

## Nuclear Shell Model Application on Nuclei $^{38}Ar$ , $^{38}Cl$ , $^{38}S$ Spectra By Using Modified Surface Delta Interaction

تطبيق أنموذج القشرة النووي على طيف النوى  $^{38}Ar$ ,  $^{38}Cl$ ,  $^{38}S$  باستخدام جهد دلتا السطحي المحور

فاطمة حميد عبيد  
fatmahmeed@yahoo.com

علي خلف حسن  
alikh\_hasan@yahoo.com  
جامعة الكوفة /كلية التربية للبنات /قسم الفيزياء

### الخلاصة:-

أنموذج القشرة النووي طبق باستخدام جهد دلتا السطحي المحور لدراسة مستويات الطاقة النووية ، وقد اختيرت في هذه الدراسة النوى  $^{38}Ar$ ,  $^{38}Cl$ ,  $^{38}S$  والتي تحتوي كلا منها على نيوكليونين خارج القلب المغلق  $^{36}S$  ومن خلال نتائج مستويات الطاقة المحسوبة التي تم الحصول عليها وقيم الزخوم الزاوية الكلية والتماثل المسموح بها وجد تطابقا مقبولا مع القيم العملية كما تم تحديد وتأكيد عدد من الزخوم الزاوية لمستويات الطاقة العملية الغير محددة والغير مؤكدة عمليا .

### Abstract

Nuclear Shell Model is applied by using Modified Surface Delta Interaction to study the energy levels. The nuclei  $^{38}Ar$ ,  $^{38}Cl$ ,  $^{38}S$ , have chosen in this study, contain two nucleons out of close core  $^{36}S$ . By using calculated energy levels results and the allowable total angular momentum and parity values, we found accepted sameness with the experimental values and also we determine and certain several angular momentum of experimental energy levels that are not determined and certainty experimentally.

### المقدمة :- Introduction

يمكن تصور النواة على أنها تتكون من نيوكليونات (بروتونات ونيوترونات) تتحرك في مدارات معينة حول مركز الكتلة هذا التصور يتفق مع أنموذج القشرة النووي الذي يعتبر الإطار الأساسي لوصف كل النوى [1]، هذا الأنموذج الذي دخل إلى الفيزياء النووية على الأقل بحوالي خمسون سنة ماضية ، حيث نجح هذا الأنموذج في وصف التركيب النووي لعدة نوى ضمن الجدول الدوري ، في بداية صياغته استند على أنموذج أولي يسمى بأنموذج الجسيم المنفرد، وكتقريب أولي يفترض الأنموذج بان النيوكليونات تتحرك داخل النواة بصورة مستقلة عن بعضها البعض في مجال جهد نووي مشترك والذي يتضمن الازدواج القوي بين البرم والمدار وضمن هذا التقريب فان النواة تعتبر كقلب خامل ونيوكليونات مكافئة تشغل المدارات الفعالة وفقا لمبدأ باولي للاستبعاد [2,3,4] ، حيث وضع أنموذج الجسيم المنفرد إن كل زوج من النيوكليونات المتماثلة تميل إلى ازدواج زخمهما الزاوي والذي يساوي صفر والزخم الزاوي الكلي للنواة يحدد على وفق حالة النيوكليون الأخير الغير مزدوج [5,6] ، أن الوصف الناجح للزخم الزاوي النووي والبروم والانقطاعات في طاقات الربط في الأعداد السحرية للبروتونات والنيوترونات أعطى الإثبات الأساسي لأنموذج القشرة النووي [7].

### النظرية :- Theory

إن القيم الذاتية والمتجهات الذاتية لمستويات الطاقة في نظرية أنموذج القشرة النووي توضع لوصف الحالات النووية وتنتج من القطرية لمعادلة المؤثر الهاملتوني والتي تكون وفقاً للصيغة التالية [8,9,10,11] :-

$$H = H_0 + \sum_{i < j} V_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

ويتضح من معادلة (1) أن التأثير المتبقي الناتج من تصادم النيوكليونات يسبب حدوث اضطراب على المؤثر الهاملتوني والذي يمثل بجهد الطاقة للنيوكليونات ويساوي حاصل جمع جهد جسيمتين ويوصف بـ  $V_{ij}$  ،  $H_0$  يمثل طاقات الجسيم المفردة، وهذا يدل على أن التفاعل المتبقي يمكن أن يقرب بواسطة جهد دلتا السطحي المحور Modified Surface Delta Interaction وهو جهد اشتق من الخواص العامة لجهد دلتا السطحي ولبساطته وسهولته رياضياً ونجاحه في تفسير عدة خصائص للنوى المختلفة لذلك استخدم في حساباتنا الحالية ويعطى وفقاً للعلاقة الآتية :- [12,13,14]

$$V^{MSDI}(1,2) = -4\pi A_T \delta(\Omega_{ij}) \delta(r_i - R) \delta(r_j - R) + B (\tau(1) - \tau(2)) + C \dots \dots (2)$$

إذ إن  $\Omega_{ij} = r_i - r_j$  تمثل المسافة الزاوية بين الجسيمات المتفاعلة حيث إن  $r_i, r_j$  تمثل إحداثيات النيوكليون،  $R$  نصف القطر النووي،  $4\pi$  ثابت فرض لإغراض عياريه،  $A_T, B, C$  تمثل قوة التفاعل وتحدد من الطيف التجريبي وتعطى وفقاً للعلاقات الآتية:-

$$A_0 \approx A_1 \approx B \approx \frac{25}{A} \text{Mev} \dots \dots (3)$$

$$A_T = \left\{ \begin{array}{l} A_0 \dots \text{for } T = 0 \\ A_1 \dots \text{for } T = 1 \end{array} \right\} \text{ حيث أن}$$

والحدين الآخرين يعطيان بالعلاقة الآتية :-

$$[B (\tau(1) - \tau(2)) + C] = \left\{ \begin{array}{l} -3B + C \dots \text{for } T = 0 \\ B + C \dots \text{for } T = 1 \end{array} \right\} \dots \dots (4)$$

ولحساب الطيف للنوى المستخدمة في الدراسة من الضروري حساب عناصر المصفوفة للجسيمات المتفاعلة باستخدام جهد دلتا السطحي المحور والتي تعطى بحسب المعادلة الآتية [15,12] :-

$$\begin{aligned} \langle j_1 j_2 | V^{MSDI}(1,2) | j_3 j_4 \rangle_{JT} &= (-1)^{n_1+n_2+n_3+n_4} \times \frac{A_T}{2(2J+1)} \times \sqrt{\frac{2(2j_1+1)(2j_2+1)(2j_3+1)(2j_4+1)}{(1+\delta_{12})(1+\delta_{34})}} \\ &\times \{ h_J(j_1 j_2) h_J(j_3 j_4) [1 - (-1)^{J+T+\ell_3+\ell_4}] - K_J(j_1 j_2) K_J(j_3 j_4) \} \end{aligned}$$

$$[(1 + (-1)^T)] \{ [2T(2T+1) - 3] B + C \} \delta_{12} \delta_{34} \dots \dots (5)$$

إذ إن  $n_i$  تمثل عدد الأنماط القطرية للحالة  $j$ ،  $\ell$  عدد الكم المداري وان الأقواس

$$\begin{aligned} K_J(j j) &= \langle j_1 1/2 j_2 1/2 | J1 \rangle, \langle j_3 1/2 j_4 1/2 | J1 \rangle, \langle j_3 1/2 j_4 -1/2 | J0 \rangle, \langle j_1 1/2 j_2 -1/2 | J0 \rangle \\ h_J(j_1 j_2) &= (-1)^{j_2+\ell_2} \langle j_1 1/2 j_2 -1/2 | J0 \rangle, h_J(j_3 j_4) = (-1)^{j_4-\ell_4} \langle j_3 1/2 j_4 -1/2 | J0 \rangle \end{aligned}$$

ولتحديد قيم مستويات الطاقة المتهيجة من الضروري حساب عنصر المصفوفة الهاملتوني فعندما النيوكليونين بنفس الحالة الكمية  $\Psi_{JM}(jj)$  فان [16,11,9,8] :-

$$\langle \Psi_{JM}(jj) | H | \Psi_{JM}(jj) \rangle = 2\varepsilon_j + E_J \langle jj; jj \rangle \dots \dots (6)$$

حيث ان  $\varepsilon_j$  تمثل طاقة الجسيمة المفردة نسبة للقشرة المغلقة و  $E_J \langle jj; jj \rangle$  تمثل طاقة التفاعل عندما الجسيمتين يزدوجان بزخم زاوي كلي  $J$  (عنصر المصفوفة لاثنين من الجسيمات).

أما إذا كان النيوكليونين في حالتين مختلفتين  $\Psi_{JM}(j_1 j_2)$  و  $\Psi_{JM}(j_3 j_4)$  فيمكن وصف عنصر المصفوفة الهاملتوني للجسيمات في الغلاف الخارجي للترتيب النقي بالمعادلات الآتية:-

$$\langle H \rangle_{11} = \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{j_2} + E_J(j_1 j_2; j_1 j_2) \dots \dots (a-7)$$

$$\langle H \rangle_{22} = \varepsilon_{j_3} + \varepsilon_{j_4} + E_J(j_3 j_4; j_3 j_4) \dots \dots (b-7)$$

وعند حساب قيم مستويات الطاقة للترتيب المختلط تضاف المعادلة (7) إلى المعادلة الآتية :-

$$\langle H \rangle_{12} = \langle H \rangle_{21} = E_J(j_1 j_2; j_3 j_4) \dots \dots (8)$$

أما قيم مستويات الطاقة للنوى التي تحتوي على نيوكلونات مختلفة في نوعها (بروتون ونيوترون) وتحتل مدارات مختلفة فإنها تحسب وفقا للمعادلة الآتية [8]:-

$$\langle H \rangle = \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{j_2} + E_J(j_1 j_2; j_1 j_2) = \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{j_2} + \frac{1}{2} \{ (E_{J,T=0}(j_1 j_2; j_1 j_2) + E_{J,T=1}(j_1 j_2; j_1 j_2)) \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

### الحسابات والنتائج:- Calculations and Results

اعتمدت الدراسة في هذا البحث على ثلاث نوى تحتوي كل منها على نيوكلونين خارج القلب المغلق  $^{36}_{16}S_{20}$  وكل منها تحتل فضاء أنموذج يختلف عن الأخرى ، في نواة الاركون  $^{38}_{18}Ar_{20}$  بروتونين خارج القلب المغلق يشغلان فضاء الأنموذج  $(0d_{3/2}, 0f_{7/2})$  فحالات الزخم الزاوي الكلي المسموحة والتماثل لهذه لنواة ضمن فضاء الأنموذج المذكور تأخذ القيم الآتية:-

$$J^\pi = 2^+, 4^+, 6^+, 0^+, 2^-, 3^-, 4^-, 5^-$$

في حين ان نواة الكبريت  $^{38}_{16}S_{22}$  تمتلك نيوترونين تحتل القشرة  $(0f_{7/2})$  خارج القلب المغلق فحالات الزخم الزاوي الكلي المسموحة والتماثل ضمن هذه القشرة هي :-

$$J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$$

لنواة الكلور  $^{38}_{17}Cl_{21}$  الفردية النيوكلونات فان المستويات الواطنة يمكن أن توصف بالقلب المغلق مضافا إليها بروتون واحد في المدار  $(0d_{3/2})$  ونيوترون واحد في القشرة  $(0f_{7/2})$  وقيم الزخم الزاوي الكلي المسموحة ضمن هذا المدارات تتمثل بالقيم الآتية:-

$$J^\pi = 2^-, 3^-, 4^-, 5^-$$

لحساب قيم مستويات الطاقة للطيف النظري (مستويات الطاقة نسبة للحالة الأرضية) في كل حالة من حالات الزخم الكلي المسموحة ففي حالة النواتين  $^{38}S, ^{38}Ar$  نعتمد على قيم طاقات الجسيمة المفردة للبروتون  $\varepsilon_{0d_{3/2}}(p) = -7.875MeV$  و  $\varepsilon_{0f_{7/2}}(p) = -4.772MeV$  و للنيوترون  $\varepsilon_{0f_{7/2}}(n) = -4.304MeV$  كذلك اعتمدنا على القيم العددية لعناصر المصفوفة المحسوبة باستخدام جهد دلتا السطحي المحور  $\langle jj; jj \rangle E_J$  المتمثلة بتطبيق معادلة (5) والمبرمجة باستخدام برنامج حاسوب (Matlab 2010) ومن خلال تعويض قيم عنصر المصفوفة وطاقة الجسيمة المفردة في المعادلات (7) و(8) للنواتين  $^{38}S, ^{38}Ar$  على التوالي نحصل على القيم الذاتية لمستويات الطاقة وبأخذ قيم مستويات الطاقة نسبة للحالة الأرضية نحصل على مستويات الطاقة النهائية للطيف النظري والتي قورنت مع قيم الطيف التجريبي المتوفرة [18,17] للنواتين  $^{38}S, ^{38}Ar$  والمتمثلة بالجدولين (1) و(2) والموضحة بالشكلين (1) و(2) على التوالي .

في نواة  $^{38}Cl$  فعند حساب قيم مستويات الطاقة للطيف النظري لكل حالة من حالات الزخم الزاوي الكلي والتماثل المذكورة مسبقا نعتمد على قيمة طاقة الجسيمة المفردة للبروتون في المدار  $(0d_{3/2})$  وللنيوترون في القشرة  $(0f_{7/2})$  والمذكورة أعلاه كما ونعتمد على قيم عناصر المصفوفة بتطبيق المعادلة (5) كما ويمكن حساب قيم مستويات الطاقة لهذه النواة بتطبيق المعادلة (9) وبذلك نحصل على القيم النهائية لمستويات الطاقة نسبة للحالة الأرضية مع مقارنتها بقيم الطيف التجريبي المتوفرة [18,17] والمدرجة بالجدول (3) والتي يوضحها الشكل (3) .

جدول ( 1 ) : المقارنة بين قيم مستويات الطاقة للطيف النظري لنواة  $^{38}Ar$  نسبةً للحالة الأرضية والطيف التجريبي [18,17] باستخدام جهد دلتا السطحي المحور (MSDI) والمقابلة لقيم الزخم الزاوي الكلي والتماثل عندما بارامترات قوة التفاعل تأخذ القيم

$$A_1 \cong B = 0.6902MeV, C = 0$$

Pre .Res. g.s:– 17.606 MeV		Exp.Res. g.s: – 17.606 MeV	
$J^\pi$	$E(MeV)$	$J^\pi$	$E(MeV)$
$0_1^+$	0	$0^+$	0
$2_1^+$	2.063	$2^+$	2.167
$(2_2^-, 4_1^-)$	4.958	$(2^-)$	5.084
$0_2^+$	7.157	$(0^+)$	7.128
$3_1^-$	8.061	$(3^-)$	8.068
$2_3^+$	8.301	$(2^+)$	8.353
$4_2^+$	8.429	—	8.490
$6_1^+$	8.590	$(6^+)$	8.650
$5_1^-$	8.751	$(5^-)$	8.783

جدول ( 2 ) : المقارنة بين قيم مستويات الطاقة للطيف النظري لنواة  $^{38}S$  نسبةً للحالة الأرضية والطيف التجريبي [18,17] باستخدام جهد دلتا السطحي المحور (MSDI) والمقابلة لقيم الزخم الزاوي الكلي و التماثل عندما بارامترات قوة التفاعل تأخذ القيم

$$A_1 = 1.243MeV, B = 1.238MeV, C = 0$$

Pre .Res. g.s: –12.342 MeV		Exp. Res. g.s: – 12.342 MeV	
$J^\pi$	$E(MeV)$	$J^\pi$	$E(MeV)$
$0^+$	0	$0^+$	0
$2^+$	3.788	$(2^+)$	3.725
$4^+$	4.390	$(4^+)$	4.336
$6^+$	4.682	—	—

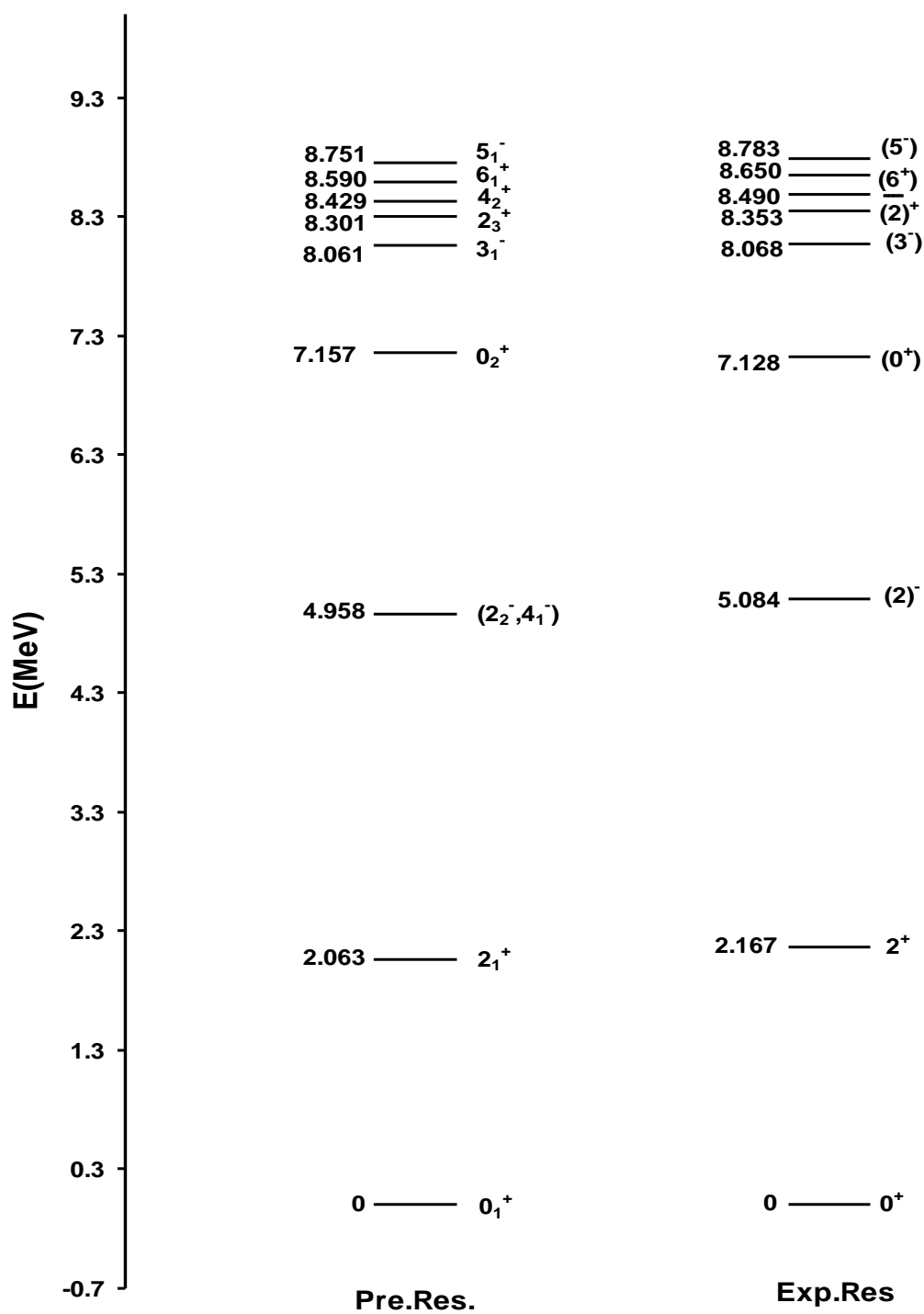
جدول (3) : المقارنة بين قيم مستويات الطاقة للطيف النظري لنواة  $^{38}Cl$  نسبةً للحالة الأرضية والطيف التجريبي [18,17] باستخدام جهد دلتا السطحي المحور (MSDI) والمقابلة لقيم الزخم الزاوي الكلي والتماثل عندما بارامترات قوة التفاعل تأخذ القيم

$$. A_0 = A_1 \cong B = 1.0526MeV, C = 0$$

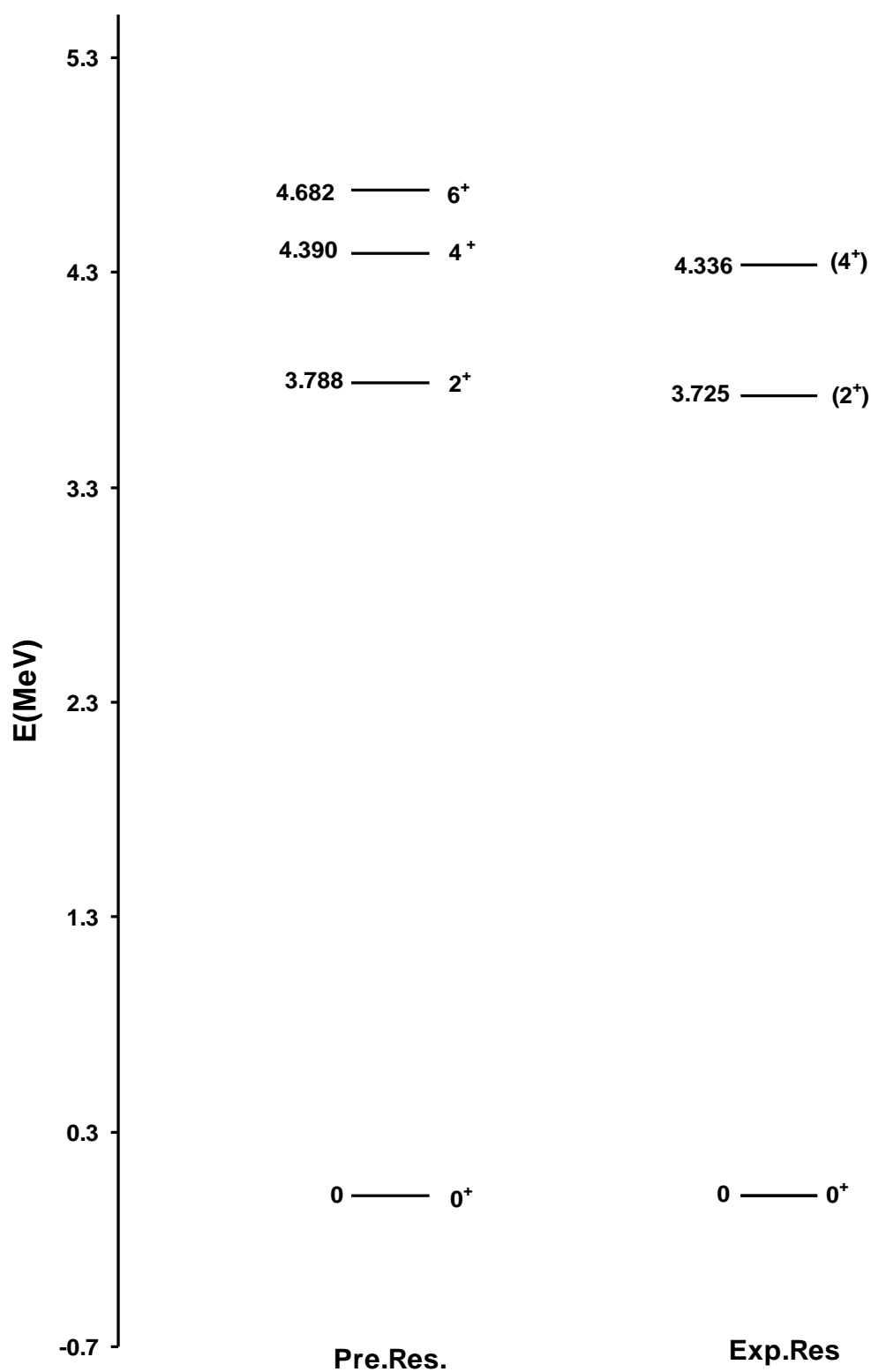
Pre .Res.		Exp .Res.	
g.s: – 13.983 MeV		g.s: – 13.983 MeV	
$J^\pi$	$E(MeV)$	$J^\pi$	$E(MeV)$
$2^-$	0	$2^-$	0
$5^-$	0.401	$5^-$	0.671
$3^-$	1.002	$3^-$	0.755
$4^-$	1.403	$4^-$	1.308

### المناقشة والاستنتاجات :- Discussion and Conclusions

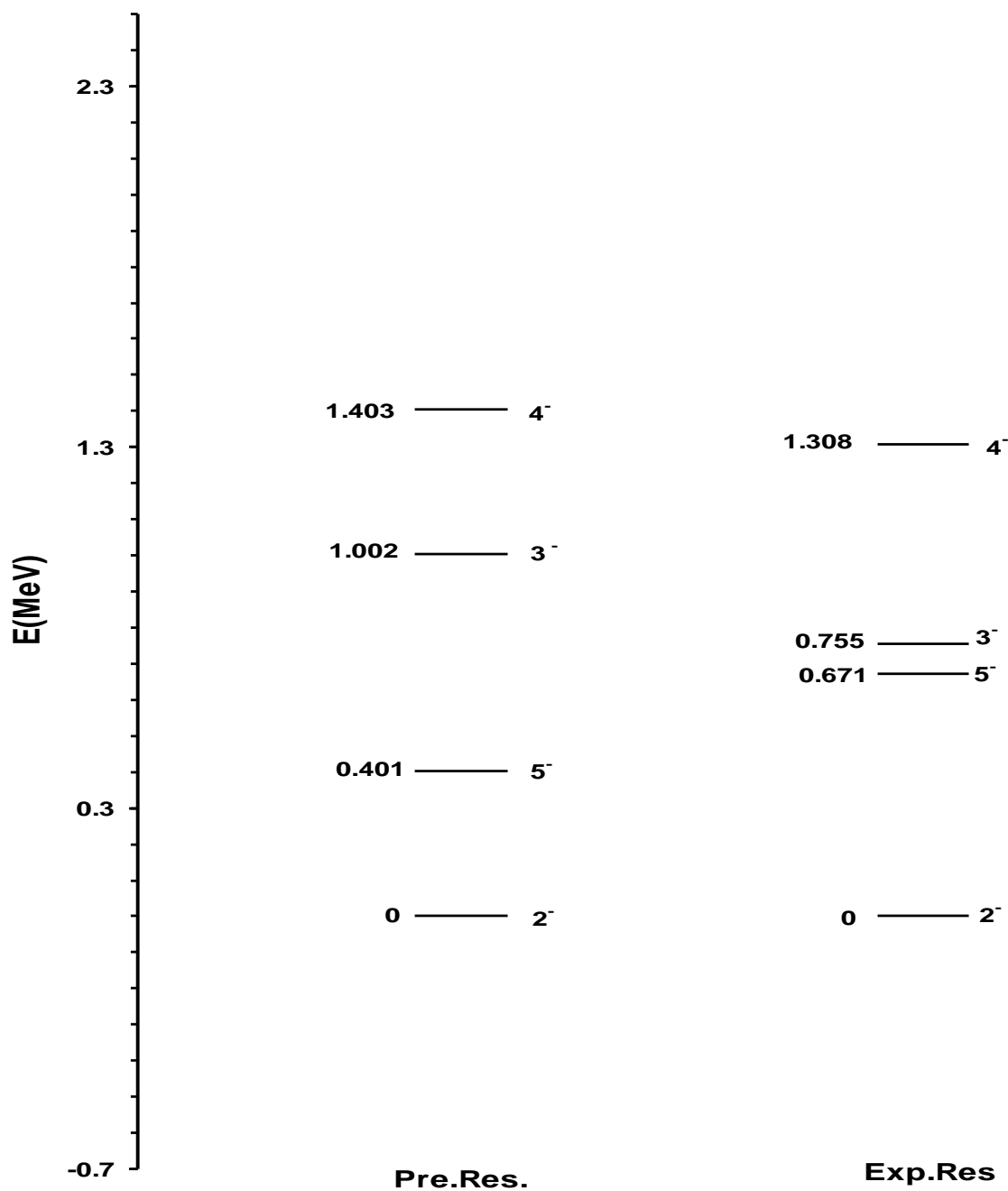
- من قيم مستويات الطاقة المتهيجة التي تم الحصول عليها نظريا للنوى التي تم اختيارها في البحث والتي تم مقارنتها بالقيم العملية المتوفرة والمرفقة في الجداول (1)،(2)،(3) والموضحة بالأشكال (1)،(2)،(3) يتبين ما يلي:-
- 1- لقد تم تأكيد الزخم الزاوي الكلي والتماثل لعدد كثير من مستويات الطاقة النظرية المحسوبة للنوى وكالاتي :-
    - أ- في نواة  $^{38}Ar$  تم تأكيد قيم الزخم الزاوي الكلي والتماثل للمستويات  $\{0_2^+, 3_1^-, 6_1^+, 5_1^-\}$  بقيمها العملية  $\{7.128, 8.068, 8.650, 8.783\} MeV$  من خلال تطابقها القريب للقيم النظرية  $\{7.157, 8.061, 8.301, 8.590, 8.751\} MeV$ ، أما مستويي الطاقة العملي  $2^-$  و  $2^+$  بالقيم  $MeV (5.084, 8.353)$  فقد تم تأكيد زخمها الزاوي الكلي فقط.
    - ب- في نواة  $^{38}S$  نلاحظ تأكيد الزخم الزاوي الكلي والتماثل لمستويي الطاقة العملي  $\{2^+, 4^+\}$  التي تخص القيم العملية  $MeV \{3.725, 4.336\}$  والتي تطابقت تطابقاً واضحاً مع القيم النظرية  $MeV \{3.788, 4.390\}$ .
  - 2- يتوقع تحديد الزخم الزاوي الكلي والتماثل بالقيمة  $4^+$  لمستوي الطاقة العملي  $8.490 MeV$  في نواة  $^{38}Ar$  من خلال تطابقها إلى حد كبير مع القيمة النظرية  $8.429 MeV$ .
  - 3- وجد ان هناك قيمة طاقة نظرية مقدارها  $4.682 MeV$  بزخم زاوي كلي وتماثل  $6^+$  لنواة  $^{38}S$  لم تقابلها أي قيمة عملية متوفرة .
  - 4- أما في باقي المستويات النظرية فقد لوحظ انه هناك تقارب مقبول بينها وبين المستويات العملية مثل المستوي  $2_1^+$  بالطاقة  $2.063 MeV$  لنواة  $^{38}Ar$  والمستويات  $(5^-, 3^-, 4^-)$  بالقيم  $MeV (0.401, 1.002, 1.403)$  بالنسبة لنواة  $^{38}Cl$ .
  - 5- نستنتج مما سبق أن نموذج القشرة النووي هو أنموذج ناجح لحساب النوى المختارة في الدراسة وباستخدام جهد دلتا السطحي المحور .



الشكل (1): يمثل طيف نواة  $^{38}\text{Ar}$  النظري بالمقارنة مع الطيف التجريبي [18,17] لكل حالة من حالات الزخم الزاوي الكلي والتماثل باستخدام جهد دلتا السطحي المحور .



الشكل (2) : يمثل طيف نواة  $^{38}\text{S}$  النظري بالمقارنة مع الطيف التجريبي [18,17] لكل حالة من حالات الزخم الزاوي الكلي والتماثل باستخدام جهد دلتا السطحي المحور .



الشكل (3) : يمثل طيف نواة  $^{38}\text{Cl}$  النظري بالمقارنة مع الطيف التجريبي [18,17] لكل حالة من حالات الزخم الزاوي الكلي والتمائل باستخدام جهد دلتا السطحي المحور .



المصادر References

- 1- T .Otuska , "Shell Structure of Exotic Nuclei" ,Lect. Notes Phys.764 ,P:1-25, (2009) .
- 2-A.D.Salman, Journal of Basrah Researches ((Sciences)) Vol. 38. No. 3.A,P: 1-7 , ( 2012 ).
- 3- L.Coraggio ,A.Covello , A.Gargano, N.Itaco and T.T.S.Kuo , "Progress in Particle and Nuclear Physics",62,P:135-182 ,(2009).
- 4- L.Coraggio ,A.Covello , A.Gargano,N.Itaco and T.T.S.Kuo,"Annals of Physics",327,P:2125-2151 ,(2012).
- 5- John lilly , "Nuclear Physics , Physics Principles and Application " ,John Wiley & Sons, Ltd,(2001).
- 6- N.A. Smirnova, A. De Maesschalck, A. Van Dyck and K. Heyde "arxiv :nucl-th/0402098",Vol.1,P: 1-12,(2004).
- 7-B.A.Martin,"Nuclear and Physics", John Wiley & Sons, Ltd ,(2006).
- 8- R.D Lawson, "Theory of the Nuclear Shell Model ",Clarendon Press, Oxford ,New York, (1980).
- 9- J .Kiryluk," Lectures in Nuclear Physics" , Department of Physics and Astronomy, Stony Brook University,(2012).
- 10-A. Alex Brown," Lecture Notes in Nuclear Structure Physics", P:1-289,(2005).
- 11- A.K. Hasan, F.H .Obeed ,J.Kerbala University , 9,No 3,P:227-238,(2011).
- 12-P.J. Brussaard, P.W.M. Glaudemans , " Shell Model Application In Nuclear Spectroscopy ",North –Holl and Publishing Company, (1977).
- 13-P.W.M.Glaudemans,P.J.Brussaard and B.H.Wildenthal ,Nucl.Phy.A,Vol.102,P:593- 601,(1967).
- 14-A.H.Khan,"Proton Transfer Study of Low –Lying State of La-136" , Ph.D .Thesis, McMaster university,(1977).
- 15- A. H. T. AL-Bayati, Acta Physics Poloniga .B, Vol.41,No.6,P:1327-1338, ( 2010).
- 16- A.K. Hasan and F.H .Obeed ,J.Kufa.Phys, Issue :2077-5830 ,P:51-62,(2010).
- 17- J.A.Cameron ,J.Chen and B.Singh," Nucl Data Sheets",Vol. 113. No. 365,(2012).
- 18- J.A.Cameron and B.Singh," Nucl Data Sheets", Vol .109,No.1,(2008).