تحديد أفضل حيز لتواجد معلمة المواءمة عند استخدام التنقية لتقدير نماذج الانحدار الذاتي

الأستاذ الدكتور صلاح حمزة عبد
قسم الإحصاء – الجامعة المستنصرية
abidsalah@gmail.com

المدرس الدكتور ابتسام عبد ناصر
قسم الإحصاء – الجامعة المستنصرية

I- المقدمة

تعد طريقة التنقية المواءمة (Adaptive Filtering) والتي يرمز لها اختصار بالحرفين (A.F) من اهم طرائق بناء السلاسل الزمنية ذوات عدد المشاهدات الصغير والمتوسط ، هذه الاهمية تكمن في نقطتين اساسيتين، الاولى، هي كون هذه الطريقة تعتمد على اسلوب الانحدار السريع في الوصول الى المعالم المثلى والتي بدورها تجعل متوسط مربعات الخطأ اقل ما يمكن، اذ ان هذا الاسلوب يمكن من خلاله الوصول الى نقطة على سطح منحني بحيث تكون قيمة متوسط مربعات الخطأ عند تلك النقطة اقل ما يمكن وذلك من خلال التحرك بصورة تنازلية نحو اسفل السطح المنحني بالاعتماد على قيم المعلمة الجديدة ، اما النقطة الثانية فتتمثل بان القيم الابتدائية التي تبدأ عندها هذه الطريقة يفترض تقديرها باحد اساليب التقدير الجيدة كان تكون طريقة المربعات الصغرى او طريقة العزوم او طريقة الامكان الاعظم، لذلك فان هذه الطريقة تضفي جودة فوق جودة المعالم التي ابتدأت عندها، ان طريقة التنقية المواءمة تتضمن حساب تنقيح معالم الانموذج الخليط للانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة من خطأ التنبؤ وذلك باضافة حد مكون من الخطأ العشوائي للفترة (t) مضروب في نفس ذلك ولكن للفترة (t-i) مضروب في معلمة تحدد سرعة الوصول الى المعالم المثلى هذه المعلمة تدعى بمعلمة التمهيد k، اذ يطرح هذا الحد من قيمة الحد نفسه الذي يحتوي المعلمة القديمة لنحصل على قيمة جديدة للمعلمة تستخدم في التنفية مرة اخرى وبالطريقة نفسها.

ان عملية اختيار معلمة التمهيد تلعب دورا مهما" في عملية الوصول الى المعالم المثلى التي يكون عندها قيمة متوسط مربعات الخطأ اقل ما يمكن، لذلك فان قيمة هذه المعلمة يجب ان تحدد بشكل جيد ودقيق ، اذ انه في الحقيقة لايمكن اعطاء قيمة محددة لهذه المعلمة لان قيمتها تعتمد على البيانات المبنى على وفقها النموذج . مما يجدر ذكره ان هذه الطريقة تفترض تغير المعالم من فترة لاخرى، الامر الذي جعل من الممكن على وفق هذه الطريقة التكيف مع التغيرات التي تحصل على نمط البيانات وذلك بواسطة تحديد معالم النموذج من فترة الى اخرى والتي بالتاكيد تكون افضل من المعالم الثابتة على المدى الطويل . ان محور دراستنا في هذا البحث يدور حول معلمة التمهيد وتقليص حد تواجدها .

يعد الباحثان Holff , Widro أول من اقترحا طريقة التنقية المواءمة (A.F) ففي عام ١٩٦٦ قام هذان الباحثان بنشر اول بحث يتعلق بهذه الطريقة في جامعة ستانفورد تم فيه توضيح الاسس النظرية التي قامت عليها طريقة التنقية المواءمة (A.F) ومجالات استخدام هذه الطريقة . من اهم الانتقادات التي وجهت لطريقة التنقية المواءمة كان من قبل الباحثين Newbold و Chatfield وذلك في عام ١٩٧٤ اذ يرى هذا ان الباحثان ان الطريقة غير قادرة على تحديد عدد التكرارات ، وكذلك غير قادرة على اعطاء قيمة معينة لمعلمة التمهيد (k) الذي من شأنه زيادة او نقصان عدد التكرارات اللازمة للوصول الى اقل متوسط مربعات الخطأ .

في عام ١٩٧٦ اجرى الباحثان Ledolter و Khal دراسة تجريبية اثبتا فيها جودة أداء طريقة التنقية المواءمة تعتمد على نقطتين اساسيتين تتمثل الاولى بالقيمة المناسبة لمعلمة التمهيد (k) أما الثانيه فتتمثل بالوقت المستقبلي المراد التنبؤ له . اما في عام ١٩٨٧ فقد قام الباحث Shelton بدراسة تجريبية لطريقة التنقية المواءمة، وذلك بعمل تحوير على هذه الطريقة ، حيث اخذ عدة قيم لمعلمة التمهيد (k) واستنتج بان سبب اختلاف نتائج البحوث التي درست هذه الطريقة يعود الى اختيار قيمة لمعلمة التمهيد (k) ، واثبت ان التحوير الذي اجراه على الطريقة يعطي نتائج افضل من الاسلوب

المقترح من قبل Wheelwright و Makidkis لتحديد قيمة هذا الثابت . في العام 1994 اجرى الباحث Kouritzin دراسة نظرية لطريقة التنقية الموائمة من خلال معلمة التمهيد (k) عندما تكون قيم هذا الثابت صغيرة جداً وعندما تقترب من الصفر وللحالات العشوائية وغير العشوائية للعمليات المستقرة في محاولة لتحديد هذا الثابت ضمن حدود معينة . في عام (٢٠٠٧) قام كل من Airizzo و Iqbal و Alhabsi باستخدام التقريب العشوائي المتعاقب الآني لدعم التنقية الموائمة وذلك من خلال تقدير زاوية الميل الخاصة باتجاه حركة التقدير على وفق معيار متوسط مربعات الخطأ . لقد أوضحت نتائج المحاكاة جودة الطريقة المقترحة من قبل هؤلاء الباحثين على وفق مجموعة من الفروض والشروط التي وضعاها .

I.1- اهمية وهدف البحث

بعد التقديم لموضوع بحثنا والادبيات نلاحظ بان حيز معلمة الموائمة قد اخذ من اهتمام الباحثين اللذين تناولوا طريقة التنقية الموائمة الشيء القليل على الرغم من اهمية تلك المعلمة في سرعة الوصول لتوصيف انموذج يمثل الظاهرة المدروسة كسلسلة زمنية وما قد يترتب على ذلك من جوانب ذات اهمية كبرى قد يحتاجها المستفيد فاتخاذ قرار سريع في مسألة ما مثلا، بناء على ذلك ارتأينا في هذا البحث اجراء دراسة شاملة حول هذه الموضوع، اذ لايخفى على المتتبع لطريقة التنقية الموائمة في السلاسل الزمنية اهمية هذا الموضوع، فجاء **هدف بحثنا ليتمثل، بتحديد أكثر دقة لأفضل حيز جزئي** من ضمن حيز معلمة الموائمة ، يحتوي تلك المعلمة التي على وفقها نحصل على النتائج المرجوة باستخدام طريقة التنقية الموائمة، وذلك لعملية الانحدار الذاتي . لقد تم استخدام التجريب لغرض الوصول لهدف بحثنا هذا .

II- طريقة التنقية الموائمة لتقدير معلمات نماذج الانحدار الذاتي

لنفترض ان السلسلة الزمنية $x_1, x_2, ..., x_T$

تخضع لانموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p ، $AR(p)$ ، على وفق الصيغة ،

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + ... + \phi_q X_{t-q} + a_t \quad ----(1)$$

ان خوارزمية التنقية الموائمة تتم على وفق طريقة الانحدار السريع (steepest descent) ، التي تقوم على اساس البدء من نقطةٍ ما على سطح متوسط مربعات الخطأ على وفق قيم ابتدائية للمعالم المراد تقديرها ، ومن ثم التحرك بأتجاه قعر السطح باسلوبٍ تكراري حتى نصل الى اقل قيمة ممكنة لمتوسط مربعات الخطأ ، تكون القيم التقديرية للمعالم عندها هي المطلوبة . ان المعادلة التي تستخدم تكراريا" لتحقيق ذلك هي [6]،

$$\phi_i^{/} = \phi_i - k\ \overline{\nabla \underline{a}^2} \qquad ----(2)$$

حيث ان $\phi_i^{/}$ و ϕ_i تمثلا على التوالي القيمة التقديرية اللاحقة والسابقة للمعلمة i في النموذج (١) ، وان k عبارة عن معلمة الموائمة ، وان $\overline{\nabla \underline{a}^2}$ عبارة عن متجه مشتقة مربع بواقي انموذج الانحدار الذاتي بالنسبة للمعلمة ϕ_i .

والآن ، فانه باعادة كتابة المعادلة رقم (١) لتكون ،

$$a_t = X_t - \phi_1 X_{t-1} - X_2 a_{t-2} - ... - X_q a_{t-q} \quad ----(3)$$

فان ،

$$\frac{\partial a_t^2}{\partial \phi_i} = 2 a_t \frac{\partial a_t}{\partial \phi_i} = -2 a_t X_{t-i} \qquad ----(4)$$

حيث ان $\frac{\partial a_t}{\partial \phi_i} = -X_{t-i}$. بناء" على ذلك يكون ، $\overline{\nabla \underline{a}^2} = -2 a_t X_{t-i}$ ، وبالتعويض في المعادلة رقم (٢) ، فانه يمكن الحصول على الصيغة التالية التي يمكن اعتمادها عمليا" للحصول على تقديرات التنقية الموائمة تكراريا" [7]،

$$\phi_i^{/} = \phi_i + 2k\ a_t\ X_{t-i} \qquad ----(5)$$

ان اختيار القيم الابتدائية للمعالم يلعب دورا" كبيرا" في سرعة الوصول لامثل القيم عند استخدام طريقة التنقية الموائمة في التقدير . لقد اقترح الباحثان Wheelwright و Makridakis ان يتم استخدام تقديرات يل – وولكر لمعالم النموذج قيد الاهتمام كقيم ابتدائية . ان هذا هو ما سنفعله في هذا البحث .

ان ايجاد تقديرات معالم انموذج الانحدار الذاتي على وفق طريقة يل – وولكر ، يتم من خلال دالة الارتباط الذاتي التالية صيغتها ، لسلسلة تخضع لهذا الانموذج ،

$$\rho_s = \phi_1\,\rho_{s-1} + \phi_2\,\rho_{s-2} + \ldots + \phi_s\,\rho_{s-p} \qquad ----(6)$$

حيث ان $\phi_0 = 1$. اذ يتم التعويض بدل معاملات الارتباط الذاتي ρ_s بمعاملات الارتباط الذاتي المقدرة من السلسلة موضح البحث $\hat{\rho}_s$ وعن s بـ $s = 1,2,\ldots,p$ لنحصل على p من المعادلات الآنية التي تحتوي على (p) من المجاهيل ، وبحل هذه المعادلات الآنية فاننا سوف نحصل على تقدير المعلمات ϕ_i $(i = 1,2,\ldots,p)$ لتكون عبارة عن القيم الابتدائية عند تطبيق طريقة التنقية الموائمة في التقدير .

ان المعادلة (٥) توضح آلية عمل اسلوب الانحدار السريع حيث ان قيم المعالم الجديدة تساوي قيم المعالم القديمة مطروحا منها التعديل المكون من ضعف حاصل ضرب خطأ التنبؤ (a_t) في ($-X_{t-i}$) في معلمة التنقية (k) التي تقع عموما" بين الصفر و $1/p$ [6].

ان اختيار افضل قيمة لمعلمة التنقية k سيجعل من الوصول للقيم النهائية المثلى للمعالم اكثر سرعة ، علما بان اختيار قيمة ل k اصغر من قيمتها التي يجب ان تكون عليها سيجعل من عملية الوصول للمعالم المقدرة المثلى بطيئة، بمعنى ان عملية تقليص متوسط مربعات الخطأ ستكون بطيئة ، كما ان اختيار قيمة لمعلمة التنقية k اكبر من القيمة التي يجب ان تكون عليها، قد يؤدي الى تجاوز القيمة الصغرى لمتوسط مربعات الخطأ .

ان عملية اختيار معلمة التنقية k والتي تصل بنا الى القيم المقدرة باسرع ما يمكن على وفق هذه الطريقة ، قد نشرت حولها العديد من البحوث التي تتضمن وجهات نظر واتجاهات مختلفة حيث ذكر Widrow عام ١٩٦٦ مثلا ان قيمة معلمة التنقية k هي في الحدود $0 < k < 1/\lambda_{\max}$ ، حيث ان قيمة $\lambda_{\max}$ هي القيمة القطرية العليا لمصفوفة الارتباطات بين X_t و X_{t-i} $(i = 1,2,\ldots,q)$. اما Makridakis و Wheelwrighl [٦] فقد ذكرا عام ١٩٧٧ و بان تحديد قيمة (k) وفقا لاقتراح Widrow اعلاه هو غير عملي وانه يمكن اختيار قيمة لمعلمة التنقية k بحيث تقع في الفترة $0 < k < 1/p$ بالنسبة لنموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p . في عام ١٩٧٨ عاد نفس الباحثين Makridakis و Wheelwrighl [٧] ليقترحا الفترة $0 < k < 1/\sum_{i=t-p}^{t-1} X_i^2$ لتظم معلمة التنقية k .

الباحث Stoodly عام ١٩٨٢ [٩] ، بيّن بان التحيز في قيم المعالم المقدرة بهذه الطريقة يعتمد بشكل كبير على قيمة معلمة التنقية k وان المعالم المقدرة هي دالة بدلالة k . كما بين الباحث carlsoon [٢] عام ١٩٨٤ بان قيمة (k) يجب ان تكيف حسب السلسلة الزمنية حيث تعتمد بشكل كبير على بيانات وسلوك السلسلة الزمنية . الباحث Shelton [٨] عام ١٩٨٤ قام بدراسه تجريبية حول الثابت (k) ، فتوصل الى ان قيمة (k) تختلف من تطبيق لاخر ومن تجريب لاخر ، وانه ليس هناك ما يحكم تحديدها بشكل دقيق .

ان جميع الحدود المقترحة التي اعطيت لمعلمة التنقية (k) هي صحيحة وان الاختبارات المختلفة حول المعلمة (k) اعتمادا" على تلك الحدود هي صحيحة ايضا ، الا انها تختلف من حيث سرعة الوصول الى النتائج النهائية ، فأتجه الباحثون لبحث تلك المسالة لهدفين ، اولهما يتمثل بتقليص الحدود التي تقع ضمنها قيمة معلمة التنقية k ، اما الهدف الآخر فيتمثل بالوصول الى حدود مقبولة من ناحية التطبيق العملي ، والفروض التي تقوم عليها المسألة .

III- الدراسة التجريبية

سبق وعرفنا حيز تواجد معلمة التنقية k بالشكل $0 < k < 1/\sum_{i=t-p}^{t-1} X_i^2$ ، وذلك اذا خضعت السلسلة الزمنية لعملية الانحدار الذاتي من الدرجة p ، فاذا قمنا بتقسيم الحيز $0 < k < 1/\sum_{i=t-p}^{t-1} X_i^2$ الى عشرة اجزاء متساوية تفصل بينها النقاط $j/10\sum_{i=t-q}^{t-1} X_i^2$ $(j = 1,2,...,9)$ فانه قد تم بناء تجربة المحاكاة التالية فروضها ومواصفاتها لغرض تحقيق هدف هذا البحث ،

(١) تم استعمال انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p، والموصوف في المعادلة (١) وكما يلي:

a – انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى، أي انموذج ماركوف على وفق الصيغة $X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t$ اذ تم اخذ قيم مختلفة للمعلمة ϕ_1، منها ما تجعل السلسلة الزمنية الخاضعة لهذا الانموذج مستقرة $(\phi_1 = -0.1,-0.5,0.9)$ومنها ما تجعل السلسلة الزمنية الخاضعة لهذا الانموذج غير مستقرة $(\phi_1 = -1.1,1.2)$ومنها ما تجعل تلك السلسلة حدية $(\phi_1 = 1,-1)$.

b– انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية،أي انموذج يل ، على وفق الصيغة $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t$ اذ تم اخذ زوجي قيم مختلفة للمعلمتين ϕ_1 و ϕ_2، الزوج الاول يجعل السلسلة الزمنية الخاضعة لهذا النموذج مستقرة $\phi_1 = 0.3, \phi_2 = 0.4$، اما الزوج الثاني فهو الذي يجعل تلك السلسلة غير مستقرة $\phi_1 = 0.5, \phi_2 = 0.7$.

c– انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثالثة، على وفق الصيغة $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + a_t$ ، اذ تم اخذ زوجي قيم مختلفة للمعلمات ϕ_1 و ϕ_2 و ϕ_3، الزوج الاول منها هو ما يجعل السلسلة المولدة على وفق هذا الأنموذج مستقرة $\phi_1 = 0.3 , \phi_2 = 0.46 , \phi_3 = -0.024$، اما الزوج الثاني فهو الذي يجعل السلسلة غير مستقرة $\phi_1 = 0.9 , \phi_2 = 0.46 , \phi_3 = -0.12$.

(٢) تم استعمال حجوم السلاسل الزمنية التالية $T = 7,15,50,100,250$ ، اذ توزعت تلك الاحجام مابين الصغيرة $T = 7,15$ والمتوسطة $T = 50$ والكبيرة $T = 100, 250$.

(٣) تم افتراض خضوع حد الخطأ العشوائي للتوزيع الطبيعي القياسي .

(٤) تم اجراء تجريبات مختلفة لجميع التوافيق الممكنة للفروض الواردة اعلاه، وبحجم مكرر مقداره R=1000 لكل مرة.

(٥) نسبة الخطأ المسموح بها ما بين تقدير معين والذي يليه للوصول لافضل تقدير هو عبارة عن ε=0.00001 او اقل منها.

(٦) لغرض تحري هدف بحثنا، فقد تم استعمال المعيارين التاليين ، (a) معدل عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير على وفق الطريقة التنقة الموائمة. (b) معدل الوقت المستغرق للوصول لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة.

III.1- تحليل نتائج التجريب

سيتم في هذه الفقرة مناقشة النتائج التي تم الحصول عليها بعد تنفيذ تجربة المحاكاة الواردة تفاصيلها في الفقرة السابقة ، علما بان النتائج هي المذكورة في الجدول من (١) ولغاية (٩) والواقعة في متن هذه الفقرة حسب الحاجة اليها.

جدول رقم (١) : يتمثل فيه معدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير في حالة النموذج AR(1)

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	-0.1	25.417	22.231	19.319	17.003	15.917	15.429	9.661	4.317	5.821
	-0.5	21.404	18.552	14.279	11.729	8.412	5.929	5.111	2.511	3.917
	-1	5.718	3.901	2.812	2.433	3.612	8.009	14.103	14.921	20.007

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	-1.1	17.222	14.109	12.025	8.536	9.442	11.116	15.421	15.981	19.420
	0.9	3.622	1.017	0.925	2.617	2.929	5.417	7.181	8.116	9.920
	1	20.125	17.002	14.907	14.331	12.706	8.012	7.811	11.517	18.111
	1.2	21.122	19.002	18.667	11.565	10.691	12.212	14.719	28.003	30.906

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	-0.1	47.870	41.866	36.364	32.047	29.954	29.074	18.143	8.130	10.909
	-0.5	40.276	34.939	26.855	22.085	15.813	11.172	9.555	4.718	7.361
	-1	10.745	7.300	5.284	4.567	6.752	15.049	26.574	28.054	37.641
	-1.1	32.389	26.531	22.671	16.020	17.795	20.942	29.055	30.077	36.559
	0.9	06.821	1.846	1.728	4.915	5.514	10.132	13.486	15.244	18.658
	1	37.907	32.053	28.085	26.950	23.886	15.084	14.678	21.709	34.089
	1.2	39.802	35.812	35.125	21.801	20.117	22.943	27.725	52.781	58.223

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	-0.1	77.529	67.870	58.938	51.868	48.527	47.121	29.544	13.244	17.758
	-0.5	65.338	56.616	43.634	35.770	25.757	18.137	15.697	7.693	12.029
	-1	17.515	11.911	8.663	7.479	11.071	24.482	43.040	45.484	61.012
	-1.1	52.554	43.053	36.679	26.123	28.848	33.988	47.012	48.802	59.284
	0.9	11.159	3.108	2.833	8.075	8.990	16.585	21.932	24.847	30.242
	1	61.433	51.915	45.494	43.716	38.768	24.472	23.865	35.171	55.218
	1.2	64.450	57.992	56.978	35.305	32.696	37.234	44.870	85.455	94.236

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	-0.1	149.918	131.186	113.954	100.304	93.836	91.044	57.026	25.361	34.228
	-0.5	126.297	109.399	84.246	69.164	49.631	34.995	30.050	14.755	23.013
	-1	33.751	22.908	16.485	14.353	21.247	47.224	83.204	88.024	118.078
	-1.1	101.537	83.168	70.958	50.365	55.595	65.565	91.023	94.298	114.525
	0.9	21.252	6.002	5.319	15.440	17.286	31.973	42.388	47.903	58.538
	1	118.692	100.228	87.959	84.494	74.927	47.264	46.010	67.855	106.800
	1.2	124.634	112.151	110.137	68.230	63.061	71.966	86.836	165.277	182.378

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	-0.1	218.942	191.571	166.529	146.589	137.242	133.028	83.322	37.251	50.145
	-0.5	184.371	159.797	122.996	101.026	72.607	51.208	44.093	21.791	33.736
	-1	49.371	33.604	24.352	20.973	31.125	69.024	121.526	128.567	72.320
	-1.1	148.476	121.623	103.582	73.605	81.480	95.857	132.926	137.755	167.372
	0.9	31.292	8.759	8.095	22.604	25.374	46.775	61.987	69.967	85.449
	1	173.385	146.453	128.497	123.547	109.456	69.126	67.352	99.202	156.014
	1.2	182.010	163.802	160.898	99.640	92.138	105.270	126.798	241.182	266.302

جدول رقم (٢) : يتمثل فيه معدل عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير في حالة النموذج AR(1)

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	-0.1	558.845	488.899	424.828	373.850	350.045	339.179	212.466	94.900	127.947
	-0.5	470.690	407.903	313.981	257.871	184.875	130.297	112.286	55.096	86.065
	-1	125.664	85.764	61.796	53.396	79.354	176.050	310.087	328.085	439.927

T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	-1.1	378.676	310.150	264.385	187.597	207.555	244.370	339.117	351.336	427.065
	0.9	79.610	22.364	20.318	57.426	64.365	119.052	157.802	178.471	218.024
	1	442.592	373.792	327.773	315.104	279.389	176.080	171.650	253.170	398.248
	1.2	464.416	417.841	410.466	254.253	235.008	268.543	323.641	615.748	679.613
T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	-0.1	1025.081	896.665	779.136	685.810	642.008	622.332	389.705	174.238	234.778
	-0.5	863.260	748.201	575.959	473.066	339.267	239.214	206.149	101.333	157.994
	-1	230.629	157.399	113.485	98.257	145.676	323.102	568.845	601.769	806.931
	-1.1	694.578	569.105	485.074	344.350	380.887	448.317	622.041	644.619	783.178
	0.9	146.209	41.153	37.358	105.677	118.256	218.490	289.656	327.398	400.150
	1	811.725	685.708	601.257	578.059	512.505	323.155	315.104	464.565	730.448
	1.2	851.882	766.415	752.844	466.468	431.237	492.603	593.711	1129.360	1246.461
T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	-0.1	2067.961	1808.751	1571.868	1383.401	1295.033	1255.343	786.074	351.271	473.653
	-0.5	1741.502	1509.471	1161.760	954.334	684.417	482.475	415.845	204.304	318.773
	-1	465.254	317.469	228.789	197.990	293.889	651.675	1147.486	1214.005	1627.812
	-1.1	1401.259	1147.907	978.411	694.576	768.274	904.482	1254.682	1300.217	1580.068
	0.9	294.793	82.753	75.295	212.958	238.339	440.778	584.286	660.340	807.171
	1	1637.379	1383.255	1212.891	1165.956	1033.765	651.894	635.496	937.092	1473.530
	1.2	1718.554	1546.062	1518.789	941.019	869.828	993.628	1197.552	2278.372	2514.516
T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	-0.1	2509.057	2194.548	1907.029	1678.484	1571.296	1523.106	953.703	426.214	574.657
	-0.5	2112.828	1831.307	1409.618	1157.788	830.444	585.376	504.590	247.923	386.735
	-1	564.496	385.146	277.657	240.188	356.558	790.658	1392.163	1472.963	1975.004
	-1.1	1700.117	1392.746	1187.004	842.608	932.124	1097.326	1522.319	1577.542	1917.077
	0.9	357.622	100.413	91.361	258.425	289.211	534.773	708.905	801.189	979.295
	1	1986.604	1678.355	1471.603	1414.631	1254.286	790.938	771.039	1136.969	1787.809
	1.2	2085.014	1875.737	1842.749	1141.613	1055.370	1205.516	1452.944	2764.329	3050.815
T	ϕ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	-0.1	3233.247	2827.988	2457.573	2162.908	2024.829	1962.686	1228.993	549.150	740.491
	-0.5	2722.790	2359.986	1816.454	1492.026	1070.092	754.295	650.244	319.413	498.387
	-1	727.461	496.335	357.746	309.547	459.476	1018.829	1794.007	1898.133	2545.087
	-1.1	2190.849	1794.810	1529.695	1085.902	1201.165	1414.067	1961.708	2032.864	2470.323
	0.9	460.841	129.402	117.783	333.006	372.638	689.085	913.548	1032.509	1261.960
	1	2560.083	2162.797	1896.359	1822.994	1616.273	1019.191	993.623	1465.025	2303.868
	1.2	2686.824	2417.258	2374.542	1471.198	1360.003	1553.492	1872.393	3562.160	3931.434

(a) بالنسبة لا نموذج ماركوف (١) AR

يتضح من الجداول المرقمة١ و٢ و٣ ما يلي:-

١- عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف (ϕ = - ٠.١, -٠.٥) بمعنى ان السلسلة المولدة مستقرة بمعلمة سالبة القيمة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الثامنة والتاسعة من القيم التي قسم لها حيز المعلمة الموائمة (k)، وذلك على وفق معياري معدل عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق للوصول للتقدير(كأقصر وقت مستغرق، ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T)

هذا ومن الجدير بالذكر بان (a) معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير قد عكسا سرعة الوصول عن قيمة(ϕ = -٠.٥) افضل مما لقيمة (ϕ= -٠.١)

(b) هناك ميل واضح لافضلية النتائج عند الاقتراب من القيمة الثامنة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة التاسعة.

جدول رقم (٣) : يتضح فيه افضل حيز جزئي من ضمن قيم حيز معلمة الموائمة (k) التي على وفقها نحصل على النتائج الموجودة وفقا لطريقة التنقية الموائمة على اساس معياري عدد الدورات ومعدل الوقت المستغرق للوصول للتقدير وذلك لانموذج ماركوف (١)AR

ϕ	T

	٧	١٥	٥٠	١٠٠	٢٥٠
−٠.١	← ٨,٩	← 8,9	← 8,9	← 8,9	← 8,9
−٠.٥	← 8,9	← 8,9	← 8,9	← 8,9	← 8,9
−١	→ 3,4	→ 3,4	→ 3,4	→ 3,4	→ 3,4
−١.١	← 4,5	← 4,5	← 4,5	← 4,5	← 4,5
٠.٩	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3
١	→ 6,7	→ 6,7	→ 6,7	→ 6,7	→ 6,7
١.٢	→ 4,5	→ 4,5	→ 4,5	→ 4,5	→ 4,5

ملاحظة(١) اتجاه السهم يشير الى افضلية النتائج المشتركة ملاحظة (٢) ٠.٥− و ٠.١−

٢− عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف (ϕ = −١) بمعنى ان السلسلة المولدة حدية بمعلمة سالبة القيمة، فانه قد تم الوصول لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الثالثة والرابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري معدل عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) معدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T)

وهناك ميل واضح لافضلية النتائج عند الاقتراب من القيمة الرابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الثالثة.

٣− عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف(ϕ = −١.١) بمعنى ان السلسلة المولدة غير مستقرة بمعلمة سالبة القمة، فإنه قد تم الوصول لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الرابعة والخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T) وهناك ميل واضح لافضلية النتائج عند الاقتراب من القيمة الرابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الخامسة.

٤− عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف(ϕ =٠.٩) بمعنى ان السلسلة المولدة مستقرة بمعلمة موجبة القيمة فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الثانية والثالثة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري معدل عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T) وهناك ميل واضح لاتجاه جودة النتائج للقيمة الثالثة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الثانية.

٥− عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف (ϕ=١)بمعنى ان السلسلة المولدة حدية بمعلمة موجبة القيمة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين السادسة والسابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠،

T = ٧ ،١٥) وهناك ميل واضح لاتجاه جودة النتائج للقيمة السابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة السادسة .

٦- عند كون القيمة الفعلية لمعلمة انموذج ماركوف AR(١) (ϕ=١.٢) بمعنى ان السلسلة المولدة غير مستقرة بمعلمة موجبة القيمة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الرابعة والخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، T = ٧) وهناك ميل واضح لاتجاه جودة النتائج نحو القيمة الخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الرابعة.

جدول رقم (٤) : يتمثل فيه الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير في حالة النموذج AR (2)

T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	0.3	0.4	8.925	7.918	7.022	8.414	10.472	12.525	12.981	13.617	14.075
	0.7	0.5	15.655	13.417	11.121	10.667	10.372	13.622	15.128	17.091	20.002
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	0.3	0.4	16.855	14.947	13.303	15.894	19.762	23.664	24.545	25.732	26.645
	0.7	0.5	29.602	25.394	21.033	20.195	19.577	25.766	28.662	32.360	37.866
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.3	0.4	27.893	24.742	21.963	26.312	32.634	39.093	40.500	42.473	43.875
	0.7	0.5	48.844	41.863	34.714	33.331	32.394	42.488	47.206	53.260	62.398
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0.3	0.4	53.581	47.574	42.122	50.532	62.866	75.217	77.979	81.705	84.465
	0.7	0.5	94.004	80.539	66.722	64.029	62.211	81.763	90.867	102.640	120.132
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	0.3	0.4	76.088	67.611	59.845	71.829	89.303	106.788	110.725	116.051	120.048
	0.7	0.5	133.496	114.417	94.821	91.015	88.418	116.116	128.969	145.726	170.563

(B) بالنسبة لانموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية AR(2)

يتضح من الجداول المرقمة ٤ و٥ و٦ ما يلي

١- عند كون القيمة الفعلية لمعلمتي انموذج AR(2) (ϕ_1=٠.٣ ، ϕ_2 =0.4) بمعنى ان السلسلة المولدة مستقرة بمعلمتين موجبتي القيمة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الثانية والثالثة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، T=٧) وهناك ميل واضح لجودة النتائج نحو القيمة الثالثة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الثانية.

جدول رقم (٥) :يتمثل فيه عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير في حالة النموذج AR(2)

T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	0.3	0.4	39.375	34.964	30.969	37.159	46.214	55.293	57.283	60.094	62.137
	0.7	0.5	69.095	59.248	49.090	47.096	45.798	60.121	66.812	75.475	88.331
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	0.3	0.4	80.229	71.177	63.066	75.591	94.123	112.557	116.679	122.426	126.511
	0.7	0.5	140.726	120.563	99.942	95.849	93.217	122.458	135.969	153.622	179.769
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.3	0.4	113.198	100.440	89.089	106.812	132.881	158.913	164.672	172.716	178.572
	0.7	0.5	198.648	170.262	141.083	135.380	131.556	172.819	191.875	216.849	253.724
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0.3	0.4	144.573	128.250	113.773	136.362	169.652	202.927	210.359	220.586	228.010
	0.7	0.5	253.692	217.421	180.197	172.882	168.040	220.762	245.100	276.934	324.129
T	ϕ_1	ϕ_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	0.3	0.4	169.845	150.785	133.713	160.183	199.311	238.469	247.169	259.286	267.874
	0.7	0.5	297.945	255.394	211.723	203.096	197.406	259.338	287.954	325.296	380.701

جدول رقم (٦) AR(2) :يتضح فيه افضل حيز جزئي من ضمن قيم حيز معلمة الموائمة (k) التي على وفقها نحصل على النتائج الموجودة وفقا لطريقة التنقية الموائمة على اساس معياري عدد الدورات اللازمة ومعدل الوقت المستغرق للوصول للتقدير وذلك لانموذج AR(2)

ϕ_1	ϕ_2	T				
		٧	١٥	٥٠	١٠٠	٢٥٠
٠.٣	٠.٤	$\longrightarrow$ 2,3	$\longrightarrow$ 2,3	$\longrightarrow$ 2,3	$\longrightarrow$ 2,3	$\longrightarrow$ 2,3
٠.٧	٠.٥	$\longrightarrow$ 4,5	$\longrightarrow$ 4,5	$\longrightarrow$ 4,5	$\longrightarrow$ 4,5	$\longrightarrow$ 4,5

٢- عند كون القيم الفعلية لمعلمتي انموذج هي عبارة عن (ϕ_1=٠.٧، ϕ_2 = ٠.٥) بمعنى ان السلسلة المولدة غير مستقرة بمعلمتين موجبتي القيمة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الرابعة والخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T) وهناك ميل واضح لجودة النتائج نحو القيمة الخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الرابعة.

جدول رقم (٧) :يتمثل فيه الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير في حالة النموذجAR(3)

T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	0.3	0.1	-0.024	11.007	8.520	7.996	9.417	11.556	14.625	17.761	23.015	27.717
	0.9	0.46	-0.12	20.528	17.023	14.664	12.223	12.417	14.499	16.814	25.417	29.913
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	0.3	0.1	-0.024	21.213	16.378	15.407	18.103	22.235	28.178	34.254	44.383	53.419
	0.9	0.46	-0.12	39.542	32.774	28.206	23.502	23.912	27.965	32.413	48.956	57.667
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.3	0.1	-0.024	35.438	27.369	25.763	30.259	37.139	47.072	57.054	73.961	89.082
	0.9	0.46	-0.12	66.020	54.767	47.170	39.300	39.900	46.634	54.069	81.678	96.083
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0.3	0.1	-0.024	72.867	56.386	52.884	62.281	76.438	96.741	117.477	152.365	183.397
	0.9	0.46	-0.12	135.838	112.617	97.017	80.880	82.197	95.883	111.300	168.243	198.041
T	φ_1	φ_2	φ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
250	0.3	0.1	-0.024	97.127	75.240	70.644	83.089	102.060	129.101	156.638	202.970	244.456
	0.9	0.46	-0.12	181.102	150.158	129.344	107.883	109.519	127.990	148.352	224.170	263.904

جدول رقم (٨)

يتمثل فيه عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير في حالة النموذج AR(3)

T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	0.3	0.1	-0.024	55.657	43.088	40.473	47.618	58.423	73.979	89.820	116.404	140.123
	0.9	0.46	-0.12	103.795	86.051	74.148	61.841	62.805	73.309	85.048	128.497	151.212
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
15	0.3	0.1	-0.024	83.260	64.439	60.488	71.210	87.397	110.705	134.418	174.197	209.742
	0.9	0.46	-0.12	155.379	128.826	110.928	92.460	93.968	109.693	127.272	192.398	226.416
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	0.3	0.1	-0.024	120.426	93.244	87.519	103.023	126.353	159.946	194.241	251.636	303.042
	0.9	0.46	-0.12	224.500	186.198	160.366	133.655	135.803	158.556	183.852	277.971	327.098
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
100	0.3	0.1	-0.024	161.405	125.000	117.294	138.102	169.536	214.538	260.532	337.610	406.697
	0.9	0.46	-0.12	301.189	249.738	215.170	179.240	182.169	212.675	246.715	372.948	438.940
T	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
250	0.3	0.1	-0.024	195.598	151.397	142.067	167.347	205.288	259.888	315.515	408.831	492.415
	0.9	0.46	-0.12	364.598	302.411	260.521	217.239	220.569	257.509	298.664	451.531	531.414

جدول رقم (٩) :يتضح فيه أفضل حيز جزئي من ضمن قيم حيز معلمة الموائمة (k) التي على وفقها نحصل على النتائج الموجودة وفقا لطريقة التنقية الموائمة على اساس معياري عدد الدورات اللازمة ومعدل الوقت المستغرق للوصول للتقدير وذلك لانموذج AR(3)

ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	T				
			٢٥٠	١٠٠	٥٠	١٥	٧
٠.١	٠.٣	٠.٠٢٤ –	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3	→ 2,3
٠.٤٦	٠.٩	−٠.١٢	← 4,5	← 4,5	← 4,5	← 4,5	← 4,5

<u>(C)بالنسبة لانموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثالثة AR(3)</u>

يتضح من الجداول المرقمة ٧ و٨ و٩ ما يلي

١−عند كون القيم الفعلية لمعالم انموذج AR(3) عبارة عن($\phi_1 = 0.3, \phi_2 = 0.1, \phi_3 = -0.24$) بمعنى ان السلسلة المولدة مستقرة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الثانية والثالثة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق بالدقيقة للوصول للتقدير (كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (T=٢٥٠،١٠٠،٥٠،١٥،٧) وهناك ميل واضح لافضلية النتائج عند الاقتراب من القيمة الثالثة من القيم التي قسم لها حيز المعلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الثانية.

٢− عند كون القيم الفعلية لمعالم انموذج عبارة عن ($\phi_1 = 0.9, \phi_2 = 0.46, \phi_3 = -0.12$) بمعنى ان السلسلة المولدة غير مستقرة، فانه قد تم التوصل لافضل تقدير على وفق طريقة التنقية الموائمة وبأسرع ما يمكن عند القيمتين الرابعة والخامسة من القيم التي قسم لها حيز معلمة الموائمة (k) وذلك على وفق معياري عدد الدورات اللازمة للوصول للتقدير (كأقل عدد دورات) ومعدل الوقت المستغرق(كأقصر وقت مستغرق) ولكافة حجوم العينات قيد الاهتمام (٢٥٠، ١٠٠، ٥٠، ١٥، ٧ = T) وهناك ميل واضح لافضلية النتائج عند الاقتراب من القيمة الرابعة من القيم التي قسم لها حيز معلمة التمهيد (k) اكثر مما هو لدى الاقتراب من القيمة الخامسة.

IV- استنتاج وتوصية

تم في هذه الدراسة الحصول على فترات اصغر لتواجد معلمة الموائمة التي نحصل على وفقها على نتائج التقدير المرجوة باستخدام التنقية الموائمة على أساس معياري معدل عدد الدورات اللازمة ومعدل الوقت المستغرق وذلك لنماذج انحدار ذاتي مختلفة وأنواع سلاسل وأحجام عينات مختلفة ، وعلى ذلك فإننا نوصي بضرورة استخدام النتائج التي تم التوصل اليها في هذا البحث في التطبيقات العملية التي تتطلب اتخاذ قرارات سريعة وعلى الأخص تلك المتعلقة بتنبؤات قصيرة او متوسطة المدى.

References المصادر

1- Alhabsi, A,and Iqbal,K.and AIRizzo, H(2007)"Adaptive Filtering using simultaneously perturbing stochastic approximation" Modeling and simulation journal , may 30,Vol.81,No,P.P. 216-229.

2- Carlson , C. (1984) " Adaptive filtering : once more with Gusto" , J. Opl. Res. Soc. , Vol.35 , No.4 , pp.311-326 .

3- Chatfield,c.,And, Newbold,(1974),"Adaptive Filtering", OPI.RES. Q., vol.25.No.3,P.P.494-495.

4- Kouritizn, M. A.(1994) "on Almost-sure Bounds For the LMS Algorithm "IEEE Transaction on In formation Theory,vol.40,No.2,P.P.372-383.

5- Ledolter,J.and Kahl,D.R.1984"Adaptive Filtering :An Empirical Evaluation" J.OPI Res.sos.vol.No.4,P.P.337-345.

6- Makridakis,S.,And, Wheelwright, S.C.,(1977), "Adaptive Filtering: An Integrated Auto Reressive/ Moving Average for time series Forecasting " OPI.RES.Q.,No.128,NO

7- Makridakis,S.,And, wheelwright, S.C.,(1978),"Forecasting methods and Application" John wiley and sons,Inc.

8- Shelton,F.A.,(1987),An Empirical Investigation of the Adaptive Filtering Factor" J.OPI.RES.soc., vol.38, No.3,P.P. 269-275.

9- Stoodly, K.D.C,(1982), "Adaptive Filtering: Theoretical simulation study of convergence of the parameter Estimation" J.OPI.RES. sos.,vol.33,P.P.1077-1087.