha_j + c_j)x_{ij} \quad (39)$$

$\alpha_j$  : قيمة المركز للمعلمة الضبابية ,  $c_j$  : قيمة التشتت للمعلمة الضبابية

4- توليد المعلمات الضبابية وحسب الصيغة التالية:[8]

$$\alpha_j = \begin{cases} 1 & \text{if } j = 0 \\ \sqrt{2} \cos(\pi j x) & \text{if } j = 1,2, \dots \end{cases} \quad (40)$$

$$c_j = \begin{cases} 0.5 & \text{if } j = 0 \\ 0 & \text{if } j \text{ is even number} \\ \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2 j^2} & \text{if } j \text{ is an odd number} \end{cases} \quad (41)$$

$j$  : رقم الدوران وهو عدد مرات تكرار الدالة المنتشرة في مجموع الدوال المنتشرة التي تمثل المتغير الضبابي.

### 3-11 نتائج المحاكاة

تم مقارنة نتائج طرائق التقدير عند المتوسط (4,2,0) والتباين (0.9,0.5,0.1) وبعدها خمسة احجام من حجوم العينات (200,150,100,50,25) ومن خلال الانموذج:

$$\tilde{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_1 + \tilde{a}_2 x_2 + \tilde{a}_3 x_3 + \tilde{a}_4 x_4 + \tilde{a}_5 x_5$$

الجدول (1) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 0 والتباين 0.1 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.0965	0.1511	0.1205	0.1685	0.1240
ST-decomposition	0.2714	0.6500	0.2290	0.3758	0.2531
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول (2) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 0 والتباين 0.5 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.0813	0.2313	0.1730	0.0911	0.1592
ST-decomposition	0.9069	0.5032	0.9221	0.2039	0.2564
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول (3) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 0 والتباين 0.9 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.0700	0.1766	0.1466	0.1647	0.0830

ST-decomposition	0.2972	0.2425	0.2642	0.6247	0.1865
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول (4) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 2 والتباين 0.1 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.2014	0.1971	0.0897	0.1476	0.1610
ST-decomposition	1.1366	2.3826	0.1777	0.5125	0.2503
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول (5) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 2 والتباين 0.5 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.1411	0.1464	0.1142	0.1906	0.1769
ST-decomposition	1.3414	1.1027	0.6844	1.5900	1.3304
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول (6) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 2 والتباين 0.9 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.1269	0.1472	0.1399	0.1826	0.1394
ST-decomposition	1.5700	0.8860	0.2543	3.4108	0.1584
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول رقم (7) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 4 والتباين 0.1 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.2463	0.1484	0.1623	0.1587	0.1986
ST-decomposition	0.8763	0.2951	1.2585	1.4566	3.3980
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول رقم (8) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 4 والتباين 0.5 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.1303	0.1897	0.1811	0.1772	0.2158
ST-decomposition	1.5007	1.7545	1.3279	1.7810	1.4052
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

الجدول رقم (9) يمثل نتائج المقارنة بين الطريقتين عند قيمة المتوسط 4 والتباين 0.9 وبتكرار 1000

Methods	MSE				
	N=25	N=50	N=100	N=150	N=200
A.R. Arabpour And M. Tata	0.0645	0.1742	0.2291	0.2227	0.2035
ST-decomposition	1.5923	0.7860	1.7558	2.1934	1.3061
Best Method	A.R. Arabpour And M. Tata				

نلاحظ من الجداول المذكورة انفاً ان طريقة A.R.Arabpour And M.Tata للتقدير تمتلك اقل MSE عند المتوسط (4,2,0) والتباين (0.9,0.5,0.1) وعند حجوم العينات 25، 50، 100، 150، 200 وبذلك تفوقت على طريقة ST-decomposition في ايجاد مقدرات النموذج الانحدار الخطي الضبابي.

**12. الاستنتاجات**

- 1- أفرزت نتائج المحاكاة أن طريقة A.R.Arabpour And M.Tata هي الأفضل كونها تمتلك أقل متوسط مربعات الخطأ MSE بعد المقارنة مع طريقة ST-decomposition لتقدير النموذج الانحدار الخطي الضبابي عند حجوم العينات (200,150,100,50,25) وبتكرار 1000 لكل تجربة.
- 2- أن طريقة A.R.Arabpour And M.Tata تميزت بثبات أفضل من طريقة ST-decomposition مع زيادة حجم العينة.
- 3- يمكن استعمال طريقة A.R.Arabpour And M.Tata لتقدير النموذج الانحدار الخطي الضبابي لكفاءته في ايجاد المقدرات وبالتالي اتخاذ قرارات صائبة.
- 4- هناك العديد من الاتجاهات البحثية المستقبلية في مجال الانحدار الخطي الضبابي، على سبيل المثال يمكن اجراء المزيد من الابحاث لتحسين كفاءة واستقرار طرائق تقدير المعلمات الضبابية فضلاً عن ذلك يمكن اجراء المزيد من الابحاث لتوسيع نطاق الانحدار الخطي الضبابي الى مجالات جديدة.

**13. التوصيات**

- 1- إجراء دراسات مستقبلية باستعمال بيانات حقيقية ومقارنتها مع ما تفرزه نتائج المحاكاة من أجل التأكد من دقة النتائج.
- 2- تعزيز استخدام الانحدار الخطي الضبابي في الابحاث والتطبيقات العملية لتمثيل العديد من الظواهر الاجتماعية والاقتصادية التي تتصف ببياناتها بعدم اليقين.
- 3- إجراء دراسات مستقبلية باستعمال طرائق تقدير معلمية جديدة لتقدير النموذج الانحدار الخطي الضبابي ومقارنتها مع الطرائق المستعملة في البحث مثل طريقة بيز الضبابية وطريقة الامكان الاعظم الضبابية باستعمال خوارزمية تعظيم التوقع وغيرها باستعمال المحاكاة .

**المصادر**

- [1] خضر، سليمة محمد، (2022م) "الاعداد الضبابية"، بحث منشور، مجلة التربوي، العدد 20.
- [2] الطائي، فاضلة علي جيجان، (2007م) "الضبابية في البرمجة الخطية مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.
- [3] عباس، مروان صبري، (2021م) "مقارنة تطبيقية بين نماذج الانحدار الضبابي"، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.
- [4] فرحان، علي محمد، (2013م) "بناء نموذج انحدر خطي متعدد ضبابي لأسعار النفط العالمية"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- [5] هندوش، رنا وليد بهنام، (2009م) "تطبيق المنطق المضرب لنمذجة الكثافة الانتاجية لمعمل الالبسة الولادي"، بحث منشور، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية.
- [6] Arabpour, A. R., & Tata, M. (2008). "Estimating the parameters of a fuzzy linear regression model". Iranian Journal of Fuzzy Systems, 5(2), 1-19.
- [7] Friedman, M., Ming, M., & Kandel, A. (1998). "Fuzzy linear systems". Fuzzy sets and systems, 96(2), 201-209.
- [8] González-Rodríguez, G., Colubi, A., & Gil, M. A. & Coppi, R. (2006). "A Method to Simulate Fuzzy Random Variables". Soft Methods for Integrated Uncertainty Modelling (pp.103-110) Chapter: A Method to Simulate Fuzzy Random Variables.
- [9] Jafarian, A. (2016). "New decomposition method for solving dual fully fuzzy linear systems". International Journal of Fuzzy Computation and Modelling, 2(1), 76-85.
- [10] Klir, G. J., & Yuan, B. (1996). "Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications". Possibility Theory versus Probab. Theory, 32(2), 207-208.
- [11] Nowaková, J. & Pokorný, M. (2013). "Fuzzy Linear Regression Analysis." 12th IFAC Conference on Programmable Devices and Embedded Systems, Czech Republic.
- [12] Pedrycz, W., & Gomide, F. (1998). "An introduction to fuzzy sets: analysis and design". MIT Press.
- [13] Ramly, N., Rusiman, M. S., Ismail, S., Hamzah, F. M., & Gürünlü Alma, Ö. (2023). "An adjustment degree of fitting on fuzzy linear regression model toward manufacturing income".
- [14] Shapiro, A. F. (2005). "Fuzzy regression models". Article of Penn State University, 102(2), 373-383.
- [15] Vijayalakshmi, V., & Sattanathan, R. (2011). "ST decomposition method for solving fully fuzzy linear systems using Gauss Jordan for trapezoidal fuzzy matrices". In International Mathematical Forum (Vol. 6, No. 45, pp. 2245-2254).

- 
- [16] Wu, H. C. (2003). "Linear regression analysis for fuzzy input and output data using the extension principle". *Computers & Mathematics with Applications*, 45(12), 1849-1859.
- [17] Zadeh, L. A. (1965). "Fuzzy sets". *Information and control*, 8(3), 338-353.
- [18] Zareamoghaddam, H., & Zareamoghaddam, Z. (2014). "A new algorithm for fuzzy linear regression with crisp inputs and fuzzy output". *International Journal of Nonlinear Science*, 17(2), 128-134.



**Journal of Administration  
& Economics**

**Mustansiriyah  
University**

**College of  
Administration &  
Economics**

**P-ISSN: 1813 - 6729**

**E- ISSN: 2707-1359**

---

**Using Simulation to Compare Two Methods of Estimating the Fuzzy Linear Regression Model**

**Azhar Naji Kadhim**

Dep. of Statistics, College of Administration & Economics, Mustansiriyah University, Baghdad, Iraq.

Email: [azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq](mailto:azhar.naji@uomustansiriyah.edu.iq),

**Nabaa Naeem Mahdi**

Dep. of Statistics, College of Administration & Economics, Mustansiriyah University, Baghdad, Iraq.

Email: [nabaanaeemmahdi@uomustansiriyah.edu.iq](mailto:nabaanaeemmahdi@uomustansiriyah.edu.iq), ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1177-5111>

---

**Article Information**

**Article History:**

Received: 10 / 9 / 2023

Accepted: 9 / 10 / 2023

Available Online: 22 / 7 / 2024

Page no : 110 – 121

**Keywords:**

A.R.Arabpour and M.Tata method , Fuzzy linear regression model , Mean square error , ST-decomposition method , Simulation .

**Correspondence:**

Researcher name:

Azhar Naji Kadhim

Email:

[azhar.naji @uomustansiriyah.edu.iq](mailto:azhar.naji @uomustansiriyah.edu.iq)

---

**Abstract**

*Fuzzy linear regression is the optimal tool for analyzing data that is not accurate or clearly defined; using fuzzy tools in analyzing such data can improve the accuracy and reliability of estimating relationships between variables. This research deals with a comparison between two methods for assessing the fuzzy linear regression model with a fuzzy triangular response variable and crisp (non-fuzzy) explanatory variables and fuzzy triangular parameters (A.R.Arabpour and M.Tata method for estimation, the ST-decomposition method for analysis). The comparison was based on the Mean Square Error (MSE) measurement; simulation was used with five sample sizes of (25,50,100,150,200), mean values of (0,2,4), and variance values of (0.1,0.5,0.9), with 1000 repetitions for each experiment. The MATLAB program was used to obtain the results; through comparison, it was found that the A.R.Arabpour And M.Tata method is the best because it has the lowest MSE value. Therefore, efficient estimators capable of representing the fuzzy model can be obtained*