أقتراح طريقة التخمين لمعلمتي التموضع و القياس لتوزيع رالي في ضوء مقدري توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة بأستخدام المحاكاة+

Suggested method of Location & Scale parameters estimates for Rayleigh distribution according to the expected value of the standardized order statistics by Simulation

عبد الخالق عبد الجبار النقيب*

الخلاصة :

يهدف البحث إلى مقارنة خصائص مقدري القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة لتوزيع رالي في ضوء عدة مؤشرات متمثلةً بمعامل الارتباط (r) ومعامل التحديد (r^2) و أحصاءة تحليل التباين للانحدار (F) و مؤشري متوسط مجموع مربعات الخطأ (MSE) و متوسط مجموع النسبة المئوية للأخطاء (MPE) بخصائص مقدر أسلوب المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) باختيار أحجام مختلفة من العينات باستعمال المحاكاة .

بينت النتائج التجريبية مستواً عال من المطابقة ما بين استعمال طريقة (OLS) بطريقتي مقدري القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة المدروسة ووفقاً للصيغتين :

$$\mathbf{F(Y) = i/(n+1) \quad ; \quad F(Y) = (i-0.5)/n}$$

كما هدف البحث إلى اقتراح صيغة مقدر للقيم المعايرة للإحصاءات المرتبة وذلك وفقاً لما يأتي :

$$\mathbf{F(Y) = (i-0.5)/(n+0.5)}$$

وفي ضوء ما تقدم ، فقد جرت عملية المفاضلة في الجانب التجريبي في ضوء عدة مؤشرات هي : (معامل الارتباط ، معامل التحديد ، أحصاءة تحليل التباين للانحدار ، متوسط مجموع مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مجموع النسبة المئوية للأخطاء (MPE)) ولأحجام مختلفة من العينات (١٠ ، ٥٠ ، ١٠٠) باستعمال المحاكاة . وقد بينت النتائج التجريبية مستواً عال من المطابقة مابين نتائج استخدام الصيغة المقترحة مع الإشارة إلى أرتفاع دقة مخمنات معلمتي الموقع والقياس المقدرة بموجبها عند التعامل مع عينة ذات حجم صغير وتقترب نتائجها مع نتائج الطريقة المدروسة بصيغتيها بأزديادها وهي لأول مرة (بحسب اطلاعنا) .

Abstract :

This research aimed to comparison the properties of the expected value of the standardized order statistics estimators of Rayleigh distribution (suggestion method) according to several indicators such that , correlation coefficient (r) , determination coefficient (r^2) , regression analysis of variance statistic (F) and the two indicators mean square errors (MSE) & mean percentile errors (MPE) with properties of the least square estimator (OLS) through different samples sizes by simulation technique

The empirical results showed highly grade of coincidences among the results of using (OLS) & with the two types of the Expected value of the Standardized order statistics methods by using the following formula :

+ تاريخ استلام البحث ٢٠٠٩/٧/٥ ، تاريخ قبول النشر ٢٠٠٩/١٢/١٥

* أستاذ / كلية التقنيات الصحية والطبية

$$\mathbf{F(Y) = i/(n+1) \quad ; \quad F(Y) = (i-0.5)/n}$$

The research aimed also new suggestion for an expected value of the Standardized order statistics formula as follows :

$$\mathbf{F(Y) = (i-0.5)/(n+0.5)}$$

Accordance to the obvious , the differentiation process in the empirical view were done by several indicators , such that (correlation coefficient , determination coefficient , analysis of variance statistic for regression , mean square error , mean percentile error) with different sample sizes (10 , 50 , 100) by using simulation .

The empirical results showed highly grade of coincidences among the results of applying the suggested formula , in addition to that the accuracy recorded highly grade with the location and scale parameters estimates in the cases of dealing with small sample size & approximated there results with results of the studied method by their formulas with increasing sample sizes , which is for the first time as far (as we know) .

المقدمــــــــــــة :

يُعد توزيع رالي من التوزيعات المستمــرة الذي يحتل الأهمية التطبيـــقية الواسعـــة في مجـــال التجـــارب المعولية (Reliability) ، ويُعد حالة خاصة من توزيع مربع كاي (Chi– Square) عندما تكون فيه معلمة درجـــة الحرية (٢) ومعلمة القياس (σ) ، كذلك فهو حالة خاصة من توزيع ويبل (Weibull) بمعلمـــــة الـــشكـــــــل (Shape) (٢) ومعلمة القياس ($\sqrt{2}\ \sigma$) [5]. وتعرف دالة الكثافة الاحتمالية بالصيغة الآتية [2] :

$$\mathbf{f\ (y,\mu,\sigma) = \frac{y-\mu}{\sigma^2}\ \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad .... \quad (\ 1\ )}$$

إذ أن :

- $\boldsymbol{\mu}$: تشير إلى معلمة الموقع (المتوسط) .
- $\boldsymbol{\sigma}$: تشير إلى معلمة القياس (الانحراف المعياري) .

وعموماً فأن دالة الكثافة الاحتمالية القياسية للتوزيع هي عندما $\mathbf{\mu = 0}$ و $\mathbf{\sigma = 1}$.

ولأجل الحصول على تخمينات الأنموذج موضوع البحث و الشكل الذي يعكس أعلى درجة من الدقة في دراسة طبيعة الظاهرة المبحوثة وبالتالي الحصول على تنبؤات دقيقة يمكن إعتمادها بدرجة عالية ، فأن عدم تحقق أحد الأفتراضات (على الأقل) التي تتطلبها طريقة التخمين المعتمدة إنما سيعكس مستوى حيود تلك المخمنات عن تحقيقها ، وبذلك فأن طبيعة القيود التي تؤشر شكل الظاهرة تلعب دوراً خطيراً في أختيار الأسلوب أو الطريقة الملائمة في التحليل ، ومن بين تلك القيود هي طريقة التخمين المعتمدة وحجم العينة الذي يتناسب وتلك الطريقة .

من هنا جاءت فكرة دراسة هذا الموضوع من خلال مقارنة مقدرات طريقتي التخمين المدروسة و التقليدية وهما طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقي مقدري توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة على التوالي . فضلاً عن ذلك فقد تم اقتراح صيغة يمكن بموجبها تقدير دالة التوزيع التجميعية ، حيث جاءت تسمية طريقة

التقدير المقترحة من خلال أستخدام توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة في فحص جودة توفيق الأخطاء العشوائية وفقاً لما يعرف بالرسم البياني الأحتمالي وهي لأول مرة (بحسب اطلاعنا) .

ويهدف البحث إلى :

أولاً : المقارنة مابين طريقتي التخمين التقليدية وهي المربعات الصغرى الاعتياديـــــــة (*OLS*) وطريقة مقدري توقع القيـــم المعايرة للإحصاءات المرتبة للرســم البياني الاحتمالي (Expected value & the standardized Order Statistics) أو حسبمـــــا هو شائع بمعكــوس احتمـــالات توزيع المعاينة التجميعية القياسية (Inverse probability of the Cumulative Sampling distribution)

ثانياً : فحص مدى دقة الصيغة المقترحة لمقدر القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة في تقدير مخمني معلمتـــي الموقع والقياس .

الجانب النظـــــري :

أولاً : طريقة التخمين التقليدية بالمربعات الصغرى الاعتيادية (**OLS**) :

تُعد هذه الطريقة من بين الطرائق التقليدية الأكثر شيوعاً وذلك لأفتراضها حالة تجانس تباين الخطأ من جهـــة و عدم إرتباط الأخطاء العشوائية بالمتغيرات التوضيحية في أنموذج الأنحدار الخطي من جهة أخرى . ولأجل التوصـــل إلى تقديرات معلمات الأنموذج موضوع البحث فأنه لابد من تحويل دالة الكثافة التجميعية بالصيغة الخطية [4] :

$$\mathbf{F}\left(\mathbf{y}_i\right) = \mathbf{1} - \mathbf{exp}\left(-\frac{(\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\mu})^2}{2\boldsymbol{\delta}^2}\right) \quad .... \quad (2)$$

ومنها فأن :

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\delta}\sqrt{-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))} + \mathbf{e}_i \quad .... \quad (3)$$

وبتعويض قيمة مكونات الصيغة (٣) بالصيغة العامة لأنموذج الأنحدار الخطي المتمثلة بالصيغة الاتية :

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{B}_\phi + \mathbf{B}_1\mathbf{x}_i + \mathbf{e}_i \quad ; \quad \mathbf{i} = 1,2,...,\mathbf{n}$$

نحصل على :

$$\mathbf{B}_\phi = \boldsymbol{\mu} \quad ; \quad \mathbf{B}_1 = \boldsymbol{\delta} \quad ; \quad \mathbf{x}_i = \sqrt{-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))}$$

وبتطبيق نتائج تقدير بموجب طريقة (OLS) فأن تقديرات معلمتي الأنموذج يتم الحصول عليها بالصيغتين الآتيتين :

$$\hat{\mathbf{B}}_\phi = \hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\sum \mathbf{y}_i \sum[-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))] - \sum[-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))]\sum \mathbf{y}_i[-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))]}{\mathbf{n}\sum[-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))] - \left[\sum\sqrt{-2\mathbf{Ln}(1 - \mathbf{F}(\mathbf{y}_i))}\right]^2} \quad ..... \quad (4)$$

$$\hat{B}_1 = \hat{\delta} = \frac{n\sum y_i \sum\sqrt{-2Ln(1-F(y_i))} - \sum y_i \sum\sqrt{-2Ln(1-F(y_i))}}{n\sum -2Ln(1-F(y_i)) - \left[\sum\sqrt{-2Ln(1-F(y_i))}\right]^2} \quad .... \quad (5)$$

كما أن الأخطاء العشوائية (المتبقيات) $(e_i = y_i - \hat{y}_i)$ هي مستقلة ، ذات متوسط قدره صفراً وتباين ثابت هو $(2\delta^2)$ وتتبع توزيع رالي ، و يتطلب أجراء تحليل الانحدار ذلك حتماً وفي حالة صحة الأنموذج الرياضي للمسألة المدروسة ، ينبغي للمتبقيات أن تميل باتجاه تأكيد الافتراضات الموضوعة حولها ، أو على الأقل أن لا تظهر بالشكل الذي يتعارض وتلك الافتراضات [1] .

ثانياً : طريقة التخمين المدروسة :

تعد الرسالة التي تقدم بها Dr .R .Barnett [3] من جامعة برنكهام إلى كل من (Prof. Cox و Mrs. Snell) عام (1968) الأساس النظري لاستخدامات طريقة الرسم البياني الاحتمالي ((pp) –probability plot) في تخمين معلمتي الموقع والقياس للأنموذج المبحوث ، حيث وجدت هذه الطريقة مجالاً تطبيقياً واسعاً في العديد من الحقول يذكر منها الهندسية ، علم الظواهر المرتبطة بالمناخ وعلم الحياة .

وكذلك فقد قام كل من Wilk و Gnanadesikan [7] في نفس العام باستعمال طريقة الرسم البياني الاحتمالي في تحليل البيانات وذلك من خلال رسم القيمة i المرتبة إحصائياً مقابل $[(i-0.5)/n]$ والمعروفة بدالة التوزيع التجميعية المبينة على التجربة أو الاختبار والتي يرمز لها بـ (ECDF)(*) . إذ أن :

$$\text{ECDF}: \quad F_n(y) = \frac{(\text{ number of obs.} \le Y) - 0.5}{n}$$

حيث أن Y تمثل المتغير العشوائي لدالة التوزيع التجميعية F . هذا ، وقد جاء بالبديل المناسب لتعريف صيغة (ECDF) وذلك من خلال الرسم البياني لقيم y_i مقابل $[i/(n+1)]$ ، إذ أن :

$$\text{ECDF}: \quad F_n(y) = \frac{\text{number of obs.} \le Y}{n+1}$$

ومن أجل تحقيق إضافة نوعية في هذا المجال فقد تم اقتراح دالة التوزيع التجميعية المبنية على التجربة أو الاختبار من خلال تطبيق طريقة الرسم البياني الاحتمالي لقيم y_i مقابل $(i-0.5)/(n+0.5)$ وهي لأول مرة (بحسب اطلاعنا) ، إذ أن :

$$\text{ECDF}: \quad F_n(y) = \frac{(\text{number of obs.} \le Y) - 0.5}{n+0.5}$$

وبهدف تخمين معلمتي الموقع والقياس من خلال تطبيق إجراءات معكوس دالة الكثافة التجميعية القياسية $F^{-1}(y)$ لتوزيع رالي فقد تم أعتماد الإحصاءات المرتبة ووفقاً للصيغ الأتية :

أ – عندما تكون فيها دالة الكثافة التجميعية القياسية وفقاً لما يأتي :

$$F(Y = y_i) = \frac{i-0.5}{n} \qquad ; \quad i = 1,2,........., n$$

مبرهنة (١) :

$$F(Y = y_i) = 1 - \exp\left(-\frac{(y_i)^2}{2}\right) \quad ; \quad (SCDF)^{(**)}$$

(**ECDF**)(*) : Empirical Cumulative dist . function

(**SCDF**) (**) : Standardized Cumulative dist . function

بجعل :

$$1 - e^{-\frac{y^2}{2}} = u$$

$$e^{-\frac{Y^2}{2}} = 1 - u$$

$$y = \sqrt{-2Ln\ (1-u)}$$

وهذا يعني بأن :

$$F^{-1}(y) = \sqrt{-2Ln(1-u)}$$

وعليه فأن :

$$F^{-1}\left(\frac{i-0.5}{n}\right) = \sqrt{-2Ln\ \left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \quad (6)$$

وفي ضوء ما تقدم وبتعويض الصيغة (٦) في الدالة التجميعية الأكثر شمولاً المبينة بالصيغة (٣) نحصل على:

$$y_i = \mu + \delta\sqrt{-2Ln\ \left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)} + e_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \quad (7)$$

ب – عندما تكون فيها دالة الكثافة التجميعية القياسية وفقاً لما يأتي :

$$F(Y = y_i) = \frac{i}{n+1} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots\ldots\ldots,n$$

مبرهنة (٢) :

$$F(Y = y_i) = 1 - \exp\left(-\frac{(y_i)^2}{2}\right) \quad ; \quad SCDF$$

بجعل :

$$1 - e^{-\frac{y^2}{2}} = u$$

$$e^{-\frac{Y^2}{2}} = 1 - u$$

$$y = \sqrt{-2Ln\ (1-u)}$$

وهذا يعني بأن :

$$F^{-1}(y) = \sqrt{-2Ln(1-u)}$$

وعليه فأن :

$$F^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right) = \sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

وفي ضوء ماتقدم وبتعويض الصيغة (٨) في الدالة التجميـعية الأكثر شـمولاً المبيـنة بالصيغـة (٣) نحـصـل علـى :

$$y_i = \mu + \delta\sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n}\right)} + e_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

ج – عندما تكون فيها دالة الكثافة التجميعية القياسية وفقاً لما يأتي :

$$F(Y = y_i) = \frac{i - 0.5}{n + 0.5} \qquad ; \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

مبرهنة (٣) :

$$F(Y = y_i) = 1 - \exp\left(-\frac{(y_i)^2}{2}\right) \qquad ; \qquad SCDF$$

بجعل :

$$1 - e^{-\frac{Y^2}{2}} = u$$

$$e^{-\frac{Y^2}{2}} = 1 - u$$

$$y = \sqrt{-2Ln(1-u)}$$

وهذا يعني بأن :

$$F^{-1}\left(\frac{i-0.5}{n+0.5}\right)=\sqrt{-2Ln\left(1-\frac{i-0.5}{n+0.5}\right)}$$

وعليه فأن :

$$F^{-1}\left(\frac{i-0.5}{n+0.5}\right)=\sqrt{-2Ln\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)} \quad \text{.........................} \quad (10)$$

وفي ضوء ما تقدم وبتعويض الصيغة (١٠) في الدالة التجميعية الأكثر شمولاً المبينة بالصيغة (٣) نحصل على :

$$y_i=\mu+\delta\sqrt{-2Ln\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)}+e_i \quad \text{.........................} \quad (11)$$

$$y_i=\mu+\delta\sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n}\right)}+e_i \quad \text{..............................} \quad (12)$$

وبذلك فأن تقديرات الأنموذج يتم الحصول عليها بالصيغتين الأتيتين وعلى التوالي :

$$\hat{\mu}_{(1)}=\frac{\sum y_i\sum\left[-2Ln\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)\right]-\sum\sqrt{-2Ln\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)}\sum y_i\sqrt{-2Ln\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)}}{n\sum\left[-2Ln\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)\right]-\left[\sum\sqrt{-2Ln\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)}\right]^2} \quad \text{.............} \quad (13)$$

$$\hat{\mu}_{(2)}=\frac{\sum y_i\sum\left[-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)\right]-\sum\sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)}\sum y_i\sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)}}{n\sum\left[-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)\right]-\left[\sum\sqrt{-2Ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)}\right]^2} \quad \text{...........} \quad (14)$$

$$\hat{\mu}_{(3)} = \frac{\sum y_i \sum\left[-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)\right] - \sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)}\sum y_i\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)}}{n\sum\left[-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+0.5}\right)\right] - \left[\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+0.5}\right)}\right]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$$\hat{\delta}_{(1)} = \frac{n\sum y_i\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)} - \sum y_i\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)}}{n\sum -2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right) - \left[\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+0.5}{n}\right)}\right]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

$$\hat{\delta}_{(2)} = \frac{n\sum y_i\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)} - \sum y_i\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)}}{n\sum -2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) - \left[\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right)}\right]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

$$\hat{\delta}_{(3)} = \frac{n\sum y_i\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)} - \sum y_i\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)}}{n\sum -2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right) - \left[\sum\sqrt{-2\mathrm{Ln}\left(\frac{n-i+1}{n+0.5}\right)}\right]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

الجانب التجريبي :

(مقدمة المحاكاة – Simulation) :

تعد المحاكاة طريقة عملية لتصميم أنموذج مماثل للأنموذج الفعلي وذلك لاستخدامه لغرض دراسة سلوك النظام . ويقتضي أنجاز عملية المحاكاة تنفيذ المراحل الأتية :

١- المرحلة الأولى : مرحلة تعيين قيم المعلمات الأفتراضية وهي :

- أختيار حجم العينة (n) والتي تم أختيار ثلاثة أحجام (صغيرة و متوسطة وكبيرة) وهي (١٠ ، ٥٠ ، ١٠٠) على التوالي .
- تحديد القيم الأفتراضية لمعلمات الانحدار الخطي البسيط وهي $(\delta = 1$ و $\mu = 1)$ وهما معلمتي القياس والموقع على التوالي .

١- المرحلة الثانية : مرحلة توليد البيانات بتوليد الأخطاء العشوائية بحسب توزيع رالي القياسي ، إذ أن $e_i \sim R(0,2)$ وذلك بجعل $\delta = 1$ و $\mu = 1$ [6] .

٢- المرحلة الثالثة : مرحلة توليد القيم التقديرية لأنموذج الأنحدار الخطي بالأعتماد على القيم الأفتراضية المحدودة بالمرحلة الأولى وتوليد القيم العشوائية للصيغة $\sqrt{-2Ln(1-u)}$ ، إذ أن $\mathbf{U(0,1)}$ تتبع كل منها التوزيع المنتظم المستمر ومن خلال عبارة RND ، يتم توليد أعداد عشوائية بين الصفر و الواحد و التي تعتمد لتقدير معلـــمات الـــطريقة التقليدية بالمربعات الصغرى الأعتيادية .

٣- المرحلة الرابعة : مرحلة توليد القيم التقديرية لأنموذج الأنحدار الخطي بالأعتماد علـــى القيم الأفتراضية المحددة بالمرحلة الأولى أيضاً وتوليد القيم العشوائية لمقدري توقع القيم المـــعايـــرة للإحصاءات المرتبة ووفقاً للـــصيغتين (٦) و (٨) و (١٠) بعد توليد تراتيـــب القيـــم (i) تصاعدياً ، حيث أن : $i = 1 , 2 ,.... , n$.

٥- المرحلة الخامسة : وهي المرحلة الأخيرة التي يتم فيها أحتساب قيم تقديرات الأنموذج وفقاً للطريقـــة المعتمدة في التقدير مع أحتساب كافة المؤشرات ذات العـــــلاقة بأجـــراء عمليـــات المقارنة .

وقد جرت عملية المفاضلة في الجانب التجريبي في ضوء عدة مؤشرات هي : (معامل الارتبـــاط ، معامـــل التحديد ، أحصاءة تحليل التباين للانحدار ، متوسط مجموع مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مجموع النسبة المئويـــة للأخطـــــاء (MPE)) ولأحجام مختلفة من العينات (١٠ ، ٥٠ ، ١٠٠) باستخدام المحاكاة .

عرض النتائج ومناقشتها :

من خلال نتائج تجارب المحاكاة ويبين الجدول (١) تخمينات معلـــمات الأنـــموذج الخطي بالطريقتين المدروسة والمقترحة (المربعات الصغرى الأعتيادية ومقدرات توقع القيم المعايرة للأحصاءات المرتبة) و للعينات المختارة .

جدول (١) : تخمينات معلمات الأنموذج الخطي بالطريقة المدروسة والمقترحة
(المربعات الصغرى الاعتيادية ومقدرات توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة)

Sample size	Parameters Estimations	Conventional Method	Studied and Suggested Methods		
		OLS	**Type –I** $\left(f(Y)=(i-0.5)/n\right)$	**Type –II** $\left(f(Y)=i/(n+1)\right)$	Type –III(Suggested) $\left(f(Y)=(i-0.5)/(n+0.5)\right)$
١٠	$\hat{\mu}$	١,٩٣٧٦٣٨ (P = 0.0000)	١,٩٣٩٨٨٤ (P = 0.0000	١,٩٤٣١٩٠ (P = 0.0000)	١,٩٤٢١٨٠ (P = 0.0000)
	$\hat{\delta}$	٠,٩٨٨٠٥ (P = 0.0000)	٠,٩٨٨١٦١ (P = 0.0000)	٠,٩٨٥٢٧١ (P = 0.0000)	٠,٩٨٥١١١ (P = 0.0000)
٥٠	$\hat{\mu}$	١,٣٥٤٥٧٤ (P = 0.0000)	١,٣٩٤٥٤٨ (P = 0.0000)	١,٣٩٦٦٦٣ (P = 0.0000)	١,٣٩٥٤٣٣ (P = 0.0000)
	$\hat{\delta}$	١,٠٠٣٠٦٣ (P = 0.0000)	٠,٩٧١٢٩٢ (P = 0.0000)	٠,٩٦٩٤٠٩ (P = 0.0000)	٠,٩٦٩١٠٠ (P = 0.0000)
١٠٠	$\hat{\mu}$	١,٣٧٥١١٩ (P = 0.0000)	١,٣١١٩٤٠ (P = 0.0000)	١,٣٥٨١٢٨ (P = 0.0000)	١,٣٥٨١٢٨ (P = 0.0000)
	$\hat{\delta}$	٠,٩٩٦٦٢٧ (P = 0.0000)	١,٠١٤٤٧٣ (P = 0.0000)	١,٠١٠٠٣٣ (P = 0.0000)	١,٠٠٠٨٩٠ (P = 0.0000)

و يتضح تحقق مستوى عال من المطابقة مابين نتائج الطريقة التقليدية بالمربعات الصغرى الأعتيادية ونتائج مقدرات توقع القيم المعايرة للأحصاءات المرتبة المقترحة و لكافة أحجام العينات المختلفة وقد تأيدت نتائج تلك المطابقة بالقيم الأحتمالية لأختبار مدى معنوية تلك المخمنات $(\hat{\mu}$ و $\hat{\delta})$ حيث سجلت و لكافة التجارب المنجزة مستواً عال بالمعنوية وبتقريب أربعة مراتب عشرية (P = 0.0000) .

من جانب أخر ، فقد سجلت نتائج مؤشرات عمليات المقارنة ما بين الطريقتين و المتمثلة بمعامل الأرتباط الخطي (r) ومعامل التحديد (r^2) وأحصاءة أختبار تحليل التباين للأنحدار (F) ومؤشر متوسط مجموع مربعات المتنقيات (MSE) ومتوسط مجموع النسبة المئوية للمتنقيات (MPE) المبينة بالجدول (٢) ولكافة تجارب المحاكاة

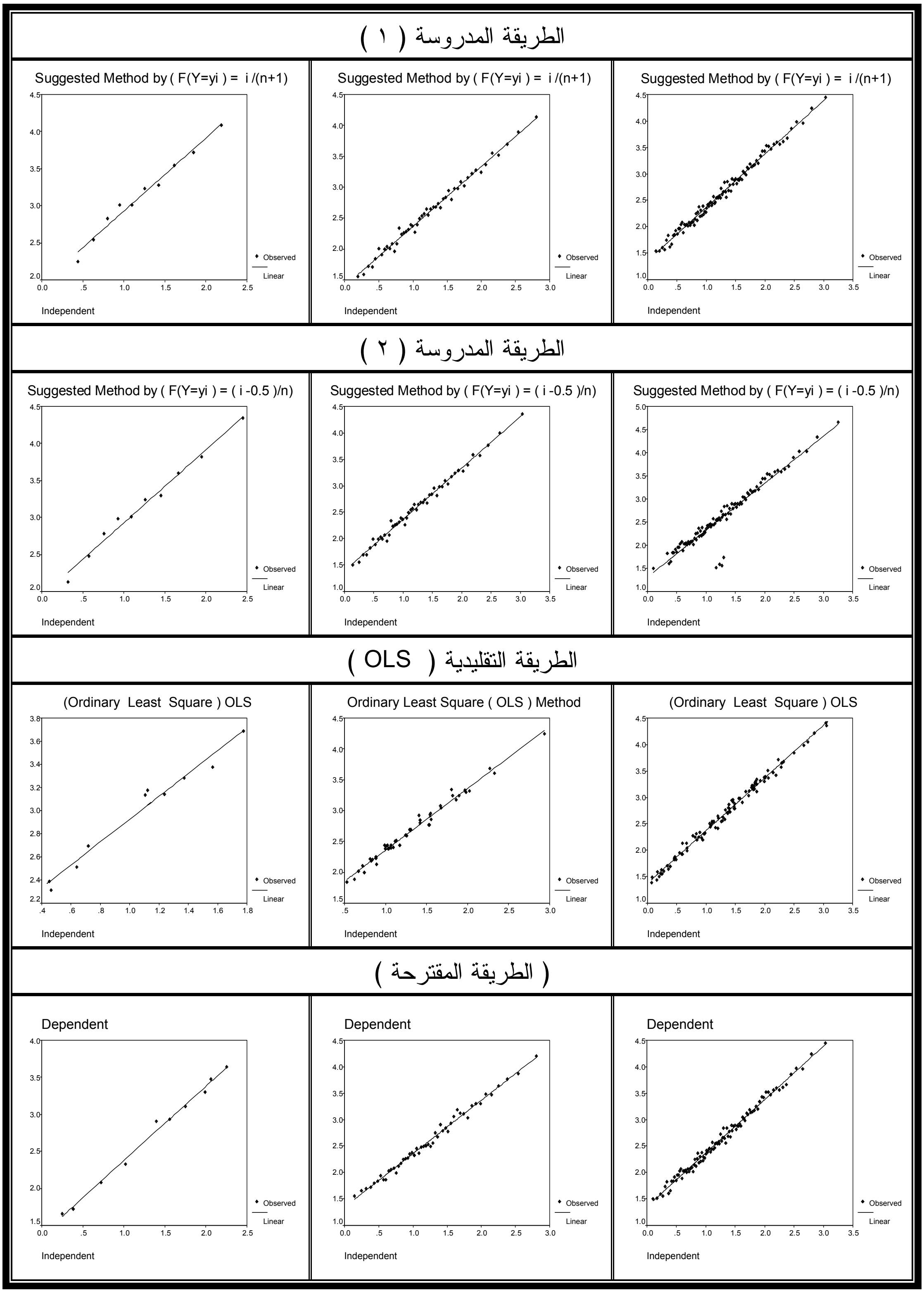
المنجزة الى التطابق العال المستوى مابين طريقتي التقدير التقليدية والمقترحة عموماً مع الأشارة الى أرتفاع مستوى دقة مخمنات الطريقة المقترحة بانواعها على دقة مخمنات الطريقة التقليدية عند التعامل من حجم صغير من المعاينة .

جدول (٢) : مؤشرات عمليات المقارنة ما بين الطريقتين التقليدية بـــ (OLS)

والمقترنة بنوعيها (مقدري توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة)

sample size	Statistics	Conventional Method	Studied and Suggested Methods		
		OLS	Type -I $\left(f(Y)=(i-0.5)/n\right)$	Type -II $\left(f(Y)=i/(n+1)\right)$	Type -III (Suggested) $f(Y)=(i-0.5)/(n+0.5)$
١٠	r	٠,٩٨٦٠٧	**٠,٩٩٢٩٧**	٠,٩٩٠٢١	٠,٩٩٦٥٠
	r^2	٠,٩٧٢٣٤	٠,٩٨٥٩٨	٠,٩٨٠٥١	٠,٩٩٣٠٢
	F (ANOVA)	٢٨١,٢٣٤٢٢ *(P = 0.0000)*	**٥٦٢,٧٨٥٧٨** *(P = 0.0000)*	**٤٠٢,٤١٠١٧** *(P = 0.0000)*	١١٣٧,٨٣٧٦٢
	MSE	٠,٠٠٦٦٧٧٤	٠,٠٠٦٦٤٤٦	٠,٠٠٦٦٣٧١	٠,٠٠٤٠٨٦٠
	MPE (%)	٣١٩,٩٥٥٠	٣٠٤,٠٦١٤	٣٠١,٦١٨٥	٢١٠,٧٨٥٤
٥٠	r	٠,٩٩١٨٨	٠,٩٩٥٤٧	٠,٩٩٤٩٧	**٠,٩٩٥٠٧**
	r^2	٠,٩٨٣٨٣	٠,٩٩٠٩٦	٠,٩٨٩٩٦	٠,٩٩٠١٦
	F (ANOVA)	**٢٩٢٠,٩١٤٣٨** *(P = 0.0000)*	**٥٢٦٤,٢٤٦٢٦** *(P = 0.0000)*	**٤٧٣٠,٨٠٨١٥** *(P = 0.0000)*	٤٨٢٩,٥٥٦٣٩
	MSE	٠,٠٠٤١١٩	٠,٠٠٣٧٦١	٠,٠٠٣٧٥٣	**٠,٠٠٤٠٨٢**
	MPE (%)	٧١٨,٤٥٢٩	٧٣٢,٦٣٥٥	٧٣٠,٩٢٢٨	٧٢٩,٢٨١
١٠٠	r	٠,٩٩٥٤٨	٠,٩٤٨٢٥	٠,٩٩٤٥٣	٠,٩٩٤٦٩
	r^2	٠,٩٩٠٩٨	٠,٨٩٩١٨	٠,٩٨٩٢٩	٠,٩٨٩٤١
	F (ANOVA)	**١٠٧٦١,٢٦٠٩٣** *(P = 0.0000)*	**٨٧٤,٠٥٥٣٩** *(P = 0.0000)*	**٩٠٥٣,٩٣١٥٧** *(P = 0.0000)*	**٩١٥٨,١٦٥٨١** *(P = 0.0000)*
	MSE	٠,٠٠٤٥٣٠	٠,٠٤٤٩٨١	٠,٠٠٤٤٩٥	٠,٠٠٤٤٦١
	MPE (%)	١٥١٢,٠٩٥	١٤٩١,٠٨٣	١٤٨٩,٥٠٨	١٣٩٥,٨٤٠

والشكل (١) يوضح خط الأتجاه العام (Long term trend) ونقاط الأنتشار (Scatter diagrams) ولكافة التجارب المنجزة للطريقتي التقليدية والمقترحة بنوعي مقدريها .



الشكل (١) : يوضح خط الاتجاه العام (Long term trend) ونقاط الانتشار (Scatter diagrams) ولكافة التجارب المنجزة للطريقتين التقليدية والمقترحة بنوعي مقدريها

الاستنتاجات والمقترحات :

أولاً – الاستنتاجات :

من خلال نتائج الجانبين النظري والتجريبي يمكن التوصل الى الأستنتاجات الأتية :

١- في ضوء مؤشرات أختبارات المعنوية لمخمنات معلمتي التموضع والقياس (μ و δ) لتوزيع رالـــــي يتــضح تحقق مستواً عال من المطابقة مابين نتائج الطريقة التقليدية بالمربعات الصغرى الأعتيادية ونتائج مقدري توقع القيم المعايرة للإحصاءات المرتبة المقترحة وبنوعيها وقد تأيدت نتائج تلك المطابقة بمغرى معنوي على تقريب أربعـــة مراتب عشرية و لكافة تجارب المحــاكاة المتمـــيزة للعينـــــات المختـــارة ($P = 0.0000$) .

٢- سجلت نتائج مؤشرات عمليات المقارنة مابين الطريقتين و المتمثلة بمعامل الارتباط (r) ومعامــــل التحديد (r^2) و أحصاءة احتبار تحليل التباين للانحدار (F) ومؤشر متوسط مجموع مربعات المتبقيات (MSE) ومتوسط مجموع النسبة المئوية للمتبقيات (MPE) و لكافة التجارب المنجزة تطابقاً عالياً بالمستوى عموماً مع ارتفاع مستوى دقة مخمنات الطريقة المقترحة بنوعيها عند العينات الصغيرة الحجم .

ثانياً – المقترحات :

١- التوسع إلى طرائق التخمين التقليدية بالمربعات الموزونة عندما يترافق حد الخطأ بالأنمــوذج بحــــالة عـــــدم تجانس التباين (Hetroscedasticity) .

٢- التوسع في طرائق التخمين بأسلوب مقدرات العزوم (Moment Estimators) كطريقة تقليدية مــع الطريقة المقترحة .

٣- المقارنة بأستخدام توزيعات أخرى قابلة للتحويل الى الشكل الخطي ، تنتمي أو لاتنتمي الــــى العائلــــة الأسية .

المصادر :

١ – النقيب ، عبدالخالق عبدالجبار " قياس قوة توافق توزيعي المتغيرين العشوائيين المعتمد والمتبقي في حالة نماذج الانحدار الخطي باستخدام طريقة الرسم البياني الاحتمالي "

، *وقائع المؤتمر العلمي الخامس للجمعية العراقية للعلوم الإحصائية* – جامعة القادسية / العراق ، (١٩٩٣) .

3- Burr , I.W.: " Cumulative frequency Distribution " ; *Annals of Mathematical Statistics* , No.13 , P. 215-232 , (1942) .

4- Cox , D.R. and Snell , E . J .: " A general definition of Residuals " *J . R . S . S . Series B* , No. 30 , P. (248 – 265) , (1968) .

5- Hosking , J.R.M.: " L-Moments : analysis and estimation of distribution using linear combinations order statistics " ; *J.R. Stat. Soc. B* , No. 52(1) , P. 105-124 , (1990) .

6- Jowder , F.A.L.: " Weibull and Rayleigh distribution functions of wind speeds in kingdom of Bahrain " *; Wind Engineering* , Vol . 30 , No. 5 , Publisher : Multi – Science publishing Co. Ltd . , (2006) .

7- Kundu , D. and Raqab , M.Z.: " Generalized Rayleigh distribution : different methods of estimation " ; *Computational Statistics and Data Analysis* , No. 49, P. 187-200 , (2005) .

8- Wilk , M . B . & Gnanadesikam : " Probability Plotting methods for the analysis of data " ; *Biometrika* , No. 55 , 1 , p1 . (1968) .