A conceptual Discussion on the Definition of Probability. A review from philosophical perspective

Ass. Prof. Dr. Ehsan K. Al-Qurashi

Al-Mustansiyria University

جدل مفاهيمي حول تعريف الاحتمال

عرض بمنظورٍ فلسفي

أ.م.د. أحسان كاظم شريف القرشي

الجامعة المستنصرية

المستخلـــص

يناقش البحث موضوع التطور التأريخي لتعريف الاحتمال واهم المحاولات التي قام بها علماء الإحصاء مثل (Russell ، Savage) ... لجعل التعريف شاملاً ثم يعرج البحث الى طرح وجهة نظر الباحث والتي تتلخص بضرورة إعادة النظر بتعريف الاحتمال وفق منظور فلسفي .

Abstract

The study is concerned with discussing the historical development of the definition of probability . In addition , it tackles the important attempts carried out by statisticians (e.g Savage , Russell) to make the definition more comprehensive . The work also introduces the researchers view point which briefly reads that the definition of probability should be reconsidered from a philosophical perspective .

1.المقدمة:

إنَّ نظرية الاحتمال تعدُّ احدى الركائز الرئيسية التي تدعم التطبيقات العملية لمختلف العلوم كالطبية والهندسية والإدارية والزراعية والنفسية...الى غير ذلك من العلوم . و التجارب العلمية يمكن تقسيمها على نوعين: النوع الأول يسمّى بالتجارب المحددة *Deterministic Experiments* التي تزودنا بالنتائج نفسها عندما نكرر التجربة N من المرات وبشروط معينة ،أما النوع الثاني فيسمّى بالتجارب العشوائية *Random Experiments* ، تلك التجارب التي تزودنا بنتائج مختلفة عند تكرار التجربة N من المرات وبشروط معينة ، ويطلق عليها أيضا بالتجارب الاحتمالية.

إن تعريف الاحتمال مر بمراحل تطور، سنعرض لها مع الإشارة إلى وقفة تحتاج إلى تأمل ومراجعة للتعريف.

2.تـطور فكرة الاحـتمال:

ترجع فكرة الاحتمال إلى القرن السابع عشر 1653 حين حاول كل من *Pascal* و *Fermat* إيجاد الحلول لبعض المسائل التي تعتمد على المصادفة مثل رمي قطعة نقود أو رمي زهرة نرد... إلى غير ذلك . و هناك مدخلان أو تصنيفان

لمناقشة تعريف الاحتمال، الأول يدعى بـ الاحتمال الهدفي .*objective prob* والثاني يدعى بـ الاحتمال الموضوعي. *subjective prob*.

1-2. **الاحتمال الهدفي.*objective prob*:**

إن الأحتمال الهدفي يقسم على الاحتمال الكلاسيكي. *Classical prob* والاحتمال التجريبي. *Empirical prob*.

1-1-2. **الاحتمال الكلاسيكي. *Classical prob***

في عام 1812 نشر *Pierr simon de Laplace* كتابه الشهير " *Analytical Theory of Probability*" الذي عرض فيه لتعريف الاحتمال الذي يطلق عليه بالتعريف الكلاسيكي للاحتمال *The Classical Definition* و هو عبارة عن عدد النتائج المستحصلة (النجاح) أو بمعنى أخر عدد المرات الموافقة للنتيجة مقسوما على العدد الكلي للنتائج (النتائج الممكنة) أو نسبة عدد النتائج المستحصلة(النجاح) الى العدد الكلي للنتائج.

ويفترض هذا التعريف إنَّ فرصة ظهور أية نتيجة متساوية (متكافئة) *equally likely* ،و إنَّ عدد مرات تكرار التجربة عدد منتهٍ .

بمعنى أخر لو فرضنا إنَّ الحدث *A* *(Event A)* يحدث بطرق مختلفة عددها (n) من العدد الكلي للطرق (N)، على إنَّ لكل منها فرصة متكافئة في الحدوث فأن احتمال حدوث الحدث *A*- الذي يسمى احتمال النجاح- هو عبارة عن نسبة عدد مرات حدوث الحدث *A* (عدد مرات النجاح) إلى العدد الكلي للطرق.

$P(A) = = \frac{n}{N}$ مثال ذلك رمي قطعة النقود مرة واحدة

أو عدة مرات، فأننا نفرض في جميع التجارب إنَّ قطعة النقود متكاملة التوازن ويترتب على ذلك إنَّ فرص ظهور الصورة وفرص ظهور ألكتابة متساوية عند إلقاء قطعة النقود مهما تكررت التجربة. وبذلك يكون احتمال كل منها في الظهور يساوي النصف $^{1}/_{2}$)والشيء نفسه يقال عند رمي زهرة النرد فإنَّ احتمال ظهور اي وجه يساوي($^{1}/_{6}$) وكذا الحال عند سحب ورقة واحدة من مجموعة أوراق اللعب فإنَّ احتمال كل منها في الظهور يساوي ($^{1}/_{52}$).

إنَّ التعريف الكلاسيكي واجه اعتراضين هما :-

الأول: إنَّ التجربة محدودة التكرار، ويمثل هذا قيداً على بعض التجارب والتطبيقات العلمية.

الثاني: إنَّ تعريف *Laplace* دائري *Circular* لانه يعرف الاحتمال بـ الاحتمال نفسه وذلك ناتج من تشابه عبارة الفرص المتكافئة *equally likely* مع عبارة تساوي الاحتمالات *equally prob.*

2-1-2. **الاحتمال التجريبي. *Empirical prob*.**

بعد تعريف *Laplace* وضع *Jerzy Neyman* عام *1937* تعريفاً اخر للاحتمال يدعى بـ الاحتمال التجريبي ويمكن أن يطلق عليه بـ الاحتمال على أساس التكرارات النسبية *relative frequencies* .
ويعرف الاحتمال بأنه حاصل قسمة عدد مرات تكرار ظهور الحدث *A* على العدد الكلي للحوادث الممكنة الحدوث إي :

$P(A) =$

إن كلا التعريفين الكلاسيكي والتجريبي يفيان بالبديهيّات الثلاث التي عرضها (كولموكَروف) *Andrey Nikolyevich Kolmogorov* عام 1933 وهي :-

$1\text{-}P(A) \geq 0$

$2\text{-}P(S) = 1$

$3\text{-}P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان الحدثان A و B متنافيين ومتبادلين*Mutually exclusive events*

إن التعريف التجريبي يتخلص من الاعتراضات أنفة الذكر التي جابهت التعريف الكلاسيكي... إلا انه واجه اعتراضاً آخر يتمثل بافتراضنا الجهل بنسبة التكرارات، كما انه لايخلو من الصعوبات الرياضية إذ يتعذر أحيانا حساب نهاية محدودة للتكرار النسبي.

2-2. الاحتمال الموضوعي.*subjective prob*

في عام 1950 عرض *L.J Savage* مساهمة قيمة إلى مايسمى بـ الاحتمال الموضوعي ذلك الاحتمال الذي يعالج مشكلة التجارب التي نجهل تكرارها أو التجارب نادرة الحدوث أو التي لم تحدث سابقا أو ليس لدينا معلومات مسبقة عن الحدث والتجربة. لذا فإنَّ قيمة الاحتمال تحدد هنا بحسب التقدير الموضوعي ، وهذا التقويم الموضوعي المستحصل من خلال الخبرة أو المعلومات الذاتية يمكننا من اتخاذ قرار حول الاحتمال الموضوعي. بمعنى أخر إنَّ هذا الاحتمال لايعتمد على التكرار لأية تجربة.

إنَّ مساهمة *Savage* في الوقت الذي تخلصت فيه من كل الاعتراضات التي جابهت التعريفين السابقين و برغم إيفائها للبديهيّات الثلاث التي وضعها كولموكَروف ، إلا أنها لم تحظَ بقبول واسع حمن الإحصائيين المتخصصين.

وحاول رسل *Russell* في كتابه المعرفة الإنسانية أن يثبت بأن تعريف الاحتمال السابق يشمل التجارب التي لانعرف تكرارها بشرط أن نسلم مسبقاً بمبدأ الاستقراء. أي المبدأ الذي يسوُّغ تعميم الحكم على الأفراد والمجموعات غير المستقرأة.

3. مـشكلة البحث:

وبالرغم من محاولات *Savage* ومحاولات *Russell* فإنَّ تعريف الاحتمال مازال يواجه اعتراضا يكمن في عدم شموله لجميع المجالات التي يمكن للاحتمال الرياضي إن يمتد إليها، وبالتالي فأن التعريف يعدَّ ناقصاً مالم يشمل هذه المجالات.

4.الجانب النظري:

4-1. وجهة نظر:-

لغرض توضيح وجهة نظرنا ومناقشة رأي الأستاذ *Russell* ، دعنا نسوق المثال الاتي:

لنفرض لدينا العبارتين الآتيتين:

العبارة الأولى:

إذا اخترنا-عشوائيا- أستاذا من جامعة الكوفة، ولا ندري هل لديه الخبرة في العمل على الحاسوب أم لا ؟ فنقول من المحتمل بدرجه معينه مقدارها(x) أن تكون لديه تلك الخبرة.

العبارة الثانية:

نفترض استاذاً ، ونقول اذا كان من جامعة الكوفة فمن المحتمل بدرجة معينة مقدارها(x) أن تكون لديه الخبرة في العمل على الحاسوب.

يتضح من العبارة الاولى ان هناك احتمالا واقعيا. *Actual prob* يتمثل في اختيار استاذٍ من جامعة الكوفة ، وشكا حقيقيا يتمثل باحتمال درجة خبرته في العمل على الحاسوب. ومن الممكن ازالة هذا الشك من خلال جمع معلومات كافية عن ذلك الاستاذ بالدرجة التي نستطيع بها الاجابة عن درجة خبرته بالحاسوب.

ويتضح من العبارة الثانية ان هناك احتمالا افتراضيا. *Postulated Probability* ، لان هذا الاستاذ ليس له واقع محددٌ، وبالتالي ليس هناك مجال للشك الحقيقي ، بل هناك يقين في صورة شك ، لان العبارة تشير الى نسبة الاساتذة في جامعة الكوفة من الذين لديهم الخبرة في العمل على الحاسوب.

ونخلص من العبارتين آنفتي الذكر ان هناك نوعين من الاحتمالات (واقعي وافتراضي)، وان تعريف الاحتمال (موضوع البحث) الذي يستهدف الاحتمال الرياضي ، في الحقيقة هو احتمال افتراضي،لإنَّ الاحتمال الرياضي عبارة عن قضية مستخلصة من المبادئ الرياضية بينما الاحتمال الواقعي عبارة عن قضية مشكوك فيها ، متولدة من جهلنا بالظروف ذات الصلة ، لابالمبادئ الرياضية.

ولو دققنا النظر في الاحتمال الواقعي لرأينا انه يشتمل على قضيتين، فعندما نختار استاذا معينا من جامعة الكوفة ونقول إنَّ احتمال ان تكون لديه خبرة بالعمل على الحاسوب بمقدار ½ فكأنما نقرر قضيتين لاقضية واحدة:

القضية الاولى:-

إنَّ درجه احتمال خبرة هذا الاستاذ تساوي ½. وهذا الاحتمال احتمال واقعي .

القضية الثانية:-

إنَّ درجه احتمال خبرة هذا الاستاذ تساوي ½. اذا تساوت درجة العلم والجهل بالظروف ذات الصلة باساتذة الجامعة مع درجتها بذلك الاستاذ المعنى. بمعنى اخر تساوي الفرص او تكافؤها *equally likely* وهذا الاحتمال

احتمال افتراضي ولإنَّ القضيتين على نهج واحد، فلابد من أن يشملها تعريف الاحتمال معا، والا فإنَّ التعريف سيبقى تعريفاً ناقصاً.

4-2. رأي الاستاذ *Russell* :-

يمكن توضيح محاولة الاستاذ *Russell* لاثبات شمول تعريف الاحتمال على اساس التكرار لجميع انواع الاحتمالات ، من خلال المثال الاتي الذي سرده في كتابه:

إن عبارة((يحتمل إنَّ زرادشت كان موجودا)) يشملها تعريف الاحتمال بالرغم من كونها بعيدة عن فكرة التكرار، من خلال البيان الأتي:-

إن هناك بينة قامت على وجود زرادشت ، وهي التي أدت إلى احتمال أن يكون موجودا ، وهذه البينة عضو في فئة البينات التي من نوعها.

ونفرض أننا اختبرنا واستقرأنا عدداً كبيراً من أعضاء تلك الفئة من البينات، فوجدنا إنَّ نسبة معينة منها صادقة ، ولنفرضها ½ ، و سنعمم هذه النسبة على مجموع أعضاء تلك الفئة على أساس الاستقراء* فنثبت استقرائياً إنَّ ½ من مجموع أعضاء تلك الفئة يُعدُّ صادقا ، وهذا يعني وجود احتمال بدرجة ½ في صالح البينة الدالة على وجود زرادشت.

ويستخلص الأستاذ *Russell* من ذلك إنَّ كل الاحتمالات القابلة للقياس يمكن تفسيرها على أساس هذا التعريف ، إي بوصفها تكرارات متناهية على إنَّ نفترض التسليم بمبدأ الاستقراء ، وهكذا يصبح وجود زراشت مندرجا في نطاق التعريف ، على رغم من إنَّه يبدو بعيدا عن فكرة التكرار.

---

* الاستقراء هو كل استدلال يسير من الخاص إلى العام.والدليل الاستقرائي يبدأ بملاحظه عدد من الحالات أو خلقها بوسائل التجربة التي يملكها الإنسان ويبني على أساسها النتيجة العامة التي توحي بها تلك الملاحظات أو التجارب.

4-3. رأي على رأي:-

يمكن مناقشة رأي الأستاذ *Russell* من خلال المحورين الآتيين:-

المحور الأول:-

لايمكن تحديد درجة احتمال وجود زرادشت على أساس التكرار ومبدأ الاستقراء، لإنَّ هذا الاحتمال احتمالٌ واقعي لا افتراضي وإنَّ تحديد درجة احتماله تحتاج إلى ماذهبنا إليه في القضية الثانية من تساوي الفرص أو تكافئها *equally likely* .

المحور الثاني:-

إن الاحتمال لايرتكز على الاستقراء ، بل خلاف ذلك هو الصحيح ، بالرغم من إنَّ كل استقراء يحتوي على تكرار. وهذا يعني عدم ربط تحديد درجه الاحتمال بالتكرار مباشرةً.

ويمكن القول إنَّ الاستقراء يقرب الاحتمال من الحقيقة ، مثلما نستقرئ الفئة التي تحتوي على عدد من الأعضاء من ضمنها البينة الدالة على وجود (زرادشت) ويتبين أنها صادقة بنسبة معينة، فيكون هذا الاستقراء تكراراً ويسهم في تقريب الاحتمال من الحقيقة.

6.**الـــــخلاصـــــة** :-

بعد هذا الاستعراض يمكن تلخيص رأينا بضرورة إعادة النظر بتعريف الاحتمال ليشمل كل المجالات التي لم يشملها التعريف وأعني بذلك الاحتمال الواقعي *Actual Probability*، آخذين بنظر الاعتبار ماذهبنا إليه عند تناول ماهية الاحتمال الواقعي (القضية الثانية) ، ويمكن القول إنَّ كل تعريف لايشمل الاحتمال الواقعي يعدُّ تعريفاً ناقصاً. واعتقد إنَّ الموضوع مازال قائماً للتأمل، والجدل، والمناقشة...

الـمصادر:

١. رسل ،برتراند.المعرفة الانسانية.

٢. الصدر،محمد باقر،(١٩٧٢)،.الاسس المنطقية للاستقراء،ط١.دار الفكر.بيروت.

3.Ahmed,M,S.,AL-Ani,S,R.,Amin,H,M.,(1980),Probability Theory First course,Baghdad University Press.

4.Feller,w.,(1968),An Introduction to Probability Theory and its application. 3rd ed.vol.1,Jhon Wiley & sons,Inc.New York.

5.Hoel,P,G.,Port,S,C.,Ston,C,H,J.,(1971).Introduction to Probability Theory.Houghton Mifflin co.Boston.

6.Hogg,R,V,.,A,T,Craig.(1978),Introduction to Mathematical statistics,4th ed.,MacMillan Publishing co.Inc.,New York.

7.Rasheed,D.H.,AL-ghurabi,S,I.,ALwakil,A,A.,(1999),Introduction to Probability Theory.

8. Wayne,W.Daniel.,Biostatistics:(1978) A Foundution For Analysis In The Health Sciences,2nd ed ,John Wiley & Sons,Inc.New York.