

مقارنة طرائق بيز القياسية مع طرائق بيزية أخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع

Rayleigh باستخدام المحاكاة

م. جاسم حسن لآزم

الكلية التقنية الإدارية/بغداد

المستخلص

في هذا البحث تم تقدير دالة المعولية لتوزيع Rayleigh من خلال طرائق بيزية قياسية باستعمال معلومات جفري، إذ تم استخدام دالتين لهذا الغرض: الدالة الأولى هي دالة اعتمدها الباحثان Sinha,S.K. و Kate,B.K. والتي هي لا تعتمد على معلومات فيشر والدالة الثانية هي دالة تعتمد على معلومات فيشر لذلك كان التوزيع البعدي على نوعين: التوزيع البعدي الأول لا يعتمد على معلومات فيشر والتوزيع البعدي الثاني يعتمد على معلومات فيشر، ومع هذين النوعين من التوزيعات البعدية تم استخدام دوال للخسارة وهي (دالة الخسارة التربيعية، دالة الخسارة اللوغارتمية، دالة الخسارة التربيعية المقترحة، دالة الخسارة اللوغارتمية المقترحة الأولى، دالة الخسارة اللوغارتمية المقترحة الثانية)، ولإيجاد الطريقة الأفضل في التقدير تم استخدام حجوم العينات (10,20,30,50,100)، إذ أظهرت النتائج بان طريقة بيز القياسية والمعتمدة على النوع الأول من التوزيع البعدي والتي استخدمت فيها الدالة الخسارة اللوغارتمية هي الأفضل لأغلب القيم الافتراضية ولجميع حجوم العينات كما بينت النتائج بان متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية القياسية والمعتمدة على النوع الأول من التوزيع البعدي وكافة دوال الخسارة المستخدمة فيها هو اقل من متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية والمعتمدة على النوع الثاني من التوزيعات البعدية ولأغلب القيم الافتراضية.

Abstract

In this research, reliability function of Rayleigh distribution estimated is by adopting standard Bayesian methods using Jeffrey information by depending on two function of Jeffrey information :first function is a function which adopted by authors Sinha,S.K. and Kate,B.K. which don't depend on Fisher information and the second function is adopting Fisher information ,therefore posterior distribution is classified as two types :the first posterior distribution depending without using Fisher information and the second posterior distribution depends on Fisher information and with these two types of posterior distribution have used loss functions (square loss function ,logarithms loss function , suggested square loss functions ,first suggested logarithms loss function , second suggested logarithms loss function) to find the best method for estimation, which used in this research samples size (10,20,30,50,100).The results shows that standard Bayes method which depended on the first type of posterior distribution and used it logarithms loss function is best the best method for many supposed values and for all sizes of samples and the result showed that mean square error of reliability function for standard Bayesian method which depended on the first type of posterior distribution and for all loss function which used in it is less than mean square error for reliability function for Bayesian methods which depend on the second type of posterior distribution and many supposed values.

2-المقدمة وهدف البحث

أجريت الكثير من الدراسات حول هذا التوزيع ،ففي عام 2002 قدم الباحث Zogas وآخرون صيغة مقترحة لتوزيع Rayleigh متعدد متغيرات [14].وفي عام 2003 قام الباحثان Meintanis و Iliopoulos بتقدير معلمة الشكل لتوزيع Rayleigh [11]، وفي عام 2004 استخدم الباحث Afify توزيع Rayleigh ذي المعلمتين وهما معلمة القياس ومعلمة التوزيع وقارن بين مجموعة الطرائق الاعتيادية ومنها طريقة المربعات الصغرى وطريقة العزوم [4].وفي نفس العام استخدم الباحثون Lei و Hussain و Harris المحاكاة تطبيق توزيع Rayleigh على قناة التلاشي لأنظمة الاتصالات وقارنوا هذا التوزيع مع نموذج Clark [9]. وفي عام 2009 قام الباحثان Al-Nachawati و Abu-Yossef بإيجاد تقديرات بيز لدالة المعولية للبيانات المرتبة لتوزيع Rayleigh العام [5] ، وفي نفس العام استخدم Vikas و Deepak توزيع Rayleigh في مجال الاتصالات اللاسلكية[13].وفي عام 2009 قام الباحثون Kittisuwan و Asdornwised و Marukatat باستخدام توزيع Rayleigh مع توزيع Pearson الثنائي في تحليل الصور[8]. وفي عام 2010 ناقش الباحثون Abd-Eiaziz و Amin و Sdiman مشكلة التقدير البيزي وغير البيزي لمعلمة غير معروفة لتوزيع Rayleigh العكسي (Inverse Rayleigh Distribution) بالاعتماد على قيم مسجلة وإطئة[3] ، وفي عام 2011 استخدم الباحثون Kumar و Singh و Gupta توزيع Rayleigh في مجال الاتصالات اللاسلكي في تقنيات الموبايل لتمثيل القناة المستخدمة في عملية نقل المعلومات[10]، وفي عام 2011 قام الباحثون Chen و Lio و Tsai باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم لتقدير معلمات توزيع Rayleigh العام للبيانات تحت المراقبة [6].

يهدف البحث إلى تقدير دالة المعولية بالطرائق البيزية القياسية باستخدام نوعين من معلومات جفري النوع الأول لا يعتمد على معلومات فيشر والنوع الثاني يعتمد على معلومات فيشر، وقد تم الاعتماد في الطرائق البيزية عموماً على دوال الخسارة (التربيعية ، اللوغارتمية ، التربيعية المقترحة، اللوغارتمية المقترحة الأولى ، اللوغارتمية المقترحة الثانية) لمعرفة أولا الطريقة البيزية الأفضل من بين الطرائق البيزية الأخرى وثانيا لمعرفة مدى ملائمة دوال الخسارة المعتمدة في البحث لأي نوع من الطرائق البيزية المستخدمة في البحث.

3- طرائق التقدير

من المعلوم ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Rayleigh Distribution التي تحتوي على معلمة القياس (Scale parameter) (θ) وكما يلي

$$f(t, \theta) = \frac{2}{\theta} t e^{-\frac{t^2}{\theta}}, t > 0, \theta > 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

إذ إن : $\theta =$ معلمة القياس

3-1 طريقة بيز القياسي (Standard Bayes Method) [1],[2]

إن أحد أساليب الطرائق البيزية الشائعة الاستعمال هي طريقة بيز القياسي (Standard Bayes Method) والتي تعتمد على توظيف دالة التوزيع السابق (القبلي) (Prior Distribution) للحصول على توزيع

لاحق يدعى بالتوزيع ألبعدي (Posterior Distribution) ومنه يتم الوصول إلى مقدرات بيز باستعمال دالة الخسارة (Loss Function) لأن هذه المقدرات يمكن الحصول عليها من خلال تقليل دالة الخسارة (Risk Function) أقل ما يمكن والتي بدورها تمثل توقع دالة الخسارة إذ أن مشكلة بيز هي إيجاد المقدر بحيث يمتلك أقل مخاطرة بيزية ممكنة.

ولكي يتم الحصول على تقدير بيز لا بد لنا من إيجاد التوزيع السابق ولكن في حالة عدم توفر معلومات كافية حول المعلومات المراد تقديرها أو في حالة عدم توفرها بشكل تام عندئذ ستكون دالة التوزيع السابق غير معلوماتية ومن الأفضل استعمال صيغة جفري (Jeffrey's Formula) لاستخراج التوزيع القبلي وكما يلي:

3-1-1 دالة التوزيع السابق الأولى (First Prior Distribution)

اعتمد الباحثان Sinha, S.K. و Kate, B.K. على دالة لصيغة جفري لا تعتمد على معلومات فيشر والتي هي:

$$g_1(\theta) \propto \frac{1}{\theta^k} \quad ; \quad k > 0, 0 < \theta < \infty \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$g_1(\theta) = \frac{c}{\theta^k} \quad ; \quad k > 0, 0 < \theta < \infty \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$L = \prod_{i=1}^n f(t_i | \theta)$$

إذ إن C= ثابت التناسب

ولإيجاد دالة الإمكان لتوزيع Rayleigh فإن:-

$$L \equiv L(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) = \frac{2^n}{\theta^n} \left(\prod_{i=1}^n t_i \right) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

وبهذا فإن الدالة المشتركة (Joint P.d.f) ستكون كالآتي:-

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n; \theta) = \frac{2^n c}{\theta^{n+k}} \left(\prod_{i=1}^n t_i \right) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}}, \theta > 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \int_0^{\infty} \frac{2^n c}{\theta^{n+k}} \left(\prod_{i=1}^n t_i \right) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}} d\theta$$

$$= \frac{2^n c(\prod_{i=1}^n t_i)(n+k-2)!}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1}} \dots\dots\dots(6)$$

وبذلك فإن التوزيع ألبعدي سيكون كما يلي:

$$h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{f(t_1, t_2, \dots, t_n; \theta)}{f(t_1, t_2, \dots, t_n)} \dots\dots\dots(7)$$

$$= \frac{\frac{2^n c}{\theta^{n+k}} (\prod_{i=1}^n t_i) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}}}{\frac{2^n c(\prod_{i=1}^n t_i)(n+k-2)!}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1}}} \dots\dots\dots(8)$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}}}{\theta^{n+k} (n+k-2)!} \dots\dots\dots(8)$$

3-1-1-1 دوال الخسارة (Loss Functions)

أولاً باستعمال دالة الخسارة التربيعية

$$L(\hat{R}, R) = c(\hat{R} - R)^2 \dots\dots\dots(9)$$

إذ أن (R) اختصار إلى $[R(t)]$ ، وأن $(\hat{R} \neq R)$

ولإيجاد مقدر بيز القياسي للدالة المعولية (R) التي تجعل دالة المخاطرة أقل ما يمكن فإن:-

$$\begin{aligned} Risk &= E[L(\hat{R}, R)] \\ &= E\left[c(\hat{R} - R)^2\right] \end{aligned}$$

$$Risk = \int_{\forall \theta} c(\hat{R}^2 - 2\hat{R}R + R^2)h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta \quad \dots\dots\dots (10)$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية فإن مقدر بيز سيكون حل المعادلة الآتية:-

$$\frac{dRisk}{d\hat{R}} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

لذا فان مقدر دالة المعولية سيكون كالاتي:

$$\begin{aligned} \hat{R}(t) &= \int_0^{\infty} R(t)h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\frac{t^2}{\theta}} \frac{e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}} (\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1}}{\theta^{n+k} (n+k-2)!} d\theta \end{aligned}$$

وبعد التبسيط ينتج :

$$\hat{R}_1(t) = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1}}{(\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2)^{n+k-1}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ثانيا باسعمال دالة الخسارة اللوغارتمية

$$L(\hat{R}, R) = C(Ln\hat{R} - LnR)^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$Risk = \int_0^{\infty} c[(\ln \hat{R})^2 - 2\ln \hat{R} \ln R + (\ln R)^2]h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2c \ln \hat{R} \frac{1}{\hat{R}} - 2c \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta + 0$$

$$\therefore \frac{dRisk}{d\hat{R}} = 0$$

لذا فان مقدر دالة المعولية سيكون كالاتي:

$$\therefore \ln \hat{R}(t) = \int_0^{\infty} \ln R h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta$$

وعليه فان مقدر المعولية سيكون كآلاتي :

$$\hat{R}_2(t) = \exp\left(-\frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)^{n+k-1} * t^2 * (n+k-1)}{\left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)^{n+k}}\right) \dots\dots\dots (14)$$

ثالثا باستعمال الدالة التربيعية المقترحة

$$L(\hat{R}, R) = \sqrt{R^3} c(\hat{R} - R)^2 = c\hat{R}^2 \sqrt{R^3} - 2c\hat{R}R\sqrt{R^3} + cR^2 \sqrt{R^3} \dots\dots\dots (15)$$

$$Risk = \int_0^\infty (c\hat{R}^2 \sqrt{R^3} - 2c\hat{R}R\sqrt{R^3} + cR^2 \sqrt{R^3}) h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2c\hat{R} \int_0^\infty e^{-\frac{3t^2}{2\theta}} h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta - 2c \int_0^\infty e^{-\frac{3t^2}{2\theta}} e^{-\frac{t^2}{\theta}} h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta + 0$$

$$\therefore \frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على دالة المعولية:

$$\therefore \hat{R}_3(t) = \frac{\left(2\sum_{i=1}^n t_i^2 + 3t^2\right)^{n+k-1}}{\left(2\sum_{i=1}^n t_i^2 + 5t^2\right)^{n+k-1}} \dots\dots\dots (16)$$

رابعا باستعمال الدالة اللوغارتمية المقترحة الأولى

$$L(\hat{R}, R) = \sqrt{R^3} (\ln \hat{R} - \ln R)^2 = (\ln \hat{R})^2 (\sqrt{R^3}) - 2 \ln \hat{R} \ln R (\sqrt{R^3}) + (\ln R)^2 (\sqrt{R^3}) \dots\dots\dots (17)$$

$$Risk = \int_0^\infty ((\ln \hat{R})^2 (\sqrt{R^3}) - 2 \ln \hat{R} \ln R (\sqrt{R^3}) + (\ln R)^2 (\sqrt{R^3})) h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2(\ln \hat{R}) \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} (\sqrt{R^3}) h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta + 2 \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R (\sqrt{R^3}) h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبد التبسيط نحصل على دالة المعولية:

$$\hat{R}_4(t) = e^{-\frac{2t^2(n+k-1)}{(3t^2 + 2\sum_{i=1}^n t_i^2)}} \dots \dots \dots (18)$$

خامسا باستعمال الدالة اللوغارتمية المقترحة الثانية

$$L(\hat{R}, R) = (\ln \hat{R})(\ln \hat{R} - \ln R)^2 \\ = [(\ln \hat{R})^3 - 2(\ln \hat{R})^2 \ln R + \ln \hat{R}(\ln R)^2] \dots \dots \dots (19)$$

$$Risk = \int_0^{\infty} [(\ln \hat{R})^3 - 2(\ln \hat{R})^2 \ln R + \ln \hat{R}(\ln R)^2] h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية ينتج:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 3(\ln \hat{R})^2 \frac{1}{\hat{R}} - 4 \ln \hat{R} \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R * h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta + \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} (\ln R)^2 h_1(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبعد التبسيط نحصل على مقدر دالة المعولية وكما يلي:

$$\hat{R}_5(t) = \exp\left[-\frac{3(\ln \hat{R})^2 + \frac{(t^4)(n+k)(n+k-1)}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^2}}{4 \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k-1} (t^2)(n+k-1)}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+k}}}\right] \dots \dots \dots (20)$$

3-1-2 دالة التوزيع السابق الثانية (Second Prior Distribution)

إذ يتم استخراج دالة التوزيع السابق الثانية بالاعتماد على معلومات جفري المعتمدة على معلومات فيشروكما يلي:

$$g_2(\theta) \propto \sqrt{I(\theta)}$$

إذ إن: $I(\theta)$ هي معلومات فيشر Fisher Information والتي تساوي:

$$I(\theta) = -nE\left[\frac{\partial^2 \ln f(t; \theta)}{\partial \theta^2}\right] \dots\dots\dots (21)$$

$$\because f(t; \theta) = \frac{2}{\theta} t e^{-\frac{t^2}{\theta}}$$

$$\therefore -nE\left[\frac{\partial^2 \ln f(t; \theta)}{\partial \theta^2}\right] = \frac{n}{\theta^2}$$

$$g_2(\theta) = \frac{k\sqrt{n}}{\theta} \dots\dots\dots (22)$$

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) = \frac{2^n}{\theta^n} \left(\prod_{i=1}^n t_i\right) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}} \dots\dots\dots (23)$$

$$H(t_1, t_2, \dots, t_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) g(\theta) \\ = \frac{k2^n \sqrt{n}}{\theta^{n+1}} \left(\prod_{i=1}^n t_i\right) e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}} \dots\dots\dots (24)$$

$$p(t_1, t_2, \dots, t_n) = \int_0^{\infty} H(t_1, t_2, \dots, t_n; \theta) d\theta = \frac{2^n k \sqrt{n} \left(\prod_{i=1}^n t_i\right) (n-1)!}{\left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)^n} \dots\dots (25)$$

$$h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{H(t_1, t_2, \dots, t_n; \theta)}{P(t_1, t_2, \dots, t_n)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}}}{\theta^{n+1} (n-1)!} \end{aligned} \dots\dots\dots (26)$$

أولا باستعمال الدالة التربيعية

$$L(\hat{R}, R) = c(\hat{R} - R)^2 \dots\dots\dots(27)$$

$$Risk = \int_{\forall \theta} c(\hat{R}^2 - 2\hat{R}R + R^2) h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

$$= \int_0^{\infty} c(\hat{R}^2 - 2\hat{R}R + R^2) \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\theta}}}{\theta^{n+1} (n+1)!} d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على

$$\frac{dRisk}{d\hat{R}} = 2c\hat{R} - 2c \int_0^{\infty} R h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على:

$$\hat{R}_{11}(t) = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{(\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2)^n} \dots\dots\dots (28)$$

ثانيا باستعمال الدالة اللوغارتمية

$$L(\hat{R}, R) = C(\ln \hat{R} - \ln R)^2$$

$$Risk = \int_0^{\infty} c[(\ln \hat{R})^2 - 2 \ln \hat{R} \ln R + (\ln R)^2] h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2c \ln \hat{R} \frac{1}{\hat{R}} - 2c \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta + 0 = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على مقدر دالة المعولية :

$$\hat{R}_{22}(t) = e^{-\left(\frac{n(\sum_{i=1}^n t_i^2)t^2}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+1}}\right)} \dots\dots\dots (29)$$

ثالثا باستعمال الدالة التربيعية المقترحة

$$L(\hat{R}, R) = \sqrt{R^3} c(\hat{R} - R)^2 \dots\dots\dots (30)$$

$$Risk = \int_0^{\infty} (c\hat{R}^2\sqrt{R^3} - 2c\hat{R}R\sqrt{R^3} + cR^2\sqrt{R^3})h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2c\hat{R} \int_0^{\infty} \frac{3t^2}{2\theta} h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta - 2c \int_0^{\infty} \frac{3t^2}{2\theta} e^{-\frac{t^2}{\theta}} h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta + 0 \dots$$

(31)

وبعد التبسيط نحصل على مقدر دالة المعولية :

$$\hat{R}_{33}(t) = \frac{(3t^2 + 2\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{(5t^2 + 2\sum_{i=1}^n t_i^2)^n} \dots\dots\dots (32)$$

رابعا باستعمال الدالة اللوغارتمية المقترحة الأولى

$$L(\hat{R}, R) = \sqrt{R^3} (\ln \hat{R} - \ln R)^2 \dots\dots\dots (33)$$

$$Risk = \int_0^{\infty} ((\ln \hat{R})^2(\sqrt{R^3}) - 2\ln \hat{R} \ln R(\sqrt{R^3}) + (\ln R)^2(\sqrt{R^3}))h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر دالة المعولية نحصل على:

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 2(\ln \hat{R}) \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} (\sqrt{R^3})h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta - 2 \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R(\sqrt{R^3})h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n)d\theta$$

وبعد التبسيط نحصل على مقدر دالة المعولية:

$$R_{44}(t) = \exp\left(-\frac{2nt^2}{3t^2 + 2\sum_{i=1}^n t_i^2}\right) \dots\dots\dots (34)$$

خامسا باستعمال الدالة اللوغارتمية المقترحة الثانية

$$L(\hat{R}, R) = (\ln \hat{R})(\ln \hat{R} - \ln R)^2 \\ = [(\ln \hat{R})^3 - 2(\ln \hat{R})^2 \ln R + \ln \hat{R}(\ln R)^2] \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$Risk = \int_0^{\infty} [(\ln \hat{R})^3 - 2(\ln \hat{R})^2 \ln R + \ln \hat{R}(\ln R)^2] h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

$$\frac{\partial Risk}{\partial \hat{R}} = 3(\ln \hat{R})^2 \frac{1}{\hat{R}} - 4 \ln \hat{R} \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} \ln R * h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta + \frac{1}{\hat{R}} \int_0^{\infty} (\ln R)^2 h_2(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta$$

وبعد التبسيط نحصل على مقدر دالة المعولية:

$$\hat{R}_{55}(t) = \exp\left(-\frac{3(\ln \hat{R})^2 + \frac{t^4 n(n+1)}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^2}}{4n \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n t^2}{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+1}}}\right) \quad \dots\dots\dots (36)$$

وبافتراض إن $\ln \hat{R}$ هو اللوغارتم لدالة المعولية مقدر مسبقا.

4- الجانب التجريبي

تم استخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبيا ، حيث يتميز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير

من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظريا من دون الحصول عليها عمليا وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج

المطلوبة وتتخلص هذه الطريقة بالخطوات التالية:

- 1- تحديد القيم الافتراضية: تم اختيار خمسة حجوم للعينات هي (10, 20, 30, 50, 100) واستخدم قيم افتراضية لمعلمة القياس θ وقيمة $k=2$ وهي كما يلي:

t	θ
0.5	0.5
	1
	1.5
1.5	0.5
	1
	1.5
2.5	0.5
	1
	1.5
3.5	0.5
	1
	1.5

2- توليد البيانات:

1- تم توليد قيم المتغير العشوائي t_i وفق طريقة التحويل العكسي وفق الصيغة التالية [12]:

$$t_i = [-\theta \ln(1 - u_i)]^2 \quad (37)$$

2- تم تطبيق الصيغ المتوصل إليها لمقدر دالة المعولية في الجانب النظري.

3- في الطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغاتيمية المقترحة الثانية تم الاعتماد على مقدر دالة المعولية لطريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية كمقدر أولي.

4- في الطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغاتيمية المقترحة الثانية تم الاعتماد على مقدر دالة المعولية لطريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية كمقدر أولي.

5- مقياس المقارنة: تم الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ وفق الصيغة التالية:

$$MSE(\hat{R}(t)) = \frac{\sum_{i=1}^L (\hat{R}(t) - R(t))^2}{L} \quad (38)$$

إذ إن:

L = عدد مرات التجربة

$\hat{R}(t)$ = مقدر الطريقة المعتمدة
 $R(t)$ = القيمة حسب الأسلوب المستخدم
 إذ تم تكرار التجربة إلى (1000) مرة.

5- الاستنتاجات

- 1- بينت النتائج بأن طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية هي الأفضل لأغلب القيم الافتراضية ولجميع أحجام العينات.
- 2- كانت طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية المقترحة هي الأفضل بالنسبة للقيمة الافتراضية $t = 0.5$ ولجميع أحجام العينات.
- 3- حصلت طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية المقترحة الثانية على الأفضلية بالنسبة للقيمة الافتراضية $t = 1.5$ وبالأخص للقيم الافتراضية لمعلمة القياس (θ) (1.5,1) لأغلب أحجام العينات.
- 4- جاءت طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية بالمرتبة الثانية على بقية طرائق التقدير ولجميع أحجام العينات.
- 5- من خلال استخدام دوال الخسارة (التربيعية ، اللوغارتمية ، التربيعية المقترحة ، اللوغارتمية المقترحة الأولى ، اللوغارتمية المقترحة الثانية) في الطرائق البيزية بينت النتائج بأن متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الأولى والتي استخدمت فيها دوال الخسارة أعلاه هو أقل من متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الثانية وبلاستخدام نفس دوال الخسارة .
- 6- للقيمة الافتراضية $t = 0.5$ يكون متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الثانية وبلاستخدام دوال الخسارة المستخدمة في البحث هو أقل من متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية للطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الأولى وبلاستخدام نفس دوال الخسارة.

6- التوصيات

- 1- يوصي الباحث اعتماد طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية.
- 2- يوصي الباحث توسيع نطاق الدراسة وذلك مقارنة الطرائق البيزية ذات دالة التوزيع السابق الأولى مع طرائق تقليدية وبالأخص طريقة جاك نايف.
- 3- يوصي الباحث باقتراح دوال خسارة جديدة ومقارنة هذه الدوال مع الدوال المستخدمة في البحث.

7- الجدول

الجدول أدناه تبين نتائج التقدير لحجوم العينات (10 , 20 , 30 , 50 , 100) وكما يلي:

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية لحجم عينة (10)

تتمة جدول رقم (1)

إذ إن:

$\hat{R}_{11}(t)$	$\hat{R}_{22}(t)$	$\hat{R}_{33}(t)$	$\hat{R}_{44}(t)$	$\hat{R}_{55}(t)$	الأفضل
1.011007E-02	1.128607E-02	7.824075E-03	8.38029E-03	1.008577E-02	$\hat{R}_{33}(t)$
5.072272E-03	5.444248E-03	4.166854E-03	4.432388E-03	5.253233E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
2.88693E-03	3.038145E-03	2.493429E-03	2.614024E-03	3.03616E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
9.644107E-04	4.122297E-04	8.026456E-03	4.59075E-03	1.186959E-03	$\hat{R}_2(t)$
5.747883E-03	4.849251E-03	1.499811E-02	1.085927E-02	5.832731E-03	$\hat{R}_5(t)$
9.51577E-03	9.853879E-03	1.402744E-02	1.165067E-02	9.156484E-03	$\hat{R}_1(t)$
2.034022E-06	1.047775E-07	8.442172E-04	2.297115E-04	4.390216E-06	$\hat{R}_2(t)$
2.210603E-04	5.997784E-05	4.190214E-03	2.010492E-03	3.090061E-04	$\hat{R}_2(t)$
1.27318E-03	5.969481E-04	9.082798E-03	5.367212E-03	1.527169E-03	$\hat{R}_2(t)$
3.316261E-09	2.689759E-12	2.355709E-04	3.403361E-05	1.36786E-08	$\hat{R}_2(t)$
2.398672E-06	1.327473E-07	8.826949E-04	2.447997E-04	5.092438E-06	$\hat{R}_2(t)$
4.632237E-05	7.732308E-06	2.258646E-03	8.946877E-04	7.417417E-05	$\hat{R}_2(t)$

T	θ	$\hat{R}_1(t)$	$\hat{R}_2(t)$	$\hat{R}_3(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$
0.5	0.5	1.268393E-02	0.144102	8.878209E-03	9.910907E-03	1.277736E-02
	1	6.79277E-03	7.330181E-03	5.429374E-03	5.840061E-03	7.085716E-03
	1.5	3.945167E-03	4.163757E-03	3.36228E-03	3.543564E-03	4.172384E-03
1.5	0.5	5.138462E-04	2.309187E-04	4.960447E-03	2.692473E-03	6.438685E-04
	1	4.17123E-03	4.132018E-03	9.424324E-03	6.753429E-03	4.127653E-03
	1.5	3.659258E-03	1.003818E-02	9.383636E-03	8.298859E-03	8.227604E-03
2.5	0.5	7.095275E-07	3.246825E-08	4.261782E-04	1.04157E-04	1.644362E-06
	1	1.067257E-04	2.814946E-05	2.475836E-03	1.118324E-03	1.547056E-04
	1.5	6.949232E-04	3.502086E-04	5.646706E-03	3.171373E-03	8.437429E-04
3.5	0.5	6.908505E-10	3.37939E-13	1.034714E-04	1.252724E-05	3.343419E-09
	1	8.472415E-07	4.183729E-08	4.477313E-04	1.117419E-04	1.928337E-06
	1.5	2.023944E-05	3.174383E-06	1.261989E-03	4.64021E-04	3.396942E-05

$$= \hat{R}_1(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية}$$

$$= \hat{R}_2(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية}$$

$$= \hat{R}_3(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية المقترحة}$$

$$= \hat{R}_4(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية الأولى}$$

$$= \hat{R}_5(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الأولى والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية الثانية}$$

$$= \hat{R}_{11}(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية}$$

$$= \hat{R}_{22}(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية}$$

$$\begin{aligned} &= \hat{R}_{33}(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة التربيعية المقترحة} \\ &= \hat{R}_{44}(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية الأولى} \\ &= \hat{R}_{55}(t) \text{ طريقة بيز ذات دالة التوزيع السابق الثانية والمعتمدة على دالة الخسارة اللوغارتمية الثانية} \end{aligned}$$

جدول رقم (2)

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية لحجم عينة (20)

T	θ	$\hat{R}_1(t)$	$\hat{R}_2(t)$	$\hat{R}_3(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$
0.5	0.5	5.455136E-03	5.853068E-03	4.521307E-03	4.788414E-03	5.495886E-03
	1	2.569604E-03	2.675643E-03	2.286536E-03	2.374794E-03	2.64721E-03
	1.5	1.417793E-03	1.458253E-03	1.305461E-03	1.341315E-03	1.473048E-03
1.5	0.5	2.085066E-04	1.217634E-04	1.208098E-03	7.181083E-04	2.524298E-04
	1	2.377152E-03	2.376118E-03	3.992598E-03	3.175746E-03	2.365921E-03
	1.5	4.849309E-03	5.293854E-03	5.042029E-03	4.723538E-03	4.70209E-03
2.5	0.5	4.620646E-08	3.324107E-09	1.338838E-05	3.184267E-06	1.112088E-07
	1	3.064927E-05	1.143717E-05	3.859501E-04	1.912455E-04	4.29941E-05
	1.5	3.002329E-04	1.915013E-04	1.489646E-03	9.163721E-04	3.526655E-04
3.5	0.5	2.147967E-12	1.402756E-15	4.314984E-07	3.128078E-08	1.735043E-11
	1	5.883547E-08	4.564647E-09	1.489065E-05	3.646721E-06	1.382906E-07
	1.5	3.833823E-06	8.953703E-07	1.173462E-04	4.678577E-05	6.278491E-06

تتمة جدول رقم (2)

$\hat{R}_{11}(t)$	$\hat{R}_{22}(t)$	$\hat{R}_{33}(t)$	$\hat{R}_{44}(t)$	$\hat{R}_{55}(t)$	الأفضل
4.787978E-03	5.056208E-03	4.223332E-03	4.371507E-03	4.785951E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
2.166889E-03	2.241109E-03	1.975516E-03	2.033934E-03	2.212014E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
1.180557E-03	1.209116E-03	1.102861E-03	1.127371E-03	1.215321E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
3.104784E-04	1.708385E-04	1.698704E-03	1.03855E-03	3.760959E-04	$\hat{R}_2(t)$
2.839829E-03	2.583293E-03	5.452575E-03	4.276764E-03	2.883641E-03	$\hat{R}_5(t)$
5.094352E-03	5.207875E-03	6.361376E-03	5.680799E-03	4.986652E-03	$\hat{R}_5(t)$
9.227215E-08	7.211423E-09	2.223276E-05	5.57571E-06	2.141884E-07	$\hat{R}_2(t)$
4.911056E-05	1.827429E-05	5.578515E-04	2.854292E-04	6.787192E-05	$\hat{R}_2(t)$
4.384006E-04	2.604084E-04	2.087977E-03	1.318878E-03	5.174186E-04	$\hat{R}_2(t)$
6.495677E-12	5.659086E-15	8.481315E-07	6.829551E-08	4.770326E-11	$\hat{R}_2(t)$
1.16411E-07	9.784018E-09	2.460391E-05	6.346451E-06	2.64137E-07	$\hat{R}_2(t)$
6.553218E-06	1.584648E-06	1.769958E-04	7.316682E-05	1.048928E-05	$\hat{R}_2(t)$

جدول رقم (3)

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية لحجم عينة (30)

$\hat{R}_{11}(t)$		$\hat{R}_{22}(t)$		$\hat{R}_{33}(t)$		$\hat{R}_{44}(t)$		$\hat{R}_{55}(t)$		الأفضل
T	θ	$\hat{R}_1(t)$	$\hat{R}_2(t)$	$\hat{R}_3(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$	$\hat{R}_5(t)$	
0.5	0.5	1.997467E-03	2.061134E-03	1.840023E-03	1.88684E-03	2.007366E-03				
	1	8.724242E-04	8.88029E-04	8.294663E-04	8.431262E-04	8.861466E-04				
	1.5	4.679089E-04	4.736844E-04	4.515197E-04	4.56822E-04	4.77184E-04				
1.5	0.5	6.467856E-05	4.969652E-05	1.969607E-04	1.357324E-04	7.25334E-05				
	1	1.039277E-03	1.048879E-03	1.312311E-03	1.170226E-03	1.035307E-03				
	1.5	2.106893E-03	2.201176E-03	2.103711E-03	2.058349E-03	2.076483E-03				
2.5	0.5	1.785032E-09	3.397737E-10	1.037645E-07	3.247317E-08	3.435747E-09				
	1	6.45411E-06	3.709931E-06	3.603359E-05	2.132061E-05	8.127266E-06				
	1.5	9.969586E-05	8.06166E-05	2.681995E-04	1.907706E-04	1.094055E-04				
3.5	0.5	1.603818E-15	1.408228E-17	3.798187E-11	2.72645E-12	9.566997E-15				
	1	2.454598E-09	4.902642E-10	1.281085E-07	4.127962E-08	4.635919E-09				
	1.5	5.069892E-07	2.099735E-07	5.418419E-06	2.69956E-06	7.225738E-07				

تنمة جدول رقم (3)

T	θ	$\hat{R}_1(t)$	$\hat{R}_2(t)$	$\hat{R}_3(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$
0.5	0.5	3.382474E-03	3.54935E-03	2.983386E-03	3.099235E-03	3.402201E-03
	1	1.527518E-03	1.570168E-03	1.412055E-03	1.448389E-03	1.561396E-03
	1.5	8.295102E-04	8.45526E-04	7.845729E-04	7.990113E-04	8.53108E-04
1.5	0.5	1.205475E-04	7.960397E-05	5.331113E-04	3.362042E-04	1.418535E-04
	1	1.627843E-03	1.624508E-03	2.421894E-03	2.023817E-03	1.624798E-03
	1.5	3.305445E-03	3.51033E-03	3.420062E-03	3.261177E-03	3.235181E-03
2.5	0.5	1.002129E-08	1.148192E-09	1.509612E-06	3.895721E-07	2.219906E-08
	1	1.472429E-05	6.657157E-06	1.312399E-04	6.983534E-05	1.986139E-05
	1.5	1.793995E-04	1.272658E-04	6.881921E-04	4.486446E-04	2.054395E-04
3.5	0.5	8.165383E-14	1.658123E-16	8.288721E-09	5.330381E-10	6.241661E-13
	1	1.321666E-08	1.610828E-09	1.754537E-06	4.670284E-07	2.863631E-08
	1.5	1.476167E-06	4.46762E-07	2.883366E-05	1.252365E-05	2.296317E-06

جدول رقم (4)

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية لحجم عينة (50)

3.096109E-03	3.207537E-03	2.857378E-03	2.920999E-03	3.094581E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
1.358376E-03	1.388248E-03	1.280242E-03	1.304328E-03	1.377307E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
7.308549E-04	7.422061E-04	6.996406E-04	7.095566E-04	7.452994E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
1.629809E-04	1.014991E-04	7.035434E-04	4.522806E-04	1.92945E-04	$\hat{R}_2(t)$
1.849034E-03	1.72359E-03	3.084324E-03	2.530061E-03	1.874841E-03	$\hat{R}_2(t)$
3.429636E-03	3.47466E-03	4.046426E-03	3.719075E-03	3.380839E-03	$\hat{R}_5(t)$

1.688208E-08	2.026145E-09	2.270551E-06	6.059018E-07	3.660452E-08	$\hat{R}_2(t)$
2.117273E-05	9.391845E-06	1.762866E-04	9.601835E-05	2.835873E-05	$\hat{R}_2(t)$
2.384965E-04	1.584939E-04	9.063105E-04	6.010364E-04	2.756029E-04	$\hat{R}_2(t)$
1.904608E-13	4.593379E-16	1.472957E-08	1.017127E-09	1.371856E-10	$\hat{R}_2(t)$ الأفضل
2.211497E-08	2.818825E-09	2.626961E-06	7.225827E-07	4.692192E-08	$\hat{R}_2(t)$
2.226504E-06	6.823016E-07	3.995823E-05	1.77925E-05	3.41506E-06	$\hat{R}_2(t)$

تتمة جدول رقم (4)

1.875525E-03	1.919599E-03	1.775553E-03	1.803481E-03	1.87724E-03	$\hat{R}_{33}(t)$
8.04707E-04	8.159828E-04	7.745303E-04	7.839691E-04	8.129049E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
4.291068E-04	4.333278E-04	4.173276E-04	4.211032E-04	4.350569E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
7.872916E-05	5.7545E-05	2.430293E-04	1.688043E-04	8.919396E-05	$\hat{R}_2(t)$
1.114016E-03	1.077896E-03	1.541957E-03	1.345955E-03	1.121695E-03	$\hat{R}_5(t)$
2.134319E-03	2.167587E-03	2.319008E-03	2.210776E-03	2.113087E-03	$\hat{R}_4(t)$
2.560859E-09	4.989305E-10	1.396781E-07	4.452125E-08	4.869933E-09	$\hat{R}_2(t)$
8.286823E-06	4.62463E-06	4.493034E-05	2.697078E-05	1.04446E-05	$\hat{R}_2(t)$
1.196622E-04	9.18506E-05	3.302179E-04	2.361173E-04	1.32865E-04	$\hat{R}_2(t)$
2.88973E-15	2.73455E-17	5.915284E-11	4.416959E-12	1.673002E-14	$\hat{R}_2(t)$
3.505811E-09	7.160146E-10	1.718329E-07	5.63778E-08	6.543321E-09	$\hat{R}_2(t)$
6.758088E-07	2.783297E-07	6.879795E-06	3.482077E-06	9.572869E-07	$\hat{R}_2(t)$

$\hat{R}_{11}(t)$	$\hat{R}_{22}(t)$	$\hat{R}_{33}(t)$	$\hat{R}_{44}(t)$	$\hat{R}_{55}(t)$	الأفضل
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------

T	θ	$\hat{R}_1(t)$	$\hat{R}_2(t)$	$\hat{R}_3(t)$	$\hat{R}_4(t)$	$\hat{R}_5(t)$
0.5	0.5	9.643481E-04	9.787581E-04	9.286785E-04	9.392998E-04	9.665068E-04
	1	4.061911E-04	4.096532E-04	3.966262E-04	3.996758E-04	4.093104E-04
	1.5	2.114044E-04	2.16294E-04	2.114044E-04	2.125777E-04	2.171237E-04
1.5	0.5	3.261611E-05	2.80958E-05	6.524412E-05	5.085754E-05	3.489618E-05
	1	5.721711E-04	5.718569E-04	6.533556E-04	6.128431E-04	5.717757E-04
	1.5	1.125032E-03	1.146186E-03	1.134153E-03	1.119067E-03	1.117319E-03
2.5	0.5	3.369515E-10	1.232751E-10	5.089672E-09	2.226336E-09	5.177547E-10
	1	2.74596E-06	1.992958E-06	8.547785E-06	5.889953E-06	3.17183E-06
	1.5	5.156691E-05	4.571264E-05	9.453214E-05	7.561669E-05	5.444459E-05
3.5	0.5	4.035124E-17	2.45354E-18	4.18373E-14	5.48565E-15	1.313176E-16
	1	4.807753E-10	1.809738E-10	6.768116E-09	3.023613E-09	7.298864E-10
	1.5	1.725216E-07	1.018949E-07	8.513922E-07	5.167596E-07	2.172226E-07

جدول رقم (5)

يبين نتائج التقدير لمتوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية لحجم عينة (100)

تتمة جدول رقم (5)

9.379376E-04	9.476212E-04	9.162846E-04	9.222668E-04	9.379153E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
3.912908E-04	3.937468E-04	3.847204E-04	3.867765E-04	3.930096E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
2.064796E-04	2.073942E-04	2.039242E-04	2.047439E-04	2.077517E-04	$\hat{R}_{33}(t)$
3.634441E-05	3.043531E-05	7.473694E-05	5.816151E-05	3.919224E-05	$\hat{R}_2(t)$
5.951254E-04	5.827351E-04	7.148776E-04	6.611994E-04	5.97928E-04	$\hat{R}_5(t)$
1.137614E-03	1.142739E-03	1.195365E-03	1.164045E-03	1.132415E-03	$\hat{R}_5(t)$
4.142316E-10	1.521053E-10	6.102223E-09	2.690293E-09	6.340202E-10	$\hat{R}_2(t)$
3.168062E-06	2.246488E-06	9.877141E-06	6.840106E-06	3.675203E-06	$\hat{R}_2(t)$
5.698126E-05	4.910303E-05	1.079725E-04	8.606241E-05	6.065339E-05	$\hat{R}_2(t)$
5.595006E-17	3.477767E-18	5.534192E-14	7.355181E-15	1.803785E-16	$\hat{R}_2(t)$
5.897701E-10	2.226844E-10	8.098358E-09	3.64644E-09	8.919639E-10	$\hat{R}_2(t)$
2.039771E-07	1.189182E-07	9.916802E-07	6.064669E-07	2.569455E-07	$\hat{R}_2(t)$

9- المصادر

- 1- الجميلي، صبا صباح،(2011)، "مقارنة مقدرات بيز لدالة المعولية لأنموذج ويبيل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- 2- لازم، جاسم حسن،(2011)، "مقارنة طرائق بيز مع طرائق أخرى لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبيل باستخدام المحاكاة"، مجلة كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد.

3- Abd-Eiaziz , A.A., Amin,E.A. and Sdiman,A.,(2010),"Estimation and Predication from **inverse Rayleigh distribution based on lower record values** "Applied Mathematical sciences , vol.4,no.62,pp 3057–3066.

4- Afify,E.E.,(2004),"Comparison of Estimators of Parameters for the Rayleigh Distribution", Faculty of Eng. Shibeen El Kom Menoufia Univ.
<http://interstat.statjournals.net/YEAR/2003/articles/0302004.pdf>.

5- Al-Nachawati,H. and Abu-Youssef,S.E.,(2009),"A Bayesian analysis of order statistics from the Generalized Rayleigh distribution ",Applied Mathematical sciences ,vol.3,no.27,pp 1315–1325.

- 6- Chen, D.G., Lio, Y.L. and Tsai, T.R., (2011), "Parameter Estimation for Generalized Rayleigh distribution under progressively type-I interval censored data", American open journal of statistics pp 46-57.
- 7- Evans, M., Hastings, N. and Peacock, B., (1993), "Statistical Distribution", John Wiley & Sons, INC.
- 8- Kittisuwan, P., Asdornwiset, W. and Marukatat, S., (2009), "Image denoising employing a bivariate Pearson distribution with Rayleigh density priori for statistical parameter", Journal International conference on Electrical Engineering/Electronics computer, Telecommunications and Information Technology, pp:1112-1115\IEEE.
- 9- Lei, S., Hussain, Z.M. and Harris, R.J., (2004), "An efficient mobile Rayleigh fading channel simulator :a comparison with Clarke's model" Journal Tencon, pp:113-116\IEEE.
- 10- Kumar, A., Singh, S. and Gupta, V.k., (2011), "N-Rayleigh distribution in mobile computing for flat -fading channel", Global journal of computer science and technology , vol.11 issue(14) version 1.0.
- 11- Meintanis, S. & Iliopoulos, G. (2003), "Tests of fit for the Rayleigh distribution based on the empirical Laplace transform", Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol.55, No.1, PP.137-151.
- 12- Melamed, B. & Rubinstein, (1998), "Modern Simulation and Modeling", John Wiley & Sons, Inc.
- 13- Vikas, G., Deepak, N., (2009), "n-Rayleigh distribution in mobile computing over flat-fading channel " Journal proceeding of International conference on Methods and Models in computer science, pp:1-3\IEEE.
- 14- Zogas, D.A., Karagiannidis, G.k., Kotsopoulos, S.A. and Mathiopoulos, P.T., (2002), "An efficient approach to the exponentially correlated Rayleigh distribution " Journal personal , Indoor and mobile radio communication international symposium, pp:1195-1199, vol.3\IEEE.