ISSN: 1999-5601 (Print) 2663-5836 (online)

Lark Journal

Available online at: https://lark.uowasit.edu.iq

*Corresponding author:

Researcher: Nadia majid oraibi

Prof:Hamid Hamza Hamad

University: Wasit University

College: College of Art

Email: majadnadeh@gmail.com

Email: **haldulaimy@uowasit.com**

Keywords:

Philosophy, Mathematics, Greek Philosophy,Impact,of mathematics.

A R T I C L E I N F O

Article history:

Received	31 Aug 2023
Accepted	10 Oct 2023
Available online	1 Jan 2024

Greek philosophy and its relationship to mathematics

A B S T R U C T

Philosophy is an interconnected discipline with many other fields of knowledge. It can be said that it is related to all sciences, as all sciences ultimately aim to discover truths and investigate the essence of things. Philosophy has had a significant impact on various sciences, including mathematics. In this context, we can observe that philosophy has influenced mathematics in terms of its logical reasoning methods (results based on premises, results based on established facts). Conversely, mathematics has influenced philosophy in dealing with results and evidence as abstract symbols. The connection between philosophy and mathematics is evident in their shared use of mechanisms in their processes. Mathematicians express mathematical ideas in a symbolic language devoid of values, utilizing algebraic operations known to all. Then they interpret the results according to their real-world meanings. Philosophers, likewise, transform their ideas into logical statements, building conclusions based on premises and established facts, and further developing results on confirmed principles. The hundreds of questions posed in the philosophy of mathematics are bound to stimulate the minds of scholars and pique their curiosity to understand the reality of this world through mathematics and vice versa. Moreover, grappling with the dilemmas of modern mathematical logic, such as Hilbert's problems and Gödel's incompleteness theorems, along with logical distinctions like the Liar Paradox, Russell's Paradox, and Zeno's Paradoxes, adds depth to the study of both philosophy and mathematics.

© 2024 LARK, College of Art, Wasit University

DOI: https://doi.org/10.31185/

الفلسفة اليونانية وعلاقتها بالرياضيات

الباحثة : نادية ماجد عريبي / كلية الآداب / جامعة واسط
أ.د حامد حمزة حمد الدليمي / كلية الآداب / جامعة واسط

الملخص

إلى اكتشاف الحقائق والبحث عن أصول الأشياء وماهياتها، وقد أثرت الفلسفة في الكثير من العلوم ومنها الرياضيات ونرى أن الفلسفة قد أثرت في الرياضيات في طريقة البرهان المنطقي (نتائج على مسلمات، نتائج على نتائج مثبتة) وأثرت الرياضيات في الفلسفة في التعامل مع النتائج والبراهين كرموز مجردة.

ويظهر ارتباط الفلسفة بالر:

الفلسفة علم متداخل مع كثير من العلوم إن لم نستطع القول: إنه مرتبط بالعلوم جميعاً فكل العلوم ترمي أولاً وأخيراً ياضيات في استخدام الآلية ذاتها في العمليات، فالرياضيون يعبرون عن الأفكار الحسابية بلغة رمزية مجردة من القيم، تستخدم فيها العمليات الجبرية المعروفة ومن ثم يفسرون النتائج بمدلولاتها الواقعية وهذا ما يفعله الفلاسفة أيضاً فيحولون أفكارهم إلى جمل منطقية تبنى النتائج فيها على المسلمات ثم النتائج على النتائج التي أصبحت مثبتة.

مئات التساؤلات التي طرحت في فلسفة الرياضيات حتماً ستؤجج عقل الدارس وتثير فضوله لمعرفة حقيقة هذا العالم من خلال الرياضيات والعكس. كذلك التعرض لمعضلات المنطق في الرياضيات الحديثة كمسائل هلبرت ومبرهنة عدم الاكتمال لجودل والتناقضات التي أطلقت على نظرية المجموعات لكانتور مع ذكر بعض المفارقات المنطقية كمفارقة اللانهاية ومفارقة راسل ومفارقات زينو.. الخ.

كلمات مفتاحية: الفلسفة، الرياضيات ، فلسفة الرياضيات، أثر الرياضيات.

المقدمة:

يتطلب التفكير الفلسفي القدرة على التعاطي مع الأفكار بشكل منطقي ودقيق، ومن ثمَّ إما قبول النتائج أو رفض افتراضاتنا – بغض النظر عن مدى كونها غير بديهية أو غير مريحة. والرياضيات هي أداة مثالية لتعليم هذا؛ لأنها لُغة مُجرَّدة وتُبسِّط الواقع إلى حدَّ بعيد.

يمكن للمرء أن يجادل في أن بعض فروع الفلسفة، مثل الأخلاق، لا تحتاج إلى توضيح حقائق عن العالم، أو حتى أنه لا يوجد فرع من الفلسفة يفعل ذلك لأن اختصاص الفلسفة مجرَّدٌ بطبيعته.

ويدرك الفلاسفة البارزون الأهمية التاريخية للرياضيات والعلوم في مجال الفلسفة وعواقب غيابها. خذ، على سبيل المثال، دانيال دنيت، الذي شبَّه العديد من المشاريع الفلسفية باستكشاف الأكوان المنطقية لمتغير خيالي وغير ذي صلة في الشطرنج.

مع ذلك، مثلما يكتسب الفلاسفة الجيدون الكفاءة من خلال إحاطتهم علميًا، يكتسب العلماء النظريون الجيدون الكفاءة من خلال معرفة المزيد في الرياضيات والتعمُّق فيها. وهذا لا يعني أن كل علم جيد هو رياضي بشكل كبير، لأن علم الأحياء هو مثال واضح للعلم الجيد الذي ليس رياضيًّا في المقام الأول. في كتاب "أصل الأنواع"، على سبيل المثال، لا توجد معادلات، ولكنه يزخر بالملاحظات والاستدلالات.

الفلسفة تمكن من تقديم خدمات كبيرة للعلوم وللرياضيات على الخصوص (طاليس، فيثاغورس، أفلاطون، أقليدس، ديكارت وكذلك في الفترة المعاصرة لا مناص من الحديث عن فلاسفة مثل أنشتاين وكودل ولابلاص وماكس بلانك وبوانكاري ...

فالرياضيات وإن استقلت عن الفلسفة فإنها تستغيث بالفلسفة عند ما سماه برتراند راسل بمناطق الحدود ، كما أن الفلسفة في مسايرتها للتطورات العلمية تجد نفسها تستقي تصوراتها ومواقفها من تلك التطورات ، فيمكن القول مثلا إن الخروج من أزمة الأسس في الرياضيات جعلت الفلسفة تعيد النظر في مفاهيمها ذات حمولة الميتافيزيقة وفي نفس الوقت إنها ساهمت وتساهم بدرجة كبرى في تغيير الوعي الإنساني وانفتاح أفاق جديدة أمامه سواء من حيث فهم أم إدراك العلاقة مع الذات وكذلك مع الغير، بتجاوز مفهوم البداهة، والإطلاق وحتى النظرة الثنائية القديمة.

ليس من شكٍّ في أنَّ العلم الرياضي قد مارس تأثيراً عظيماً على الفلسفة طوال تاريخها الطويل ، وخاصة في جانبها الميتافيزيقي ، على أنَّه يلاحظ أنَّ هذا التأثير قد اختلفت درجته من فيلسوف إلى آخر، تبعاً لنطاق معرفته بهذا العلم، وتبعاً لمدى ميله إليه.

كما أنّ هذا التأثير قد تباينت حدته من مرحلة فلسفية إلى أخرى، إذ يبرز بشكل جلي في العصور التي عرفت نهضة رياضية متعددة الجوانب، ومن الطبيعي أن يدور البحث أساساً على أعظم الفلسفات تأثراً بالرياضيات، وهي على وجه الخصوص الأنظمة الميتافيزيقية بدءاً بفيثاغورث وأفلاطون وديكارت، وسبينوزا ولبينتز وباسكال وراسل وهبليرت وغيرهم من المعاصرين.

وتعتبر فلسفة أفلاطون أول فلسفة منظمة تتأثر بالرياضيات ، فقد كتب على باب أكاديميته: لا يدخل الأكاديمية إلاَّ من كان ملمَّاً بالهندسة ، لذلك جعل من دراسة العلوم الرياضية تمهيداً لدراسة الفلسفة في نظام تربيته للحكام الفلاسفة.

يتطلب التفكير الفلسفي القدرة على التعاطي مع الأفكار بشكل منطقي ودقيق ، ومن ثمَّ إمَّا قبول النتائج أو رفضها- بغض النظر عن مدى كونها غير بديهية أو غير مريحة.

فالرياضيات هي أداة مثالية لتعليم هذا ، لأنَّها لغة مجرَّدة وتُبسِّط الواقع إلى حدٍّ بعيد، وهذا لا يضمن أنَّ لغة الرياضيات هي اللغة الوحيدة الصائبة للفلسفة الجيدة ، على الرغم من كونها قد تكون كذلك، وهي من العلوم

القابلة للتطبيق بشكل أوضح على الفلسفة ، حيث تتقاطع مع العلوم الرياضية الدقيقة مثل الفيزياء التي تعتمد على سبيل المثال على الفهم الواضح لنطاق وقوة وتأثير مبرهنة تغيِّر من فهمنا لقوانين الحفظ.

يدلُّنا هذا الأمر على أنَّ تعلُّم التنظيم والتفكير والتدليل على المنوال الرياضي له فوائد جليلة في التفكير الفلسفي الجلي ، والفلاسفة الذين يمكن أن يفكروا مثل علماء الرياضيات تفكيرهم واضح مما ينعكس على وضوح فلسفتهم ،فالفلسفة هنا هي حقل التفكير الواسع الذي يعترض كل ما يجهله الإنسان، والرياضيات هي ذاك النطاق المحدَّد بشكل واضح ودقيق؛ للدرجة التي بات يطرد فيها كل فلسفة من ساحته حتى لا يتأثر بذاتيتها العالية.

المبحث الأول : توظيف الرياضيات عند الفلاسفة الطبيعيين ارسطو

المطلب الأول: مفاهيم ومصطلحات

الفلسفة لغة واصطلاحاً:

الفلسفة لغة: تعريف الفلسفة لغة "Philosophy : "كلمة يونانية الأصل تتألف من مقطعين فيلو "philo " وتعني الحب أو الإيثار، وسوفيا "sophia ’"وتعنى الحكمة، فالفلسفة هي(حب الحكمة)، والفيلسوف هو (مُحب الحكمة) وينسب بعض المؤرخين هذا الاصطلاح إلى فيثاغورس، الذي أطلق عل نفسه لقب فيلسوف، وأرجعه البعض إلى سقراط الذي وصف نفسه بالفيلسوف؛ رغبةً منه فـ تمييز نفسه عن السفسطائيين الذين يدّعون الحكمة، ويرى آخرون أنّ مصطلح فلسفة يعود إلى أفلاطون؛ حيث استخدمها في وصف سولون وسقراط.(دبوس: 1425ه ، ص: 13-14)

الفلسفة اصطلاحاً: يختلف تعريف الفلسفة اصطلاحاً عند الفلاسفة؛ إذ يعرفها الفارابي بأنّها: (العلم بالموجودات بما هي موجودة)، أما عند الكندي فإنّ الفلسفة هي: علم الأشياء بحقائقها الكلية؛ حيث يؤكد أنّ الكلية هي إحدى خصائص الفلسفة الجوهرية التي تُميزها عن غيرها من العلوم الإنسانية، ويرى ابن رشد أنّ التفكير في الموجودات يكون على اعتبار أنّها مصنوعات، و(كلّما كانت المعرفة بالمصنوعات أتم كانت المعرفة بالصانع أتم) ،أما إيمانويل كانت فيرى أنّ الفلسفة هي المعرفة الصادرة من العقل.(ياسيني ،2011 ،ص2)

والفلسفة كذلك ليست مجرد مجموعة معارف جزئية خاصة، بل هي علم المبادئ العامة كما عرفها ديكارت في كتابه مبادئ الفلسفة، وقال أيضاً: إنّها دراسة الحكمة؛ لأنّها تهتم بعلم الأصول، فيدخل فيها علم الله، وعلوم الإنسان والطَّبيعة، وركيزة الفلسفة عند ديكارت هي في الفكر المدرِك لذاته، الذي يدرك شمولية الوجود، وأنّ مصدره من الله.(ديكارت: 1960، ص 12/1)

أما الفلسفة بمعناها المبسط كما وصفها برندان ولسون: فهي عبارة عن مجموعة من المشكلات والمحاولات لحلّها، وهذه المشكلات تدور حول الله، والفضيلة، والإدراك، والمعنى ،والعلم، وما إلى ذلك.(ولسون: 2010، ص9).

المطلب الثاني: أثر الرياضيات في الفكر الأسطوري

هوميروس: يشكل النشيد الثاني بحسب هوميروس أحداث اليوم الثالث والعشرين, وما حدث في معسكر الاغريق على جرف البحر, ثم في معسكر طرواد, وهذا يعني أن هوميروس قد قسم الالياذة إلى الأيام التي جرت فيها الأحداث, والنشيد الثاني يبدأ بوصف اليوم الثالث والعشرين حيث الناس نيام ما عدا (زفس) الذي يسهر على إرادة وتدبير شؤون الخلق.

فهو, أي هوميروس يصف كيف تم تقسيم الجيوش الإغريقية عندما يقول:

" وقسمت الإغريق بالعشرات والكؤوس بنو إليون أجرت صوافيا".(هوميروس.2011, ص252)

ونستطيع أن نلاحظ أن هوميروس قد استخدم الأعداد في الأبيات الشعرية التي تصف حرب طروادة, وهذا يعني أن الجيوش الإغريقية قد عرفت التنظيم العسكري من حيث العدد والأعداد, فهو, أي هوميروس يصف كيف تم تقسيم الجيوش الإغريقية, مما يعني أن الرياضيات في شكلها العددي كانت معروفة في عصر هوميروس, وهو, قد استعملها في كثير من مواقع الملحمة التي لا تصف فقط الأهوال والمعارك, بل يهتم من خلال وصفه للجيوش والعادات التي كانت منتشرة بين صفوف الجيش من حيث الاحتفال بالنصر أو من حيث إدخال الأعداد في هذا الوصف، فهو يقول:

وقسمت الأغريق بالعشرات والكؤوس بنو إليون أجرت صوافيا

"لداروا جميعاً بالمدُام ولم ينل كثير من العشرات منهم ساقيا".(هوميروس. 2011, ص252)

هذا يعني أن هوميروس في الالياذة كان حريصاً على إظهار الرياضيات البسيطة, الأولى في أشعاره, فمفهوم العدد كان واضحاً في ذهن هوميروس واستخدامه لكلمة أو مفهوم العدد يعني أنه كان ملماً بالرضيات ومفاهيمها. فقول هوميروس الذي يتضمن تحديد الفترة الزمنية لحصار طروادة، فقد اكتفى فقط بذكر الأعوام التسعة فإنه بذلك يكون قد استعمل الرياضيات والحساب من أجل إحصاء سنوات الحصار.

ويتكرر هذا الأمر في كثير من الأبيات الشعرية التي تتحدث عن العدد وتمييز المعدود كما هو الأمر عندما يتحدث عن " عصفورة وفراخها ثمانية", أو عندما يتحدث عن تسعة من الطيور". ومما يلفت الانتباه أيضاً إلى أن معرفة التقويم الرياضي قد وصلت إلى مرحلة تحديد الأيام بحوادثها ومناسباتها, إذ يتحدث هوميروس عن يوم إله الحروب".

كذلك تكثر عمليات الإحصاء في ملحمة هوميروس سواء كان هذا الإحصاء لأعداد السفن أو أعداد الجند, فنجد أن هوميروس يتحدث عن/50/ سفينة و/40/ سفينة و/80/ سفينة, وهكذا الأمر حتى نصل إلى فكرة مفادها أن الأعداد كانت واضحة وكانت تستخدم في الإحصاء الرياضي للمعدود تمييزاً له من خلال نسق رياضي يفصح عنه هوميروس في مجمل أشعاره.

هزيود: لعل أهم ملامح الفكر الرياضي عند هزيود يعود إلى جذور فلسفية أكثر مما يعود إلى رياضيات تجريبية أو حسية كما هو الأمر عند هوميروس, ففي عمله الشهير" أنساب الآلهة" نجد أن هزيود يتحدث عن الانسجام في الكون عندما يضمنه قصة ولادة الآلهة, وكيف نشأ هذا العالم. ففي الأصل لم يكُ سوى العماء, ومنه جاء الظلام, ومن الظلام ولد النهار, حيث ولدت الأرض بعد ذلك موطن الآلهة, والأرض انجبت السماء, ومن زواج الأرض مع السماء نشأ المحيط.

والفكر الرياضي عند هزيود يظهر في قصيدته" الأعمال والأيام" عندما يتحدث عن أربعة أدوار مر بها الجنس البشري. فهو يقسم تاريخ نشأة الكون والجنس البشري إلى هذه الأدوار الأربعة, وهي العصر الذهبي والعصر الفضي والنحاسي والحديدي, وقد تأثر الفلاسفة اليونان بهذا التقسيم ومنهم أفلاطون"(الأهواني. 1954, ص27)

ويمكن لنا أن نتتبع الفكر الرياضي عند هزيود من خلال" أنساب الآلهة" فنجده يشير أولاً إلى مفهوم الزمان, فهو يتحدث عن الزمان الماضي كما يتحدث عن الأبدية واللانهاية, وهذا يعني أنه قد طرح الرياضيات كجزء من بناء عمله الأسطوري, فلكل شيء بداية ونهاية.

وقد عرف هزيود التقويم الزمني فهو يتحدث عن فصول السنة ودوراتها وتعاقب الليل والنهار, مما يعني أنه قد عرف تقسيم السنة إلى فصول وإلى أيام وإلى شهور, فهو يقول:

" بعيداً من أولئك الذين لا يموتون

وعندما انقضت السنة

ودارت الفصول دورتها

وراحت الليالي تتناقص

وتكتمل النهارات

انجبت تسع بنات, بقلب واحد"(هزيود. 2015, ص35)

هنا يبدو هزيود عازماً بالأعداد وطالما أنه عرفها فإنه قد عرف الإحصاء, لأن ربات الفنون انحصر عددهن بالرقم/9/. لتميزهن عن غيرهن من الربات والآلهة.

المطلب الثالث: أثر الرياضيات عند الفلاسفة الطبيعيين

- طاليس: اهتم طاليس الذي ينتمي إلى المدرسة المالطية بالرياضيات والفلك, وقد امتلك حكمة جمعت بين النظر الطبيعي والنظر الرياضي, وقد اشتغل طاليس في مجال الهندسة والمثلثات, كما اكتشف البرهان الرياضي في تعامله مع الظواهر الهندسية, فقد تحدث عن الكم المتصل والكم المنفصل, وهذا ما جعله من أول الرياضيين في تاريخ الرياضيات.

وباعتبار أن طاليس هو أول الفلاسفة الطبيعيين فإنه قد اكتشف بعض النظريات الرياضية محاولاً بذلك أن يجمع بين ما هو رياضي وبين ما هو عملي, فقد تمكن طاليس من البرهنة على الزوايا المرسومة في نصف الدائرة لأنها زوايا قائمة, هذا بالإضافة إلى أن طاليس قد وضع" تقويم لملاحين من أهل وطنه ضمنه إرشادات فلكية وجوية منها .إن الدب الاصغر أدق الكواكب دلالة على الشمال ولما جاء مصر أخذ علم المساحة وشغل بمسألة فيضان النيل، ودل أساتذته المصريين على طريقة لقياس ارتفاع الأهرام وكانوا قد تعبوا في البحث عنها فيهم إلا أنه في الوقت الذي يكون فيه ظل الشيء مساويا للمقدار الحقيقي، فإن طول ظل الأهرام هو مقدار ارتفاعها وان النسبة تبقى محفوظة بين طول الظل وارتفاع الشيء في أي وقت في النهار"(كرم، 2012، ص 25)

كذلك تشير الدراسات والأبحاث إلى أن طاليس قد تمكن من قياس ارتفاع الهرم من خلال قياس ظله, وقد طالت دراسات طاليس الرياضية علم الفلك, فهو قد تحدث عن كسوف الشمس وكذلك استطاع أن يدرس العلاقة بين الأفلاك وخطوط سير السفن, هذا بالإضافة إلى أنه اشتغل في العلوم الهندسية, حيث تذكر الدراسات أنه تمكن من تحويل" مجرى نهر هاليس"، فضلا عن أنه عالم مناخ والجغرافيا والجيولوجيا من خلال بحثه في الظواهر الجوية التي توصل من خلالها إلى التنبؤ بوفرة محصول الزيتون"(الوالي ، 2003، ص59)

وفيما يخص حساب الارتفاعات, فإن الطريقة التي سلكها طاليس في هذا الحساب إنما تعود إلى فكرة بسيطة وهي قياس الظل, ظل الشيء لمعرفة ارتفاعه, فهو قد لجأ إلى غرز العصا في الرمل ودراسة طول الظل مرتبطاً بارتفاع العصا ليتوصل إلى حساب ارتفاعها, فهو كما يقول:" نستطيع حساب ارتفاع الهرم في أي وقت من يوم مشمس بمقارنة ظل هذه العصا المعروف طولها بظل أ رس الهرم، وإذا انتظرنا أن يكون ظل العصا مساويا إلى طول ظلها فسيكون ارتفاع الهرم مساويا إلى ظله في هذه اللحظة وطبعا من مركز الهرم"(بدور، 2013، ص38)

وانطلاقاً من ذلك فإن طاليس يعتبر مؤسس المنهج الاستقرائي الهندسي, والتي استفاد منه اقليدس فيما بعد. وبهذا يكون طاليس قد عرّف قطر الدائرة عندما قسم الدائرة إلى قسمين متساويين, وكذلك يكون قد اسهم في وضع نظرية المثلث المتساوي الساقيين, ففي كل مثلث متساوي الساقيين تكون الزوايا متساوية.

- هرقليطس

لقد اهتم هرقليطس بالمبدأ الواحد للوجود, ولهذا يمكن اعتباره من فلاسفة الطبيعة مع أن هناك اختلافات كثيرة بين الفلاسفة والباحثين في تحديد وتأكيد هذا الأمر إلا أن هرقليطس يظهر بمثابة المفكر الرياضي بلا منازع, ذلك أنه من أوائل الفلاسفة الذين تحدثوا عن التفكير المنهجي للبحث الفلسفي, وهذا المنهج إلى حد كبير هو منهج رياضي يطالب بأن نفسر الطبيعة بالطبيعة ذاتها, وبهذا يكون هرقليطس قد سبق فلاسفة القرن السابع عشر الذين أوجدوا المنهج الرياضي وعلى رأسهم ديكارت, هذا المنهج الذي يطالب بتفسير الأشياء ووجودها تفسيراً عقلياً رياضياً.

إذ إن من خصائص المنهج أن يكون وسيلة للمعرفة الحقيقية, وأن يهتم بمعرفة الجزئيات, وهنا يكون هرقليطس قد وجه نحو المعرفة العقلية بالجزء من أجل الوصول إلى المعرفة بالكليات, والجزئي والكلي هما من خصائص التفكير الرياضي الاستقرائي, وبعد أن يتحدث هرقليطس عن هذا المنهج فإنه يفسر العالم تفسيرياً حركياً رياضياً, فليس هناك من سكون بل إن الأشياء تتغير ولهذا فإن هرقليطس يقيم تفسيره للعالم استناداً إلى عالم الضدية أو العلاقات بين الأضداد.

وهنا يدخل مفهوم الصيرورة الدائمة ورفض المعرفة الحسية, لأن العالم في وجوده هو وجود لحظي تتابعي ولا بد من فهم تقسيم الزمن إلى لحظات متتالية باعتباره فهماً رياضياً وأن السكون ليس إلا وهماً خادعاً, ومن هنا تأتي أهمية التفكير الرياضي عند هرقليطس عندما يركز على الحركة المستمرة بين الأضداد وكيفية تحولها من طبيعة إلى أخرى, إذ يقول:" الأشياء الباردة تصير حارة, والحارة تصير باردة, ويجف الرطب, ويتحول الجاف إلى رطب, وأن الأشياء تجد راحتها في التغير"(هرقليطس . الشذرة رقم 20 نقلا عن النشار علي سامي, هرقليطس فيلسوف التغير وأثره في الفكر الفلسفي)

وجدير بالذكر إن هرقليطس لم يستند في وصوله إلى هذه النتائج الرياضية على المعرفة التجريبية بل لقد وصل إليها عبر المعرفة العقلية الرياضية, وإذا كان قد أشار إلى النار بوصفها مبدأ الوجود فإن النار هنا ليست النار الحسية بل إنها القانون الرياضي الذي يجمع بين الأضداد وهو قانون خفي في الطبيعة.

على هذا النحو إذن يظهر التفكير الرياضي عند هرقليطس بوصفه تفكيراً يساعد على إدراك علاقات العالم الرياضية خصوصاً تلك العلاقات القائمة على مفهوم التضاد والتي تسري في الكون خلف الظواهر الحسية والمرئية خصوصاً.

المبحث الثاني: أثر الرياضيات في الفكر الفيثاغوري والأفلاطوني والسقراطي

المطلب الأول: أثر الرياضيات في الفكر الفيثاغوري

تقوم فلسفة فيثاغورث على الرياضيات بشكل واضح وصريح, إذ إن فيثاغورث قد بحث عن التناغم والتناسب الرياضي في الكون, ونظر إليه باعتباره مقابلاً للتناغم الموسيقي, فكل ما هو موجود في الكون من إجرام سماوية إنما هو موجود بطريقة رياضية, وهذه النظرة إلى الانسجام الكوني والتناغم الموسيقي هي نظرة رياضية. فالتناسب والقياس في نظام الأجرام السماوية يرتبط بالنفس الإلهية التي هي أيضاً مرتبطة بهذا النظام الكوني, ولهذا نجد أن كل من القياس والنظام الكوني مرتبطان" ارتباطاً حميماً من خلال تأمل هذا, تتطهر النفس وتعود إلى حالتها الإلهية ويتم إدراك هذا النظام الشكلي, فالأشياء أعداد, وهو المذهب الفيثاغوري الأساس, الذي كان دائماً يعني أن الواقع الجوهري للأشياء يمكن التعبير عنه بطريقة ما تعبيراً كاملاً من خلال الأعداد.

هكذا يكون العدد أساس النظرية الرياضية عند فيثاغورث بل إن نظرية العدد نفسها هي التي يبني عليها فيثاغورث والفيثاغورين نظام العالم والكون بأكمله, فالأعداد هي المادة الحقيقية لهذا الكون, ومن هنا فإن فيثاغورث قد نظر إلى العدد بأنه كل شيء"

(بدور. 2013, ص40-41)

وتعتبر نظرية فيثاغورث العددية تطوراً لاحقاً لفلسفة طاليس التي أرجعت الوجود إلى مبدأ واحد ولكن فيثاغورث والفيثاغورين اعتبروا العدد هو الحقيقة المعقولة التي من خلالها يمكن تفسير جميع الظواهر بدءاً من ظاهرة الصوت وانطلاقاً إلى جميع الظواهر الأخرى, بل وأكثر من ذلك بل قد اعتبروا أن ما وراء الوجود إنما هو أيضاً يعود إلى العدد, وبهذا المعنى يكون فيثاغورث والفيثاغوريين قد نظروا إلى العدد نظرة ميتافيزيقية تماماً كما نظر إليه نظرة مادية حسية, فكل ما هو وراء الموجودات إنما يتم التعبير عنه بشكل هندسي أو بالصورة المرئية التي عبرت عنه الفيثاغورية بالكلمة اليونانية إيدوس eidos , وبهذا الشكل يكون فيثاغورث ومدرسته قد رأوا أن مبادئ الرياضيات هي مبادئ كل ما هو موجود, ويكون العدد بالتالي هو مبدأ جميع موجودات الكون وتفسير هذه الموجودات"(مطر. 1995, ص73)

يتضح لنا إذن إن الفلسفة الرياضية عند فيثاغورث هي التي جعلته يفسر الكون والوجود, فالعدد في فلسفة فيثاغورث هو العدد الرياضي الذي خلصه فيثاغورث من جوانبة الأسطورية والميتافيزيقية التي وجدناها عند الفلاسفة الطبيعيين, إذ أصبح العدد هو الجوهر بالمعنى الرياضي, فالعالم ليس سوى الأعداد الرياضية, وكل موجود وهو جملة من الأعداد الرياضية ويكون العالم بالتالي عدداً فإذا لم نفهم العدد في فلسفة فيثاغورث لا يمكننا أن نفهم مبدأ العالم ومبدأ الوجود حيث تكون الهندسة والحساب هي القضايا المطروحة من قبل فيثاغورث واتباعه من أجل فهم الكون وموجوداته.

هذا العلم الذي اعتبره فيثاغورث ضرورياً لفهم علوم الوجود وعلم الوجوب ونعني بذلك علوم الطبيعة وعلوم القيم كما

هو الأمر في التناسق الجمالي الذي يفصح عنه علم الجمال. إذ إن الجمال أيضاً إنما هو تعبير عن التناسق العددي الرياضي"

(رسل، 2010, ص77)

كذلك استطاع فيثاغورث أن يدرس الحياة الإنسانية دراسة عددية, حتى أنه قد درس الجانب الأخلاقي دراسة عددية من ذلك أنه نظر إلى العدد خمسة على أنه يمثل التزواج, في حين كان العدد/7/ هو التعبير عن انقسام الحياة الإنسانية. أما العدد/10/ فهو يشير إلى الكمال فهو عدد كوني يشمل كل الموجودات, ومن هنا نجد أن الفيثاغورثيين قد تحدثوا عن الصفات الحسابية, كذلك بحث فيثاغورث في طبيعة التناظر بين الأشكال المنتظمة, فهي تعبر عن انتظامها عددياً كما تعبر عن الموجودات, فالمكعب يقابل التراب في حين أن الهرم يقابل النار وعندما يصل فيثاغورث إلى الهواء فإنه يقابل بينه وبين المثمن أما الماء فهو يقابل الشكل الهندسي ذو العشرين وجها في حين أن العدد/5/ هو الذي ينظم جميع هذه العناصر في وجه منتظم فهو يضم العناصر الأربعة وبالتالي يكون العدد/5/ أكمل الأشياء وأكثر انتظاماً"(الوالي. 2003, ص89)، وهنا يمكن أن نشير إلى زهر النرد الذي يمكن من خلاله أن نصل إلى المربع ثم إلى المكعب بحيث إن النقاط والخطوط في زهر النرد قد أظهرت أشكالاً هندسياً كما كونت مجسمات هندسية, وبالتالي يكون الفكر الرياضي الحسابي عند فيثاغورث قائم على علاقة النقاط والخطوط في تكوين الموجودات المادية والاجتماعية الأخلاقية"(جوتليب. 2005, ص52-53). وهذا المثال حول زهر النرد يوضح لنا كيف نظر فيثاغورث إلى عالم العدد وعالم الأشكال بحيث يكون لكل عدد شكل يماثله مما يعني أن فيثاغورث قد اهتم بالهندسة في تأكيد نظريته الوجودية وأكثر من ذلك فإن الهندسة التي اهتم بها فيثاغورث هي تلك الهندسة التي ترتقي بالموجودات إلى عالم الروح بعيداً عن القيم الدنيوية المادية المنحطة, إن الهندسة من وجهة نظر فيثاغورث هي قاعدة ارتقاء روحي وليست فقط إظهار الأشكال الهندسية المادية, فالهندسة التي يجب الاهتمام بها إنما هي تلك التي ترتقي وتسمو بالروح ولا تتركها في عالم الحواس الذي رفضه فيثاغورث لأن المطلوب من

الهندسة أن تقدم تناغماً روحياً يعكس التناغم الوجودي والمادي"(أل ياسين. د ت, ص42)

لقد أراد فيثاغورث من نظرية العدد أن يبحث عن الكثرة في الوحدة, أي كيف انبثقت بقية الأعداد من العدد/1/ وكيف أن هذا التنوع في الأشياء والموجودات لا يعني الخروج عن النسب العددية التي تدخل في تكوين الموجودات والأشياء, وهذا ما قاد فيثاغورث للوصول إلى ما يعرف بالوسط الرياضي بين الموجودات, وهذا الوسط الرياضي لم يكن سوى العدد نفسه الذي يمثل صلب نظرية فيثاغورث الرياضية.

المطلب الثاني: أثر الرياضيات في الفكر الأفلاطوني

تميزت فلسفة أفلاطون بإنها الفلسفة الجدلية, أي أنها الفلسفة القائمة على الديالكيتك, وبذلك يكون أفلاطون قد وضع أسس المنهج الديالكتيكي الجدلي, الذي يحاول توليد الأفكار من خلال الجدل, وهذا الجدل سوف يطبقه أفلاطون على جميع مراحل العلوم كما يطبقه على جميع الظواهر الطبيعية والإنسانية التي تناولها أفلاطون في فلسفته, مما يعني أن المنهج الديالكتيكي هو المنهج الكلي التي تصاب عبره الفلسفة والأفكار ومراحل المعرفة كما أن المنهج الديالكتيكي هو العلم الذي نستطيع من خلاله إدراك علة المثل. طالما أن فلسفة أفلاطون قد عرفت بأنها فلسفة المثل أو المثال.

وانطلاقاً من ذلك, فإن ملامح التفكير الرياضي عند أفلاطون تبدأ اعتبارا من هذه اللحظة, أي اللحظة الديالكتيكية التي تتطلب الجدل والذي هو مبدأ أساسي في التفكير الرياضي خصوصاً وأن هذا المنهج أيضاً هو منهج عقلي مما يعني أن العالم الحسي لا يدخل في اعتبارات الديالكتيك الأفلاطوني, لأن المطلوب من هذا الديالكتيك أن ينتقل من المحسوس إلى المعقول, ولكن في سياق الأفكار وحدها, التي هي أفكار جدلية عقلية بحيث إننا نجد م أفلاطون أن البحث الرياضي العقلي أيضاً يستند إلى مرحلتين أساسيتين, وهما مرحلة الاستقراء ومرحلة القسمة حيث يكون الاستقراء على مستوى الوقائع والجزئيات بهدف جمع الصفات المشتركة بين هذه الجزئيات ثم الانتقال إلى القسمة حيث يستخدم العقل تبين الصفات المشتركة, وهذا هو صلب التفكير الرياضي الجدلي الأفلاطوني الذي يتمثل في الجدل الصاعد والهابط.

ويلاحظ هنا أن تفكير أفلاطون يمتاز بطبيعة رياضية بحتة من خلال ترتيب الأفكار وفق منهجه الجدلي في صعوده وهبوطه, فهناك مرحلتين أيضا في هذا الجدل ونلاحظ إنهما مرحلتان رياضيتان تتواصل فيهما العلاقات بين الأشياء والظواهر على نحو العلاقات الرياضية, ففي مرحلة الجدل الصاعد تأخذ الأفكار بالتصاعد على شكل دائري انطلاقاً من دائرة الأفكار الفردية وصولاً إلى دائرة الأفكار في جنس الأجناس ثم تعود هذه المرحلة بالهبوط وهي مرحلة الجدل الهابط الذي يهبط من عالم المثال إلى عالم الحس والأفراد والتنوع.

أفلاطون كان قد تأثر بالفلسفة الرياضية التي سبقت فلسفته, وتحديداً الفلسفة الفيثاغورية في جانبها الرياضي, بحيث إننا نجد أن فلسفة أفلاطون قد جاءت من خلال أثر الفيثاغورية حيث تلقى تعليما وتدريبا رياضيا, هذا بالإضافة إلى تأثره المنهجي بطريقة استاذه سقراط الذي استعمل الحجج والبراهين كما رأينا في بحثنا هذا, والذي ساعد على جعل فلسفة أفلاطون قابلة لأن تحمل طابعا رياضياً. وبفضل هذا الأثر الذي وجدناه من خلال الفيثاغورية أولاً وأستاذه سقراط ثانياً"(سارتون: 2010 ص82)

وهكذا تكون فلسفة أفلاطون وأفكاره الرياضية حصيلة التأثر والتأثير الذي مارسته الفلسفات السابقة على فلسفته

الفكر الرياضي عند أفلاطون قد وجد تمثله في نظرية عالم المثل الأفلاطوني, أي أنه قد وجد تمثله في التجربة الروحية التي عبّر عنها أفلاطون رياضياً, وهذا هو التجديد الذي أضافه أفلاطون في ربط الفلسفة بالرياضيات, وفي ربط التدين العميق بالرياضات أيضاً"(أبو ريان: 2014, ص127)

فلا بد إذن أن أفلاطون قد أستوعب الفيثاغورية وأعاد إنتاج النظرية الرياضية لديها من خلال نظرية المثل التي تجمع بين الرياضيات والفلسفة, كما أن التزام أفلاطون بالفكر الرياضي قد جعله يؤكد على ضرورة العلم بالهندسة والرياضيات عندما أسس الأكاديمية الأفلاطونية التي كان شعارها " لا يدخل المدرسة من يجهل الهندسة".(المولد ، 2011، ص39)

وبهذا المعنى فإن افلاطون قد افتتح عهداً جديداً في تاريخ الفلسفة, وهذا العهد يتمثل في ضرورة الإلمام والمعرفة بالتفكير الهندسي الرياضي كنقطة انطلاق لدخول ميدان الفلسفة, ذلك أن دراسة العلوم الرياضية كانت ضرورية بالنسبة إلى أفلاطون من أجل دراسة الفلسفة.

المطلب الثالث: أثر الرياضيات في الفكر عند سقراط

لعل أهم نواحي التفكير الرياضية في فلسفة سقراط إنه أول الفلاسفة الذين استعملوا منهج البحث المعرفي, وهذا المنهج يعد من أهم المناهج الرياضية, ونعني بذلك منهج الاستقراء والتعاريف المجردة المتعلقة بالكليات .

هنا أيضاً يظهر مفهوم الكلي والجزئي كمفهوم رئيس في تحليل الظواهر الإنسانية, وقد مكنه هذا المنهج من الوصول إلى الماهيات من حيث إن منهج الاستقراء قد اعتمد على شقين أساسين هما التوليد والتهكم. وقد قاده هذا المنهج إلى تفكير عقلي رياضي يستند على تحديد ماهية الشيء, وهي الخطوة الأولى في طريق الفكر الرياضي السقراطي الذي ينكر الأعراض المحسوسة من حيث إنها لا تقدم معرفة حقيقية, فلا يمكن الركون إلى هذه المعرفة لأنها معرفة متغيرة ومتبدلة, أما الحقيقة الرياضية العقلية, فهي المعرفة المطلقة والثابتة, لأنها تنطلق من الكل إلى الجزء فما ينطبق على الكل ينطبق أيضاً على الجزء.

إن سقراط في منهجه قد استند إلى الاستنباط والاستقراء معاً, ذلك إن" الاستقراء قائم على تكوين المبادئ العامة من الحالات الجزئية, والمبدأ العام هو دائما عبارة مصاغة لا عن شيء جزئي بل عن فئة كلية من الأشياء, أي عن المفهوم والمفاهيم تتكون استقرائيا عن المقارنة لعديد من أمثلة فئة من الفئات والاستدلال الاستنباطي هو دائما عملية عكسية

لتطبيق مبادئ عامة على الحالات الجزئية"(ستيس. 1984, ص125)

إن طريقتي الاستدلال والاستنباط قد جعلت فلسفة سقراط فلسفة رياضية مهدت له أن يبدأ بمناقشة الموضوعات الإنسانية كالخير والشر والعدل والظلم والشجاعة والجبن, فتوصل إلى وضع الحدود والألفاظ بما يجعلها حدوداً واضحة. انطلاقا من هذا الفهم الرياضي لمسألة الحد الكلي والذي تتوصل اليه بالأستقراء, وبالتالي أن يتركب القياس بالحد والحد هنا يتعلق بالماهية الرياضية التي تمنع الالتباس وتبعد المعرفة الحسية لتضعها في النسق الثاني بعد المعرفة العقلية في الماهيات, ويكون سقراط بذلك قد أوجد مقولة الكم بمعناها الرياضي في مقابل مقولة الكيف لدى الفلاسفة السابقين عليه ويكون بالتالي قد أوجد فلسفة المعاني أو فلسفة الماهيات الرياضية, ولكن من أجل استخدامها في سياق الفلسفة العملية وليس فقط أن تظل فلسفة نظرية بعيدة عن مشكلات"(تيزيني: . 2001, ص38)

وعلى هذا النحو تسير فلسفة سقراط مرتكزة إلى قوانين العقل بالرغم من أن فلسفته قد اختلفت عن الفلاسفة السابقين عليه أمثال طاليس وهرقليطس وبارمنيدس وزينون وأمثال فيثاغورث وانبادوقليس, لأن سقراط لم يبحث في قوانين العقل الإنساني ومستقبل هذا العقل, وهو ما مكنه من تطبيق النظام الرياضي على الماهيات العقلية وتحويل العقل من الخطب الفارغة إلى اعتباره علم القانون.

وقد عرف عن سقراط في مجال الرياضيات البحتة محاولته في مضاعفة المربع, إذ إن محاولته تلك قد اعتمدت على أن يضاعف المربع عن طريق مضاعفة الضلع, وهذه المحاولة تبين انشغال سقراط في المحاكمة العقلية الرياضية للمفاهيم, وما ينتج عنها من مفاهيم جديدة كالانتقال من المربع إلى المكعب عن طريق مضاعفة الأضلاع.

وما تجدر الملاحظة إليه أن سقراط قد استبعد المناهج التجريبية من البحث الفلسفي لصالح المناهج الرياضية العقلية التي مكنته من الوصول إلى التصورات الكلية حيث إن مدرك ...العقل والمشترك بين هذه المدركات هو الذي يمكن البحث فيه بحثاً حقيقياً رياضياً ويكون بالتالي قد أقام علم التعريفات الذي هو مبحث رياضي بحت, بحيث يكون هذا العلم هو المُدخِل لجميع العلوم, إذ يلاحظ أحد الباحثين هذه المسألة فيعلق على ذلك بالقول:" لقد كان سقراط يعني بالبحث عن الماهية والاستدلال القياس.... وهناك شيئان يمكن أن ننسبهما إلى سقراط, الاستدلال الاستقرائي والتعريف الكلي, وكلاهما يتعلق بنقطة البداية في كل العلوم"(مطر ، ص301995, ص142)

النتائج

أ) الرياضيات- وبسبب دقتها ونطاقها الواضح -تحقق تقدماً وإنجازاً، على العكس من الفلسفة التي تظل تراوح مكانها إلا ما ندر؛ تظل تطرح نفس الأسئلة وتجتهد في اختبار أي حقيقة تنتجها الرياضيات .

ب) من الممكن للرياضيات أن تحقق قفزات واختراقات علمية مهمة، ولكن من النادر في الفلسفة أن نجد ذلك .

ت) الحقيقة في الرياضيات كمية، وفي الفلسفة جدلية .الفلاسفة قد يغيرون مواقفهم وأجوبتهم خلال حياتهم، وربما يتبنون وجهات نظر معاكسة تمامًا لما كانوا عليه في بداياتهم، ولكن لا يوجد شيء من ذلك عند الرياضياتيين.

ث) أن الرياضيات أكثر ما تكون غنية عنه هو التفسيرات الفلسفية ولكن مع كل هذه الثقة الشديدة في نفسها، فإنها لا تستغني عن الفلسفة؛ لأنها هي من تفتح لها الآفاق وبوابتها إلى الثقافة اليومية.

ج) إنَّالتأثير المتبادل بين الرياضيات والفلسفة سينعكس بالضرورة على علاقة الفلسفة بالعلوم الأخرى أيضاً.

ح) صحيح أن الرياضيات قد ظهرت في الحضارات الشرقية إلا أنها كانت تلبية لحاجات ضرورة عملية, مما يعني أن الرياضيات في ذلك العصر قد ارتبطت بممارسات الحياتية مثل التجارة والمساحات والأراضي فكانت رياضيات تطبيقية وليست نظرية.

خ) بلغت الرياضيات النضج الحقيقي مع ظهور المدرسة الطبيعية مع طاليس وتلاميذه, وفي هذه المرحلة ولد العلم النظري الرياضي حيث تحولت الرياضيات العملية لتقدم اسهامات نظرية حقيقية.

د) شارك فيثاغورث في شكل كبير في تقديم نظريات في حقل الهندسة ما زالت حتى اليوم راهنة ويستفيد منها علماء الرياضيات في كل مجالات الهندسة.

ذ) شاركت الرياضيات الأفلاطونية في تأسيس نظرية معرفية وأنطولوجية قائمة على الرياضيات أدخلت في حسبانها الجدل كطريقة أساسية في توليد المفاهيم الرياضية حول الوجود الواقعي وكذلك حول نظرية المثل.

ر) شكلت الرياضيات في الفلسفة اليونانية نقلة نوعية لدى العالم التجريدي العقلي, وذلك من خلال الاهتمام بالأشكال الهندسية التي تماثل الأشكال الوجودية والواقعية.

المصادر والمراجع:

1. أبو ريان: محمد علي . تاريخ الفكر الفلسفي, الفلسفة اليونانية من طاليس إلى أفلاطون, دار الدفاء, الاسكندرية, مصر, ط2, 2014.
2. آل ياسين: جعفر . فلاسفة يونانيون, العصر الأول, مطبعة الارشاد, بغداد, ط1, د.ت.
3. الأهواني: أحمد فؤاد. فجر الفلسفة اليونانية قبل سقراط, دار الاحياء الكتب العربية, مصر, ط1, 1954.
4. بدور: حسن . الطبيعة والفلسفة في تاريخ الرياضيات، دار المرساة، سورية، اللاذقية، ط 1 ، 2013.

5. برتراند: راسل. تاريخ الفلسفة الغربية, ج1, ت : زكي نجيب محمود, مرا: أحمد أمين, الهيئة المصرية العامة للكتاب, القاهرة, مصر, د.ط, 2010.
6. بو دبوس: رجب. تبسيط الفلسفة ،الطبعة الأولى ،ليبيا بنغازي: الدّار الجماهيرية للنشر والتوزيع والإعلان،1425هـ.
7. تزيني طيب تزيني, غسان فينانس. تاريخ الفلسفة القديمة والوسيطة, طبعة 5, جامعة دمشق, دمشق, 2001.
8. جوتليب: أنتولي . علم العقل, تاريخ الفلسفة من عصر اليونان إلى عصر النهضة, ت: محمد طلبة تضار, دار هنداوي, القاهرة, مصر, ط1, 2005.
9. ديكارت: مبادئ الفلسفة، ترجمة د.عثمان أمين، ط1، مكتبة النهضة المصرية، 1960.
10. سارتون: جورج تاريخ العلم, العلم القديم في العصر الذهبي اليوناني, ج3, ت: توفيق الطويل وأخرون, المركز القومي للترجمة, القاهرة, مصر, د.ط, 2010.
11. كرم: يوسف . تاريخ الفلسفة اليونانية، دار هنداوي، القاهرة، مصر د ط، 2012 .
12. مطر: أميرة حلمي . الفلسفة اليونانية تاريخها ومشكلاتها, دار قباء القاهرة, مصر, طبعة جديدة, 1995.
13. هرقليطس . الشذرة رقم 20 نقلا عن النشار علي سامي, هرقليطس فيلسوف التغير وأثره في الفكر الفلسفي, دار المعارف, الإسكندرية, 1969.
14. هزيود. أنساب الآلهة, ت: صالح الأشمر, منشورات الجمل, لبنان, ط1, 2015.
15. هوميروس. الالياذة, ت: سليمان البستاني. دار كلمات عربية للدراسات والنشر, مصر, 2011, النشيد الثاني.
16. الوالي: عبد الجليل كاظم . الفلسفة اليونانية، دار الو ا رق، القاهرة، مصر، ط 1 ، 2003 .
17. ولتر ستيس. تاريخ الفلسفة اليونانية, ت: مجاهد عبد المنعم مجاهد, دار الثقافة للنشر , القاهرة, 1984.
18. ولسون: برندان. الفلسفة ببساطة، ترجمة أصف ناصر، دار الساقي، بيروت، ط2، 2010.
19. ياسيني: ساهلي . تعريف الفلسفة، 2011.

Sources and references

1. Abu Rayan: Muhammad Ali. History of Philosophical Thought, Greek Philosophy from Thales to Plato, Dar Al-Difaa, Alexandria, Egypt, 2nd Edition, 2014.
2. Al-Yassin: Jaafar. Greek Philosophers, The First Age, Al-Irshad Press, Baghdad, 1st Edition, Dr. T.
3. Al-Ahwani: Ahmed Fouad. The Dawn of Greek Philosophy Before Socrates, Dar Al-Ihya Al-Kutub Al-Arabiya, Egypt, 1st edition, 1954.
4. In the role of: Hassan. Nature and Philosophy in the History of Mathematics, Dar Al-Mursah, Syria, Lattakia, 1st edition, 2013.

5. Bertand: Russell. History of Western Philosophy, Part 1, T: Zaki Naguib Mahmoud, Mara: Ahmed Amin, The Egyptian General Book Organization, Cairo, Egypt, Dr. I, 2010.
6. Bu Dabbous: Rajab. Simplification of Philosophy, first edition, Libya Benghazi: The Jamahiriya House for Publishing, Distribution and Advertising, 1425 AH.
7. Tayyib Tayyib Tayyyni, Ghassan Finans. History of Ancient and Medieval Philosophy, 5th edition, Damascus University, Damascus, 2001.
8. Gottlieb: Antoli. The Science of Reason, History of Philosophy from the Greek Era to the Renaissance, T: Muhammad Tolba Tadhar, Dar Hindawi, Cairo, Egypt, 1st Edition, 2005.
9. Descartes: Principles of Philosophy, translated by Dr. Othman Amin, 1st edition, Egyptian Renaissance Library, 1960.
10. Sarton: George, History of Science, Ancient Science in the Greek Golden Age, Part 3, T: Tawfiq Al-Taweel and others, National Center for Translation, Cairo, Egypt, Dr. I, 2010.
11. Karam: Youssef. History of Greek Philosophy, Dar Hindawi, Cairo, Egypt, Dr. I, 2012.
12. Matar: Amira Helmy. Greek philosophy, its history and problems, Dar Quba, Cairo, Egypt, new edition, 1995.
13. Heraclitus. Fragment No. 20 quoted by Al-Nashar Ali Sami, Heraclitus, the Philosopher of Change and its Impact on Philosophical Thought, Dar Al-Maarif, Alexandria, 1969.
14. Hesiod. Genealogy of the Gods, T: Saleh Al-Ashmar, Al-Jamal Publications, Lebanon, 1st Edition, 2015.
15. Homer. The Iliad, T: Suleiman Al-Bustani. Arab Kalimat House for Studies and Publishing, Egypt, 2011, the second anthem.
16. The governor: Abdul Jalil Kazem. Greek Philosophy, Dar Al Waraq, Cairo, Egypt, 1st edition, 2003.
17. Walter Stace. History of Greek Philosophy, T: Mujahid Abdel Moneim Mujahid, House of Culture for publication, Cairo, 1984.
18. WILSON: Brendan. Simply Philosophy, translated by Asif Nasser, Dar Al-Saqi, Beirut, 2nd edition, 2010.
19. Yasini: Sahli. Definition of Philosophy, 2011.