الأسس التربوية لاستراتيجية النمذجة الجبرية في حل المشكلات في الرياضيات

أ. العالم بن عبد القادر عمر

جامعة الدكتور الطاهر مولاي سعيدة (الجزائر)/ كلية العلوم الاجتماعية والإنسانية

The educational foundations of the strategy modeling arrest in problem-solving in mathematics

The Scholar Ibn Abdel Qadir Umar

University of Dr. Al-Tahir Molai Sa'eeda (Algeria) / College of Social and Human Sciences

omaralem43@yahoo.fr

Abstract

The research aims at focusing upon the background and basics of the algebra sampling particularly represented by the construction of the mathematic equation which reflects a real or specific problem. Focusing has mostly been made upon the mathematic sampling for being mathematic algorithms aiming at transforming the mathematic problem into mathematic equation to find the suitable solutions for the problem. But this view often overlooks the effects caused by the construction of the mathematic equation on the learner's thinking, thoughts, and tendencies towards mathematics.

الملخص

يهدف صاحب المقال إلى تسليط الضوء على الخلفيات والأسس التربوية للنمذجة الجبرية والمتمثلة تحديدا في بناء المعادلة الرياضية الممثلة لوضعية– مشكلة حقيقية أو مقننة. يتم التركيز كثيرا على النمذجة الرياضية وتحديدا الجبرية منها كونها مجرد خوارزميات رياضية تهدف إلى تحويل نص المسألة الرياضية إلى معادلة رياضية تمهيدا لإيجاد الحلول المناسبة للمشكلة المطروحة، ولكن هذه النظرة كثيرا ما تغفل الآثار والمفاعيل التي تحدثها عملية بناء المعادلة الرياضية على عادات تفكير المتعلم والانقلابات التي تحصل على مستوى تصوراته وميوله نحو الرياضيات. ومن أجل إحداث اختراق في هذا المجال رأى صاحب المقال أنه من الأنسب عرض تلك التحولات والتغيرات التي تحدث على مستوى تفكير ووجدان وأداء المتعلم أثناء تصديه لترجمة المسائل إلى معادلات رياضية، رأى أنه من الأنسب عرضها على أهم النظريات المفسرة لحدوث التعلم كالنظرية المعرفية والنظرية البنائية والنظرية السلوكية. وعليه فقد تسائل صاحب المقال:

– هل المعاناة الفكرية والوجدانية التي يعيشها المتعلم أثناء محاولته تمثيل عناصر المشكلة المطروحة بنموذج جبري كالمعادلة الرياضية مثلا، هل هكذا معاناة تكون سببا في توليد معنى لما يتعلمه؟ – هل تعتبر عملية بناء المعادلة الرياضية "أداءا معرفيا" يتطلب عمليات ومهارات عقلية ومعرفية عليا؟ – إذا اعتبرنا عملية بناء المعادلة الرياضية "مهمة تعلمية " فهل يمكن تحليلها إلى مهارات جزئية تسهيلا لتعلمها؟

وكان من الضروري من وجهة نظر صاحب المقال التطرق ولو بإيجاز إلى موضوع المشكلة في الرياضيات وبعض تعاريف النمذجة الرياضية وإلى أهميتها كإحدى استراتيجيات حل المشكلات في الرياضيات. يأتي هذا المقال إجابة مختصرة على الأسئلة المطروحة، مع التذكير أن المبتغى ليس التفصيل في أسس ومبادئ نظريات التعلم التي سبق ذكرها، وإنما المراد هو لفت انتباه ذوي الاختصاص والمهتمين بمناهج الرياضيات المدرسية إلى الأهمية المعرفية والبنائية والإجرائية للنمذجة الجبرية.

المقدمة

مع تعاظم الدور الحضاري والمنفعي الذي تقوم به الرياضيات في مجالات المعرفة المعاصرة، وأوجه التقدم في العلم والتكنولوجيا يصبح من الأهمية بمكان أن نعد أطفالنا –كل أطفالنا – إعداداً قويًا وذكيًا في الرياضيات، من حيث تكوين الحس الرياضي وإ درك مفاهيم الرياضيات ومهاراتها بإ تقان في سياقات مجتمعية، وفي مواقف واقعية (عبيد، 2004: 13)

تسعى المناهج التربوية الحديثة الخاصة بتعليم الرياضيات إلى تقديمها كموضوع مفتوح على المعارف والعلوم دون أن تكون محصورة في عالم الرموز والمجردات، وذلك باعتماد طرق واستراتيجيات تدريسية تقدم المعارف الرياضية من خلالها في سياقات حقيقة وواقعية، بعيداً عن السياقات المجردة والشكلية، فالمجرد والشكلي لا يعطي مجالات للتعليم، ومن هذا المنظور تعتبر النمذجة الرياضية بأنماطها المختلفة المجال الايستمولوجي والديداكتيكي الذي تترجم فيه الكثير من الظواهر والمشكلات إلى نماذج رياضية من معادلات وسلاسل ومتتاليات ودوال عددية ومصفوفات ورسومات بيانية وأشكال هندسية وجداول وبيانات إحصائية. وسعيا منه لتقديم بعض الإضاءات حول الخلفيات المعرفية والوجدانية والإجرائية لاستراتيجية النمذجة الجبرية، طرح صاحب المقال الأسئلة التالية:

ما هي الأسس التربوية لبناء المعادلات الرياضية؟ هل يمكن اعتبار عملية بناء المعادلة الرياضية وضعية معرفية تستثار من خلالها الكثير من العمليات العقلية؟ ما هي العمليات العقلية التي يتطلبها بناء المعادلة الرياضية؟ ما ذا يحدث من تغيرات التصورات والمعاني في نفس المتعلم اتجاه الرياضيات أثناء تحويله النص اللفظي للمسألة الرياضية إلى معادلة رياضية؟ ما هي العمليات المعرفية الوسيطية التي تتحكم في سيرورة بناء وصياغة المعادلة الرياضية كنموذج جبري يمثل المشكلة المطروحة؟ إلى أي حد تسهم ممارسة النمذجة الجبرية في بناء معرفة رياضية ذات معنى بالنسبة للمتعلم؟ إذا اعتبرنا أن بناء المعادلة الرياضية هي "مهمة تعلمية" فكيف يمكن تحليلها إلى مهارات جزئية تسهيلا لتعلمها؟

1- المشكلة في الرياضيات

1-1- تعريف

يرى المغيرة (1989) أن المشكلة في الرياضيات هي سؤال محير لايمكن الإجابة عنه أو حله عن طريق المعلومات والمهارات الجاهزة لدى الشخص الذي يواجه تلك المشكلة أو الموقف، فالمشكلة تكون عندما يواجه الشخص بموقف غير روتيني وليس لديه مهارات أو معلومات أو خوارزميات أو طريقة أو استارتيجية جاهزة للتغلب على هذا الموقف، بل عليه أن يضع كل معلوماته ومهاراته السابق ووذات العلاقة في قالب جديد ليس لديه من قبل، والذي عن طريقه قد يتمكن من التغلب على هذا الموقف (المغيرة، 1989: 129).وبالنسبة لأبو زينة (1995) فإن المشكلة في الرياضيات هي موقف رياضي أو حياتي جد يد يتعرض له التلميذ ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية السابقة، ومن الضروري أن تكون المسائل التي يتعرض لها التلميذ متنوعة وشاملة لمواقف حياتية تستخدم المعرفة الرياضية المكتسبة (أبو زينة، 1995: 46.أما بالنسبة إلى Cassarino(2006) فإن المشكلة الرياضية هي تساؤل رياضي أو موقف رياضي غير منظم بشكل جيد يحتاج إلى حل من خلال عملية أو سلسلة من الأفعال التي يتعين على التلميذ القيام بها.(noCassari، 2006: 22)

إن التعاريف التي سبق ذكرها تعتبر مادة معرفية مهمة يمكن استخدامها للتمييز بين ثلاث مفاهيم أساسية تستخدم في مجال حل المشكلات في الرياضيات وهي المشكلة الرياضية والمشكلة في الرياضيات والمسألة الرياضية.

<u>الفرق بين المشكلة الرياضية والمسألة الرياضية</u>

المشكلة الرياضية موقف ذو صلة بالمعرفة الرياضية ويثير حيرة والتباس في ذهن الفرد، بمعنى أنها إشكال رياضي يتطلب حلا أو تفسيرا مثل:

1- مجموعة الأعداد الأولية منتهية أم غير منتهية؟

2-كيف يمكن تفسير كون مجال من مجموعة الأعداد الحقيقة محدود وفي نفس الوقت غير منتهي؟

3-الدالة الأصلية للدالة المقلوب x/ 1

4- كيفية حساب مساحة سطح الكرة.

8-نوع العلاقة بين طول قطر المربع وطول ضلعه.

9-حل معادلة من الدرجة الخامسة ذات مجهول واحد.

فالمشكلة الرياضية إذن هي موقف رياضي بامتياز يولد في النفس الشعور بوجود صعوبة لا بد من تخطيها، أو عقبة لا بد من تجاوزها، أو التباس لابد من تبديده.

أما المسألة الرياضية فهي" نص رياضي" مبني بطريقة صريحة وبأسلوب غير ملتبس ولا يقبل التأويل، ويتضمن معطيات لازمة وكافية حول المشكلة المطروحة كما يتضمن سؤالا أو مجموعة أسئلة واضحة ويطلب الإجابة عنها شفويا أو كتابيا، والمسألة الرياضية هي وضعية رياضية بحتة أي أن لغتها رياضية خالصة جبرية كانت أو بيانية أو لفظية طبيعية، وذلك مهما كانت المشكلة الممثلة رياضيا من خلال هذه المسألة، فالمسألة الرياضية هي إذن إشكالية ترييضية لمشكلة رياضية أو فيزيائية أو اقتصادية أو مسحية أو أي مشكلة ذات صلة بالمواقف الحياتية المختلفة، وتصاغ المسألة الرياضية من خلال نص رياضي يحوي:

- معطيات لازمة وكافية حول المشكلة المطروحة
- أسئلة واضحة
- تعبيرا واضحا ومفهوما عن المطلوب

ولمزيد من توضيح الفروق الفاصلة بين المشكلة الرياضية والمسألة الرياضية نستعين بالأمثلة التالية:

مشكلة (معطى)	المجالات ذات الصلة	مسألة (بناء)
مشكلة تعيين عددين طبيعيين علم (بضم العين) كل من جداؤهما وقاسمهما المشترك الأكبر	- القسمة الإقليدية -خواص القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين - المعادلات الرياضية	جد عددين طبيعين جداؤهما 1617 والقاسم المشترك الأكبر لهما هو 7 (أذكر جميع الحلول الممكنة)
كيفية إنشاء زاوية حادة دون معرفة قيسها، وإحدى نسبها المثلثية معلومة	- حساب مثلثات - إنشاء هندسي	إنشئ الزاوية الحادة Â حيث أن: ¾ = niS Â
كيفية تعيين مجموعة من الأعداد الطبيعية المتتالية علم مجموعها	- المتتالية الحسابية (مبادئها، خواصها، قوانينها)	عين 6 أعداد طبيعية متتالية مجموعها 315
عدد كيفيات (إمكانيات) استخراج مجموعة جزئية من مجموعة تحويها.	- تحليل توفيقي (الخواص والقوانين)	عين عدد المجموعات الجزئية التي تحوي كل منها ثلاث عناصر ويمكن استخراجها من المجموعة A حيث: A={2 ،3 ،0 ،1،، 6 ،8 }

يتضح من خلال الأمثلة التي سبقها ذكرها أن المشكلة الرياضية هي تحدي ذو صلة بالمعرفة الرياضية ذاتها، ويثير في النفس حيرة وتساؤل، بينما المسألة الرياضية هي موقف -إشكالية وأسئلة مبنية وفق معايير محددة مصاغة في نص رياضي.

<u>الفرق بين المشكلة الرياضية والمشكلة في الرياضيات</u>

يمكن تقسيم المشكلات في الرياضيات من حيث ارتباط مجالاتها بالرياضيات إلى فيئتين: مشكلات خارج مجال الرياضيات (extra-mathemtique) يتطلب حلها ترجمتها إلى مسائل رياضية، وفئة ثانية وتشمل المشكلات المرتبطة بالمعرفة الرياضية ذاتها (intra-mathematique)، ومنه فإن كل مشكلة رياضية هي مشكلة في الرياضيات والعكس غير صحيح، فتحديد طبيعة حركة جسم يغير سرعته من لحظة إلى أخرى هي مشكلة فيزيائية تم تحويلها إلى مشكلة في الرياضيات من خلال نمذجتها رياضيا باستخدام مبادئ التفاضل والتكامل التي شكلت الأساس الرياضي لصياغة قوانين التسارع. كما أن الكيفية التي تنتقل بها الحرارة من وسط مادي إلى أخر هي مشكلة فيزيائية تم تحويلها إلى مشكلة في

الرياضيات من خلال نمذجتها رياضيا باستخدام قوانين الديناميكية الحرارية وهي معادلات رياضية تمثل حالات التوازن من عدمها بين الحجوم ودرجات الحرارة والضغط.

وكذلك المشكلات التي تطرحها التعاملات المصرفية والبنكية كالديون والفوائد بجميع أنواعها هي مشكلات مالية مصرفية أو تجارية تم تمثيلها ونمذجتها رياضيا من خلال مبادئ الحساب التجاري كقوانين المتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية وقوانين تغيرات الدوال العددية والمنحنيات البيانية. ولمزيد من توضيح الفروق بين المشكلة الرياضية المشكلة في الرياضيات الرياضية نستعين بالأمثلة التالية:

المشكلة في الرياضيات	نوعها أو مجالها	المسألة	النموذج أو النماذج الرياضية المناسبة
كيفية تحديد الزيادة التي تطرأ على مبلغ مالي تم إيداعه بإحدى البنوك(خارج الرياضيات) (extra-mathemtique)	مصرفية	أودع شخص مبلغ 100 ألف دينار جزائري بأحد البنوك على سبيل الاحتياط بنسبة فائدة تقدر ب 5.6% سنويا. ما هي الزيادة بالدينار الجزائري التي تطرأ على هذه الوديعة بعد 5 سنوات من تاريخ الإيداع؟	-المعادلات الرياضية - المتتالية الهندسية -المتتالية الحسابية
كيفية تحديد تغيرات نسبة السكر في دم شخص. (خارج الرياضيات) (extra-mathemtique)	كيميائية-حيوية	أظهرت الفحوصات أنه خلال 10 دقائق تغيرت نسبة السكر في دم الشخص المفحوص بين 0.89غ/ ت و0.94غ/ ل المطلوب تحديد مجال تغير نسبة السكر في دم هذا المفحوص خلال الشهر الذي يلي مباشرة عملية الفحص.	- النسبة والتناسبية -قوانين الاحتمال وتحديدا قانون بواسون (Poisson)
إيجاد العلاقة بين ضلع المربع وطول قطرة (داخل الرياضيات) (intra-mathematique)	رياضية	طول ضلع مربع يساوي 4.9 متر.أحسب طول قطره	-النسب المثلثة (Sin، Cos، Tan- مبرهنة فيثاغورس الخاصة بالمثلث القائم
مشكلة التنبؤ بعدد ونسبة المتسربين مدرسيا بعد عدد من السنوات بمعرفة الحالة الراهنة للتسرب المدرسي (خارج الرياضيات) (extra-iquemathemt)	تربوية - اجتماعية	إذا كانت نسب التسرب المدرسي الخاصة بالسنوات الثلاث الأخيرة هي 6% و% 6.7 و7.02%. فما هي النسبة التي يمكن تسجيلها بعد 5 سنوات من الآن؟	- معادلة المستقيم في المستوي - القوانين الإحصائية الخاصة بالاتحدار - الرسومات البيانية
مشكلة تحديد إحداثيات طائرة تحلق في الأجواء.	- ملاحة جوية	تحلق طائرة على ارتفاع m1560.جد بعدها عن برج المراقبة إذا كانت زاوية تحليقها مع الأفقي تساوي 35°	-النسب المثلثية (Sin، Cos، Tan) -التناسبية - العلاقات المترية في المثلث

- استراتيجيات حل المشكلة في الرياضيات

إ ن من أهم أهداف تدريس الرياضيات هو اكتساب الطلبة إستراتيجيات تفكير سليمة ويؤدي استخدام إستراتيجيات حل المشكلات في تدريس الرياضيات دورا هاما في توظيف جميع إستراتيجيات التفكير، ليس فقط في دراسة التلاميذ للرياضيات ولكن في حياتهم اليومية أيضاً. (محمود، 1989: 87)

2-1- تعريف

يرى سعد (1970) أن الموقف التعليمي أو التدريسي تتخلله مجموعة من الأنشطة، كطرح الأسئلة وتقويم الإجابات أو شرح نظرية أو إثبات قاعدة أو حل تمارين ومسائل أو إجراء تجربة، ومن هنا فالاستراتيجية هي المسار المنظم التي تتم فيه جميع الأنشطة السابقة، وإلا عمت الفوضى الموقف التدريسي (سعد، 1970: 148). كما يرى مجدي (1989) أن كلمة "استراتيجية" تشير إلى نمط من الأفعال والتصرفات التي تستخدم لتحقيق نتائج معينة، وهذه الأفعال والتصرفات تعمل

بالتاي على تقف تحقيق نتائج غير مرغوب فيها. (مجدي، 1989: 103). وبالنسبة إلى يحي (2002) فإن الاستراتيجية هي مجموعة من الأفكار والمبادئ التي تتناول مجالات من المعرفة الإنسانية بصورة متكاملة، مع تحديد الوسائل والأساليب التي تساعدنا على تحقيق الأهداف، وأما الاستراتيجية التعليمية فهي مواصفات اختيار وتسلسل الأحداث والأنشطة في درس معين. (يحي وأخرون، 2002: 4). ويعرف المجلس الأعلى للغة العربية الاستراتيجية بأنها مخطط عمل يشتمل على أهداف عملية محددة وعلى مراحل ومسارات تحقيق الهداف وعلى الوسائل التي تسمح ببلوغها. (المجلس الأعلى للغة العربية، 2010: 45)

خلاصة:

يرى الباحث أن التعاريف التي سبق ذكرها تعتبر مصدر إضاءة واستبصار لتعدد معاني مصطلح الاستراتيجية بتعدد السياقات والمواقف التي تحدد دلالة هذا المصطلح الهام والمفتاحي.ومن هنا يمكن التميز بين معاني مصطلح الاستراتيجية داخل السياق التربوي بالشكل التالي.

التعريف الديداكتيكي (التعليمياتي): خطة تصف مسار الفعل التدريسي داخل الصف الدراسي بكيفية تمكن من توقع النتائج المرغوب فيها، وتخطيط وسائل بلوغها. وتشمل كل استراتيجة ديداكتيكية مجموعة من الخطوات والعمليات والأفعال يتم التخطيط لها انطلاقا من أهداف أو حاجات أو مشكلات.

التعريف البيداغوجي: الاسترتيجية البيداغوية هي خطة تصف مجموعة المكونات والعمليات المحددة لموقف تعليمي معين وتتميز هذه الخطة بتركيزها على المبادئ والخلفيات النظرية للعملية التعليمية مع عدم إهمالها للتفاصيل التدريسية.

التعريف التربوي: الاستراتيجية التربوية هي خطة تصف مجموعة الأسس والضوابط والنماذج المحددة لبناء منهاج تربوي يمكننا من تنظيم مجريات المسيرة التربوية وما تشملة من سياسات وإدارة وطرق تدريس وأساليب تقويم.

3- استرتيجية النمذجة الجبرية في حل المشكلات في الرياضيات تعريف النمذجة الرياضية

يرى مجدي (1989) فيعرف النمذجة الرياضية بأنها تمثيل لموقف واقعي بالرموز والمعادلات والأشكال الهندسية، وغالبا ما تفوق النماذج الرياضية نظيراتها الفيزيائية لأن الأخيرة قدرتها محدودةعلى وصف سلوك النظام والغلاقات بين المتغيرات، بينما النماذج الرياضية أكثر قدرة على ذلك.(مجدي، 1989: 303).ويؤكد كل من Tanner و1994)Jones): أن أبسط تمثيل للنمذجة الرياضية هو رسم تخطيطي مكون من مرحلتين توضحان الترجمة من المشكلة الواقعية إلى الرياضيات، وتفسير الحل الرياضي بالعودة إلى المشكلة الواقعية، وهاتان المرحلتان تستلزمان التحرك بينهما، فالنمذجة تبدأ مع المشكلة الواقعية، ويتم تجريدها وترجمتها إلى مشكلة رياضية متكافئة معها ثم فحص الحلول في ضوء الموقف الأصلي (Tanner وأخرون، 1994: 414).أما Stacey (1996) فيصرح بقوله: النمذجة الرياضية هي استخدام الرياضيات في مجال العالم من حولنا، فعملية النمذجة الرياضية تعالج سؤالاً ينشأ من خارج مجال الرياضيات وتنتقل به إلى الأساليب الرياضية التي يمكن أن تستخدم لإلقاء بعض الضوء على السؤال الأصلي، ويضيف أن النمذجة الرياضية هي عملية كاملة تقوم من موقف المشكلة الحقيقي الأصلي إلى بناء واستخدام للنموذج الذي يتم اختباره لعمل تنبؤات والنموذج الرياضي هو فئة من الافتراضات بالإضافة إلى فئة من العلاقات توظف لحل المشكلة الحياتية أو الواقعية (Stacey، 1996: 14). ويعرف الجراح (2000) النمذجة الرياضية بأنها العملية التي تتضمن تحويل المشكلة الحياتية إلى مسالة رياضية، ثم التعامل مع هذه المسالة وحلها واختبار نتائج الحل في الموقف الحياتي، مما يتيح التوصل إلى تنبؤات وتعميمات جديدة (الجراح، 7: 2000). **أما** 2001) Cheng) فيعرف النمذجة الرياضية بأنها عملية تمثيل مشكلات العالم الحقيقي رياضياً ومحاولة إيجاد حلول لتلك المشكلات. ويعرف كل من Kahn و2002) Kyle) النمذجة الرياضية بأنها ترجمة مشكلة من العالم الواقعي إلى تمثيل يعد رياضياً ثم حل هذه الصياغة الرياضية، وبعد ذلك يترجم الحل الرياضي في سياق العالم الواقعي (Kahn وأخرون، 2002: 162). تشير مينا (2006) إلى أن النمذجة الرياضية ما هي إلا تطبيقات للرياضيات، حيث يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسالة رياضية وحلها واختبار

الحلول على الموقف الحياتي واختيار أفضل الحلول (مينا، 2006: 217).ويعرف لحمر (2007) النمذجة الرياضية بأنها تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل واقعية في الحياة أو مشاكل في الرياضيات نفسها أو مشاكل في علوم أخرى وذلك عن طريق تحويل المشكلة الحياتية إلى مسالة رياضية ثم التعامل مع هذه المسالة وحلها، واختيار أفضل الحلول والذي يتناسب مع طبيعة المشكلة التي نعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك (لحمر، 14: 2007). ويعرف G randgenet (2000) النمذجة الرياضية بأنها عملية رياضية تتضمن ملاحظة الظاهرة، وتخمين العلاقات، وتطبيق التحليلات الرياضية (معادلات، تراكيب رمزية،... الخ) والتوصل إلى نتائج رياضية، وإعادة تفسير النموذج، فهي أساساً تعد عملية تعميم منظمة، حيث يحاول النموذج الرياضي وصف العلاقات الرياضية لمجموعة من المش كلات أو المواقف مع استمرار تنقيح وتنقية النموذج واختباره بصورة متكررة (Grandgenet، 2000: 35). أما 2005) Keng Ang) فيرى أن النمذجة الرياضية هي تحويل المشكلة الحياتية إلي مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها وتفسير الحل الرياضي ومن ثم اختبار الحل في الموقف الحياتي.(Keng Ang، 2005: 205). وبالنسبة إلى أحمد (2008) فإن النمذجة الرياضية هي عملية بناء نموذج رياضي لمشكلة تطبيقية مـا (أحمد، 2008: 12)

خلاصة التعاريف

يمكن الإشارة إلى أن التعاريف السابقة التي تناولت موضوع النمذجة الرياضية تقاطعت من حيث اعتبار:

1- النمذجة الرياضية ترتكزَ أساسًا على مشكلة من الواقع تتطلب حلا يستلزم التعبير الرياضي بمختلف أنماطه اللفظية والرمزية والبيانية.، ويتمّ العمل على النموذج وإيجاد الحلّ الرياضي وبالتالي الحلّ الواقعي للمشكلة المطروحة.

2- النمذجة الرياضية في جوهرها "تجسير" بين المعارف الرياضية الأساسية والمواقف الغير رياضية.

3- النمذجة الرياضية هي اسخدام النماذج الرياضية كالمعادلات الرياضية والمتباينات والدوال والمتتاليات والسلاسل والرسومات والتمثيلات البيانية التي لتمثيل العلاقات الكمية لمختلف العوامل والظروف المحيطة بالمشكلة أو بالظاهرة بشكل يمكننا من إيجاد الحلول بالطرق الرياضية.

4- النمذجة الرياضية هي تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل واقعية في الحياة أو مشاكل في الرياضيات نفسها أو مشاكل في علوم أخرى.

3-2- اهمية النمذجة الرياضية في حل المشكلات في الرياضيات

يرى حاتم أن النمذجة الرياضية تستمد أهميتها في تعليم الرياضيات من النقاط التالية:

1- إكتساب أسلوب علمي لحل المشكلات.

2- ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى والبيئة يزيد دافعية التلاميذ لدراسة الرياضيات من خلال ما يجدون فيها ما يناسب ميولهم واتجهاتهم (حاتم، 1983: 40).

ويشير مجدي إلى أن الرياضيات تمدنا بأسلوب خاص لدراسة المواقف الموجودة من حولنا في الحياة والكشف عن النظم التي تتحكم فيها. وهذا الأسلوب يساعدنا على تحديد ما يمكن أن يحدث، وبذلك يمكننا الوصول إلى أفضل القرارات في الوقت المناسب. والأسلوب المقصود هو استخدام النماذج الرياضية لفهم الأشياء من حولنا، من نظم أو مواقف (مجدي، 1989: 303). ويصف Meznik النمذجة الرياضية بأنها داعمة لتدريس الرياضيات، حيث أن أهمية النمذجة الرياضية تكمن في كيفية تطبيق النظريات الرياضية في الواقع، وهو أحد الأهداف الأساسية للرياضيات كما تسهم في تنمية التفكير الذي هو من أهم النقاط في تعلم وتعليم الرياضيات.(Meznik، 1999: 43). وبالنسبة إلى Jiang فإن استخدام النمذجة الرياضية يسهم قي تنمية الكثير من المخرجات الرياضية، فالمتعلمون يكون لديهم دافعية أكثر ليتعلموا عندما يمكنهم رؤية أن ما يتعلمونه يكون مفيدا في حياتهم، حيث تشجعهم النمذجة الرياضية في ربط التعلم بالحياة، وتساعد أيضا النمذجة الرياضية المعلمين على أن يدركوا مشكلات مجتمعية كثيرة مؤثرة مليئة بالرياضيات/ حيث أن الرياضيات جزء طبيعي من هذه المشكلات مما يؤدي إلى تغيير تفكير المتعلمين ومعتقداتهم عن الرياضيات، ويروا الرياضيات مادة شائقة

ومفيدة مما يزيد فهمهم للرياضيات(Jiang، 2000: 65).ومن أجل بناء مناهج خاصة بتدريس الرياضيات تلبي متطلبات التطورات الحاصلة في العالم يوصي المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) وفي إطار وضعه لمعايير الرياضيات المدرسية، حيث يشير المجلس إلى أهمية النمذجة الرياضية باعتبارها كعملية تحقق أهداف تدريس الجبر وتعزيز التمثيلات الرياضية، حيث نادى باستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية ضمن أهداف تعليم الجبر، واستخدام التمثيلات لنمذجة وتفسير الظواهر الفيزيائية والاجتماعية والرياضية ضمن أهداف عملية التمثيل الرياضي (NCTM، 2000: 285). يصرح عطوان بأن للرياضيات دورها وإسهامها المميز في ألوان الحياة المختلفة، حيث لم تعد النظرة لعلم الرياضيات كمجرد فرع من فروع العلوم الطبيعية فحسب، بل ينظر الكثير إليها كأصل للعلوم الأخرى فهي تستخدم في معظم العلوم الطبيعية والإنسانية، كما نحتاجها كثيراً في تبسيط القضايا والمشكلات التي تواجهنا في تلك العلوم (عطوان، 2005، 9). ونظرا لأهمية النمذجة الرياضية فقد اعتبرها البرنامج الدولي لمتابعة مكتسبات التلميذ(PISA) إحدى الكفاءات الرياضية الضرورية لتقويم التحصيل في الرياضيات وهي التفكير الرياضي والمحاججة والاتصال والنمذجة وطرح وحل المسائل والتمثيل واستخدام الرموز واللغة الفنية والعمليات واستخدام الوسائط والأدوات (غازي، 2006: 10) ويذكر كيجر أن استخدام النمذجة الرياضية يعتبر بمثابة تحويل الرياضيات إلى بنية واقعية، وأن يشعر التلميذ بأهمية ذلك في مواقف عمبية وتتضح أمامه مفرداتها بشكل محسوس وتتفق بنية هذه النمذجة الرياضية مع تلاميذ المرحلة الابتائية كما يتضح من خصائصهم العقلية ومتطلبات تعليمهم الرياضيات(كيحر، 2007: 10). يشير أحمد أنه ونظرا للفجوة بين الواقع والنظرية أعتبرت النماذج الرياضية كجسور تسمح بالعبور على هذه الفجوة أثناء البحث الإجرائي، وتعمل المناهج على التعبير وتصوير المفاهيم المتفاعلة مع الواقع وتمثيله كجزء مبسط للواقع تساعد في فهم وضيط أفضل للظواهر المدروسة. كما تهدف النماذج الرياضية إلى مساعدة التلميذ على فهم الموضوعات الرياضية من خلال الانتقال من مواقف واقعية في الحياة إلى نماذج رياضية مجرذة، كما أن النماذج الرياضية تساعد التلميذ على استخدام الرياضيات في حل الكثير من المشكلات التي تصادفه في الحياة.(أحمد، 2008: 53).

وعلى ضوء ما سبق ذكره نطرح السؤال التالي: مما تستمد النمذجة الرياضية أهميتها؟ ويرى الباحث أن النمذجة الرياضية تستمد أهميتها ما يلي:

-القيمة الابستمولوجية للنمذجة الرياضية

تعتبر الابستمولوجيا مجال البحث في التساؤلات حول مبادئ كافة أنواع العلوم وفروضها ونتائجها من أجل بيان قيمتها وأصلها المنطقي، ومن هذا المنطلق تعتبر النمذجة الرياضية تأسيسا ابستمولوجيا "العلمية" أي علم من العلوم وذلك بتوفير النماذج الرياضية اللازمة للتعبير عن قضاياه وقوانينه بغرض الوصف أو التفسير أو التنبؤ.

-القيمة التعليمياتية (الديداكتيكية) للنمذجة الرياضية

تعتبر التعليمية مجموعة الأساليب المعتمدة في تحليل وتوجيه العملية التعليمية، ويتم ذلك من خلال استبصار طبيعة العلاقات بين المعلم والمتعلم وموضوع المعرفة، أي أن التعليمية أو الديداكتيك تهتم بتوفير أنسب الشروط الخاصة بتحليل وتنظيم الوضعيات التعليمة/ التعلمية، وأما ديداكتيك الرياضيات فتهتم بمحاولة وصف وتحليل وفهم وشرح سيرورة تحصيل المعارف والمهارات الرياضية.

فالنمذجة الرياضية من منظور تعليمياتي هي مجموعة العمليات التي تهدف من جهة إلى تهيئة المعرفة الرياضية وجعلها قابلة للتدريس، ومن جهة أخرى تهدف إلى تهيئة إيجابية لذهن المتعلم من أجل تلقي المعرفة الرياضية من خلال استراتيجيات تدريسية مناسبة. ومن هذه النظرة إلى تعليمية الرياضيات تبرز الفعالية الإيجابية والغير محدودة للنمذجة الرياضية في تحويل المواقف الحياتية إلى مسائل رياضيةُ ثم ترجمتها لاحقا إلى نماذج رياضية.

3-3- النمذجة الجبرية

جاء في دليل التدريس الفعال للرياضيات الذي أعدته وزارة التربية الوطنية بأونتاريو بكندا ما يلي: يشمل ميدان النمذجة الجبرية مفاهيم رياضية بالغة الأهمية تستخدم في تمثيل ووصف وتحليل الكثير من العلاقات التي تطرحها المشكلات التي تواجهنا في حياتنا اليومية.كل هذا شكل أحد العوامل الأساسية في تطور علم الجبر وذلك لحاجة الإنسان لفهم العالم الحقيقي كوضعيات الكواكب وحركة المد والجزر وسقوط الأشياء.وقد عكف الكثير من علماء الرياضيات على حل أسئلة ترتبط بملاحظاتهم حول الأنماط والقواعد التي تنظم سير الكثير من الظواهر، وذلك من خلال نمذجة هذه الأنماط والقواعد بمعادلات رياضية، ومن هنا يمكن القول بأن الجبر لم يعد مجرد عمليات على الأعداد والرموز بل أصبح طريقة في التفكير وفي التصور وفي التعبير عن العلاقات(وزارة التربية الوطنية، Ontario، 2008: 67)

وبالرغم من تعدد أنماط النمذجة الرياضية التي تشمل النمذجة الجبرية والنمذجة البيانية والنمذجة الهندسية وتنظيم المعطيات (نمذجة جدولية وغيرها)، فإن المقال الحالي يقتصر على النمذجة الجبرية التي تعني التعبير عن المشكلة أو الظاهرة قيد الدراسة بمعادلة رياضية.

4- الأسس التربوية لاستراتيجية النمذجة الجبرية

بالرغم من الأهمية الإجرائية للنمذجة الجبرية فإن البحث في مبرراتها المعرفية وخلفياتها النظرية تدفعنا إلى التساؤل: ما هي المبادئ التربوية التي تبرر قدرة وفعالية استراتيجية النمذجة الرياضية في حل المشكلات في الرياضيات؟ وما هي الأهمية التربوية لمهارات النمذجة الجبرية في ضوء أهم النظريات المفسرة لحدوث التعلم؟ وتقيدا بطبيعة الدراسة الحالية وحدودها فإن الإجابة على الأسئلة السابقة لا تعني التفصيل في خصائص كل نظرية من نظريات التعلم وجذورها التاريخية والفلسفية، وإنما سيقتصر الحديث على مدى تماشي النمذجة الجبرية مع متطلبات بعض النظريات المفسرة لحدوث التعلم كالنظرية البنائية والنظرية المعرفية والنظرية السلوكية.

4-1-النمذجة الجبرية وبيداغوجية المعنى

يصرح كل من الفقهي والشناوي أن أوزبيل Ausubel يرى أن حل المشكلات هي بحد ذاتها عملية تعلم استكشافي ذي معنى، أي أن للمتعلم دور إيجابي في تحقيقها، فهو لايتلقى الحل من غيره، وإنما يبذل جهدا فكريا لإنجازه، ثم يقوم بدمجها ضمن بنائه المعرفي إذا يصعب تخزينها في الذاكرة دون استيعاب عناصرها وسبل الوصول إلى المطلوب فيها (الفقهي وأخرون، 1996: 94). ويرى مصطفى أن أدبيات موضوع حول طبيعة المعرفة والتراكم المعرفي لدى الإنسان، أثارت فكرة الرغبة والوصول والتواصل لأجل بناء المعاني. فالتعلم حسب(بياجيه)، هو عملية تنظيم ذاتية تؤدي إلى فهم العلاقات بين عناصر المفهوم الواحد وفهم كيف يرتبط المفهوم المحدد بالمفاهيم التي سبق تعلمها.(مصطفى ناصف، 1983: 301). يؤكد أوزوبل على إمكانية تحسين التذكر والتعلم من خلال استخدام وبناء أطر لتنظيم وتخزين المعلومات بشكل مترابط ومنطقي وذي معنى حيث يؤدي تنظيم المعلومات وترابطها داخل البناء المعرفي إلى حماية الفكرة الجديدة من الفقد أو النسيان السريع فالأفكار المنظمة أقل عرضة للنسيان.(الزيات، 294،2004-295). يصرح مصطفى ناصف أن أدبيات طبيعة المعرفة والتراكم المعرفي لدى الإنسان، أثارت فكرة الرغبة والوصول والتواصل لأجل بناء المعاني.التعلم حسب (بياجيه)، هو عملية تنظيم ذاتية تؤدي إلى فهم العلاقات بين عناصر المفهوم الواحد وفهم كيف يرتبط المفهوم المحدد بالمفاهيم التي سبق تعلمها.(مصطفى،

ويرى عبد الكريم أن التعلم هو عملية ذاتية محضة تستند إلى عالم المحسوسات كوسائط تساعد على الترميز وإشراك الحواس كلها لاستدخال المعاني في الخريطة الذهنية.(عبد الكريم غريب، 2007). إن العمل على المفاهيم التي تتدخل كأدوات يتطلب استحضار المعارف العامة للتلميذ ويجرب دلالتها وانسجامها، وهو الأمر الذي يعطي معنى لهذه المفاهيم.(وزارة التربية الوطنية، 2009: المقدمة)

وبحسب نظرية بناء المعنى كما يقول مؤيدوها وفي مقدمتهم Ausubelا فإن العامل الأشد تأثيرا في حدوث تعلم ذي معنى وأكثر ديمومة في نفس المتعلم هو ما يعرفه المتعلم بالفعل. والمعنى ما هو إلا خبرة شعورية متمايزة بدقة ومحددة بوضوح تنبثق لدى الفرد حين تتصل العلامات والرموز والمفاهيم والقضايا بعضها ببعض ويتم استيعابها في بنائه المعرفي ويعتمد التعلم ذو المعنى على طبيعة المادة التي يتعلمها الفرد وعلى توافر محتوى مناسب في بنية الفرد المعرفية.. يرى (Piaget) أن الفائدة الأساسية لنظرية النمو المعرفي في سياق التعلم، هي " إتاحة الفرص أمام الطفل ليقوم بتعلم ذاتي، لأننا لا نستطيع تنمية ذكاء الطفل بالتكلم معه فقط، ولا نستطيع أن نمارس التربية بشكل جيد دون أن نضع الطفل في موقف تعليمي، حيث يختبر فيه ويرى ما يحصل ويستخدم الرموز ويصيغ الأسئلة ويبحث عن إجاباته الخاصة، رابطا ما يجده هنا وما يجده في مكان آخر، مقارنا اكتشافه باكتشافات الأطفال الآخرين."(مريم سليم، 376).

وهكذا وبحسب نظرية بناء المعنى فإن العامل الأشد تأثيرا في حدوث تعلم ذي أثر له معنى وأكثر ديمومة في نفس المتعلم هو ما يعرفه المتعلم بالفعل. والمعنى ما هو إلا خبرة شعورية متمايزة بدقة ومحددة بوضوح تنبثق لدى الفرد حين تتصل العلامات والرموز والمفاهيم والقضايا بعضها ببعض ويتم استيعابها في بنائه المعرفي ويعتمد التعلم ذو المعنى على طبيعة المادة التي يتعلمها الفرد وعلى توافر محتوى مناسب في بنية الفرد المعرفية.

مما سبق فإن ممارسة النمذجة الجبرية وبناء المعادلة الرياضية وما يستلزمه من حصر لمعطيات وعناصر المشكلة وما يتطلبه من ترجمة رياضية، يعتبر مجالا لتعلم ذي معنى نظرا للاعتبارات التالية: – تتدرج استراتيجية النمذجة الجبرية في حل المشكلات في الرياضيات في إطار ما يسميه أوزبيل باكتشاف ذي مغزى أو ذي معنى الذي يكتشف التلميذ من خلاله العلاقات بين المعلومات والبيانات المقدمة له وهو يستوعب خلال ذلك معاني هذه البيانات عن طريق ربط خبراته الجديدة بخبرته المعرفية السابقة.

- استرتيجية النمذجة الجبرية تهيئ فرص الاكتشاف الذي يحاول فيه التلميذ إيجاد إجابات لأسئلة تدور في ذهنه أو عن مفاهيم وعلاقات يريد ترجمتها إلى معادلات رياضية، فمواجهة المشكلة من خلال ترييضها وترجمتها رياضيا يعد محالا حيويا تجعل التلميذ يمر بخبرات تعلمية تجعلة مضطرا لتوظيف أساليبه الإدراكية وتراكيبه العقلية، ونتيجة لذلك يصبح تعلم الرياضيات سلسلة من عمليات تركيب وإعادة تركيب المعارف من قبل المتعلم وهذا في حد ذاته يعد توليدا لمعنى ما.
- تتدرج استراتيجية النمذجة الجبرية في حل المشكلات في الرياضيات في إطار ما يسميه أوزبيل باكتشاف ذي مغزى أو ذي معنى الذي يكتشف التلميذ من خلاله العلاقات بين المعلومات والبيانات المقدمة له وهو يستوعب خلال ذلك معاني هذه البيانات عن طريق ربط خبراته الجديدة بخبرته المعرفية السابقة من جهة، ومن جهة أخرى ربط خبرته المعرفية بما يحيط به من وقائع.
- ممارسة النمذجة الجبرية يهيء للتلميذ فرص الاكتشاف التي تسمح له بإيجاد إجابات لأسئلة تدور في ذهنه أو عن وقائع وعلاقات يريد ترجمتها من خلال معادلات رياضية أو نماذج رياضية أخرى.
- ترجمة الوقائع إلى معادلات رياضية وتصور وبناء الحلول المناسبة لها يعد مجالا حيويا تجعل التلميذ يمر بخبرات تعلمية تضطره لتوظيف أساليبه الإدراكية وتراكيبه العقلية، كما تجعله يعيش معاناة عقلية إيجابية ومثمرة يصبح التعلم من خلالها سلسلة من عمليات تركيب وإعادة تركيب المعارف من قبل المتعلم وهذا في حد ذاته يعد توليدا لمعنى ما يتعلمه.فالمكابدة الوجدانية والعقلية التي يواجهها المتعلم أثناء بنائه للمعادلة الرياضية انطلاقا من معطيات الوضعية، هذه المكابدة تولد في نفس المتعلم تصورا أكثر وضوحا وشمولية عن حقيقة المعادلة الرياضية كنموذج يمثل "واقعا" بدل من كونها "كائنا" مجردا لا صلة له باهتمامات وانشغالات الإنسان اليومية.
- إن ترجمة الموقف إلى معادلة رياضية يتطلب من التلميذ تأويلا وتفسيرا لعناصر المشكلة المطروحة التي تعتبر بمثابة مثيرات ذهنية تولد في نفسه معاني ودلالات يدرك من خلالها شبكة العلاقات ونوع المشكلة وطبيعة التحدي.فحدوث

المعنى في نفس المتعلم هو التأسيس الفعلي لارتفاع معدل التعلم وديمومة أثره والاحتفاظ بالمعرفة الرياضية وسهولة استرجاعها لاحقامن جهة، ومن جهة أخرى يستشعر المغزى الحقيقي لتعلم الرياضيات بالنسبة إليه كفرد وككائن اجتماعي. ومن المفاعيل الإيجابية الفكرية منها والمنهجية التي بينتها نتائج الدراسة الحالية هو أن استخدام استراتيجية النمذجة الجبرية في تدريس مهارات النمذجة الجبرية أسست لتعلم ذي معنى بالنسبة للتلميذ حيث جعلته يتعرف على طبيعة العلاقة بين الرياضيات والواقع من جهة وعلاقتها بباقي العلوم من جهة أخرى.

-ممارسة التلميذ للترجمة الجبرية يشكل عاملا مساعدا في توليد معنى في فكره ووجدانه للقيمة الحقيقية للمعرفة الرياضية، فيعي بذلك أهمية الدور الأداتي للنماذج الرياضية، أي أن المعادلات الرياضية ليست هي أدوات تستخدم للتعبير عن الكثير من الوقائع والعلاقات التي تربطها.وفي الأخير يجب أن نشير إلى أن المعنى الذي ينشأ في نفس المتعلم من جراء ممارسته النشطة والواعية لعملية بناء المعادلة الرياضية هو معنى ذي بعدين:

- معنى خاص باستيعاب النماذج الرياضية كأدوات للتعبير عن الكثير من الوقائع والظواهر ذات الصلة بمختلف جوانب النشاط الإنساني.
- معنى خاص باستيعاب طبيعة الرياضيات كمعرفة ذات مستوى عال من التجريد ولكنها ذات فعالية غير منتهية في دراسة وفهم باقي العلوم الأخرى.

4-2- النمذجة الجبرية والتعلم البنائي

تؤثر خاصية المعنى على معدل تعلم المادة واستمرار الاحتفاظ بها وسهولة الاسترجاع اللاحق لها. وكلما كانت المادة موضوع التعلم تفتقر إلى خاصبة المعنى كانت استرتيجية التعلم المستخدمة تعتمد على التكرار أو التسميع سواء كان صامتا أو بصورة مسموعة.(أبو رياش، 2007: 33). النظرية البنائية نظرية مهمة في عملية التعلم حيث تعمل على توجيه وتطوير طرق التعليم الجديدة؛ خصوصاً في تعليم العلم، وهي نظرية تعلم وليس نظرية تعليم، وكثير من أساء هذا الفهم. وهناك مميزات أربعة للبنائية وهي: استخلاص المعرفة السابقة، إيجاد الإدراك أو الفهم المخالف، تطبيق المعرفة الجديدة والتعليق عليها، معرفة انعكاسات ذلك على التعليم(Baviskar، 2009: 541). وبحسب زيتون فإن البنائية هي رؤية في نظرية التعلم ونمو الطفل قوامها أن الطفل يكون نشطاً في بناء أنماط التفكير لديه نتيجة تفاعل قدراته الفطرية مع الخبرة." (زيتون، 1992: 1) يعرف كل من الهاشمي والعزاوي التعلم البنائي على أنه: عملية بحث عن المعاني فهو عملية تكييف للمخططات العقلية لمواءمة الخبرات الجديدة ولذلك فهو عملية مستمرة من بناء المعان (الهاشمي وأخررن، 2007: 152).النظرية البنائية تعني أن التعلم عبارة عن عملية إيجابية نشطة يتعلم فيها المتعلم أفكاراً جديدة مبنية على معارف وخبرات سابقة وهذا التعلم يتم عن طريق دمج المعلومات الجديدة في المعرفة القديمة المتوفرة عند المتعلم، ومن ثم يجري تعديل المفاهيم والتصورات السابقة لاستيعاب الخبرات الجديدة.(Knowles، 1998: 20) ولكي تحقق هذه النظرية هذا النوع من التعلم تسعى كل نماذج التعلم واستراتيجيات التدريس المنبثقة منها على تشجيع المشاركة النشطة والتفاعل الفعال بين المعلمين والمتعلمين من خلال المناظرات والأنشطة وغيرها من عمليات بناء وتظهر البنائية في ذلك توافقاً تاماً مع مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات NCTM والتي تؤكد ضرورة إعطاء المتعلم دورا رئيسيا وفعالا من خلال توفير مهام واقعية يقوم بمناقشتها مع زملائه في الصف من خلال مجموعات صغيرة، وضرورة بناء المعرفة الجديدة بتوافر معرفة سابقة لازمة لها (المقدادي، 2006: 184). ويعرّفها Reif وCannell بأنها نظرية تعلم تقدّم شرحاً لطبيعة المعرفة وكيفية تعلّم الفرد. كما أن الأفراد يبنون معارفهم ومفاهيمهم الجديدة من خلال التفاعل بين معارفهم السابقة ومعتقداتهم وأفكارهم، مع النشاطات التي يقومون بها.(Abdelhak، 1998: 48).أما يرى أن البنائية عبارة عن نظرية معرفية تركز على دور المتعلم في البناء الشخصي للمعرفة.(اللزام، 2002: 18) يفترض بياجيه أن المعارف عبارة عن بنية عقلية منظّمة داخلياً، تمثل قواعد للتعامل مع المعلومات والأحداث، ويتم عن طريقها تنظيم الأحداث بصورة إيجابية. والنمو المعرفي هو تغيّر هذه الأبنية بالاعتماد على الخبرة

(محمد 1991: 46). يصرح زيتون بقوله: يؤكد البنائيون على أهمية أن تكون مهام التعلم ومشكلاته حقيقية، أي ذات علاقة بخبرات المتعلم الحياتية، فالتعلم القائم على أسلوب حل المشكلات يساعد المتعلمين على بناء معنى لما يتعلمونه وينمي الثقة لديهم في قدراتهم على حل المشكلات.(زيتون، 1992: 53).كما يرى Bellitt أن النظرية البنائية تقوم على فكرة أنه توجد دوافع فطرية لدى الفرد لفهم العالم من حوله، وبدلاً من أن يستحوذ أو يستقبل بسلبية المعرفة المستهدفة الجديدة، يبني المتعلمون المعرفة بفاعلية عن طريق تكامل المعلومات الجديدة والخبرات مع ما فهموه في السابق، كما يقومون بتعديل وتفسير معارفهم السابقة لتتوافق مع المعرفة الجديدة (Kerka، 1997. أما اللزام فيرى أن البنائية عبارة عن نظرية معرفية تركز على دور المتعلم في البناء الشخصي للمعرفة.(اللزام، 2002: 18). ويصرح عبد الكريم بأن البنائية صفة تطلق على كل النظريات والتصورات التي تنطلق في تفسيرها للتعلم من مبدأ التفاعل بين الذات والمحيط من خلال العلاقة التبادلية بين الذات العارفة وموضوع المعرفة.(عبد الكريم، 2006: 216. أما الجديد ؛ فهو أن النظرية البنائية تؤكد على أهمية التعلم من خلال السياق، ولذلك لم يعد يبق المتعلم جامدا بل لا بد أن يكتسب المفاهيم والمعرفة المتجددة، ولا بد من تطوير نفسه بنفسه ليبقى في عالم متجدد ويبقى مستمرا، ومتفاعلا معه ومع الآخرين، وبذلك يستطيع حل مشاكله الواقعية في مهام ذات مغزى (Artino، 2008: 02)

وهكذا فقد تمكنت النظرة البنائية للتعلم من تحويل التركيز على العوامل الخارجية التي تؤثر في تعلم مثل متغيرات المعلم والمدرسة والمنهج والأقران وغير ذلك من هذه العوامل، ليتجه هذا التركيز على العوامل الداخلية التي تؤثر في هذا التعلم. وعلى ما يجرى بداخل عقل المتعلم حينما يتعرض للمواقف التعليمية مثل: معرفته السابقة وما يوجد لديه من فهم حول المفاهيم، وعلى قدرته على التذكر، وقدرته على معالجة المعلومات، ودافعيته للتعلم، وأنماط تفكيره، وكل ما يجعل التعلم لديه ذا معنى. ويرتكز الفكر البنائي على التسليم بأن كل ما يبنى بواسطة المتعلم يصبح ذا معنى له، مما يدفعه لتكوين منظور خاص به عن التعلم وذلك من خلال المنظومات والخبرات الفردية. وعليه ومن منظور بنائي فإن عملية بناء المعادلة الرياضية تستمد أهميتها من كونها تستدعي تفاعلات معرفية وفكرية وسيكولوجية لدى المتعلم، وبحسب هذا التصور يمكن أن ننظر إلى النمذجة الجبرية من حيث كونها موقف تعلمي بنائي نظرا للاعتبارات التالية:

- تحويل المشكلة إلى نموذج رياضي كالمعادلة الرياضية تجعل الأساليب الإدراكية والمعرفية للمتعلم في حالة نشاط فعال ومثمر.
- بناء المعادلة الرياضية هي وضعية تفاعلية تثير لدى التلميذ الحاجة إلى البحث والفرضيات وتصور الحلول الممكنة.
- بناء المعادلة الرياضية هي مجال إندماج المتعلم مع المحيط يسمح للتلميذ باكتساب مفهوم أو مهارة.
- بناء المعادلة الرياضية تجعل التلميذ في مواجهة الواقع من حوله مما يضطره إلى توظيف ما لدية من معارف ومهارات رياضية من أحل بناء معارف ومهارات واستراتيجيات جديدة، وهكذا فإن عملية تحويل المشكلات إلى مسائل رياضية تعتبر منطلقًا لبناء المعرفة الرياضية ومجالاً لاستثمارها وتجنيدها وإثرائها، كما أن المعالجة الرياضية للمشكلة وحلها هي المجال التعليمي – التعلمي الذي يشعر فيه المتعلمون بالوظيفة الحقيقية لتعلم الرياضيات.

فصياغة المعدلة الرياضية هي مجال لبناء المعرفة الرياضية واستثمارها وإغنائها، فإنها بذلك تعتبر حافزاً ومثيراً للتعلم. فالمعادلة الرياضية كسيرورة هي نشاط تعلمي بنائي الذي يؤدي إلى صياغة كائن جبري له أهميته المعرفية والأداتية.

- أثناء الانشغال بترجمة الوضعية إلى معادلات رياضية يتحول التركيز من تلقي المعرفة الرياضية ككائنات جاهزة إلى طرق وآليات توليدها وإنتاجها، وهذا ما يتماشى مع الفلسفة البنائية لتدريس العلوم عامة والرياضيات تحديدا.
- ممارسة النمذجة الجبرية وترجمة الموقف. المشكلة إلى نماذج رياضية يجعل الحلول المحصل عليها منتوجا معرفيا قابلا للترميز والتذكر وترجمته إلى خبرة كامنة قابلة للاستدعاء.

4-3- النمذجة الجبرية كأداء معرفي

يعتبر الأداء المعرفي من أكثر المواضيع النفسية التي اهتم بها المختصون في علم النفس المعرفي وذلك لما يتضمنه من متغيرات عديدة ومتشعبة تحتاج للبحث والدراسة (أبو حطاب، 1986). وبالنسبة إلى الشرقاوي فإن الأداء المعرفي يشمل العمليات العقلية والأساليب التي يستخدمها الفرد للحصول على المعرفة والمعلومات التي تتحقق لديه في النهاية (الشرقاوي، 1992). ويرى كل من Coste و(1996) Gallis on) أن صفة معرفي أو معرفاتي ترتبط بكل مل يتعلق بالمعرفة، وتستعمل في المجال السيكولوجي في مقابل كل ما هو وجداني وانفعالي، وتوظف مرتبطة بالفاظ أخرى كالعمليات المعرقية والوظائف المعرفية والبنيات المعرفية، وهي جميعها ترجمة للفرضية التي تقول أن المعرفة ليست مجرد نسخة للواقع، بل هي نتاج عمليات بناء متدرج ونامي.(عبد الكريم، 2006: 152). قدم كل من برانسفورد وشتاين (Bransford و Stein، 1984) وصفا للاهتمامات الرئيسية للنظرية المعرفية، فهي تركز على الأسئلة التالية:

-كيف يتعلم التلاميذ خلال محاولاتهم حل المشكلات؟

- ما هي العمليات المعرفية التي يستخدمها التلاميذ تجهيزهم ومعالجتهم للمعلومات؟

- ما هي استراتيجيات التعلم الأكثر فاعلية التي يمكن إكسابها للتلاميذ بحيث يصبح تعلمهم فعالا؟

-كيف يمكن استخدام الاستراتيجيات المعرفية لرفع كفاءة الطاقة العقلية المعرفية للفرد وسعة الاستيعاب لديه؟

- ما دور البناء المعرفي في تعلم التلميذ وتعليمه؟ (قطامي وقطامي، 2005)

يشير مصطلح معرفة إلي جميع العمليات النفسية التي بواسطتها يتحول المدخل الحسي فيطور ويختصر ويختزن لدى الفرد إلي أن يستدعي استخدامه في المواقف المختلفة. ومن أهم العمليات النفسية التي تتعرض لها المدخلات الحسية عمليات الإدراك، والتخيل، والتذآر، والاستدعاء، والتخزين، والتحويل، والتفكير وغيرها من العمليات النفسية المختلفة. ويتضح من ذلك أن المعرفة تدخل في جميع ما يمكن للإنسان أن يفعله أو يمارسه في حياته بصفة عامة. آما يتبين آذلك أن آل ظاهرة نفسية لدى الإنسان هي ظاهرة معرفية. (نادية، 1982). يرى ميسان (Mussen) أن الأداء المعرفي هو تعبير عن إنجازات الفرد ونشاطاته الناتجة عن العمليات العقلية المعرفية كالإنتباه والإدراك والذاكرة والتفكير (Mussen: 1974: 68).و يصرح الشرقاوي أن إتجاه الأداء المعرفي ظهر كأحد الإتجاهات الحديثة في دراسة فهم علم العمليات العقلية، والذي يحعلنا ننظر إلى النشاط العقلي على انه مجموعة عمليات متبادلة التأثير فيما بينها من أنها مجرد عمليات منفصلة ومستقلة بعضها عن بعض هذه العمليات مثل الإحساس، والإدراك، والإنتباه، والذاكرة، والتفكير (الشرقاوي، 1992: 128).يرى علماء النفس المعرفي أن حل المشكلات عملية تفكير لأنها تتصل بتطبيق المعرفة، فحاجة الفرد إلى حل المشكلة تبدو عندما يكون الحل غير متيسر أو عندما لا يكون الجواب تلقائياً، فحل المشكلة يتمثل في تطبيق المعرفة وانتقال أثر التعلم (سهيل، 2000: 52).وبحسب تقارير وزارة التربية الوطنية بأونتاريو بكندا: يعد تمثيل وضعية –مشكلة تمثيلا رمزيا أحد العمليات الأساسية في التفكير الجبري، ومن هنا تتجلى أهمية تمكين التلاميذ من مهارات إنجاز تمثيلات رياضية أكثر تجريدا وصورية للوضعيات المختلفة باستخدام الرموز، بالإضافة إلى أن مثل هذه التمثيلات تنمي لدى التلاميذ حسا رمزيا مما يعني وضع الأسس الأولى لتفكير جبري متميز.(وزارة التربية الوطنية، أونتاريو، 2008). ويشير عبد القادر أن التفسير المعرفي للتعلم قد ركز على دور العمليات المعرفية في حصول التعلم في المواقف التطبيقية يرى عبد القادر أنه من خصوصيات البراديغم المعرفي تأكيده المطلق على العمليات المعرفية والسيرورات التي في ظلها التعلم ماانحا بذلك نكانة خاصة للعلاقة بين الخبرات السابقة والخبرات اللاحقة في تكوين وتطوير الشخصية في كل أبعادها.فتسليط الضوء على هذه السيرورات ومصادرها وفهمها وإدراك منطقاتها ومساراتها أعطى لهذا البراديغم قوة هائلة في ميدلن علوم التربية(عبد القادر، 2013: 219).

تفسر النظرية المعرفية حدوث عملية التعلم بحدوث تغيرات داخل البنية المعرفية في عقل المتعلم، ومن أهم إفرازات هذه النظرية في التربية هو الاهتمام بكيفية إكتساب المعرفة وليس بنقلها وتعتبر التفكير أحد الأدوات الأساسية في اكتساب المعرفة وإنتاجها.

4-3-1- الترجمة الجبرية كمهارة معرفية:

لما كانت الترجمة الرياضية هي المحرك الأساس لأي نشاط عقلي يستهدف الانتقال من سجل رياضي إلى أخر الذي يتوج بصياغة المعطيات المتوفرة عن المشكلة في بناء رياضي كالمعادلة أو غيرها فإنها، أي الترجمة الرياضية تتطلب وظائف عقلية تتم بها ومن خلالها إنتاج الأفكار وبناء التصورات وفحص الفرضيات والموازنة بين الممكنات ومعالجة المعلومات، كل ذلك يتوج بصيغة رياضي تسمة معادلة. ويرى الباحث أن النمذجة الجبرية للمشكلات في الرياضيات تتضمن مستويين من الترجمة:

- ترجمة المشكلة كواقع "معطى" إلى نص رياضي لفظي ويتم من خلالها تحويل المشكلة إلى مسألة رياضية
- ترجمة النص الرياضي اللفظي إلى نص رياضي رمزي ونماذج رياضية كالمعادلات وغيرها وتعتبر الترجمة الجبرية للمشكلات في الرياضيات بمستوييها الأولي والثانوي "بؤرة" عمليات عقلية وأداءا معرفيا متميزا نظرا للاعتبارات التالية:
- الترجمة الجبرية تستدعي بنية عقلية داخلية عند المتعلم.
- الترجمة الجبرية هي نشاط عقلي يستلزم التحكم بمفردات وقواعد كل من السجل الرياضي اللفظي والسجل الرياضي الرمزي.
- الترجمة الجبرية كأي فعل "نرجموي" تحدث تغييرا في الحالة الإدراكية والمعرفية للمتعلم.
- الترجمة الجبرية للمشكلات في الرياضيات هي بناء وإعادة بناء معرفي نتيجة لمعالجة واعية ونشطة للمعلومات والمعطيات المتوفرة.

ومن أجل تسليط الضوء أكثر على مستويي الترجمة الجبرية ومستلزمات كل مستوى نستعين بالتوضيح التالي:

مستوى الترجمة	المستلزمات
ترجمة المشكلة كمعطى وكواقع إلى مسألة رياضية لفظية (نص رياضي لفظي) وبتعبير أخر ترجمة الوضعية- المشكلة إلى وضعية -إشكالية	1- معرفة بالواقع (بيئة، طبيعة، مجتمع، معاملات...) 2- معرفة باللغة (مفردات وقواعد) 3-معرفة رياضية وتشمل:-المفاهيم كالعدد والكسر والضعف والنصف وغيرها -الخوارزميات كالعمليات الحسابية وأولويات إجراءها وقاعدة حذف الأقواس وغيرها -العلاقات المنطقية كأكبر وأصغر وتساوي وغيرها
ترجمة الوضعية -الإشكالية إلى نموذج رياضي جبري أي ترجمة النص الرياضي اللفظي إلى نص رياضي رمزي (معادلة رياضية)	- كل المهارات العقلية والمعرفية اللازمة للفهم القرائي كالتذكر والتمييز والتصنيف -معرفة لغوية (قواعد ومفردات) -معرفة باللغة الجبرية قواعد ومفردات كالحروف واستخداماتها الرمزية والأعداد والعمليات عليها والعبارات الجبرية وخوارزمياتها كالنشر والتبسيط -مهارات معرفية كالترميز والتجريد والتعميم -عمليات عقلية كالانتباه والإدراك والتذكر

مثال

الوضعية-المشكلة	الوضعية -الإشكالية	المعادلة الرياضية
مشكلة تقاسم مجموعة من الأشخاص مبلغا من المال وفق شروط محددة.	يريد 4 أشخاص تقاسم مبلغ من المال قيمته 14200 DA وفق الشروط التالية:- يأخذ الثاني 400 DA زيادة على ما يأخذه الأول، يأخذ الثالث ضعف ما يأخذه الثاني ويأخذ الرابع 200 DA زيادة على ما يأخذه الثالث.ما هو نصيب كل واحد من الأشخاص الأربع؟	x)2+(400+x)2 +400)+200 x)+x+400)=14200

يتضح مما سبق أن المعادلة الرياضية هي "منتوج" جبري ساهمت فيه الكثير من العمليات العقلية والمهارات المعرفية واللغوية.

ومن هنا نرى أن ترجمة مشكلة إلى صيغة رياضية هي مهمة تنطوي على عمليات معقدة من التحويل والمعالجة والتنظيم والتحليل والتركيب والتقويم للمعلومات المماثلة في الموقف المشكلة في تفاعلها مع الخبرات والمعارف والتكوينات المعرفية السابقة التي تشكل محتوى الذاكرة بهدف إنتاج الحل وتقويمه.

فاستراتيجية النمذجة الجبرية التي تهدف إلى بناء المعادلة الرياضية تستدعي عمليات ومهارات معرفية محددة يمارسها ويستخدمها التلميذ عن قصد من أجل معالجة ما توفر لديه من معطيات حول المشكلة المطروحة واستحضار ما يلزم من معارف ومفاهيم ومبادئ رياضية وتخمين المخارج الممكنة. كما يمكن اعتبار بناء المعدلة الرياضية هو الطريق الطبيعي لممارسة التفكير الرياضي الجبري.

4-3-2-الترجمة الجبرية كنشاط تفكيري – لغوي

يمكن تحليل فعل الترجمة الرياضية بما يستدعيه من تداخل وتظافر الكثير من العمليات العقلية والمعرفية إلى نشاط تفكيري –لغوي.

فالترجمة الجبرية هي المسلك العقلي الذي يتم العبور من خلاله التفكير بحيثياته العينية – الحسابية إلى عمليات وآليات حسابية– جبرية أكثر تجريدا فإذا كانت الترجمة أو النمذجة الحسابية أو الأرتميتقية تقتضي الانتقال من المعطيات إلى الأعداد والعمليات عليها، فإن النمذجة الجبرية تقتضي الإنتقال من المعطيات إلى كائنات رياضية رمزية والعمليات عليها، بمعنى أن العدد هو تجريد لواقع "مادي محسوس " والرمز هو تجريد لعدد.

أما الترجمة الرياضية من حيث كونها سلوك لغوي –فهي فهي الفعل الذي نقوم به للانتقال من سجل رياضي إلى سجل رياضي أخر كالانتقال من اللفظي إلى الرمزي أو العكس.

ولتسليط ما أمكن من ضوء على الترجمة الرياضية كأداء تفكيري –لغوي ودورها المركزي في تنبيه وتحفيز القدرات العقلية وتنشيط العمليات المعرفية، نستعين بالمقابلات الثنائية بين الترجمة الجبرية وأهم العمليات المعرفية المتدخلة في إنتاج النموذج الرياضي والمتمثل في المعادلة الرياضية المناسبة للوضعية المناسبة. ترجمة/ انتباه: الانتباه ضروري لحدوث الترجمة من حيث كونه العملية العقلية التي تحضر الذهن وتوجهه لانتقاء المعلومات وفق لزومها وأهميتها.وتجدر الإشارة إلى أن الانتباه هو عملية الاتصال الأولي للتلميذ مع الوضعية بالإضافة إلى أنه، أي الانتباه الأساس الذي ترتكز عليه سائر العمليات العقلية الأخرى. ترجمة/ تذكر: التذكر لازم للترجمة الجبرية من حيث كونه عملية إستيحاء ما تعلمه واكتسبه التلميذ سابقا من معارف رياضية واحتفاظه بها واسترجاعها والتعرف عليها من أجل إحياء خبرة ماضية تساعد على مواجهة الموقف الجديد.

ترجمة/ تعرف: التعرف ضروري للقيام بالترجمة الجبرية من حيث كونه قدرة الفرد على الانتقاء أو اختيار الاستجابات والمعلومات من بين عدة بدائل عرضت عليه أثناء موقف التعلم، وعليه بهذه الطريقة أن يسترجعها. ترجمة/ تفكير: الترجمة الجبرية تقتضي حدوث تفكير ينظم به عقل المتعلم خبراته السابقة من أجل إنتاج معارف أو بناء تصورات لحلول للمشكلة المطروحة.

ترجمة/ فهم: الفهم ضروري للقيام بعملية الترجمة الجبرية من حيث كونه حالة ذهنية لازمة تشكل دعامة أساسية لتوفير الوضوح الذهني الذي يكون التلميذ فيه على علم بالمعلومة وبإمكان تحويلها واستخدامها في مواقف أخرى.

ترجمة/ استدعاء: الاستدعاء ضروري لحدوث الترجمة الجبرية لأنه يمثل قدرة التلميذ على إنتاج معلومات سبق وأن عرضت عليه أثناء مواقف التعلم، كالمعادلات الرياضية وطرق حلها والعمليات الأساسية في الرياضيات وتبسيط ونشر العبارات الجبرية التي تتطلب منه الوضعية استرجاعها.

ترجمة/ إدراك: عملية الإدراك لازمة للقيام بالترجمة الجبرية حيث أن ترجمة الموقف إلى معادلة رياضية تتطلب تأويلا وتفسيرا لعناصر المشكلة المطروحة التي تعتبر بمثابة مثيرات ذهنية تولد في نفسه معاني ودلالات يدرك من خلالها شبكة العلاقات ونوع المشكلة وطبيعة التحدي، فا الإدراك ضروري لحدوث الترجمة نظرا لكونه العملية العقلية التي تلحق المعنى المناسب بما استقبله المتعلم من معطيات ومعلومات حول المشكلة قيد الدراسة.

ترجمة/ تمييز: وفيه يحدد المتعلم الاستجابات أو المعلومات والمعطيات اللازمة لبناء التصورات الممكنة للحل وارتباطها بالمادة المطلوب استرجاعها، وتمثل في الفرز بين المعطيات اللازمة للحل والمعطيات ذات الوظيفة التدعيمية والتوضيحية.

ترجمة/ استراتيجية التعلم: يرى كل من وينيستيان وماير (Wenistien وMayer) أن استراتيجية التعلم هي محموعة الاستجابات أو السلوكات وأنماط التفكير وأساليبه القصدية التي يستخدمها المتعلم أثناء التعلم والتي تؤثر على اختيارات المتعلم واكتسابه وتنظيمه واستقباله وتجهيزه ومعالجته للمعلومات الجديدة.(المرجع: التعلم المعرفي، ص32).وأما دفيتسون وسميث (Davidson وSmith) فيعرفان استراتيجية التعلم بأنها الطرق التي يوظفها المتعلم لتسهيل مهمة اكتساب وتطوير معرفته ومهاراته.(Wenistien وMayer، 1990: 228). فالبحث عن المعادلة الرياضية المناسبة للموقف المناسب يتطلب من التلميذ تحديد نقطة بداية وطرح أسئلة وخيارات وترتيب أولويات تسمح له باستخدام إمكاناته العقلية والمعرفية أفضل استخدام.

ترجمة/ معالجة: يصرح أبو رياش أن كريك ولوكهارت (Craik وLochart) يريان أن فاعلية الممارسة وديمومتها تعتمدان على مستوى معالجة المادة موضوع الممارسة. المرجع: التعلم المعرفي، ص32.

ترجمة/ ماوراء–معرفة: ممارسة الترجمة الجبرية تعني وعي التلميذ لعملياته التفكيرية، وبالطريقة التي ينظم بها خياراته أثناء عملية التعلم، وقدرته على ضبط وتوجيه تفكيره، وتتجلى هنا في السيطرة الواعية على عملية الانتقال من النص اللفظي للمسألة إلى مستوى حسابي ثم إلى مستوى جبري أكثر تجريدا.

5- النمذجة الجبرية كمهمة تعلمية

يعد أسلوب تحليل المهمة من أهم الأساليب التربوية التي تمكن التلميذ من اتقان عناصر المهمة وذلك بالتركيز على ترتيب وتسلسل وتبسيط المهام الجزئية.

يشير كل من كارتر وكانمب (Kemp وCarter) إلى أن تحليل المهمة أداة مهمة للقائمين على التربية، ويقصد بتحليل المهمة تقسيم المهارة إلى مهام أو مهارات ثانوية قابلة للتدريب، فبعض الباحثين قد وس عوا مفهوم تحليل المهمة لكى يشمل وصف الإجراءات التعليمية المستخدمة للتدريب على المهارة فى حين أن أخرين قد قصروا المصطلح أو التعريف على تحليل المحتوى الذى سيدرس (Kemp وCarter، 1996: 156)

ولما كانت إستراتيجية النمذجة الجبرية التي تستخدم في بناء المعادلة الرياضية الممثلة للمشكلة، تتضمن مجموعة من المهارات المرتبطة والمتسلسلة منطقيا فإنه وباعتماد أسلوب تحليل المهمة تم تفكيك مهمة بناء المعادلة الرياضية إلى مهام ومهارات وأهداف جزئية يسهل تعلمها وإتقانها. والمقصود بالمهارة في هذا التعريف كل إنجاز يتميز بالإتقان والدقة، وتتألف الاستراتيجية المقترحة من قبل الباحث من المهارات الثلاثة عشرة التالية:

مهارة تحديد نوع المشكلة: أن يتعرف التلميذ ويحدد بدقة المجال من النشاط الإنساني الذي ينتمي إليه موضوع المشكلة، فقد تكون مشكلة ذات موضوع تجاري أو ذات موضوع اقتصادي أو ذات موضوع طبوغرافية أو بيئي أو تعدادي أو غيره مما له علاقة بانشغالات الحياة الإنسانية.

مهارة التمييز بين المعطيات الضرورية والمعطيات التدعيمية: مهارة التمييز بين المعطيات الضرورية والمعطيات التدعيمية هو أن يتمكن التلميذ من تصنيفها بدقة وبإتقان إلى فئتين، فئة ذات قيمة منطقية إن من حيث اللزوم أو من حيث الكفاية وهي التي لا يمكن بناء الحلول المناسبة بدونها فهي المقدمات المنطقية للنتائج المطلوبة، وفئة أخرى من المعطيات التدعيمية وهي المعلومات التي يحويها النص الرياضي وتكون ذات وظيفة توضيحية إرشادية وذات قيمة تعليمياتية أي

يمكن الاستغناء عنها بحسب المواقف أو بحسب الفروق الفردية، وتصاغ على شكل أمثلة أو تذكير بحالات سابقة أو شرح لمبدأ رياضي أو توجيه إلى طريقة من طرق الحل.

مهارة تحديد المطلوب: تتمثل مهارة تحديد المطلوب في حصر وضبط الأهداف التي يمكن أن يشكل تحقيقها أو إنجازها إجابة أو إجابات عن الأسئلة المطروحة، وهذا يعني أن يتمكن التلميذ بإتقان وبدقة التعبير كتابيا أو شفويا عن الهدف أو عن الأهداف

مهارة عزل المجهول أو المجاهيل: أن يتمكن التلميذ بدقة وبإتقان التعرف على المجهول وعزله وتمييزه عن باقي عناصر المشكلة، وقد يكون المجهول مساحة أو حجم أو عدد أشخاص أو مبلغ من المال

مهارة الترميز: أن يتمكن التلميذ بدقة وبإتقان وبسرعة تمثيل المجاهيل أو القيم المجهولة بما ينوب عنها من حروف مثل x أو y تشير إليها أو تحل محلها.

مهارة الترجمة الجبرية: الترجمة الرياضية هي تحويل جملة رياضية من صيغتها اللغوية أو البيانية أو الهندسية أو الجدولية إلى عبارة جبرية باستخدام الأعداد والحروف الدالة على المجاهيل، أي التعبير عن علاقة بين كميات بصيغة رمزية كالعبارة الجبرية أو المعادلة الرياضية.

مهارة الربط أو التوليف: التعبير عن العلاقات الموجودة في المسألة الرياضية من خلال طرفي المعادلة الرياضية.

مهارة التبرير: أن يتمكن التلميذ من التعبير عن المسوغات أو الأسباب التي تجعل المعادلة الرياضية المحصل عليها ضرورية لإيجاد الحل المطلوب.

مهارة حل المعادلة: حل المعادلة هو تعيين قيمة المجهول التي تكون من أجلها تكون من أجلهما المعادلة محققة معا، ويتم ذلك وفق طرق وخوارزميات رياضية مناسبة.

مهارة التحقق: التحقق من معقولية النتائج يعني اختبار مدى مطابقتها لنوع المشكلة المطروحة، وبتعبير أخر التعرف أو التحقق من مدى محاكاة الحلول لسياق المشكلة، فلا يمكن أن يكون سعر قلم مثلا هو آلاف الدنانير أو عمر شخص ملايين السنين أو عدد الحاضرين عشري أي أن اختبار معقولية الحل الرياضي هو فحص مدى مطابقة النتائج المحصل عليها لواقع المشكلة ويأتي إجابة على السؤال: هل الحلول التي تحقق صحة المعادلتين تتناسب مع طبيعة المشكلة المطروحة.

مهارة التفسير: التعبير عن الحل المتوصل إليه في صيغ لغوية لفظية بالاعتماد على نتائج الحل الرياضي للجملة.

مهارة تبليغ النتيجة: يعني نقل معلومات إلى أخر من خلال التعبير الكتابي أو الشفوي وبأسلوب خبري عن المعلومات التي أفضى إليها الحل الرياضي للمعادلات والمتعلقة بالمشكلة المطروحة. وفي الأخير يرى صاحب المقال أنه يمكن توضيح ما تقدم حول الخلفيات التربوية لاستراتيجية النمذجة الجبرية بالاستعانة بالمثال التالي:

الوضعية –المشكلة

اشترى خالد 5 كراريس و7أقلام ب 270 دينار جزائري، واشترى جمال 7كراريس و6 أقلام من نفس النوع بـ 340 دينار جزائري.

– مثل الوضعية بجملة معادلتين.

– أحسب سعر الكراس الواحد وسعر القلم الواحد

والجدول التالي يلخص من خلاله صاحب المقال تحليل استراتيجية النمذجة الجبرية إلى أبعادها الإجرائية والبنائية والمعرفية.

الأداء	البعد الإجرائي للأداء	البعد البنائي – المعنوي للأداء	البعد المعرفي للأداء
تحديد نوع المشكلة المطروحة	التمكن من تحديد مجال المشكلة، أي: المشكلة إقتصادية–تجارية (تعاملات تجارية، بيع شراء، تحديد أسعار...)	انبعاث معنى في نفس المتعلم مفاده أن استخدام النماذج الرياضية يتجاوز مجال	تنشيط وتفعيل أهم مستلزمات الفهم كالتذكر والإدراك لحصر ما يسمى ب: "فضاء المشكلة"

		الرياضيات	
إعادة صياغة الأسئلة	التمكن من طرح ماسئلة مثل: ما هي المعادلة الرياضية التي تتناسب مع المعطيات؟ كيف يمكن تحديد سعر الكراس الواحد وسعر القلم الواحد؟ هل هناك كيفية يتم بها التعرف على سعر كل من الكراس والقلم؟(هناك إمكانيات أخرى)	بناء ذاتي لمعنى ما يمارسه من تفكير من خلال شعوره بالإنخراط في "مهمة" البحث عن الحلول –التفاعل بإيجابية مع الرياضيات من جهة والواقع من جهة أخرى.	–تنشيط العمليات ماوراء معرفية – معالجة المعلومات لمواجهة المشكلة – إعادة تنظيم إدراكي من أجل اكتشاف بنية الموقف –مراقبة ذاتية للعمليات امعرفية
حصر المعطيات الضرورية للحل	التمكن من حصر مما يلي: –سعر 5كراريس و7أقلام معلوم – سعر 7كراريس و6أقلام معلوم	الشعور بالدور النشط في حصر "الحالة الإبتدائية" للمشكلة وأنه، أي التلميذبصدد إنتاج معرفة وليس تلقيها.	–تنشيط آلية الانتباه الإنتقائي – تنشيط الوظيفة"الفرزية"للإدراك اللازمة لمهارة التصنيف – عملية تجهيز المعلومات المقروءة لزوما وكفاية
عزل المجاهيل	المجهولان وهما: سعر الكراس الواحد وسعر القلم الواحد	معنى التحرك الواعي بين الحالة "الابتدائية" والحالة "الهدفية" للمشكلة من خلال المواجهة الذهنية البناءة مع ما يسبب التحدي والالتباس	– إدراك الجوانب المختلفة للمعطيات –تنشيط العملية العقلية اللازمة لانتزاع المدركات من سياق المسألة كالانتباة والتركيز والمعالجة.
الترميز الحرفي	يتمكن، أي التلميذ من وضع حروف تنوب عن المجاهيل، فمثلا ب x لسعر الكراس الواحد وب y لسعر القلم الواحد	– استيعاب المعنى بأن الحرف له وظيفة دلالية مهمة في الرياضيات، فالحرف هنا يمثل شيئا ما أو كائنا ما. –الشعور بالدور النشط في إعادة صياغة المشكلة	تنشيط العمليات العقلية اللازمة لتمثيل المعرفة (استخدام الحرف بدل اللفظ للدلالة على أشياء أو مفاهيم)
الترجمة الجبرية	نترجم: مجموع أسعار 5كراريس و7أقلام هو 250دج يعني أن: $5x+7y=270$ كما أن: مجموع أسعار 7كراريس و6أقلام هو 340دج يعني أن: $7x+6y=340$	–استيعاب المعنى بأن المعادلة الرياضية هي لغة للتعبير عن وقائع وعلاقات. –انبعاث المعنى بأهمية وأداتية المعادلة الرياضية بالنسبة للتلميذ	–ترجمة خارجية أي الانتقال من سجل رياضي إلى أخر وهذا يشير إلى معالجة معمقة للمعلومات ويستدعي ذلك تنشيط عمليات إجراء المقابلة بين النص اللفظي والنص الرمزي والتساؤل والتحليل والتقويم والاستنتاج.
الربط أو التوليف	نؤلف بين المعدلتين في جملة معادلتين أي التمكن من كتابة الجملة التالية: $5x+7y=270$ $7x+6y=340$	استيعاب المعنى أن الجملة تمثل الكيفية التي تم بها تحديد المبلغين الماليين، أي أن الجملة الرياضية هي أسلوب تفكير وليست فقط كائن رياضي مجرد من أي سياق "واقعي".	تنشيط العمليات المعرفية اللازمة لتحليل الوضعية إلى مركبتيها (حالة خالد وحالد جمال) وإرساء روابط منطقية بين الحالتين.
الحل الرياضي للجملة	حل الجملة بإحدى الطرق المناسبة فنجد: $x=40$ و $y=10$	استيعاب المعنى بأن الحل الرياضي للجملة هو في حقيقته حل لمشكلة، أي أن المشكلة هي نقطة البداية وفي ذات الوقت هي نقطة العودة	العمليات العقلية اللازمة للحل (استدعاء معرفة سابقة، تذكر، تفكير، استراتيجية الحل)
تفسير الحل	تعني أن سعر الكراس الواحد هو DA	استيعاب المعنى بأن العدد ليس	– عملية إضفاء معنى على نتائج

الرياضي	40وسعر القلم الواحد هو DA10	فحسب "كائنا"حسابيا بل يتجاوز ذلك إلى كونه أداة تكميمية للكثير من الوقائع.	الحل الرياضي للجملة وهذا يقتضي تنشيط مهارة التجريد المتمثلة في توظيف مفهوم العدد كأحد المستويات التجريدية للواقع "المادي".
التحقق أو محاكاة الحل مع الواقع	التحقق، أي: هل السعران المحددان يتناسبان فعلا مع المبلغين المدفوعين؟ هل النتائج تتطابق مع المعطيات؟ أي:340=(10)6+(40)7 250=(10)7+(40)5	– شعور التلميذ بأنه يتعلم داخل سياق له معنى بالنسبة إليه – شعور التلميذ بأن تعلمه ليس مجرد آليات لفظية وإنما خبرته السابقة هي أساس ما توصل إليه من حلول	ممارسة معرفية فعلية من خلال إعادة ترجمة الحل الرياضي واختبار مدى محاكاته للواقع – ممارسة فعلية لمحاكمة الأفكار
تبليغ النتيجة	يتمكن التلميذ من كتابة: بما أن الأقلام والكراريس التي تم شراؤهما من قبل خالد وجمال من نفس النوع، وكانت كلفة شراء 7كراريس و5 أقلام هي 250دج، وكلفة شراء 7كراريس و6 أقلام هي 340دج، فبحسب النتائج المتحصل غليها، يكون سعر القلم الواجد هو 10 دج وسعر الكراس الواحد هو 40 دج	– ارتباط ما يتم إرساله وتبليغه باهتمامات التلميذ –شعور المتعلم بنجاعته الشخصية والأكاديمية –أثناء تهيئتة للمعلومات من أجل تبليغها يشعر التلميذ أن لها صلة بعالمه الشخصي والاجتماعي	– نشاط لغوي يتمثل في التعبير بوضوح عن الأفكار –تقييم النتائج التي سيتم تبليغها وتنظيمها وتجهيزها –التفكير سابق وملازم ولاحق لعملية التبليغ

خاتمة

وفي الختام لا بد من الإشارة إلى استحالة فصل فعل النمذجة الجبرية كمجموعة مهارت وترجمة المشكلات إلى مسائل رياضية بغرض نمذجتها لاحقا جبريا بمعادلات رياضية عن أصولها التربوية حيث أن استراتيجيات وخوارزميات بناء المعادلة الرياضية المناسبة للوضعية المناسبة ليست آليات تلقن للمتعلم مجردة من أي معنى ومفصولة عن امتداداتها وجذورها العقلية والنفسية، ولكن هي في حقيقتها مجالا حيويا تنشط من خلاله كل قوى المتعلم الفكرية والوجدانية والمهارية، ومن هذا المنظور يمكن أن نؤسس لتصور مفاده أن عملية إنتاج النماذج الرياضية كالمعادلات الرياضية وغيرها هي عملية تستدعي تفاعلات وتغيرات داخل نفس المتعلم تؤدي إلى تشكل عادات تفكيرية ووجدانية وسلوكية تسمح للتلميذ باكتساب أساليب إدراكية ومعرفية وإجرائية تؤهله لاحقا بإنتاج المعرفة الرياضية وتحصيلها وتحويلها وتجنيدها.

مراجع باللغة العربية

1- أبو رياش محمد حسين (2007)، التعلم المعرفي، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان، الأردن.

2- أبو زينة فريد وخطاب،محمد (1995)ن"أثر التعليم التعاوني على تحصيل الطالب في الرياضيات واتجاهاتهم نحوها دراسة ميدانية على طالب في المرحلة الإعدادية بدولة الإمارات العربية المتحدة"،مجلة كلية التربية بجامعة الإمارات، العدد الحادي عشر، السنة العاشرة، الإمارات، جامعة الإمارات العربية المتحدة.

3- إبراهيم، مجدي (2007): "التفكير لتطوير الإبداع وتنمية الذكاء"، ط1، القاهرة: عالم الكتب، القاهرة.

4- أحمد كريمة (2010)، استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقة في الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، رسالة ماجستير غير منشورة(PDF)، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

5- إلياس اسماء (2001)، أثر استخدام المنظمات المتقدمة في تعلم مادة اسس المناهج، دراسة تجريبية على طالبات كلية التربية بجامعة فيصل، الإحساء، المجلة العربية للتربية، المنظمة العربية للتربية وللثقافة والعلوم،

6- الجراح ضياء (2000)، تطوير مناهج الرياضيات في مرحلة التعليم العام بالمملكة الأردنية الهاشمية في ضوء النمذجة الرياضية.رسالة دكتوراه غير منشورة (PDF)، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

7-الزيات فتحي مصطفى (2004)، سكولوجية التعلم بين المنظور الارتباطي والمنظور المعرفي، ط2، دار النشر لجامعات، القاهرة.

8-المقدادي أحمد محمد (2006)، استخدام استراتيجية التعلم التعاوني لدى طلبة معلم الصف عند حلهم المسائل الهندسية وأنماط التواصل اللفظي المستخدمة، الجامعة الأردنية، المجلة التربوية، العدد 80، المجلد 20، ص ص 183-218 المجلة التربوية، جامعة الكويت.

9- المغيرة عبد الله بن عثمان، طرق تدريس الرياضيات، جامعة الملك سعود، الطبعة الأولى، الرياض 10- الشرقاوي أنور محمد (1992)، علم النفس المعرفي المعاصر، ط1، المكتبة الأنجلو-مصرية، القاهرة.

11-النذير محمد وخشان خالد والسلولي مسفر(2012): " استراتيجيات فاعلة في حل المشكلات الرياضية(تطبيقات على مرحلة التعليم الأساسي)"، مركز التميز البحثي في تطوير تعليم العلوم والرياضيات بجامعة الملك سعود، الرياض، السعودية.

12-حاتم مصطفى(1983)، تجريب تدريس وحدة من النماذج الرياضية بالمرحلة الثانوية بدولة الكويت، رسالة ماجستير غير منشورة(PDF)، جامعة عين شمس، مصر.

13-حاتم مصطفى، تجريب تدريس وحدة من النماذج الرياضية بالمرحلة الثانوية بدولة الكويت، رسالة ماجستير غير منشورة(PDF)، جامعة عين شمس، مصر، .1983

14- اللزام إبراهيم محمد (2002): "فاعلية نموذج التعلم البنائي في تعليم العلوم وتعلمها بالمرحلة المتوسطة، رسالة ماجستير غير منشورة، قسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة الملك سعود، الرياض.

15- المجلس الأعلى للغة العربية، قاموس التربية الحديث، منشورات المجلس، 2010، دار راجعي للنشر والتوزيع، الجزائر.

16- مينا سرايا عادل (2007)، التصميم التعليمي والتعلم ذو معنى، رؤية ابستمولوجية تطبيقية في ضوء نظرية تجهيز المعلومات بالذاكرة البشرية، .1989

17- زيتون، حسن وكمال زيتون (1992): البنائية منظور ابستمولوجي وتربوي، ط1، .1992

18-سهيل رزق دياب (2000)، تعليم مهارات التفكير وتعلمها في مناهج الرياضيات لتلاميذ المرحلة الايتدائية العليا، مؤكز التطوير التربوي، جامعة القدس المفتوحة.

19- مجدي عزيز إبراهيم (1989)، استراتيجبات تعليم الرياضيات، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة.

20- شوق محمود أحمد (1997) الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات. الرياض، دار المريخ.

21-عبد الكريم غريب، بريت ماري بارك، تعلم التجريد، ترجمة/ عبد الكريم غريب، منشورات عالم التربية، ط1 دار وائل، عمان.

22- عبد القادر لورسي (2013)، المرجع في علوم التربية، جسور للنشر والتوزيع، ط1، الجزائر.

23- عطوان أسعد (2005)، مدى فاعلية برنامج مقترح قائم على الروابط الرياضية لتنمية المهارات الرياضية اللازمة لتعلم الفيزياء لدى تلاميذ الضف العشر، رسالة دكتوراه منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

24- قطامي يوسف وقطامي نايفة،إدارة الصفوف -الأسس السيكولوجية - عمان، الأردن، دار الفكر.

25- مريم سليم (2003)، علم نفس التعلم، دار النهضة العربية، بيروت.

26-مصطفى ناصف (1983)، نظريات التعلم، عالم المعرفة، الكويت.
27- مينا فايز (1994)، قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات، مكتبة الأنجلو- مصرية، ط2، القاهرة.
28 - لحمر صالح (2007)، فاعلية برنامج مقترح في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المعلمين، شعبة الرياضيات، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية بجامعة عدن، اليمن.
29-وزارة التربية الوطنية المغربية، (1995)، أهداف وتوجيهات تربوية للسلك الأول من التعليم الأساسي، مطبعة النجاح الجديدة، ط1، ص40، الدار البيضاء.
30- وزارة التربية الوطنية، اللجنة الوطنية للمناهج (2003)، مديرية التعليم الأساسي، مطبعة الديوان الوطني للتعليم والتكوين عن بعد، الجزائر.
31- وليم عبيد، رياضيات الثمانينات: رؤية مستقبلية، أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجي، أعمال وتوصيات مؤتمر تعليم الرياضيات بالمرحلة ما قبل الجامعة، القاهرة، 1980.
32- يحي حسينة سليمان وحميدة، كريني فاطمة (2002)، مصطلحات ومفاهيم تربوية، المركز الوطني للوثائق التربوية، الملف رقم 33، الجزائر.

مراجع بلغات أجنبية

1- Abdal-Haqq،Ismat: "Constructivism in Teacher Education: Considerations for Those Who Would Link Practice to Theory"،ERIC Digest،ED426986،1998. Fox،Richard: "Constructivism Examined"،Oxford Review of Education،Mar 2001،Vol. 27 Issue 1،pp 23-35.

2- Artino،Anthony R.،Jr(2008) "A Brief Analysis of Research on Problem- Based Learning" University of Connecticut June 6،p1-11. Eric.

3- Ang Keng،C. (2005). Teaching Mathematical Modeling in Singapore School،National Institute of Education.

4-Baviskar،Sandhya N.; Hartle،R. Todd; Whitney،Tiffany (2009)" Essential Criteria to Characterize Constructivist Teaching: Derived from a Review of the Literature and Applied to Five Constructivist" International Journal of Science Education،v31 n4 p541-550 Mar 2009. Eric.

5-Cassarino،C،A. (2006). The impact of problem-based learning on critical thinking and problem solving skills. Ed.D. dissertation،Nova Southeastern University،United States،Florida.

6-Davidson ,G et Smith,P ,Instructional design considerations for learning strategies instruction.،International journal of instructional Media 17(3),227-243.

7- Grandgenett،N. et al (2000). Mathematical modeling within a technology based learning environment: Some principles for adaptive instruction. Proceedings of the Mathematics،Science Education and Technology Conference،San Diego،CA.

8- Jiang،Y. et al (2000). Notch signaling and the synchronization of the somite segmentation clock. Nature 408،475 – 479.

9-Kerka،Sandra: "Constructivism،Workplace Learning،and Vocational Education"،ERIC Digest،ED407573،1997. Lunenberg،Fred C.: "Constructivism And Technology: Instructional Designs For Successful Education Reform"،Journal of Instructional Psychology،Jun98،Vol. 25 Issue 2،pp75- 82.

10- Knowles Martin. (1998) ،The Adult Learner ،Houston: Gulf Publishing.

11- Meznik،I. (1999). Modelling as a Support in Teahing of Mathematics. In: Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21th Century: Societal Challenges ،Issues and Approaches (Ed. A.Rogerson)،Volum II ,Third World Forum Project Egypt 2000 ,Cairo 1999 ،95-100.

12-MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION(2004). Groupe d'experts pour la réussite des élèves،La numératie en tête،Toronto،le Ministère،p. 39 ،ONTARIO.

13-MUSSEN Edward،Child development and personality. 4thed (ed)،New York: Macmillon Puplishing Company.

14- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). 2000. Principles and Standards for School Mathematics،Reston (VA).

15- Perez،K. (2008): More Than 100 Brain-Friendly Tools and Strategies for Literacy Instruction ,without edition،California،Corwin Press.

16-Programme International des Suivis de l'Elève (PISA) OCDE (2004)،Apprendre aujourd'hui،réussir demain – Premiers résultats de PISA p42.

17-Stacey،K. & Groves،S. (1985) Strategies for Problem Solving. Lesson Plans for Developing Mathematical Thinking. Melbourne: Objective Learning Materials.

18- Tanner،H. & Jones،S. (1994). The development of metacognitive skills in mathematical modeling. In G. Wain(Ed.) ،British Congress on Mathematical Education,1993: research papers. Leeds: University ofLeeds.