نـــموذج تصميم أمثـــل لهيكـلة نظام متـــعدد الرتـب

أعداد:
م.م. أسيـــــل إبراهيم محســـــن
كلية الرافديـــــن الجامــعة للعلوم/ قسم أدارة الأعمال

نموذج تصميم أمثل لهيكلة نظام متعدد الرتب

المستخلص:

في الأنظمة المعقدة، تتعدد الأجزاء المرتبطة بها، وتتغير طريقة ربط أجزاءها وبتصاميم مختلفة سواء بالربط على التوالي أو التوازي أو بشكل مركب من الربط المتوالي /المتوازي.
غير إنه بالإمكان الحصول على أمثل تصميم لربط الأجزاء خاصة بالنسبة للأنظمة المعقدة من خلال حساب أعلى قيمة للمعولية في النظام.
أن نموذج البحث يضمن الحصول على أعلى قيمة للمعولية من خلال تحديد عدد الأجزاء التي يتكون منها نظام مركب من الربط المتوالي /المتوازي وبرتب عديدة (multi-stage system)، اخذين بنظر الاعتبار إن كلفة ربط الأجزاء لكل رتبة لا تتعدى الميزانية المحددة مسبقا لتكاليف الربط في كل رتبة.

Optimal configuration design for a multi –stage system model

Abstract

In many complex systems , there are many components and has different configuration in series, parall, or series\parall.
The optimal design configuration for amulti-stage systems can be modeled subject to maximize the reliability by determining number of components at each stage of a series\parall system , taking in to account the total costs of configuration dose not exceed the given Budget.

١- المقدمـــة

في الأنظمة المعقدة تتعدد الأجزاء المكونة لها ، وبتعدد أجزائها فأن طريقة ربط ألأجزاء تختلف فهناك الربط على التوالي أو التوازي أو الربط المشترك توالى/توازي. غير أن التصميم الأمثل لربط الأجزاء وبخاصة بالنسبة للأنظمة ألمعقدة أو المتعددة الرتب يبقى من المشاكل التي تواجه المصممين لمثل هذه الأنظمة لذلك فقد تم تصميم نموذج يعتبر من أحدى تطبيقات بحوث العمليات في المجال الهندسي لإيجاد التصميم الأمثل لمثل هذه الأنظمة وفي نفس الوقت الحصول على أعلى قيمة للمعوليه أخذين بنظر ألاعتبار تكاليف ربط الأجزاء في الرتب المختلفة.

كذلك تم تطبيق النموذج قيد البحث على نظام يتكون من (٤) رتب ،وفي حالتين:

الحالة الأولى: عندما تتوزع بيانات الفشل لأجزاء الرتب بالتوزيع ألأسي.

الحالة الثانية: عندما تتوزع بيانات الفشل لأجزاء الرتب بالتوزيع ويبـل.

أما نتائج تطبيق النموذج فقد تم الاستعانة بنظام التشغيل (Excel) وألأستفادة من خاصية (IF) الشرطية في تنفيذ النموذج .

٢-المعولية كمعيار في اتخاذ القرارات

تعرف المعولية على أنها احتمال بقاء الأجزاء داخل النظام بحالة تشغيلية لغاية فترة زمنية معينة وتسمى أيضا بدالة البقاء (survival function)
ويمكن تمثيل دالة البقاء (المعولية) , R(t) , حيث تمثل (t) , الزمن الذي يكون عنده الجزء بحالة فشل (عطل)[2]:

$$R(t) = P\{T_f \geq t\}$$

و هـــــي أيضا تساوي:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

حيث تمثل F(t) ، الدالة التجميعية لاحتمال الفشل عند الزمن (t) ، علما أن الأجزاء بحالة تشغيلية قبل الزمن (t)

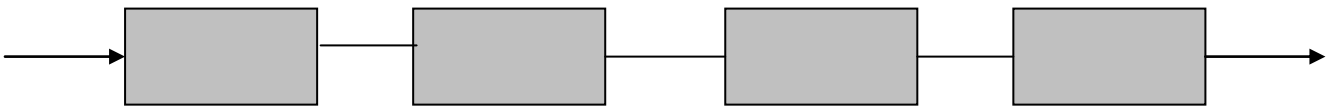
$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\, dx$$

إن طريقة ربط الأجزاء التي يتكون منها النظام تنعكس على قيمة المعولية للنظام[1]، لذلك فأن من الضروري الأخذ بنظر الاعتبار عاملين مهمين عند ربط أجزاء النظام وهـــــما:

١ـ اعتمادية الجزء مع مجموعة أجزاء النظام :

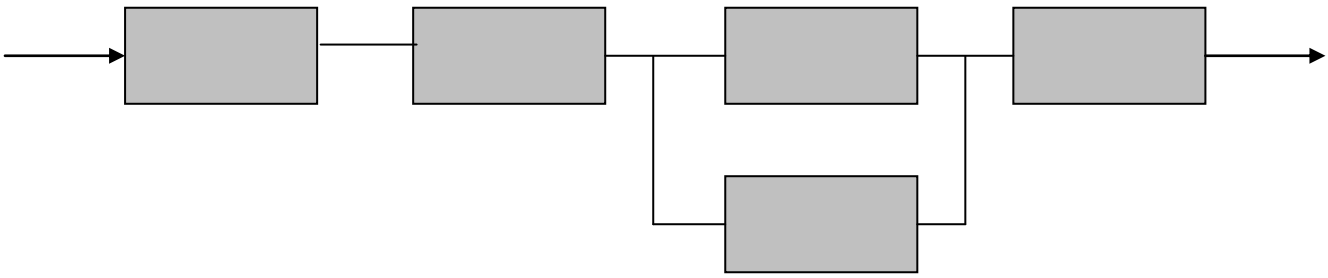
The interdependence of components

حيث تتكون بعض الأنظمة من أجزاء معتمدة على بعضها البعض وان مخرجات النظام لا تتم إلا بعمل جميع هذه الأجزاء ،كما في حالة ربط ألاجزاء بشكل متوالي ، فأن عطل أي جزء أوتوقفه سيؤدي إلى توقف النظام



شكل-١-
أجزاء نظام مرتبطة على التوالي

ولتقليل تأثير توقف الأجزاء على عمل النظام يتم ربط أجزاء أضافية على التوازي كجزء احتياط، مع الأجزاء الحرجة (critical component)، والتي تمثل أجزاء ذات معدل عطل غير مستقر،كما في الشكل (٢):



شكل-٢-
ربط جزء احتياط مع أحد أجزاء النظام

٢- التكوين المادي للجزء في النظام:

The physical structure of single component in a system

ان أجزاء النظام تتكون في داخلها أنظمة فرعية تتكون من أجزاء ذات اعتمادية مع بعضها بسبب طريقة ربطها ، مما يؤثر على سير عمل الجزء الواحد.

٣-تقدير المعولية للنظام:

إن معوليه النظام تمثل احتمال بقاء النظام بحالة تشغيلية لأطول فترة زمنية ، وباختلاف طريقة ربط الأجزاء في النظام تختلف طريقة حساب المعولية ، وفيما يلي طرق حساب المعولية للأنظمة وحسب طريقة ربط أجزائها ،و على افتراض (P_i) تمثل احتمال تشغيل الجزء (i) في النظام[١] .

١- المعولية للأنظمة ذات الربط على التوالي:

The Series- configuration systems reliability

في حالة ربط الأجزاء داخل النظام على التوالي يكون احتمال تشغيل النظام مرتبطا بعمل كل الأجزاء ، أما قيمة المعولية لنظام يتكون من (n) من الأجزاء مرتبطة على التوالي[4] :

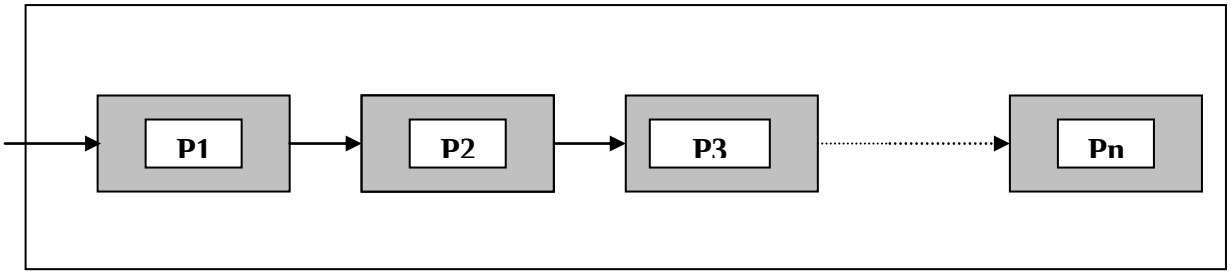
$$Rs = P_1 * P_2 * P_3 \ldots\ldots\ldots * P_n \quad \ldots\ldots(1)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} P_n$$

وبشكل عام فأن معولية نظام يتكون من (n) من الأجزاء المرتبطة على التوالي[3] :

$$Rs(t) = R_1(t) * R_2(t) * R_3(t) * \ldots\ldots * R_n(t)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$



شكل-٣-
نظام يتكون من (n) من الأجزاء المرتبطة على التوالي

٢-المعولية للأنظمة ذات الربط علـــى التـــوازي:
The parall-configuration systems reliability

عند ربط أجزاء النظام على التوازي فأن احتمال عمل النظام يقترن بعمل على الأقل أحد هذه الأجزاء[4] ، وكما مبين في الشكل (٤) .

المـــعولية = ١- (احتمال فـشل الـنظام)

$$Rs = 1- (1 - p1).(1- p2).(1- p3)\ldots\ldots(1- pn)$$
$$= 1-[q1 * q2 * q3 * \ldots\ldots\ldots\ldots qn]$$

$$= 1- \prod_{i=1}^{n} qi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

حيث: $qi = 1- pi$

الحالات التي يمر بها نظام يحتوي على (n) من الأجزاء ذات الربط المتوازي[٢]:
الحالة (٠) = (٠) من الأجزاء في حالة فشل .
الحالة(k) = وجود (k) من الأجزاء في حالة فشل ، حيث (k < n).
الحالة (n) = وجود (n) من الأجزاء في حالة فشل، أي فشل النظام.
إن الاحتمالات الانتقالية لحالة النظام يتكون من (n) من الأجزاء تبدأ من الحالة (k) للنظام:

$$P(S_K \longrightarrow S_{K+1}) = (n- k) . \lambda (1 - \lambda)^{n-k-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

عندما $\lambda < 1$:

$$P(S_K \longrightarrow S_{K+1}) \sim (n-k) . \lambda (1-(n-k) \lambda)$$
$$\sim (n-k) . \lambda \ldots\ldots \ldots\ldots\ldots \quad (٥)$$

أحتمال بقاء النظام في الحالة (k) يعني أحتمال عدم وجود أجزاء فاشلة جديدة لـ (n-k) من الأجزاء المتبقية.

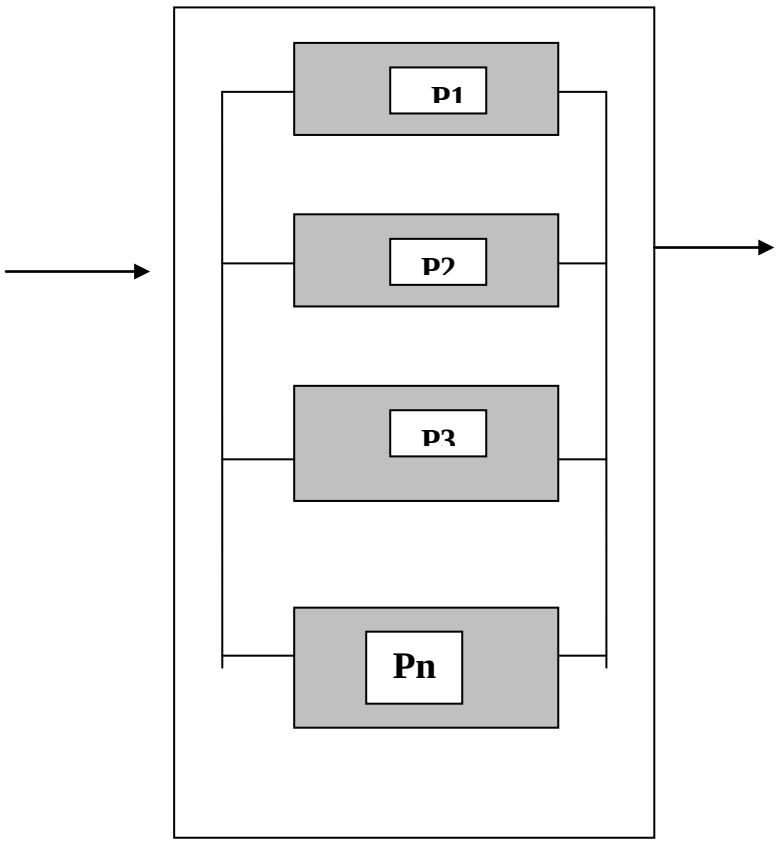
$$P(S_K \longrightarrow S_K) = (1 - \lambda)^{n-k}$$
$$\sim 1- (n-k) . \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

فأذن:

$$Rs = 1- (n-k) . \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

و بذلك فأن دالة المعولية بشكل عام للانظمة ذات الربط المتوازي ستكون:

$$Rs = 1- \prod_{i=1}^{n} [1- Ri(t)] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$



شكل-٤-
نظام يتكون من (n) من الأجزاء المرتبطة على التوازي

٣- المعولية للأنظمة المعقدة ذات الربط المشـــترك تـــوالي/ تـــوازي[٤]:

The complex systems of Series/P arall configuration reliability

من الأنظمة التي يصعب بناء حالات نظام لها، الأنظمة المعقدة ذات الربط بشكل متوالي/ متوازي ، مثل أنظمة الطاقة والأتصالات والغاز والأنظمة الألكترونية والميكانيكية ، لذلك فأن الطرائق التحليلية لأيجاد المعولية تصبح معقدة وتتسع مع اتساع أجزاء النظام وكبر حجمه.

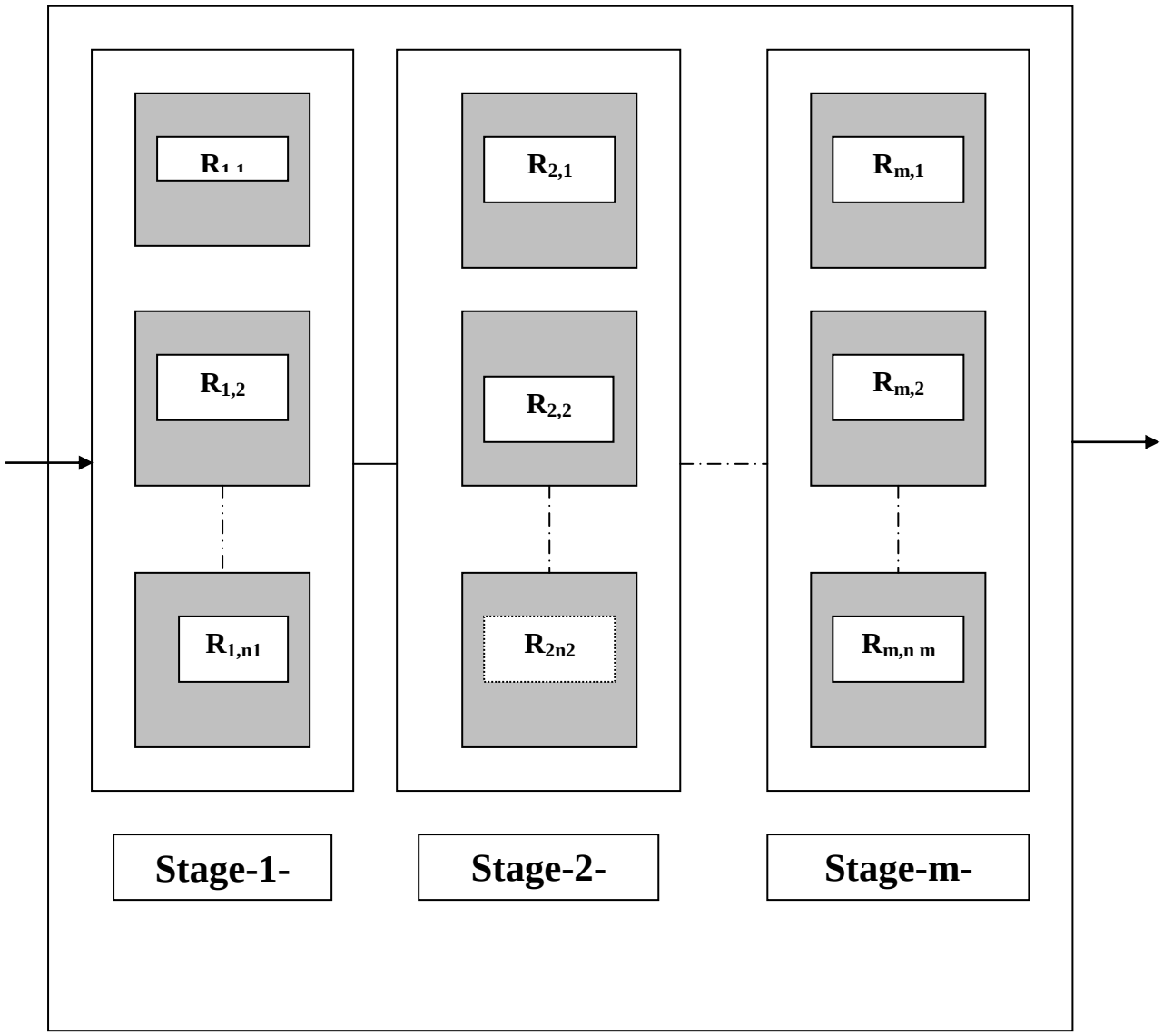
ان نظام يتكون من (m) من الرتب التي تكون مرتبطة على التوالي ، ذات (n) من الأجزاء المرتبطة على التوازي ، يعتبر من الأنظمة المعقدة ويمكن ايجاد المعولية لمثل هذا النظام [٤]:

$$Rs = \prod_{i=1}^{m} \left(1-((1-R_i(t))^{mi}\right) \ldots (9)$$

ولتكن $qi = 1 - Ri(t)$

فـــــأن:

$$Rs = \prod_{i=1}^{m} \left(1-(q_i)^{mi}\right) \ldots\ldots\ldots (10)$$



شكل-٥-

نظام يتكون من (m) من الرتب،ذات (n_m) من الأجزاء

٤- نموذج أمثل تصميم لهيكلة نظام متعدد الرتب
Optimal configuration design for a multi-stage systems

يعتبر النموذج من أحدى تطبيقات بحوث العمليات في المجال الهندسي ، ويفترض النموذج ان يكون النظام متعدد الرتب كما في الشكل -٦-
كما يفترض ما يلـــــــي:

١- أن تكون الأجزاء داخل الرتب مستقلة احصائيا.

٢- الأجزاء المكونة للرتب (x_i) ذات ربط متوازي.بينما تكون الرتب ذات ربط متوالي مع بعضها.

٣- ان كلفة ربط الأجزاء داخل الرتب معلومة، حيث تمثل (c_i) كلفة ربط الجزء (x_i). كما ان:

$x_i c_i$ = كلفة ربط (x) من الأجزاء في الرتبة (i).

٤ - يتم تحديد الميزانية المخصصة لأجمالي تكاليف الربط ، وتمثل (B).

٥ - أن هدف النموذج الحصول على أمثل تصميم من خلال أعلى قيمة لمعولية النظام، أخذين بنظر الأعتبار كلفة عدد الأجزاء المربوطة لكل رتبة.

٥- صياغة النـــموذج
The model bulding

مـن خـلال تعريـف أنـواع الأنظمـة وتعريـف المعوليـة لكـل منهـا ، وبأسـتخدام كـل المصطلحات المعرفة فيها فـــأن:

١- ان أعلى قيمة لمعولية النظام تمثل المعادلة (١٠):

$$\text{Max.} \qquad Rs = \prod_{i=1}^{m} (1-(q_i)^{mi})$$

٢- قيد أجمالي التكاليف لربط أجزاء الرتب:

$$\sum_{i=1}^{m} X_i C_i <= B$$

٣- يكون شكل النموذج:

$$\text{Max.} \qquad Rs = \prod_{i=1}^{m} (1-(q_i)^{mi})$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^{m} X_i C_i <= B$$

$$X_i >= 0$$

ولتوضيح أستخدام النموذج فقد تم تطبيق النموذج على نظام[٤] يتكون من (٤) رتب ،و(Xi) من الأجزاء حيث (i=1,2,3,4)، وفي حالتين :
الحالة الأولى : عندما تتبع بيانات الفشل التوزيع الأسي حيث معدل الفشل يكون ثابت.
الحالة الثانية: عندما تتبع بيانات الفشل التوزيع ويبـل حيث يكون معدل الفشل متزايد.
و على افتراض أن تكاليف ربط الأجزاء في كل رتبة بالإضافة إلى الحد الأعلى لتكاليف الربط (B) مبين في الجدول أدناه:

الرتب i	التكاليف ci ($/comp.)
١	٢٠٠٠
٢	٣٠٠٠
٣	١٠٠٠
٤	٤٠٠٠

جدول التكاليف لربط الأجزاء في الرتب

B= $25000

الحالة الأولى : معدل الفشل ثابت للأجزاء المرتبطة في الرتب:

_ان دالة التوزيع الأحتمالي لأجزاء ذات معدل فشل ثابت تتمثل بالتوزيع الأسي:

$$f(t) = \lambda . \exp(-\lambda t)$$

حيث تمثل λ معدل الفشل.

ان بقاء الرتب (i) بحالة تشغيلية يعني ان يكون على الأقل أحد أجزائها بحالة تشغيلية حسب خاصية التوازي[٣].وان معدل الفشل لكل رتبة يختلف عن الأخر .

وبافتراض إن معدل الفشل لكل رتبة عند $t=1000$ ساعة مبين أدناه:

i	λi
١	0.001
٢	0.003
٣	0.002
٤	0.004

جدول-١-
جدول معدلات الفشل للرتب

اما صيغة النموذج فستكون:

Max. Rs=

$$(1-(0.632)^{x1}) \ .(1-(0.951)^{x2}).\ (1-(0.864)^{x3}).(1-(0.982)^{x4})$$

Subject to

$$2000X_1 + 3000X_2 + 1000X_3 + 4000X_4 <= 25000$$

$$X_i >= 0$$

وبتطبيق النموذج في نظام التشغيل الجاهز

(Excel)

[5]وبأستخدام خاصية

(IF)condition

لتنفيذ القيد أعلاه ظهرت النتائج كما مبين في الجدول (٢).

qi	Ri(t)	λi	I
0.632121	0.36787944	0.001	1
0.950213	0.04978707	0.003	2
0.864665	0.13533528	0.002	3
0.981684	0.01831564	0.004	4

جدول-٢-
قيم احتمال بقاء الرتب بحالة تشغيلية عندما t=1000 ساعة
بيانات الفشل تتبع التوزيع ألأسي

RS	1-(q4-x4)	1-(q3^x3)	1-(q2^x2)	1-(q1^x1)	const.		X4	X3	X2	X1
0.00053	0.036296	0.252355	0.097095	0.6004236	20000	20000	2	2	2	2
0.00079	0.053947	0.252355	0.097095	0.6004236	24000	24000	3	2	2	2
0.00111	0.053947	0.353538	0.097095	0.6004236	25000	25000	3	3	2	2
0	0	0	0	0	0	28000	3	3	3	2
0	0	0	0	0	0	27000	3	2	3	2
0.00078	0.036296	0.252355	0.142048	0.6004236	23000	23000	2	2	3	2
0.00109	0.036296	0.353538	0.142048	0.6004236	24000	24000	2	3	3	2
0.00066	0.036296	0.252355	0.097095	0.7474195	22000	22000	2	2	2	3
0.00093	0.036296	0.353538	0.097095	0.7474195	23000	23000	2	3	2	3
0.00097	0.036296	0.252355	0.142048	0.7474195	25000	25000	2	2	3	3
0	0	0	0	0	0	26000	2	3	3	3
0	0	0	0	0	0	26000	3	2	2	3
0	0	0	0	0	0	30000	3	3	3	3

جدول-٣-
نتائج تطبيق النموذج لبيانات تتبع التوزيع الأسي

الحالة الثانية: معدل الفشل متزايد للأجزاء المرتبطة بالرتب

من أهم دوال توزيعات الفشل التي تعكس سلوك الأجزاء ذات معدل فشل متزايد هو التوزيع ويبـــل[٣] ، ويمثل بالدالة:

$$f(t) = (\beta/\theta) .(t/\theta)^{\beta-1}. \exp(-t/\theta)^{\beta}$$

حيث تمثل β ، θ معلمات الشكل و الاتجاه على التوالي.

ان لكل مرتبة معلمة شكل واتجاه تختلف عن الأخرى، أما أحتمال بقاء الرتب بحالة تشغيلية فيمثل:

$$Ri(t) = \exp(-t/\theta i)^{\beta i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١١)$$

وبأفتراض ان قيم معلمات الشكل والأتجاه للرتب (i) مبين في الجدول أدناه:

t= 1000 ساعة

i	θi	βi	qi
1	100	1.20	0.632
2	150	0.87	0.505
3	510	1.80	0.052
4	720	1.00	0.130

جدول-٤-
قيم معلمات الشكل والأتجاه للرتب

أما صيغة النموذج فستكون:

$$\textbf{Max. } R_s = (1-(0.632)^{x1}) \cdot (1-(0.505)^{x2}) \cdot (1-(0.052)^{x3}) \cdot (1-(0.130)^{x4})$$

$$\textbf{Subject to}$$

$$2000X_1 + 3000X_2 + 1000X_3 + 4000X_4 <= 25000$$

$$X_i >= 0$$

وبتطبيق النموذج في نظام التشغيل الجاهز

(Excel)

نحصل على جدول النتائج التالي:

qi	Ri(t)	(t/θ)^β	β	θ	i
0.63212	0.3679	1	1.2	1000	1
0.50478	0.4952	0.703	0.87	1500	2
0.05186	0.9481	0.053	1.8	5100	3
0.12968	0.8703	0.139	1	7200	4

جدول-٥-
قيم بقاء الرتب بحالة تشغيلية عند t=1000 ساعة
بيانات الفشل تتبع التوزيع ويبـل

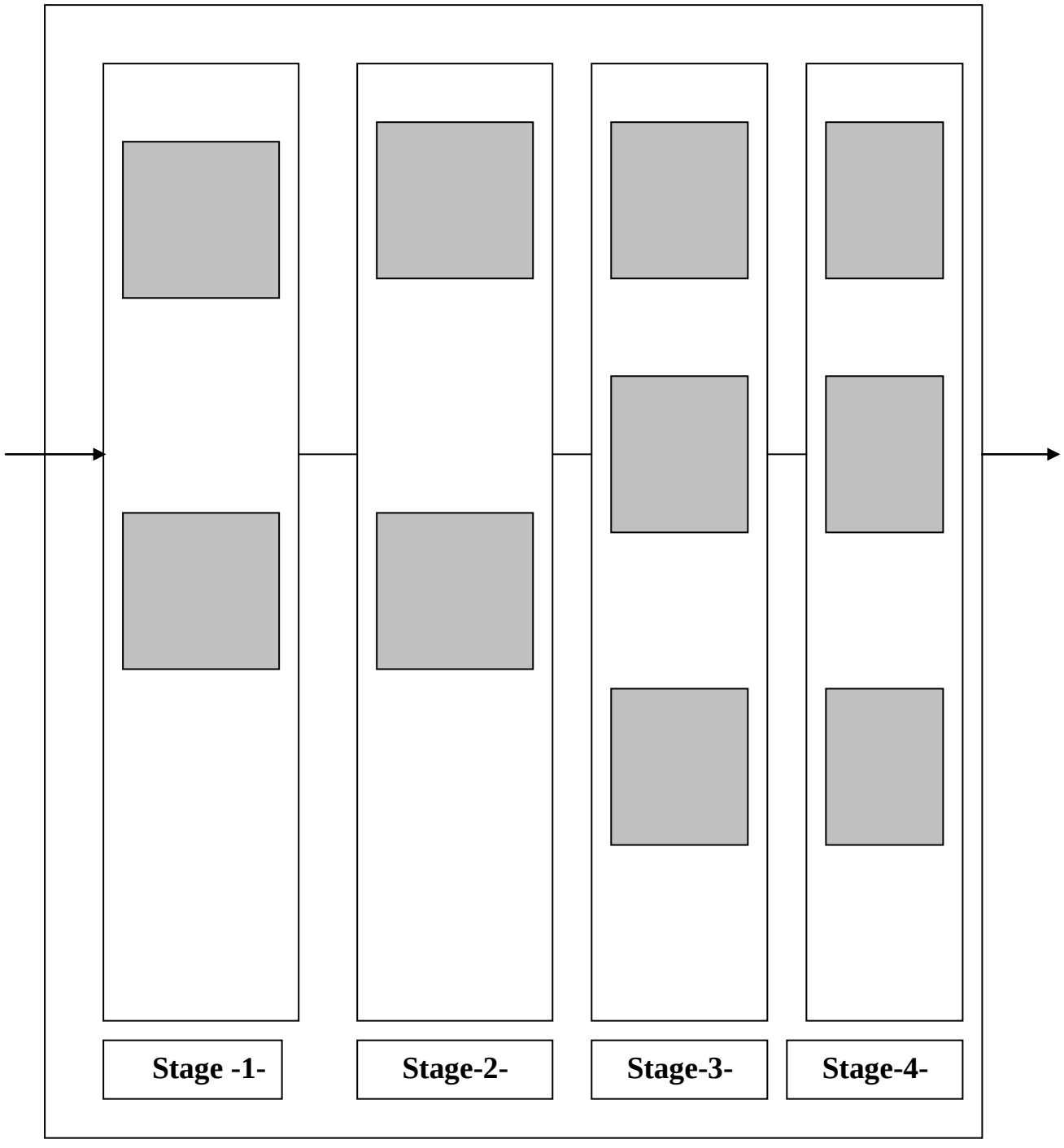
RS	1-(q4-x4)	1-(q3^x3)	1-(q2^x2)	1-(q1^x1)	const.		x4	X3	X2	X1
0.4387278	0.983184	0.99731	0.7451989	0.6004236	20000	20000	2	2	2	2
0.5526201	0.997819	0.99731	0.7451989	0.7451989	24000	24000	3	2	2	2
0.7414705	0.997819	0.99986	0.7451989	0.9973102	25000	25000	3	3	2	2
0	0	0	0	0	0	28000	3	3	3	2
0	0	0	0	0	0	27000	3	2	3	2
0.5130167	0.983184	0.99731	0.871382	0.6004236	23000	23000	2	2	3	2
0.5231253	1	0.99986	0.871382	0.6004236	24000	24000	2	3	3	2
0.5554781	1	0.99731	0.7451989	0.7474195	22000	22000	2	2	2	3
0.5475339	0.983184	0.99986	0.7451989	0.7474195	23000	23000	2	3	2	3
0.6386137	0.983184	0.99731	0.871382	0.7474195	25000	25000	2	2	3	3
0	0.983184	0	0	0	0	26000	2	3	3	3
0	0.997819	0	0	0	0	26000	3	2	2	3
0	0.997819	0	0	0	0	30000	3	3	3	3

جدول -٦-
نتائج تطبيق النموذج لبيانات تتبع التوزيع ويبـل

من الملاحظ ان أمثل تصميم للنظام سيكون ،عندما عدد الأجزاء في الرتب :

$$X1=2 \ ,X2=2 \ ,X3=3, \ X4=3$$

حيث ان عدد الأجزاء أعلاه يقابل أعلى قيمة للمعولية وفي كلتا الحالتين المبينة سابقا.



شكل-٦-

أمثل تصميم لنظام يتكون من (٤) رتب وبأعلى قيمة للمعولية

٦- الأستنتاجـــــات

١- من خلال تطبيق النموذج لنظام مركب من الربط وعند حالتين ، الأولى عند ثبوت معدل الفشل والثانية عند تزايد معدل الفشل، لاحظنا بأن التصميم الأمثل للنظام هو كما مبين في الشكل (٦)

٢- ان طريقة ربط أجزاء النظام وعدد ألاجزاء في النظام تؤثرفي قيمة المعولية ويمكن تصميم نماذج خطية أو غير خطية لأيجاد أعلى قيمة للمعولية من خلال ليس فقط عدد ألأجزاء في رتب النظام بل من طريقة ربط الأجزاء داخل النظام..

٣- يفضل في دراسة وتحليل الأنظمة المعقدة الى تقسيمها ال أنظمة فرعية، ثم يتم بعدها أجراء الدراسة اللازمة لها وللنظام بعدها بشكل عام.فمثلا من الصعب أستخدام الأسلوب التحليلي أو سلاسل ماركوف لمثل هذه الأنظمة .

٤- أن نظام التشغيل الجاهز الذي تم الأستعانة بة هو من أحد الأنظمة ذات الأستخدام البسيط والمفيد في نفس الوقت وأن كثيرا من تطبيقات هذا النظام غير مستغلة على الرغم من توفرة ضمن مجموعة عمليات نوافذ ، ويمكن مراجعة المصدر رقم (٥) من مصادر البحث.

٧- المصادر

1- A rmen Der Kiureghian, Junho Song, "Multi-scale reliability analysis and updating of complex systems by use of linear prog." Reliability engineering and system safety,2008

2- Jeffrey S. Pattavia, Harris Corporation , " Analyzing high reliability ", part 1,2,2004 .

3- Charles E. Ebeling,"An Introduction to Reliability and maintability engeneering",1997.

4- A.K.S. Jardine," Maintenance, Replacement and Reliability", 1973.

5- Elizabeth Eisnser Reding, Tara Lynn, "Microsoft Excel",illustrated standard edition,1997