

Study of The Nuclear Structure of The Even-Even Isotopes  $^{158-160}\text{Er}$ Mutasim M. Yousif <sup>(1)\*</sup> <sup>1</sup> Department of Physics, Education College for Pure Science, University of Mosul, Mosul, Iraq

## Article information

## Article history:

Received December 05, 2023

Accepted January 31, 2024

Available online March 01, 2024

## Keywords:

Er isotopes

IBM-1 model

NEE and SEF

Ground state

 $\beta$ -band and  $\gamma$ -bands

## Correspondence:

[mutasim.m.u@uomosul.edu.iq](mailto:mutasim.m.u@uomosul.edu.iq)

## Abstract

In this work, the energy levels of the ground state band (GSB),  $\beta$ -band and  $\gamma$ -bands for  $^{158-160}\text{Er}$  isotopes were calculated using the Interacting Boson Model (IBM-1), the Semi-Empirical Formula (SEF) and the New Empirical Equation (NEE). All three models were developed by IBM. In order to complete this study, the above-mentioned models and equations were applied. The results of the GSB,  $\beta$ -band and  $\gamma$ -bands showed that IBM-1, SEF, NEE, and the available experimental data are all in agreement with certain variations this was shown by the results of the GSB. The NEE calculations have a higher level of compatibility with the experimental data when compared to both the IBM-1 calculations and the SEF calculations. According to the findings of this research, the SEF and NEE equations are both capable of describing the energy spectra of Er isotopes in comparison to IBM-1. The electric quadrupole transition probabilities  $B(E2)$  transitions which obtained through IBM-1 for the above isotopes were calculated and found to be in agreement with the available experimental data, On the other hand, Isotopes of Er exhibit behavior that is consistent with a rotational  $SU(3)$  transition.

DOI: [10.33899/edusj.2024.144947.1410](https://doi.org/10.33899/edusj.2024.144947.1410), ©Authors, 2024, College of Education for Pure Science, University of Mosul.This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## 1. المقدمة

تتميز النوى الزوجية - الزوجية بمستويات طاقة معينة أولها هو مستويات الحالة الارضية GSB والتي لها زخم زاوي زوجي وحالات تماثل موجبة ( $I_1^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ ) كما تظهر لهذه النوى مستويات اخرى مثل مستوى بيتا الاهتزازي ( $\beta$ -band) والتي لها حالات مماثلة لـ GSB, و مستويات كما الاهتزازي ( $\gamma$ -band) ذات زخم زاوي فردي وزوجي وتماثل موجب ( $I_1^\pi = 2^+, 3^+, 4^+, \dots$ ) وتتكون مستويات اخرى في النوى الزوجية- الزوجية مثل مستويات التكافؤ السالبة NPB والتي يكون لها زخم زاوي فردي وحالات تماثل سالبة ( $I_1^\pi = 1^-, 3^-, 5^-, \dots$ ). تعتبر حالة الاثارة الاولى والنسبة بين حالة الاثارة الاولى الى الثانية ( $R_{4/2} = E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ ) مؤشرين أوليين لخصائص النواة [1]. تم تقديم عدة طرق لتحديد خصائص النوى الزوجية- الزوجية, منها دراسة ظاهرة الانحناء الخلفي في قيمة طاقة الفوتون المنبعثة وذلك عندما تنتقل النواة من حالة الاثارة الى الحالة السابقة وتعتبر هذه الدراسة مناسبة لتحديد تغير طور النواة.. كما يمكن الحصول على معلومات عن خصائص كل نواة من خلال رسم منحنى بين طاقة كما مقسومة على البرم  $R = \left(\frac{E_\gamma}{I}\right)$  والتي سميت بمنحنيات (E-GOS) بالاعتماد على قيم الطاقات للتحديدات الثلاثة. وضعت العديد من النماذج النووية لدراسة التركيب النووي منها نموذج الجماعي (Bohr and Mottelson) وانموذج (IVBM) وانموذج البوزونات المتفاعلة (IBM-1) [2].

بعداً انموذج البوزونات المتفاعلة (IBM-1) الذي تم تقديمه من قبل (Arima and Iachello, 1974) [3] من النماذج النووية التي نجحت في حساب مستويات الطاقة للنوى الزوجية - الزوجية. في هذا الانموذج يتم معالجة حركة النكليونات خارج الاغلفة المغلقة بوصفها ازواج من البروتونات والنيوترونات تدعى البوزونات

عدد أزواج البروتونات (النيوترونات) التكافؤ والتي يرمز لها  $(N\pi)$ ,  $(N\gamma)$  تحسب من اقرب قشرة مغلقة فاذا كان الغلاف ممثلاً أكثر من النصف هنا يكون عدد البروتونات هو عدد أزواج الفجوات وتعامل النواة كنظام لعدد من البروتونات  $(N=N\pi + N\gamma)$  [4] وهذا الانموذج يستطيع وصف مستويات النوية ذات التماثل الموجب فقط. خضعت نظائر الايريبيوم للعديد من الدراسات فقد استخدم عبود والجبوري [5] انموذج البروتونات المتفاعلة (IBM-2) لحساب مستويات الطاقة واحتمالات الانتقال الكهرومغناطيسية لنظائر ( $^{158-168} Er$ ) وايضا لتحديد هملتونيا لهذه النظائر مع استخدام فكرة جديدة لحساب عدد الازوتونات عند  $N=64$ . تمكن الجبوري وآخرون [6] [7] من حساب التشوه النووي لنظائر (Er-Os) الارضية الزوجية ذات  $N=102$  باستخدام معادلة تجريبية جديدة وانموذج البروتونات المتفاعلة (IBM-1). ايضاً درست القاسم وآخرون [8] التركيب النووي ومستويات الطاقة لنظائر زوجية- زوجية من ضمنها النظير ( $^{158} Er$ ) باستخدام النماذج (BM و IBM و IVBM) احتسبت حالات الطاقة لتحديد خصائص لكل نظير ومقارنتها مع البيانات التجريبية. الهدف من الدراسة هو دراسة التركيب النووي للنظائر قيد الدراسة باستخدام انموذج البروتونات المتفاعلة ومعادلات جديدة في التركيب النووي.

## 2. الجانب النظري :

### 1-2 - انموذج البروتونات المتفاعلة IBM-1 :

ان اهم ما في هذا الانموذج أنه يعد كل من النكليونات التكافؤ بوزونا في حين تشكل بقية النكليونات القلب الهامد للنواة هذه النكليونات تقسم الى قسمين احدهما بزخم زاوي  $L=0$  وتسمى بوزونات S والآخر بزخم زاوي  $L=2$  بوزونات d. تتفاعل البروتونات مع بعضها وتعطي هملتونيا التفاعل التالي [4]:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^n \epsilon_i + \sum_{i<j}^n V_{ij} \quad \dots\dots\dots(1)$$

إذ إن  $(\epsilon)$  هو طاقة البروتون و  $(n)$  هو عدد البروتونات و  $(V_{ij})$  طاقة التفاعل بين البروتونين  $(i \text{ and } j)$  ويمكن كتابة الصيغة العامة لمؤشر هاملتون وفق انموذج (IBM-1) باستعمال صيغة متعدد القطبية [4],

$$H = \epsilon \hat{n}_d + a_0 \hat{P} \cdot \hat{P} + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q} \cdot \hat{Q} + a_3 \hat{T}_3 \cdot \hat{T}_3 + a_4 \hat{T}_4 \cdot \hat{T}_4 \quad \dots\dots\dots(2)$$

أذ ان

$$\epsilon = \epsilon_d - \epsilon_s \quad \dots\dots\dots(3)$$

هنا اعتبرت طاقة بوزونات S ( $\epsilon_s$ ) تساوي صفر وبذلك تكون طاقة البروتونات هو مساوية لطاقة البروتونات d ( $\epsilon_d$ ) المعاملات  $(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4)$  تعبر عن قوة التفاعل والازدواج والزخم الزاوي رباعي القطب وثمانى القطب والقطب السادس عشر بين البروتونات على التوالي .

$$\left. \begin{aligned} \hat{n}_d &= (d^+ \cdot \tilde{d}), \\ \hat{p} &= \frac{1}{2} [(\tilde{d} \cdot \tilde{d}) - (\tilde{s} \cdot \tilde{s})], \\ \hat{L} &= \sqrt{10} [d^+ \times \tilde{d}], \\ \hat{Q} &= [d^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{d}] + \chi [d^+ \times \tilde{d}], \\ \hat{T}_r &= [d^+ \times \tilde{d}]^{(r)} \quad , \quad r = 3 \text{ and } 4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

$\hat{n}_d$  : مؤثر عدد البروتونات نوع d .

$\hat{p}$  : مؤثر الازدواج .

$\hat{L}$  : مؤثر الزخم الزاوي .

$\hat{Q}$  : مؤثر رباعي القطب .

$\hat{T}_r$  : مؤثر ثمانى القطب والقطب السادس عشر [ 8 ] .

تعتمد التناظرات الديناميكية في هذا الانموذج على الزمرة الوحديية U(6) والتي تنحل الى ثلاث سلاسل فرعية (تحديدات) وهي تحديد U(5) للنوى الاهتزازية و SU(3) للنوى الدورانية و O(6) للنوى كما الناعمة,

$$U(6) \supset \left\{ \begin{array}{l} U(5) \supset O(5) \\ SU(3) \\ O(6) \supset O(5) \end{array} \right\} \supset O(2) \quad (5)$$

يمكن التنبؤ عن خصائص النوى الزوجية-الزوجية من خلال ايجاد نسبة الطاقة  $R = \left( \frac{E(4_1^+)}{E(2_1^+)} \right)$  ، حيث  $E(4_1^+)$  هو الطاقة لمستوي الاثارة الثاني و  $E(2_1^+)$  هو الطاقة لمستوي الاثارة الاول ، وتختلف قيم R من تحديد الى الاخر فتكون  $(2 \leq R \leq 2.4)$  للنوى الاهتزازية U(5) ، و  $(2.4 \leq R \leq 3)$  للنوى O(6) و  $(3 \leq R \leq 3.3)$  للنوى الدورانية SU(3) [7] وهناك النوى تمتلك خصائص مشتركة بين تحديدين او اكثر لتكون في مناطق انتقالية. ويمكن توضيح التناظرات الثلاثة كالآتي [8] :

### 2-1 التناظر الديناميكي الاهتزازي U(5)

تعطى دالة الهاملتون الخاص لهذا التحديد بالعلاقة [8]:

$$\hat{H} = \varepsilon \hat{n}_d + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_3 \hat{T}_3 \cdot \hat{T}_3 + a_4 \hat{T}_4 \cdot \hat{T}_4 \quad (6)$$

يتبين ان المؤثرين Q و P غير فعالين في هذا التناظر وتعطى معادلة القيمة الذاتية لهذا التناظر كالآتي [ 6 ]

$$E(n_d, \nu, L) = \varepsilon n_d + K_1 n_d(n_d + 4) + K_4 \nu(\nu + 3) + K_5 L(L + 1) \quad (6)$$

### 2-2 التناظر الديناميكي الدوراني SU(3)

دالة هاملتون الخاص لهذا التحديد تكتب بالشكل [5]، [ 6 ] :

$$H = a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_2 \hat{Q} \cdot \hat{Q} \quad \dots\dots\dots(7)$$

نلاحظ بان التفاعل الزخم وكذلك تفاعل رباعي القطب الكهربائي هي المهيمنة في هذا التحديد . يعطى قيم المعاملين  $a_1, a_2$  بالشكل التالي [5]:

$$a_2 = - \frac{E_{2_2^+} - E_{2_1^+}}{3(2N-1)} \quad \dots\dots\dots(8)$$

and

$$a_1 = \frac{E_{2_1^+}}{6} + \frac{3}{8} a_2 \quad \dots\dots\dots(9)$$

تعطى معادلة القيمة الذاتية لهاملتون SU(3) بالعلاقة التالية :

$$E | (\lambda, \mu), K, L, \mu \rangle = \frac{a^2}{2} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)) \left( a^1 - \frac{3a^3}{8} \right) L(L - 1) \dots\dots\dots(10)$$

إذ إن  $\lambda, \mu$  عبارة عن اعداد كمية المختزلة لعدد البوزونات ( N ) ويمثلان حالات SU(3) الممكنة لكل قيمة لـ N ، اما K فهو العدد الكمي التي يرمز الى الحالات التي تمتلك قيما متساوية لـ  $(\lambda, \mu, L)$  كما يمثل الـ ( L ) الزخم الزاوي الكلي للنواة، وتعطى القيمة المختزلة لاحتمالية الانتقال رباعي القطب  $B(E_2)$  بالصيغة التالية [ 6 ] :

$$B(E_2, L + 2 \rightarrow L) = eB^2 \frac{3}{4} \left[ \frac{(L+2)(L+1)}{(2L+3)(2L+5)} \right] \times (2N - L)(2N + L + 3) \quad \dots\dots\dots (11)$$

او يعطى للمستوى الاول  $2^+$  [5]:

$$B(E2: 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = eB^2 \frac{N(2N+3)}{5} \quad \dots\dots\dots (12)$$

### 2-3 تناظر كاما الناعمة O(6)

الهاملتون لهذا التحديد تعطى بالشكل الآتي [5]:

$$\hat{H} = a_0 \hat{P} \cdot \hat{P} + a_1 \hat{L} \cdot \hat{L} + a_3 \hat{T}_3 \cdot \hat{T}_3 \quad \dots\dots\dots(13)$$

وتعطى معادلة القيمة الذاتي لهذا التحديد كالآتي

$$E = K_3 (N - \sigma)(N + \sigma + 4) + K_4 \tau(\tau + 3) + K_5 L(L + 1) \quad \dots\dots\dots(14)$$

### 2-3- معادلات جديدة

لصعوبة دراسة التركيب النووي للنوى خاصة منها المشوهة فقد وضعت عدة معادلات في الأونة الأخيرة منها الصيغة شبه التجريبية SEF كدالة للزخم الزاوي من قبل الجبوري 2016 إذ تعتمد هذه المعادلة بصورة رئيسة على الدالة الاسية الطبيعية وتعطى للحزمة الأرضية بالصيغة التالية [ 8 ] :

$$E(I) = A_1 [\exp(A_2 I) - A_3] \quad \dots\dots\dots ( 15 )$$

إذ ان المعلمات A1, A2 and A3 يمكن ايجادها من اجراء عملية الموازنة لمستويات الحزمة الارضية  
اما للحزم مئارة اعلى من الحزمة الأرضية فتأخذ المعادلة الصيغة التالية:

$$E(I) = E_0 + (A_1 + B)[\exp(A_2 I) - A_3] \dots\dots\dots (16)$$

إذ ان E0 تمثل راس الحزمة المئارة في حين يتم ايجاد المعلم B من اجراء عملية الموازنة لمستويات الحزمة المئارة كان تكون حزمة كاما او بيتا.  
وفي عام 2018 وجدت معادلة أخرى من قبل الجبوري واخرون اطلق عليها معادلة تجريبية جديدة NEE وللحزمة الأرضية تعطى كالآتي [7]:

$$E(I) = \frac{A_1 I(I+1)}{A_2 (I+1) + IA_3} \dots\dots\dots (17)$$

وللحزم المئارة تعطى بالمعادلة التالية:

$$E(I) = E_0 + \frac{(A_1 + B)I(I+1)}{A_2 (I+1) + IA_3} \dots\dots\dots (18)$$

وبنفس الآلية يتم ايجاد الثوابت

### 3- احتمالية الانتقال رباعية القطب الكهربانية B(E2) :

يمكن الحصول على معلومات اضافية حول بنية النوى من دراسة احتمالات الانتقال الرباعي الكهربائي يكتب عامل الانتقال E2 بالشكل التالي :

$$T^{E_2} = \alpha_2 [d^+ \times s + s^+ \times d] + \beta_2 [d^+ \cdot d] = e_B \hat{Q} \dots\dots\dots (19)$$

حيث تمثل [  $s^+$  ,  $d^+$  ] مؤثرات الخلق والفناء لبوزونات (S, d) على التوالي. اما  $\alpha_2$  و  $\beta_2$  معاملات  
يمكن ايجادهم كالآتي [7] :

$$\alpha_2 = e_B$$

$$\beta_2 = \chi \alpha_2$$

$e_B$  : هو الشحنة الفعالة للبوزون .

$$\chi : \text{قيمة ثابتة [5] تقريبا وللتحديد SU3 تساوي } -1.32 \approx \frac{-\sqrt{7}}{2}$$

جدول (2) المعاملات ( $\alpha_2$  ,  $\beta_2$ ) المستخدمة لايجاد قيمة B(E2) للنوى  $^{162-172}\text{Er}$  الزوجية الزوجية  
تعطى الانتقالات الكهربانية B(E2) باستخدام الصيغة [7]:

$$B(E2) = \frac{0.05657}{T_{1/2}^Y (ps) E_\gamma^5 (Mev)} (e^2 b^2) \dots\dots\dots (20)$$

إذ  $E_\gamma$  يمثل انتقال الطاقة (  $E_\gamma ( I \rightarrow I - 2 )$  ) و  $T_{1/2}$  هو عمر النصف للمستوى بوحدة (ps) ففي حال انتقال واحد من مستوي الطاقة تعطى العمر النصفى  
بالصيغة

$$T_{1/2}^Y = T_{1/2} (\exp)(1 + \alpha_{tot}) \dots\dots\dots (21)$$

العلاقة التي تربط بين B(E2) بوحدة الوايسكوف w.u و B(E2) بوحدة  $e^2 b^2$  تعطى بالصيغة التالية [13]:

$$B(E2) w.u = \frac{B(E2) e^2 b^2}{5.934 \times 10^{-6} \frac{4}{A^3} e^2 b^2} \dots\dots\dots (22)$$

### 4- الطاقة السطحية الكامنة (PES)

إحدى أهم خصائص النواة هي الطاقة السطحية الكامنة لانها المسؤولة عن إعطاء الشكل النهائي للنواة ويمكن اشتقاق التفسير الهندسي للهاملتونيان في نموذج  
البوزونات المتفاعلة بواسطة المؤثرات الذاتية كالآتي :

$$| N, \beta, \gamma \rangle = 1/\sqrt{N!} (b_c^\dagger)^N | 0 \rangle \dots\dots\dots (23)$$

إذ إن  $| 0 \rangle$  يدل على فجوة البوزون وأن

$$(b_c^\dagger) = (1 + \beta^2)^{-1/2} \left\{ S^+ + \beta \left[ \cos(d_0^\dagger) + \sqrt{\frac{1}{2}} \sin \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger) \right] \right\} \dots\dots\dots (24)$$

4- النتائج والمناقشة:

تم حساب مستويات الطاقة بواسطة (IBM-1) و (SEF) و (NEE) وقيم احتمالات الانتقال B(E2) للنظيرين ( $^{158-160}\text{Er}$ ) والمقارنة بين النتائج التي تم الحصول عليها .

4-1 مستويات الطاقة:

نوى النظيرين ( $^{158-160}\text{Er}$ ) تمتلك عدد ذري (Z=68) بروتوناً أقل من الرقم السحري (82) وهي تمثل اقرب غلاف ممثلياً لذا تكون عدد البوزونات نوع بوزون - بروتون ( $N_{\pi}$ ) (7=68/2-82) اما عدد البوزونات نوع بوزون - نيوترون ( $N_{\nu}$ ) والذي يحسب من عدد النيوترونات لكل نظير, ايضاً تكون اقرب غلاف ممثلياً هو العدد السحري (82) فتكون عدد بوزونات ( $N_{\nu}$ ) تساوي (5,6) للنظيرين ( $^{158}\text{Er}$ ,  $^{160}\text{Er}$ ) على التوالي . لذا تكون عدد البوزونات الكلية ( $N_{\nu} + N_{\pi}$ ) تساوي (11) للنظير  $^{158}\text{Er}$  و (12) للنظير  $^{160}\text{Er}$

كنقطة بداية للحسابات الحالية تم ايجاد النسبة ( $R = \frac{E_{41}^+}{E_{21}^+}$ ) لكلا النظيرين كما في الجدول (1).

الجدول (1) قيمة R للنظائر  $^{158-160}\text{Er}$  الزوجية - الزوجية

Isotopes	$^{158}\text{Er}$	$^{160}\text{Er}$
$E_2$ (keV)	192.15	125.47
$R_{4/2}$	2.743	3.103

النسبة ( $R = \frac{E_{41}^+}{E_{21}^+}$ ) تعتبر مؤشراً جيداً تشوه شكل النواة , من خلال الجدول رقم (1) تم الحصول على معلومات اولية للنظيرين ( $^{158-160}\text{Er}$ ) توضح ان النظير  $^{158}\text{Er}$  تمتلك خصائص تحديد كما الناعمة O(6) في حين أن النظير  $^{160}\text{Er}$  تمتلك خصائص التحديد الدوراني SU(3). الجداول (2-5) تمثل قيم المعلمات المستخدمة في الحسابات لانموذج (IBM-1) و (SEF) و (NEE) على التوالي.

الجدول رقم (2) تمثل قيم المعلمات IBM-1 مع عدد البوزونات  $N_b$  للنظائر ( $^{162-172}\text{Er}$ ).

IBM-1					
Isotopes	$N_b$	ELL	QQ	$\alpha_2$	$2\beta$
$^{158}\text{Er}$	11	0.057	-0.019	0.109	-0.144
$^{160}\text{Er}$	12	0.034	-0.021	0.116	-0.153

$$\text{ELL}=2a_1 \text{ and } \text{QQ}=2a_2$$

الجدول (3) تمثل قيم المعلمات للحزمة الارضية للمعادلتين SEF و NEE لنظائر ( $^{158-160}\text{Er}$ ).

SEF [8]			NEE [7]			
Isotopes	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$^{158}\text{Er}$	1.51	0.087	1.034	0.136	3.818	-3.68
$^{160}\text{Er}$	3.65	0.043	1.048	0.117	4.142	-3.823

الجدول (4) معاملات SEF للحزمتين بيتا  $\beta$  وكاما  $\gamma$  بوحدة Mev للنظيرين  $^{158-160}\text{Er}$  الزوجية-الزوجية .

Band $\beta$			Bandy		
Isotopes	$N_b$	$E_0$	B	$E_0$	B
$^{158}\text{Er}$	11	0.799	-0.25	—	—

$^{160}\text{Er}$	12	0.854	-0.451	0.674	-0.029
-------------------	----	-------	--------	-------	--------

جدول رقم (5) معاملات NEE للحزمتين بيتا  $\beta$  وكاما  $\gamma$  بوحدة Mev للنظيرين  $^{158-160}\text{Er}$

Isotopes	Band $\beta$			Bandy	
	$N_b$	$E_0$	B	$E_0$	B
$^{158}\text{Er}$	11	0.859	-0.057	————	————
$^{160}\text{Er}$	12	0.846	-0.014	0.724	-0.003

قورن بين قيم الطاقات العملية والنتائج التي تم الحصول عليها من انموذج (IBM-1) وكذلك القيم للطاقات التي تم الحصول عليها من المعادلتين (SEF) و ( ) [6,7] NEE . بالنسبة للحزمة الارضية وحزمتي بيتا  $\beta$  وكاما  $\gamma$  كما هو موضح بالجدول التالية:

الجدول رقم (6) قيم حالات الطاقات التجريبية EXP والمحسوبة لـ (GSB) للنظير  $^{158}\text{Er}$  بوحدة (Mev).

$^{158}\text{Er}$ (GSB)							
$I^+$	$E_{\text{exp}}(\text{Mev})$	$E_{\text{cal}}(\text{Mev})$					
		IBM-1	$\Delta\%$	SEF	$\Delta\%$	NEE	$\Delta\%$
$0_1^+$	0	0	0	0	0	0	0
$2_1^+$	0.192	0.190	1.04	0.235644	-22.7313	0.199316	-3.81042
$4_1^+$	0.527	0.634	-20.3	0.577171	-9.52011	0.622426	-18.1074
$6_1^+$	0.970	1.332	-37.3	0.983607	-1.40278	1.229445	-26.7469
$8_1^+$	1.493	2.284	-52.9	1.467288	1.72217	1.989435	-33.2508
$10_1^+$	2.072	3.490	-68.4	2.042895	1.404681	2.87803	-38.9011
$12_1^+$	2.680	4.950	-84.7	2.7279	-1.78731	3.875776	-44.6185

الجدول رقم (7) قيم حالات الطاقات التجريبية EXP والمحسوبة لـ  $\beta$  (band) للنظائر  $^{158}\text{Er}$  بوحدة (Mev).

$^{158}\text{Er}$ ( $\beta$ band)							
$I^+$	$E_{\text{exp}}(\text{Mev})$	$E_{\text{cal}}(\text{Mev})$					
		IBM-1	$\Delta\%$	SEF	$\Delta\%$	NEE	$\Delta\%$
$0_2^+$	0.806	0.626	22.3	<b>0.75616</b>	<b>6.1</b>	0.859	-6.5
$2_2^+$	0.989	0.817	17.3	<b>0.99563</b>	<b>-0.6</b>	0.974779	1.4
$4_2^+$	1.257	1.262	-0.4	<b>1.280613</b>	<b>-1.8</b>	1.220556	2.8
$6_2^+$	1.589	1.959	-	<b>1.619758</b>	<b>-1.9</b>	1.573163	0.99
$8_2^+$	2.019	2.911	-44	<b>2.023359</b>	<b>-0.2</b>	2.014628	0.21
$10_2^+$	2.488	4.117	-	<b>2.503668</b>	<b>-0.6</b>	2.530797	-1.7
$12_2^+$	3.109	5.576	-	<b>3.075261</b>	<b>1.08</b>	3.11037	-0.04

الجدول رقم (8) قيم حالات الطاقات التجريبية EXP والمحسوبة لـ (GSB) للنظير  $^{160}\text{Er}$  بوحدة (Mev)

$^{160}\text{Er}$ (GSB)							
$I^+$	$E_{\text{exp}}$ (Mev)	$E_{\text{cal}}$ (Mev)					
		IBM-1	$\Delta\%$	SEF	$\Delta\%$	NEE	$\Delta\%$
$0_1^+$	0	0	0	0	0	0	0
$2_1^+$	0.125	0.371	-196	0.152	-21.6	0.147	-17.6
$4_1^+$	0.389	1.238	-218	0.509	-30.8	0.433	-11.3
$6_1^+$	0.765	2.601	-240	0.899	-17.5	0.813	-6.2
$8_1^+$	1.229	4.459	-262	1.323	-7.6	1.261	-2.6
$10_1^+$	1.760	6.813	-287	1.785	-1.4	1.760	0
$12_1^+$	2.340	9.662	-312	2.289	2.2	2.296	1.8

الجدول رقم (9) قيم حالات الطاقات التجريبية EXP والمحسوبة لـ  $\beta$  (band) للنظير  $^{160}\text{Er}$  بوحدة (Mev).

$^{160}\text{Er}$ ( $\beta$ band)							
$I^+$	$E_{\text{exp}}$ (Mev)	$E_{\text{cal}}$ (Mev)					
		IBM-1	$\Delta\%$	SEF	$\Delta\%$	NEE	$\Delta\%$
$0_2^+$	0.893	0.724	18.9	0.854	4.3	0.846	5.2
$2_2^+$	1.007	1.096	-8.8	0.988	1.8	0.976	3
$4_2^+$	1.229	1.963	-59.7	1.301	-5.8	1.227	0.1
$6_2^+$	1.542	3.325	-115.6	1.642	-6.4	1.563	-1.3
$8_2^+$	1.921	5.184	-169.8	2.014	-4.8	1.957	-1.8
$10_2^+$	2.360	7.537	-219.3	2.419	-2.5	2.396	-1.5
$12_2^+$	2.845	10.386	-265	2.861	-0.5	2.868	-0.8

الجدول رقم (10) قيم حالات الطاقات التجريبية EXP والمحسوبة لـ  $\gamma$  (band) للنظير  $^{160}\text{Er}$  بوحدة (Mev).

$^{160}\text{Er}$ ( $\gamma$ band)							
$I^+$	$E_{\text{exp}}$ (Mev)	$E_{\text{cal}}$ (Mev)					
		IBM-1	$\Delta\%$	SEF	$\Delta\%$	NEE	$\Delta\%$
$2_3^+$	0.854	1.096	-28.3	0.825	3.3	0.867	-1.5
$3_1^+$	0.987	1.467	-48.6	0.998	-1.1	0.993	-0.6
$4_3^+$	1.128	1.963	-74.0	1.179	-4.5	1.147	-1.6
$5_1^+$	1.316	2.582	-96.2	1.368	-3.9	1.323	-0.5
$6_3^+$	1.499	3.924	-161.7	1.565	-4.4	1.519	-1.3
$7_1^+$	1.740	4.193	-140.9	1.771	-1.7	1.732	0.4
$8_3^+$	1.950	5.782	-196.5	1.986	-1.8	1.958	-0.41
$9_1^+$	2.242	6.298	-180.9	2.211	1.3	2.196	2.0
$10_3^+$	2.436	8.136	-233.9	2.445	-0.36	2.445	-0.36
$11_1^+$	2.800	8.900	-217.8	2.690	3.9	2.704	3.4
$12_3^+$	2.998	10.985	-266.4	2.945	1.7	2.970	0.9

2-4 احتمالية الإنتقال رباعية القطب الكهربائية B(E2)

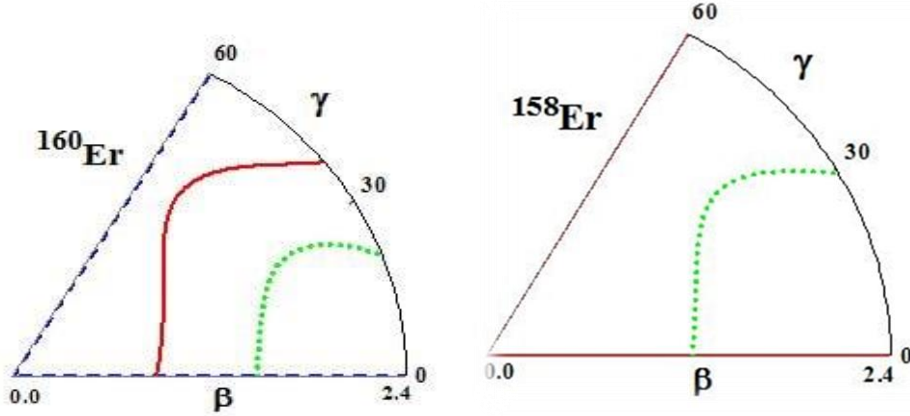
نلاحظ من الجدول (11) ان هناك تقارباً نوعاً ما جيد بين القيم العملية [9] والمحسوبة باستخدام نموذج البوزونات المتفاعلة الإصدار الأول للانتقالات العليا.

جدول (11) قيم B(E2) النظرية مقارنة بالقيم العملية المتوفرة للنظيرين  $^{158-160}\text{Er}$

$I_i \rightarrow I_f$	$^{158}\text{Er}$		$^{160}\text{Er}$	
	EXP( $e^2b^2$ )	IBM-1	EXP( $e^2b^2$ )	IBM-1
$2_1 \rightarrow 0_1$	0.654	0.444	0.872	0.599
$4_1 \rightarrow 2_1$	0.944	0.623	1.244	0.844
$6_1 \rightarrow 4_1$	1.249	0.663	1.358	0.903
$8_1 \rightarrow 6_1$	1.513	0.660	1.497	0.905
$10_1 \rightarrow 8_1$	1.269	0.631	1.497	0.877

#### 3-4 الطاقة السطحية الكامنة (PES)

تم حساب الطاقة السطحية للنظائر قيد الدراسة إذ وجد أن النوى تعاني من التشوه الشكلي و تمتلك الخاصية الدورانية SU(3) كما موضح في الشكل (1) .



الشكل (1) : جهد الطاقة السطحية لنظائر  $^{158-160}\text{Er}$

#### الاستنتاجات

أظهرت نتائج الدراسة الحالية ان حسابات النماذج IBM-1 و SEF و NEE للحزمة الارضية GSB وحزمة  $\gamma$ -bands والبيانات التجريبية متوافقة نوعاً ما مع وجود بعض الاختلافات الطفيفة. تمتاز حسابات NEE بمستوى أعلى من التوافق مع البيانات التجريبية بالمقارنة مع حسابات IBM-1 و SEF. ومن الناحية الاخرى اثبتت النتائج الحالية للبحث أن استخدام معادلات SEF و NEE قادرة على وصف أطيف الطاقة لنظائر Er بدقة أكثر بالمقارنة مع IBM-1. احتمالية الانتقالات المختزلة B(E2) التي تم الحصول عليها من خلال IBM-1 للنظائر Er تتفق مع البيانات التجريبية المتوفرة [9]. وان حسابات الطاقة السطحية بينت ان نظائر Er تمتلك خاصية الدورانية SU(3).

#### شكر وتقدير

الشكر الجزيل لجامعة الموصل كلية التربية للعلوم الصرفة قسم الفيزياء لدعمهم في إجراء البحث.



المصادر:

- [1] I. M. Ahmed, M. Abed Al-Jubbori, H. H. Kassim, H. Y. Abdullah, and F. I. Sharrad, "Investigation of even-even 220–230Th isotopes within the IBM, IVBM and BM," *Nucl. Phys. A*, vol. 977, no. May, pp. 34–48, Sep. 2018, doi: 10.1016/j.nuclphysa.2018.05.010.
- [2] I. Yahya and M. Hussien, "Study of Nuclear Structure of Even-Even Dy Isotopes," *J. Educ. Sci.*, vol. 30, no. 4, pp. 1–14, Sep. 2021, doi: 10.33899/edusj.2021.129475.1140.
- [3] F. Iachello and A. Arima, "Boson symmetries in vibrational nuclei," *Phys. Lett. B*, vol. 53, no. 4, pp. 309–312, 1974, doi: 10.1016/0370-2693(74)90389-X.
- [4] F. Iachello, "An Introduction to the Interacting Boson Model," *Nucl. Struct.*, pp. 53–89, 1981, doi: 10.1007/978-1-4684-3950-2\_3.
- [5] R. F. Casten, "The Interacting Boson Approximation model," *Proc. Int. Sch. Phys. "Enrico Fermi,"* vol. 169, no. 2, pp. 385–421, 2008, doi: 10.3254/978-1-58603-885-4-385.
- [6] M. A. Al-Jubbori *et al.*, "Nuclear structure of the even-even rare-earth Er–Os nuclei for  $N = 102$ ," *Indian J. Phys.*, vol. 94, no. 3, pp. 379–390, 2020, doi: 10.1007/s12648-019-01461-3.
- [7] M. A. Al-Jubbori *et al.*, "Critical Point of the 152Sm, 154Gd, and 156Dy Isotones," *Phys. At. Nucl.*, vol. 82, no. 3, pp. 201–211, May 2019, doi: 10.1134/S1063778819030049.
- [8] H. H. Kassim, M. A. Al-Jubbori, M. M. Yousif, I. M. Ahmed, and F. I. Sharrad, "Nuclear Structure and Energy Levels of 158Er, 160Yb and 162Hf Isotones," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 928, no. 7, 2020, doi: 10.1088/1757-899X/928/7/072064.
- [9] C.W. Reich, Nuclear data sheets for  $A = 162$ , Nucl Data Sheets. 108 (2007) 1807, <https://doi.org/10.1016/J.NDS.2007.07.002.-2034>.

## دراسة التركيب النووي لنظائر $^{160-158}\text{Er}$ الزوجية-الزوجية

معتصم محمود يوسف<sup>1</sup>

<sup>1</sup> قسم الفيزياء، كلية التربية للعلوم الصرفة، جامعة الموصل، الموصل، العراق

### الخلاصة:

في هذا البحث، استخدم نموذج البوزون المتفاعلة الاول (IBM-1)، والصيغة الشبه التجريبية (SEF)، والمعادلة التجريبية الجديدة (NEE) لحساب الطاقات للحزمة الحالة الأرضية (GSB)، وطاقات حزم كما  $\gamma$ -bands للنظائر  $^{160-158}\text{Er}$ . إذ أظهرت الدراسة ان نتائج النماذج IBM-1 و SEF و NEE للحزمة الارضية GSB وحزمة  $\gamma$ -bands والبيانات التجريبية المتوفرة كلها متوافقة مع بعض الاختلافات. بالمقارنة مع حسابات IBM-1 و SEF حيث تمتاز NEE بمستوى أعلى من التوافق مع البيانات التجريبية. ومن الناحية الاخرى اثبتت نتائج البحث أن استخدام معادلات SEF و NEE قادرة على وصف أطيف الطاقة لنظائر Er بدقة أكثر بالمقارنة مع IBM-1. احتسبت احتمالية الانتقالات المختزلة B(E2) التي تم الحصول عليها من خلال IBM-1 للنظائر اعلاه وتبين انها تتفق مع البيانات التجريبية المتوفرة. النسبة  $(R = \frac{E_{4_1}^+}{E_{2_1}^+})$  ايضا تم حسابها واطهرت ان شكل النوى قيد الدراسة مشوهة. من ناحية اخرى، اثبتت حسابات الطاقة السطحية للنظيرين قيد الدراسة ان هذه النوى تعاني من التشوه الشكلي و تمتلك الخاصية الدورانية SU(3).