أستنباط طريقة جديدة لحل كينـاميتيكية مجاميع التروس المعقدة التركيب

أ.م.د. فاهم فخري الحمداني
قسم الهندسة الميكانيكية/ كلية الهندسة
الجامعة المستنصرية / بغداد- العراق

م.م. سعد نجيب شهاب
قسم الهندسة الميكانيكية/ كلية الهندسة
الجامعة المستنصرية / بغداد- العراق

م.م. مهند نزار مصطفى
قسم الهندسة الميكانيكية/ كلية الهندسة
الجامعة المستنصرية / بغداد- العراق

الخلاصة :

يتضمن البحث دراسة عامة عن جميع مجاميع التروس الكواكبية , وكما يلي :-
أولا: أستنباط معادلات مبسطة تستخدم في التحليل الكينـاميتيكي لمجوعة التروس الكواكبية البسيطة وذلك للأستفادة منها مستقبلا في الحسابات و التحليلات المستقرة والديناميكية .
ثانيا: أستخدام هذه المعادلات المبسطة كنموذج لحل كينـاميتيكية جميع مجاميع التروس الكواكبية وبطريقة جديدة .
ثالثا: أستخدام أسلوب جديد ومبسط لفهم كينـاميتيكية جميع مجاميع التروس المعقدة التركيب والتي يصعب فهم عملها , وذلك بأبتكار نظام مكافىء , حيث يتم تحويل تلك المجاميع المعقدة الى مجاميع تروس كواكبية بسيطة بأعادة ترتيبها وتبسيطها ثم رسمها بطريقة جديدة بأستخدام طريقة التخيل.
أن الغاية من هذا البحث هي الأستفادة من المعادلات المستنبطة وتطبيقها على جميع مجاميع التروس المعقدة التركيب وذلك لفهم وأدراك عملها , و في الحقيقة هناك هدفان : الأول تعليمي لتبسيط أي نظام تروس معقد الى نظام مبسط , والثاني الأستفادة من هذه الطريقة مستقبلا في تصاميم التروس المعقدة التركيب.

Abstract

This work contains a general study about all epicyclic gear trains .This was accomplished by:-

1. *Developing simplified equations for the kinematic analysis of all epicyclic gear trains .This will be used for future steady state and dynamic analysis .*
2. *Utilizing the developed equations as a model for solving the kinematics of all epicyclic gear trains .This can be applied in all complex gear trains by developing a new approach which is regarded as an equivalent system using an imaginary method .*
3. *Using the new equivalent method to understand the kinematics of all complex gear trains which are difficult to analyse . This is achieved by simplifying all complex gear trains into simple epicyclic gear trains by re-drawing the new equivalent system .*

The basic aim of this paper is to develop a new and simple learning technique in understanding and solving the kinematics of any complex gear mechanism . In addition , this approach might be useful in future design of complex gear mechanism .

1. المقدمـــــــة (Introduction)

هناك نوعان رئيسيان من صناديق التروس : النوع الأول ,مجاميع التروس الأعتيادية (Ordinary or Classical Type of Gear Boxes) والتي فيها تدور كل التروس حول محاورها فقط , حيث تدور المحاور ولكنها تبقى ثابتة في مكانها , كما في صندوق التروس الأعتيادي (غير الأوتوماتيك أو غير ذاتي الحركة) الموجود في المركبات والسيارات , والذي يمثل صندوق تروس اعتيادي تدور فيه التروس حول محورها فقط من دون حركة نسبية أضافية . أما النوع الثاني من صناديق التروس فهو مجاميع التروس الكواكبية (Epicyclic Gear Trains) والتي فيها يدور أحد التروس (أو أكثر) حول محوره وفي نفس الوقت يدور حول محور آخر (حركة نسبية أضافية) , كما في صندوق المفرق (Differential) وصناديق التروس الذاتية الحركة .

يتكون صندوق التروس الكواكبية من مجموعة تروس بأحجام مختلفة يمكن تركيبها أو تعشيقها حسب الحاجة , ويمتاز بصغر حجمه وقلة وزنه نسبيا [2,1] , وقد صمم للحصول على نسب تخفيض مختلفة وعالية بدون تغيير في تعشيق التروس , أن هذه الخاصية تقلل من التآكل والضوضاء الذي يحصل في صناديق التروس الأعتيادية وترفع من أداء المركبة وتقلل من استهلاك الزيت والوقود [4, 3] .

عادة يتم الحصول على نسب تخفيض مختلفة بأستعمال فرامل الأحاطة (Annulus Brakes) التي تعمل بطريقة هيدروليكية في المركبات الحديثة , وتستخدم التروس الكواكبية كمجاميع في صناديق أجهزة النقل شبه الذاتية وذاتية الحركة (الأوتوماتيكية) والتي يستفاد منها في الكثير من المجالات الصناعية الحديثة للأستعاضة عن القابض الميكانيكي , ولسهولة التغيير من نسبة معينة الى أخرى وكذلك لتقليل الأهتزازات , ومؤخرا أستخدمت بكثرة في أجهزة النقل الأوتوماتيكية للمركبات الحديثة مما يسهل عملية قيادة هذه المركبات , كما أستخدمت في الطائرات السمتية لتحريك المراوح الخلفية الصغيرة والتي تساعد في عمل موازنة ديناميكية لهذه الطائرات عندما تدور الطائرة السمتية باتجاه معين حيث يتولد عزم جيروسكوبي بسبب عزم القصور الذاتي الكبير نسبيا والزخم الزاوي للمروحة الرئيسية للطائرة [6,5] .

2. مجاميع التروس الكواكبية (Epicyclic Gear Trains)

يمكن تعريف مجموعة تروس كواكبية بسيطة بمجموعة متكونة من أربعة أجزاء رئيسية كما مبين في الشكل (1أ) , وهي :-

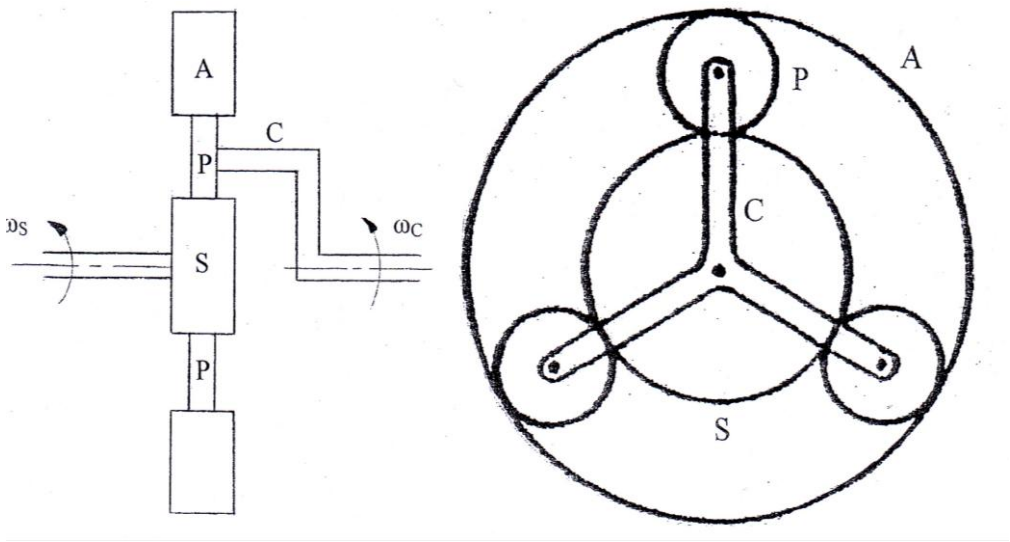
أولا: الترس الشمسي (S) (Sun Gear) : ويكون في منتصف المجموعة الكواكبية , وله أسنان خارجية (مسنن من الخارج) تكون عدلة أو مائلة , ويعشق الترس الشمسي مع التروس الكواكبية .

ثانيا: الترس الحلقي (ترس الأحاطة) (A) (Annulus Gear) : وهو أكبر جزء في المجموعة الكوكبية , ويكون مسنن من الداخل ويعشق الترس الحلقي مع التروس الكواكبية .

ثالثا: التروس الكواكبية (الفلكية) (P) (Planet Gear) : وهي مجموعة من التروس الصغيرة , مسننة من الخارج ,يتراوح عددها بين 3 الى 10 تروس وتكون مركبة على حامل ويرتبط بالحامل عدد من الأذرع مساوية لعدد التروس الكواكبية, وكل ترس كوكبي يرتبط بذراع بواسطة مسمار ويدور حوله, وتعتبر التروس الكواكبية والحامل جزء واحد تدور معا حول محور دوران الترس الشمسي , أضافة الى دوران التروس الكواكبية حول نفسها وهي تشبه حركة الكوكب في المجموعة الشمسية , ولهذا السبب تدعى بمجاميع التروس الكواكبية.

رابعا: الحامل (C) (Carrier) : يتكون من عدد من الأذرع (Arms) , يرتبط مع ذراع ترس كواكبي عن طريق مسمار (Pin) .

ويمكن اعتبار أي صندوق تروس غير اعتيادي والذي فيه أحد التروس يدور حول محورين بمثابة مجموعة تروس كواكبية . أن جميع صناديق نقل الحركة الذاتية (الأوتوماتيكية) تعتمد في عملها على وحدات التروس الكواكبية لنقل القدرة وتكبير عزم المحرك الواصل الى محور الأدارة , كما أن مجموعة التروس المركبة تضم على الأقل وحدتين من التروس الكواكبية البسيطة للحصول على عدد كبير من نسب التخفيض لتوفير الأداء الأمثل للمحرك . وقد تستخدم وحدات التروس الكواكبية مع صندوق التروس الأعتيادي (اليدوي), حيث تركب مع خارج (Output) الصندوق لتعطي تخفيض فوق السرعة (Overdrive) (نسب تخفيض موجبة أقل من واحد) [8,7] .



أ. مجموعة تروس كواكبية **ب. مخطط جانبي لمجموعة التروس الكواكبية**

شكل (1)

3. كينـاميتيكيـــة مجموعة التروس الكواكبية والطرق المستخدمة

كمـــا هو معلوم , أن لصناديق التروس الأعتياديـــة مدخل واحد ومخرج واحد (one input and one output) , ويتم تغيير التعشيق يدويا وبأستخدام القابض الميكانيكي للتبديل من نسبة الى أخرى , بينما لصناديق التروس الكواكبية مدخلان ومخرج واحد (two inputs and one input)

كما أن أحد التروس فيها يدور حول محورين (محوره ومحور آخر) وكما موضح في الشكل (1ب) , لذا يمكن الحصول على مالانهاية من نسب التخفيض وهذا يعني أن مجاميع التروس الكواكبية تصلح أن تكون أجهزة نقل أوتوماتيكية , ويمكن ايقاف أحد المدخلين (أي أن السرعة تساوي صفر) .

أن الطـرق التقليديـة المسـتخدمة فـي حـل كينـاميتيكيـة مجـاميع التـروس الكواكبيـة (طريقـة الجـدول) [10,9] , والمستخدمة في جميع المصادر يمكن توضيحها وكما يلي :-

في الشكل (1) السابق , نفترض أن المطلوب أيجاد نسبة السرعة للترس الشمسي (S) الى سرعة الحامل (C) عندما يكون الترس الحلقي (A) ثابت , يتم أتباع الخطوات التالية :-

أ. يدور كل جزء دورة واحدة بأتجاه عقرب الساعة (يفرض الأتجاه الموجب) .

ب. يثبت الحامل (C) , ويدور الترس الحلقي (A) دورة واحدة عكس اتجاه عقرب الساعة وحيث أن الحامل ثابت , تشكل التروس A و P وS مجموعة كواكبية بسيطة ونسبة السرعة للترسين P و S الناتجة من تدوير الترس A هي - : (T_A/T_P) و (T_A/T_S) + على التوالي .

ج. وبجمع الخطوتين (أ) و (ب) لكل جزء من الأجزاء الأربعة لمجموعة التروس الكواكبية يتم الحصول على نتائج الحركة .

ويمكن ترتيب الخطوا ت أعلاه بالصيغة المتبعة والتي تسمى بطريقة الجدول والمستخدمة في حل هذه المسائل وكما يلي : -

	C	A	P	S
أ. يعطى كل الأجزاء دورة موجبة	**+1**	**+1**	**+1**	**+1**
ب. يثبت الحامل C ويعطى A دورة سالبة	**0**	**-1**	**$-(T_A/T_P)$**	**$+(T_A/T_S)$**
ج. بالجمع	**+1**	**0**	**$1-(T_A/T_P)$**	**$1+(T_A/T_S)$**

أن الخطوة الأخيرة للجدول تعطي الحركة النسبية للحامل والترسين الشمسي والكوكبي عندما يكون الترس الحلقي ثابت . وعادة يعطى الترس الثابت دورة سالبة كما مبين في الخطوة (ب) للترس A .

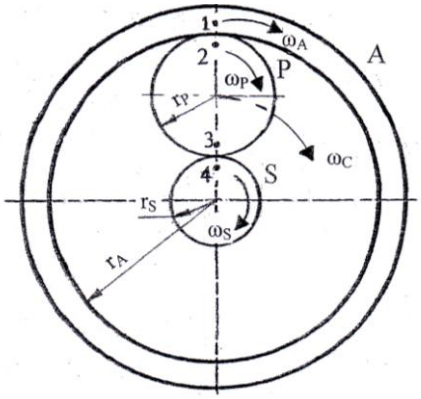
حيث أن : -

T = عدد أسنان الترس .

الحروف التحتية (A و P و S) ترمز الى الترس الحلقي والكوكبي والشمسي على التوالي . أن لهذه الطريقة عدة سلبيات , فمثلا في حالة أستخدام صندوق تروس يحتوي على (4) مجاميع تروس كواكبية ,فهذا يستوجب أستخدام وتكرار طريقة الجدول (4) مرات مما يجعلها طريقة صعبة وطويلة جدا وقد تحتوي على أخطاء .

4. أستنباط معادلة مبسطة لمجاميع التروس الكوكبية البسيطة

يوضح الشكل (2) كينماتيكية مجموعة التروس الكواكبية , ومن خلاله يمكن الحصول على معادلات مبسطة غير مستخدمة في الكتب وا لبحوث السابقة , وللسهولة سيفترض أن جميع السرع الزاوية لأجزاء المجموعة الكواكبية (ω_S , ω_A , ω_P , ω_C) تدور بأتجاه عقرب الساعة (والتي ممكن أن تحدث في لحظة ما , لأن الحركة النسبية يصعب تصورها) لذا فأن علاقات السرع يمكن أستنتاجها وكما يلي :-



شكل (2) كينماتيكية مجموعة التروس الكواكبية البسيطة

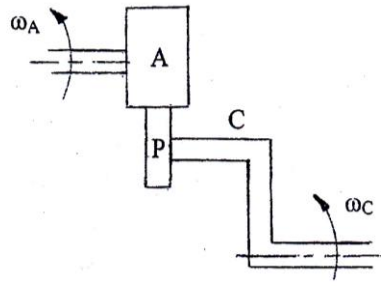
يمكن ملاحظة تساوي السرع عند نقطتي التعشيق 1 و 2 وأستنتاج المعادلة التالية :-

Mesh point 1: $\omega_A r_A$

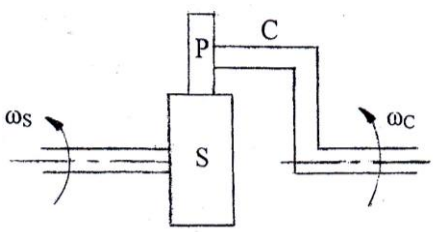
Mesh point 2: $\omega_P r_P$ $\omega_C r_A$

$$\omega_A r_A = \omega_P r_P + \omega_C r_A \quad \text{.....(1)}$$

يمكن تطبيق المعادلة (1) لأي مجموعة تروس كواكبية بسيطة , أضافة الى أمكانية تطبيقها لمجموعة تروس كواكبية ناقصة بدون ترس شمسي (S) , وكما مبين في الشكل (3) :-



شكل (3) مجموعة تروس كواكبية ناقصة بدون ترس شمسي



شكل (4) مجموعة تروس كواكبية ناقصة بدون ترس حلقي

وبنفس الطريقة فمن تساوي السرع عند نقطتي التعشيق 3 و 4 ، يمكن أستنتاج المعادلة التالية:-

$$\omega_S r_S = -\omega_P r_P + \omega_C r_S \quad \text{.....(2)}$$

يمكن تطبيق المعادلة (2) لأي مجموعة تروس كواكبية بسيطة , أضافة الى أمكانية تطبيقها لمجموعة تروس كواكبية ناقصة بدون ترس حلقي (A) كما مبين في الشكل (4) أعلاه .

بجمع المعادلتين (1) و (2) , يمكن الحصول على معادلة مبسطة يمكن أستخدامها في مجاميع التروس الكواكبية البسيطة :

$$\omega_S = (1 + R)\,\omega_C - R\,\omega_A \quad \text{..... (3)}$$

حيث أن :-

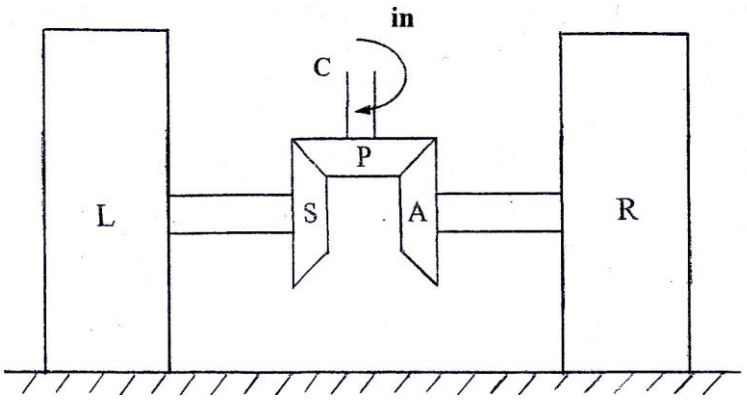
R = النسبة الكواكبية , حيث يمكن الأستعاضة بعدد الأسنان (T) عوضا عن نصف قطر الترس (r) لأن لها نفس الخطوة (Pitch) لذا فأن :-

$$\mathbf{R} = \frac{2T_P + T_S}{T_S} = \frac{2r_P + r_S}{r_S} = \frac{T_A}{T_S} = \frac{r_A}{r_S}$$

في حالة عدم وجود ترس كواكبي ناقص (أي أذا كان صندوق التروس يحتوي على تروس كواكبية بسيطة فقط) , فيمكن أستخدام المعادلة (3) فقط من دون أستخدام المعادلة (1) و (2) , لذا فأن المعادلة (3) تعتبر أساسية , حيث أن كثير من صناديق التروس الأوتوماتيكية تحتوي على مجاميع تروس كواكبية بسيطة (ليست ناقصة) , وأن أهمية معادلة (3) هي ربط المتغيرات المدخلة مع المخرجة بدون معرفة مايحدث داخليا , أي عدم معرفة سرعة التروس الفلكية (ω_P).

5. أستحداث طريقة جديدة (التخيل) وتطبيقها على مجموعة تروس معقدة

يمكن أستخدام المعادلات المستنبطة (1 و 2 و 3) في جميع مجاميع التروس غير الأعتيادية (المعقدة التركيب) وذلك بأعتبارها مجموعة تروس كواكبية , حيث يتم تبسيط مجاميع التروس غير الأعتيادية وأعادة ترتيبها ورسمها , وذلك بفرضية النظر الى المجموعة من اليمين أو اليسار وتدويرها بحيث يتم تحويل شكل مجموعة التروس المعقدة التركيب الى مجموعة تروس كواكبية مبسطة , ويتم التعامل مع النموذج المبسط هذا وأستخدامه في الحسابات التحليلية . أن الأسلوب الجديد والمبتكر هو **طريقة التخيل** و تمتاز هذه ببساطتها وسهولة التعامل معها من الناحيتين التحليلية والحسابية , على خلاف الطريقة التقليدية (طريقة الجدول) الموجودة في المصادر , كونها طريقة مطولة ومعقدة وصعبة . وسيتم توضيح ذلك من خلال بعض التطبيقات على مجاميع التروس المركبة كما في المفرق البسيط (Simple Differential) المبين في الشكل (5) .



شكل (5) صندوق المفرق البسيط (ذو الحركتان) والمربوط الى الأطارين (L) و (R)

حيث يسبب دوران أحد التروس (P) حول محوره و حركة نسبية أضافية حول محور الأطارين كما هو الحال في صندوق التروس الكواكبي , أي يمكن التخيل أو التصور أن الترس الشمسي (S) مربوط على أحد الأطارين مثلا الأطار الأيسر وترس الأحاطة (A) مربوط على الأطار الأيمن . وبالتعويض عن النسبة الكواكبية بواحد بسبب تساوي عدد الأسنان للترسين S و A (R=1) في المعادلة (3) السابقة , تصبح :

$$\omega_S = 2\,\omega_C - \omega_A$$

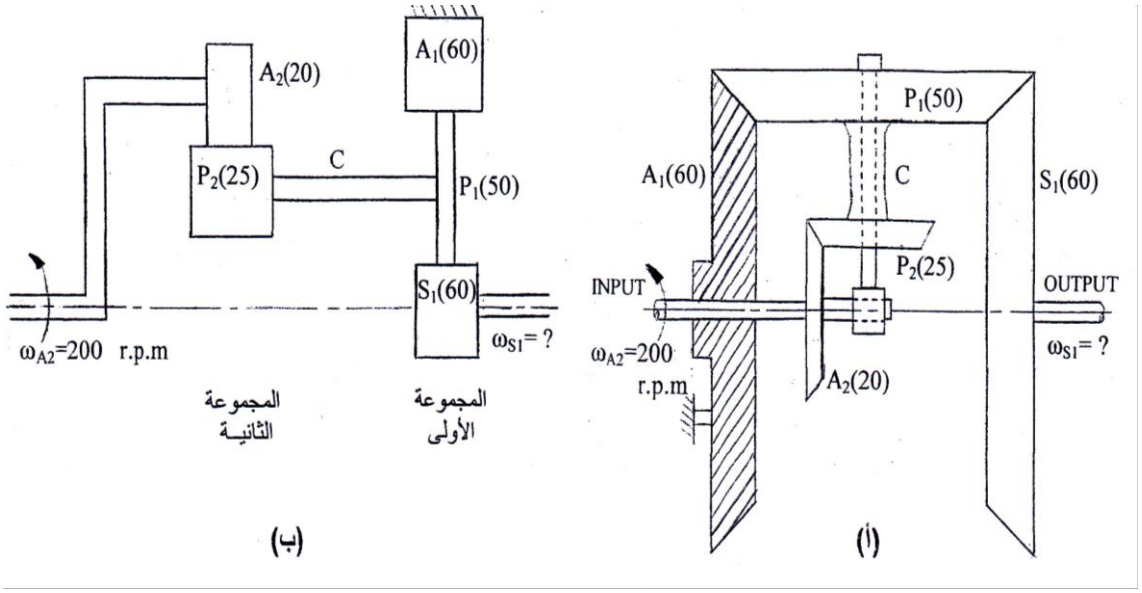
ويمكن كتابة المعادلة بصيغة أخرى :

$$\omega_L + \omega_R = 2\,\omega_{in} \quad \text{.....(5)}$$

حيث أن الرموز ($_{L}$, $_{R}$) تشيرالى الأطارين الأيمن والأيسر على التوالي , وهذه هي معادلة المفرق الكينماتيكية الأساسية .

6. المفرق المزدوج (Double Differential)

أن صندوق المفرق المزدوج هو مجموعة تروس معقدة التركيب كما مبين في الشكل (6 أ) , ولو فرض أن المطلوب هو أيجاد السرعة الخارجة (ω_{S1}) , حيث أن الترس A_1 مقفل (ω_{A1} = صفر) , والسرعة الداخلة (ω_{A2}= 200 rpm) على سبيل المثال , علما أن عدد أسنان كل ترس مبين بين قوسين على الشكل[10] .



شكل (6): أ.صندوق مفرق مزدوج معقد التركيب[10] ب.أعادة ترتيب ورسم المفرق المزدوج بطريقة التخيل

بأستخدام الطريقة الجديدة يعاد ترتيب ورسم المفرق المزدوج بالنظر من اليمين للشكل الأساسي (6 أ) لتحويله الى مجموعتي تروس كواكبية , الأولى بسيطة والثانية ناقصة أي أيجاد النظام المكافئ له بأستخدام طريقة التخيل وكما مبين في الشكل (6 ب) , ويلاحظ أن الترسين P_1 و P_2 يدوران على نفس المحور, أي : ($\omega_{P1} = \omega_{P2}=\omega_P$) , ثم يتم تطبيق المعادلات المستنبطة وكما يلي :-

بتطبيق المعادلة المستنبطة (3) على المجموعة الأولى (الكواكبية البسيطة الكاملة) :

$$\omega_{S1} = (1 + (60/60))\,\omega_C - 0 \quad \text{.....(i)}$$

وبتطبيق المعادلة المستنبطة (1) على نفس المجموعة الأولى :

$$0 = 50\omega_P + 60\omega_C \quad \text{.....(ii)}$$

وأخيرا بتطبيق المعادلة المستنبطة (1) على المجموعة الثانية (الكواكبية الناقصة) :

$$(200)(20) = 25\omega_P + 20\omega_C \quad \text{.....(iii)}$$

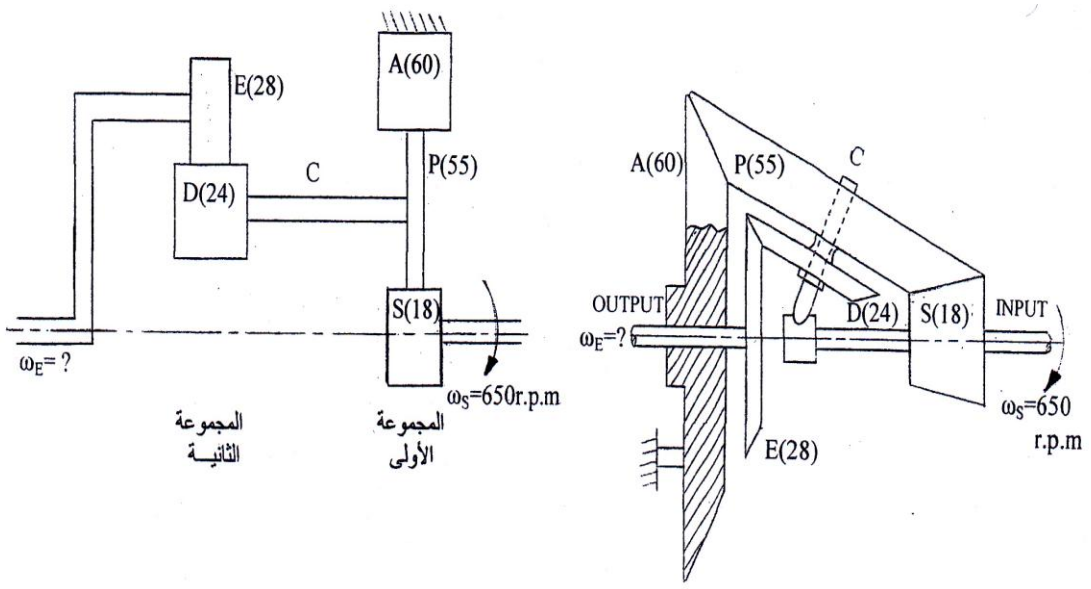
وبحل المعادلتين (ii) و (iii) والتعويض في (i) نحصل على النتيجة:

ω_{S1} = -800 rev./min. (in opposite direction to A_2) .

وهنا يتبين أهمية أستخدام هذه الطريقة الجديدة والمعادلات المستنبطة .

7. المفرق المزدوج المائل (Inclined Double Differential)

يمكن تطبيق المعادلة المستنبطة وطريقة التخيل الجديدة على مجموعة التروس غير الأعتيادية والمبينة في الشكل (7 أ) , والتي تمثل صندوق تروس مفرق مزدوج ومائل ذو زاوية معقد التركيب , فأذا كانت على سبيل المثال السرعة الداخلة (ω_S = 650 rpm) والترس A مزدوج ومائل (ذو زاوية) مقفل (ω_A = صفر) وعدد أسنان كل ترس مبين بين قوسين على الشكل[10] والمطلوب أيجاد السرعة الخارجة ω_E .



(ب) (أ)

شكل (7): أ. صندوق مفرق مزدوج مائل[10] ب.أعادة ترتيب ورسم المفرق المزدوج المائل بطريقة التخيل

يعاد ترتيب ورسم المفرق المزدوج المائل المعقد التركيب وتحويله الى مجموعة تروس كواكبية وأيجاد النظام المكافئ له بأستخدام طريقة التخيل وذلك بالنظر من اليمين للشكل الأساسي وكما مبين في الشكل (7 ب) . ويلاحظ أن الترسين P و D يدوران على نفس المحور ($\omega_P = \omega_D$) ويتم تطبيق المعادلات المستنبطة كما يلي :-

بتطبيق المعادلة المستنبطة (3) على المجموعة الكواكبية الأولى الكاملة :

$650 = (1 + (60/18))\ \omega_C - 0$ ..... (i)

وبتطبيق المعادلة المستنبطة (1) على المجموعة الكواكبية الأولى الكاملة :

$0 = 55\omega_P + 60\omega_C$ .....(ii)

وبتطبيق المعادلة المستنبطة (1) على المجموعة الكواكبية الثانية الناقصة :

$28\omega_E = 24\omega_D + 28\omega_C$ .....(iii)

وبحل المعادلتين (ii) و (iii) والتعويض في (i) نحصل على النتيجة :

ω_E = 9.74 rev./min.

وهنا يتبين أهمية أستخدام الطريقة الجديدة وسهولة تطبيقها على مجاميع التروس المعقدة التركيب .

8. الأستنتــاج

أن الأ ستعاضة عن طريقة الجدول المعقدة والمطولة والمستخدمة في حل كينامتيكية مجاميع التروس المعقدة التركيب و أستخدام طريقة التخيل والنظام المكافئ بالأستفادة من المعادلات المستنبطة , ربما قد يسهل مستقبلا فهم وأدراك كينامتيكية جميع مجاميع التروس المعقدة التركيب , وقد تبين ذلك بوضوح من خلال بعض التطبيقات لمجاميع تروس معقدة التركيب كما في المفرق البسيط والمفرق المزدوج المعقد التركيب , والتي تم دراستها في هذا البحث بتبسيطها وأعادة ترتيبها ورسمها بأسلوب جديد ثم أيجاد النظام المكافئ لها لتحويلها الى مجاميع تروس كواكبية بسيطة , وبالتالي تطبيق المعادلات المستنبطة بطريقة مبسطة ومختصرة و سهلة الفهم . أن هذا النظام المكافئ هو نموذج مبسط يمكن أستخدامه والأستفادة منه في بحوث جديدة تتعلق بالتصاميم والحسابات التحليلية للحالتين المستقرة والديناميكية ولجميع مجاميع التروس المعقدة التركيب .

9. المصـــــادر

1. Merrit , H.E. **,"Gear Trains",** Pittman , G. Britain , 1947**.**
2. C. H. Hsu, Y. Yeh and Z. R. Yang , **" Epicyclic Gear Mechanisms for Multi-Speed Automotive Automatic Transmissions ",** Proc. Nati. Sci. Counc. , Vol.25 **,** No. 1, pp. 63-69 ,Taiwan , 2001 **.**
3. Macmillan, R.H.,**"Epicyclic Gear Trains",** Engineer,Vol.188, p.727,London,1949.
4. Christopher A.Cory,**"Epicyclic Gear Train Solution Techniques with Appliction to Tandem Bicycling" ,** M.Sc. thesis , Blacksburg University , U.S.A. ,2003 .
5. Macmillan, R.H. , **"Power Flow and Loss Differential Mechanism",** Journal of Mechanical Engineering Science ,Vol.3, Great Britain , 1961.
6. Muller, H.W., **"Planetary Gear Trains" ,** Krauss Kopf , Verlag , 1970 **.**
7. M. Inalpolat and A. Kahraman , **" Dynamic Modelling of Planetary Gears of Automatic Transmissions " ,** Proc. IMechE , Vol. 222 , Part K: J. Multi-body Dynamics ,U.S.A. , 2008 .
8. Roland Mathis and Yves Remond , **" Kinematic and Dynamic Simulation of Epicyclic Gear Trains",** Mechanism and Machine Theory Journal 44, pp.412-424, 2009 .
9. Hannah, J. **, "Mechanics of Machines : Advanced Theory Examples" ,** Edward Arnold Ltd ,Great Britain , 1974 **.**
10. Hannah, J. and Cstephens, R., **"Mechanics of Machines : Elementary Theory and Examples" ,** Edward Arnold Ltd. , Great Britain , 1985**.**