



AL- Rafidain
University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم

Available online at: <https://www.jrucs.iq>

JRUCS

Journal of AL-Rafidain
University College for
Sciences

استخدام نماذج التنبؤ الرمادية متعددة المتغيرات للتنبؤ بانبعاث غاز ثنائي أكسيد الكربون ونسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان

م. د. بشير جميل خليل	م. د. علي محمد علي
bashjameel73@gmail.com	alimohammad@gmail.com
وزارة التربية العراقية، بغداد، العراق	قسم الاقتصاد - كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة ميسان، ميسان، العراق

المستخلص

يتم استعمال النماذج الرمادية بشكل عام عند وجود شحة في المعلومات عن الظاهرة المدروسة، وتستعمل عادة لذلك نماذج أحادية المتغيرات وذلك عند وجود متغير واحد فقط، في هذه الورقة سيتم استخدام نماذج التنبؤ الرمادية متعددة المتغيرات وكحالة خاصة تم استخدام النموذج في حالة وجود متغيرين فقط هما كل من متغير انبعاث غاز ثنائي أكسيد الكربون ونسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان.

معلومات البحث

تواريخ البحث

تاريخ تقديم البحث: 2022/12/16
تاريخ قبول البحث: 2023/3/3
تاريخ رفع البحث على الموقع: 2023/12/31

الكلمات المفتاحية

غاز ثنائي أكسيد الكربون، خدمات الصرف الصحي، نماذج التنبؤ الرمادية متعددة المتغيرات.

للمراسلة:

م. د. بشير جميل خليل

bashjameel73@gmail.com

<https://doi.org/10.55562/jrucs.v54i1.587>

1. المقدمة

في عام 1982 قدم العالم الصيني Deng Ju-Long النظام الرمادي والذي اعتمد كطريقة للتنبؤ بالسلاسل الزمنية والذي يمتاز بالقدرة على التعامل مع الظواهر التي تعاني من شحة في البيانات وكذلك في حالات عدم التأكد [1]. وواحد من أكثر تطبيقات النظام الرمادي شيوعاً هو الأنموذج الرمادي $GM(1,1)$ الذي يعتبر أنموذج تنبؤ للسلاسل الزمنية يستعمل النظرية الرمادية في السلاسل الزمنية وذلك للحصول على تنبؤ جيد [2]، وقد تم تطبيق هذا الأنموذج في الكثير من المجالات منها الزراعة، الاقتصاد، البيئة، الأرصاد الجوية، الطب، التاريخ، الجغرافيا، الصناعة، الهندسة، استراتيجية الري، الشؤون العسكرية، حركة المرور، الإدارة والنظام القضائي.

يتعامل الأنموذج الرمادي الأحادي $GM(1,1)$ مع سلسلة زمنية واحدة، كما يمكن استخدام هذا الأنموذج مع عدة سلاسل زمنية باعتبارها مستقلة بعضها عن الآخر إلا أنه في حالة وجود علاقة بين هذه المتغيرات يفضل استخدام الأنموذج الرمادي المتعدد $GM(1,N)$ [3]، و N هنا تشير إلى عدد المتغيرات الداخلة في التحليل. وقد تم دراسة هذا الأنموذج من قبل العديد من الباحثين [4-7].

في هذا البحث ولوجود علاقة معنوية بين المتغيرات المدروسة فقد تم استخدام الأنموذج المتعدد في التنبؤ بدلاً من الأنموذج الأحادي وذلك للتنبؤ بكل من انبعاث غاز ثنائي أكسيد الكربون ونسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان وقد استعمل الباحثان الأنموذج الرمادي بدلاً من نماذج الانحدار الذاتي الأوساط المتحركة (ARMA) Autoregressive Moving Average لأن المشاهدات التي تم الحصول عليها قليلة وعددها 20 مشاهدة فقط، ولتحقيق أهداف

البحث التي تتمثل بالتنبؤ بهذه الظواهر البيئية فقد تم تقسيم ما تبقى من البحث إلى الأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات، وجانب عملي للتطبيق على البيانات محل الدراسة وكذلك قسم خاص بالنتائج وقسم للمناقشة والاستنتاجات.

2. الأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات

يتم التعبير عن الأنموذج الرمادي Grey Model على شكل $GM(p,q)$ ، إذ يشير الرمز p إلى رتبة المعادلة التفاضلية والرمز q يشير إلى عدد المتغيرات التي تدخل الأنموذج [8]. وأحد النماذج التي درست على نطاق واسع هو أنموذج $GM(1,1)$ الذي يتكون من معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى مع متغير واحد فقط [9]. وفي هذه لدراسة سيتم التركيز على $GM(1,q)$ ، والذي يتكون من معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى مع عدة متغيرات.

تتلخص فكرة $GM(1,1)$ في عمليات رئيسة ثلاث هي عملية التوليد التراكمي Accumulative Generation Operation (AGO)، النمذجة الرمادية، معكوس عملية التوليد التراكمي Inverse Accumulated Generating Operation (IAGO)، وكما يأتي [10-12]:

1. تهيئة بيانات السلسلة الزمنية الأصلية:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad , n \geq 4 \quad (1)$$

حيث تمثل n حجم العينة، $x^{(0)}$ تمثل مشاهدات السلسلة الأصلية. ثم يتم استعمال عملية التوليد التراكمي لإنشاء سلسلة $x^{(1)}$ ، وكما يأتي:

$$x^{(1)}(m) = \sum_{k=1}^m x^{(0)}(k) \quad , m = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

2. نمذجة النظام وإنشاء معادلة تفاضلية وهذه المعادلة تعد الأساس الذي يستند عليه التنبؤ. بعد أن تنشأ المعادلة التفاضلية يتم حلها باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Ordinary Least Squares (OLS) للحصول على معلمة α التي تعكس اتجاه التغيير في السلسلة $x^{(1)}$ وعمود البيانات الأصلية $x^{(0)}$ ومعلمة β التي تعكس العلاقات المتغيرة بين البيانات ومن ثم الحصول على القيمة المتوقعة للنظام والتنبؤ بسلوك النظام في المستقبل والمعادلة الآتية تمثل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى التي من خلالها يمكننا نمذجة $x^{(1)}$:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \alpha x^{(1)} = \beta$$

إذ إن:

α : يمثل معامل التطوير Developed Coefficient.

β : يمثل معلمة التنسيق Coordination Parameter.

وباعتبار أن:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = \frac{x^{(1)}(m+1) - x^{(1)}(m)}{m+1-m} = x^{(1)}(m+1) - x^{(1)}(m)$$

الصيغة الرياضية للمعادلة التفاضلية لأنموذج $GM(1,1)$ تكتب كما يأتي:

$$\Rightarrow x^{(0)}(m) + \alpha z^{(1)}(m) = \beta \quad , m = 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

إذ إن $z^{(1)}(m)$ تمثل قيم التسلسل الجديد للوسط المتولد من $x^{(1)}$ وتحسب كما يأتي:

$$z^{(1)}(m) = 0.5 (x^{(1)}(m) + x^{(1)}(m-1)) \quad , m = 2, 3, \dots \quad (4)$$

ويمكن إعادة صياغة المعادلة (3) كما يأتي:

$$x^{(0)}(m) = -\alpha z^{(1)}(m) + \beta \quad , m = 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

كما يمكن صياغة المعادلة (5) على شكل المصفوفات وكما يأتي:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

بعد ذلك يتم تقدير معاملات النموذج الرمادي باستعمال طريقة OLS، وكما يأتي:

$$\underline{\hat{p}} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (Z'Z)^{-1}Z'y \quad (6)$$

إذ إن:

$$Z = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \underline{y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

يتم إيجاد قيم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ عن طريق المعادلة (6)، وبعد ذلك يتم حساب قيم الاستجابة الزمنية $(\hat{x}^{(1)}(m))$ وكما يأتي:

$$\hat{x}^{(1)}(m) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}} \right) e^{-\hat{\alpha}(m-1)} + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}} ; m = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots \quad (7)$$

3. نحصل على جميع قيم $\hat{x}^{(1)}$ عن طريق المعادلة (7)، بعد ذلك يتم إجراء معكوس عملية التوليد التراكمي (IAGO) عن طريق المعادلة الآتية:

$$\hat{x}^{(0)}(m+1) = \hat{x}^{(1)}(m+1) - \hat{x}^{(1)}(m) \quad (8)$$

كانت هذه خطوات الحصول على تقديرات للسلسلة الواحدة عن طريق الأنموذج الرمادي GM(1,1)، أما الأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات GM(1,q) فيمكن تلخيص خطوات التحليل له بما يأتي [15-13]:

لتكن $x_i^{(0)}$ و $x_i^{(1)}$ (حيث $i=1,2,\dots,p$) هي سلاسل زمنية غير سالبة، و $x_i^{(1)}$ تمثل دالة التوليد التراكمية للسلسلة $x_i^{(0)}$ لكل $i=1,2,\dots,p$ ، و $z_1^{(1)}$ يمثل الوسط المتحرك للسلسلة $x_1^{(1)}$ عندئذ:

$$x_i^{(0)}(m) = -\alpha z_1^{(1)}(m) + \sum_{i=2}^p \beta_i x_i^{(1)}(m) , m = 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

تسمى المعادلة (9) بالأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات GM(1,p)، و α يسمى معامل التطوير و β_i يمثل معامل الاشتقاق، كما يمكن صياغة المعادلة (9) على شكل المصفوفات وكما يأتي:

$$\begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \dots & x_p^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \dots & x_p^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \dots & x_p^{(1)}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

بعد ذلك يتم تقدير معاملات النموذج الرمادي باستعمال طريقة OLS، وكما يأتي:

$$\underline{\hat{p}} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_p \end{bmatrix} = (Z'Z)^{-1}Z'y \quad (10)$$

إذ إن:

$$Z = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \dots & x_p^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \dots & x_p^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \dots & x_p^{(1)}(n) \end{bmatrix}, \underline{y} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

يتم إيجاد قيم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}_1$ إلى $\hat{\beta}_p$ عن طريق المعادلة (10)، وبعد ذلك يتم حساب قيم الاستجابة الزمنية $(\hat{x}^{(1)}(m))$ وكما يأتي:

$$\hat{x}_1^{(1)}(m) = \left(x_1^{(0)}(1) - \frac{1}{\hat{\alpha}} \sum_{i=2}^p \hat{\beta}_i x_i^{(1)}(m) \right) e^{-\hat{\alpha}m} + \frac{1}{\hat{\alpha}} \sum_{i=2}^p \hat{\beta}_i x_i^{(1)}(m) \quad (11)$$

4. نحصل على جميع قيم $\hat{x}^{(1)}$ عن طريق المعادلة (11)، بعد ذلك يتم إجراء معكوس عملية التوليد التراكمي (IAGO) عن طريق المعادلة الآتية:

$$\hat{x}_1^{(0)}(m+1) = \hat{x}_1^{(1)}(m+1) - \hat{x}_1^{(1)}(m) \quad (12)$$

3. الجانب العملي

• وصف البيانات

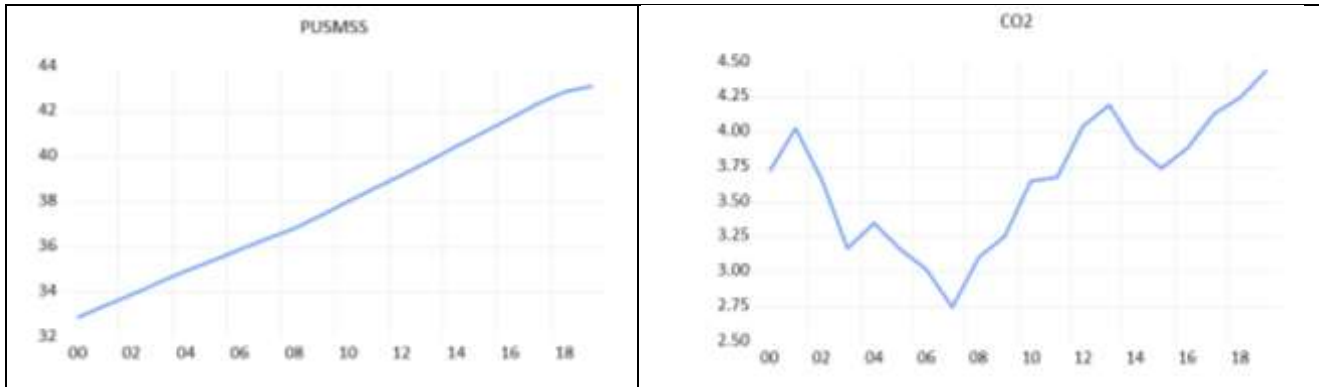
تم التطبيق على بيانات حقيقية في العراق للفترة من 2000 إلى 2019 وهذه البيانات تمثل انبعاثات غاز ثنائي أوكسيد الكربون Carbon Dioxide (CO₂) Emissions بآلاف الأطنان المترية، ونسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان People Using Safely Managed Sanitation Services (PUSMSS)، والذين يمثلون النسبة المئوية من السكان. وقد وضعت هذه البيانات في الجدول (1).

جدول (1): متغيرات الدراسة للفترة من 2000 إلى 2019

السنة	CO ₂	PUSMSS	السنة	CO ₂	PUSMSS
2000	3.7293	32.8981	2010	3.6497	38.0268
2001	4.0296	33.4112	2011	3.6791	38.6247
2002	3.6564	33.9228	2012	4.0452	39.2295
2003	3.1695	34.4331	2013	4.1952	39.8413
2004	3.3484	34.9421	2014	3.8952	40.4602
2005	3.1621	35.4187	2015	3.7436	41.0864
2006	3.0224	35.8946	2016	3.8849	41.7197
2007	2.7462	36.3695	2017	4.1297	42.3603
2008	3.1051	36.8435	2018	4.2450	42.8886
2009	3.2513	37.4336	2019	4.4406	43.1273

المصدر: البنك الدولي (<https://data.albankaldawli.org>).

وقد تم رسم السلسلتين وكما في الشكل الآتي:



أ. ثنائي أوكسيد الكربون

ب. نسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان

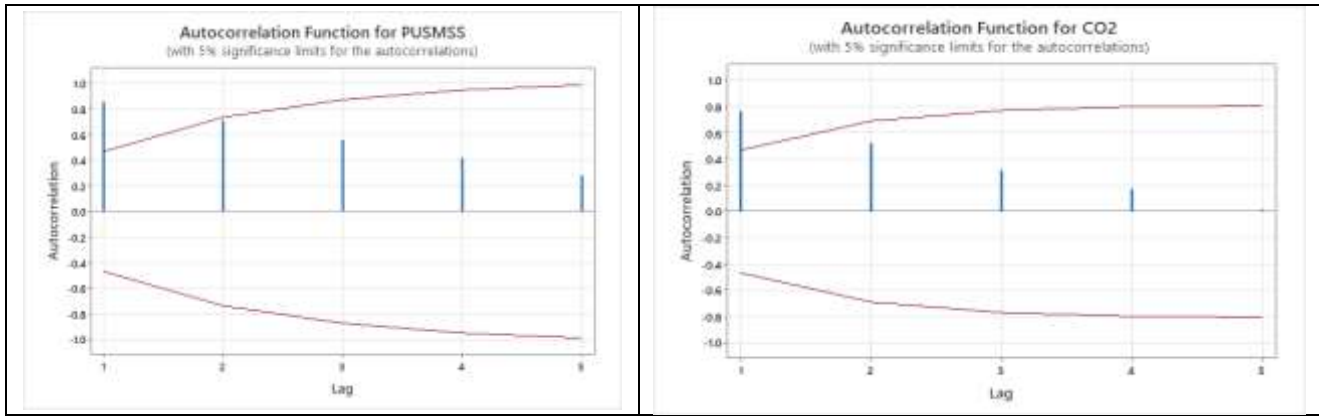
شكل (1): الرسم البياني لمتغيرات الدراسة

ويتضح من الشكل (1) عدم استقرار السلسلتين ويؤيد ذلك نتائج اختبارات جذر الوحدة والمتمثلة بكل من اختبار ديكي فولر الموسع Augmented Dickey-Fuller (ADF) واختبار فيليبس بيرون Philips-Perron (PP)، وكما يأتي:

جدول (2): اختبارا جذر الوحدة لمتغيرات الدراسة

PP		ADF		المتغير
P-Value	إحصاءة t	P-Value	إحصاءة t	
0.8189	0.520266	0.8189	0.520266	CO ₂
0.9999	20.70555	0.1061	-3.25101	PUSMSS

كما تم رسم دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation Function (ACF)، حيث يظهر الرسم معنوية دالة الارتباط عند التباطؤ (Lag) الأول، ولكلا السلسلتين.



ب. نسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان

أ. ثاني أكسيد الكربون

شكل (2): دالة الارتباط الذاتي لمتغيرات الدراسة

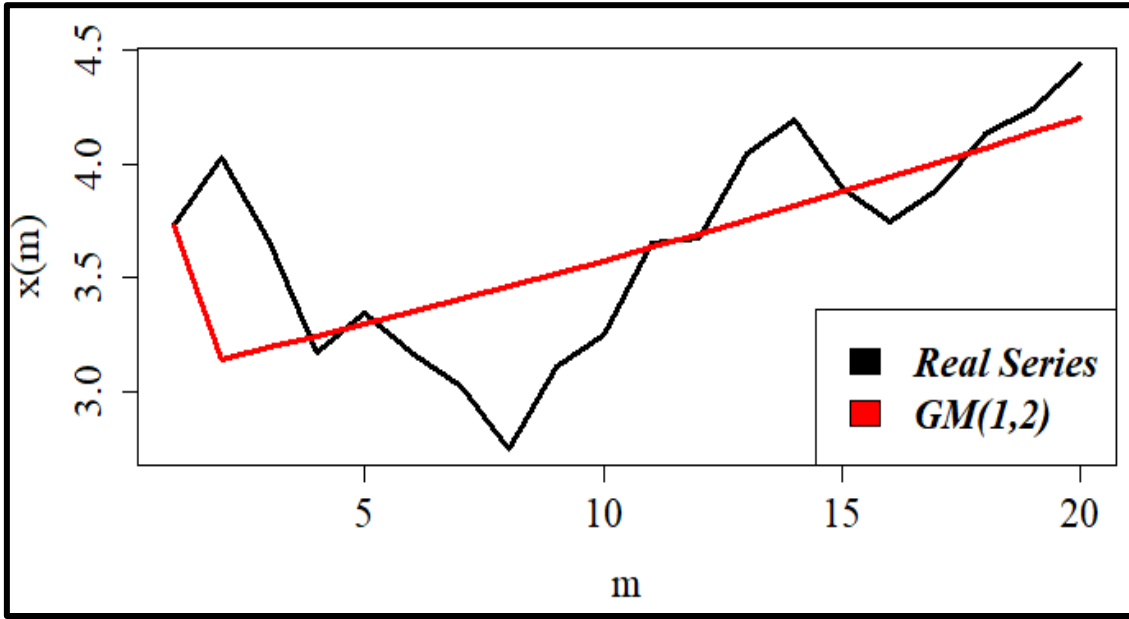
• التحليل

تم كتابة برنامج للقيام بتقدير النماذج المدروسة (الملحق) وقم تمت الاستفادة من حزم موجودة في لغة البرمجة الإحصائية (R) مثل (GreyModel) كحزمة تحتوي على دوال خاصة بالأنموذج الرمادي $GM(1,1)$ وحزمة (Greymodels) كحزمة تحتوي على دوال خاصة بالأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات $GM(1,p)$. حيث أظهرت نتائج المقارنة بين أسلوب $GM(1,1)$ و $GM(1,2)$ لكلا السلسلتين تفوق أنموذج $GM(1,2)$ وباستخدام معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) Mean Square Error ومتوسط نسبة الخطأ المطلق (MAPE) Mean Absolute Percentage Error وكما يأتي:

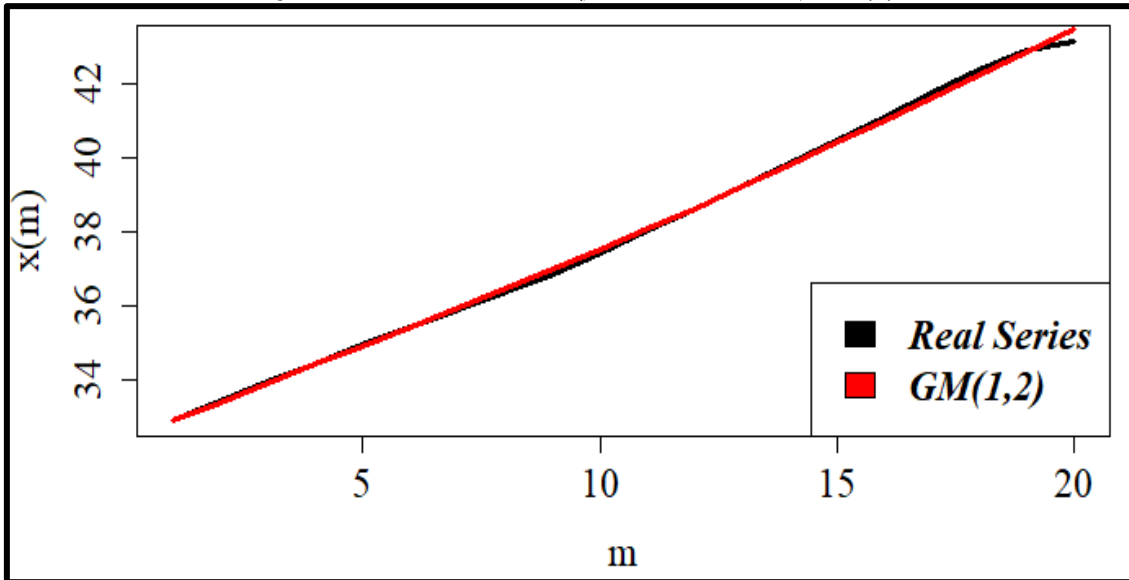
جدول (3): تقديرات أنموذج $GM(1,1)$ و $GM(1,2)$

نسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان			انبعاثات ثاني أكسيد الكربون			السنة
$GM(1,2)$	$GM(1,1)$	الحقيقية	$GM(1,2)$	$GM(1,1)$	الحقيقية	
32.8981	32.8981	32.8981	3.7293	3.7293	3.7293	2000
33.3801	33.3965	33.4112	3.1433	3.1584	4.0296	2001
33.8938	33.8888	33.9228	3.1939	3.2089	3.6564	2002
34.4005	34.3884	34.4331	3.2454	3.2602	3.1695	2003
34.9084	34.8953	34.9421	3.2978	3.3123	3.3484	2004
35.4223	35.4097	35.4187	3.3511	3.3652	3.1621	2005
35.9373	35.9317	35.8946	3.4054	3.4190	3.0224	2006
36.4520	36.4613	36.3695	3.4607	3.4736	2.7462	2007
36.9741	36.9988	36.8435	3.5171	3.5291	3.1051	2008
37.5101	37.5442	37.4336	3.5745	3.5855	3.2513	2009
38.0607	38.0977	38.0268	3.6328	3.6428	3.6497	2010
38.6245	38.6593	38.6247	3.6921	3.7010	3.6791	2011
39.2010	39.2292	39.2295	3.7525	3.7601	4.0452	2012
39.7922	39.8074	39.8413	3.8138	3.8202	4.1952	2013
40.3882	40.3943	40.4602	3.8762	3.8813	3.8952	2014
40.9844	40.9897	41.0864	3.9397	3.9433	3.7436	2015
41.5874	41.5940	41.7197	4.0043	4.0063	3.8849	2016
42.2035	42.2071	42.3603	4.0700	4.0703	4.1297	2017
42.8324	42.8293	42.8886	4.1369	4.1354	4.2450	2018
43.4736	43.4606	43.1273	4.2053	4.2014	4.4406	2019
0.01103233	0.01133968	-	0.1165024	0.1168886	-	MSE
0.181%	0.192%	-	7.083%	7.138%	-	MAPE

يتضح من الجدول (3) أن قيمة MSE وكذلك MAPE لأنموذج $GM(1,2)$ أقل من أنموذج $GM(1,1)$ ، لذلك تم استخدامها في التنبؤ، كما تم رسم كلا السلسلتين باستخدام هذا الأنموذج مقارنة بالبيانات الحقيقية وكما في الشكل (3) والشكل (4).



شكل (3): رسم سلسلة انبعاثات ثاني أوكسيد الكربون الحقيقية مع المقدرة

شكل (4): رسم سلسلة نسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان الحقيقية مع المقدرة
• التنبؤتم التنبؤ بكل السلسلتين بواسطة نموذج $GM(1,2)$ وكانت القيم التنبؤية كما يأتي:جدول (4): القيم التنبؤية لسلسلة CO_2 وسلسلة PUSMSS

PUSMSS	CO_2	السنة
41.5874	4.0043	2020
42.2035	4.0700	2021
42.8324	4.1369	2022
43.4736	4.2053	2023

4. النتائج

تم استخدام أنموذج التنبؤ الرمادي ثنائي المتغيرات للتنبؤ بسلسلتين من السلاسل التي لها علاقة بالبيئة، السلسلة الأولى هي انبعاثات غاز ثنائي أوكسيد الكربون والسلسلة الثانية هي نسبة الأشخاص الذين يستخدمون خدمات الصرف الصحي المدارة بأمان، وقد أظهرت نتائج التحليل الإحصائي معاناة كلا السلسلتين من عدم الاستقرار، بالإضافة إلى معنوية دالة الارتباط الذاتي لكتبيهما عند التباطؤ الأول، كما أظهرت نتائج التحليل أفضلية الأنموذج الرمادي ثنائي المتغيرات $GM(1,2)$ والذي يعد حالة خاصة من الأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات $GM(1,p)$ على الأنموذج الرمادي أحادي المتغيرات $GM(1,1)$ ولكلا التطبيقين، وقد ظهر من خلال رسم السلسلة الحقيقية مع القدرة تقارب سلوك الأنموذج المقدر مع النمط الحقيقية لسلسلة لذا فقد تم استخدامها في التنبؤ بأربع سنوات للأمام.

5. المناقشة والاستنتاجات

تشتد النماذج الإحصائية التقليدية استقرارية السلاسل الزمنية إلا أن الأنموذج الرمادي لا يتأثر بعد الاستقرارية، لذلك يكون الأنموذج الرمادي ملائماً في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة، فقد ظهر من خلال اختبارات جذر الوحدة أن السلسلتين غير مستقرة، إلا أن هذا لا يعيق استخدام الأنموذج الرمادي للتنبؤ فقد تم تقدير الأنموذج الرمادي $GM(1,1)$ والأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات $GM(1,p)$ على سلسلتين تعانين من عدم الاستقرار وقد أظهر الرسم البياني تقارب سلوك الأنموذج الرمادي مع السلوك الحقيقي للسلاسل، كما أظهرت معايير المقارنة أفضلية الأنموذج الرمادي متعدد المتغيرات $GM(1,p)$ وهذا يعود إلى وجود علاقة معنوية بين السلسلتين.

المصادر

- [1] Ju-Long, D. (1982). "Control problems of grey systems. Systems & control letters", 1(5), 288-294.
- [2] محمد، ايناس صلاح الدين، (2020)، "جدولة المشروع في ظل عدم التأكد باستعمال اسلوب (GERT) والتنبؤ الرمادي (1,1) GM: بحث تطبيقي في مصنع المنصور"، رسالة ماجستير، جامعة بغداد.
- [3] Taşçı, L., & Köse, E. (2016). Deformation forecasting based on multi variable grey prediction models. Journal of Grey System 28(4):56-64
- [4] Li, J. Y., Zhao, Y., & Shi, S. K. (2014). "The multivariate gray model approach to predict the concentration of atmospheric fine PM2. 5", In Advanced Materials Research (Vol. 955, pp. 2362-2365). Trans Tech Publications Ltd.
- [5] Hu, Y. C. (2019). "A multivariate grey prediction model with grey relational analysis for bankruptcy prediction problems", Soft Computing, 24(6), 4259-4268.
- [6] Duan, H., & Pang, X. (2021). "A multivariate grey prediction model based on energy logistic equation and its application in energy prediction in China". Energy, Vol. (229), 120716.
- [7] Fan, F., Qiao, Z., & Wu, L. (2021). "Using a grey multivariate model to predict impacts on the water quality of the Zhanghe River in China", Water Science and Technology, 84(3), 777-792.
- [8] Duman, G. M., Kongar, E., & Gupta, S. M. (2019). Estimation of electronic waste using optimized multivariate grey models. Waste Management, 95, 241-249.
- [9] Zhang, L., Wang, L., Zheng, Y., Wang, K., Zhang, X., & Zheng, Y. (2017), "Time prediction models for echinococcosis based on gray system theory and epidemic dynamics", International journal of environmental research and public health, 14(3), 262.
- [10] Chang, C. J., Der-Chiang, L. I., Chien-Chih, C. H. E. N., & Wen-Chih, C. H. E. N. (2019). "Extrapolation-Based Grey Model for Small-Dataset Forecasting", Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research, 53(1).
- [11] Chen, Y., Zou, Y., & Wang, S. (2015). "Grey wave forecasting with qualified unequal-interval contour lines and its application in metal prices prediction". In 2015 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS) (pp. 261-265). IEEE.
- [12] Liu, S., Yang, Y., Xie, N., & Forrest, J. (2016). "New progress of grey system theory in the new millennium", Grey Systems: Theory and Application, Vol. 6, No. 1.
- [13] Chiu, Y. J., Hu, Y. C., Jiang, P., Xie, J., & Ken, Y. W. (2020). A multivariate grey prediction model using neural networks with application to carbon dioxide emissions forecasting. Mathematical Problems in Engineering, Vol. (2020).
- [14] Li, S. H., Zhu, L., Wu, Y., & Lei, X. Q. (2021). "A novel grey multivariate model for forecasting landslide displacement", Engineering applications of artificial intelligence, Vol. (103), 104297.
- [15] Liu, S. F., Yang, Y. J., & Forrest, J. (2022). Grey Systems Analysis-Methods, Models and Applications, Springer.
- [16] Ray M, kumar R (2021). Grey Model: Fitting and Forecasting of Grey Model_. R package version 0.1.0, <<https://CRAN.R-project.org/package=GreyModel>>.
- [17] Havisha J, Aslam Aly S (2022). Grey models: Shiny App for Grey Forecasting Model_. R package version 2.0.1, <<https://CRAN.R-project.org/package=Greymodels>>.

الملحق

```

rm(list = ls())#Clear objects.
cat("\f")#Clear commands.
x1=c(3.7293,4.0296,3.6564,3.1695,3.3484,3.1621,3.0224,2.7462,3.1051,3.2513,3.6497,3.6791,4.04
52,4.1952,3.8952,3.7436,3.8849,4.1297,4.2450,4.4406)
x2=c(32.8981,33.4112,33.9228,34.4331,34.9421,35.4187,35.8946,36.3695,36.8435,37.4336,38.026
8,38.6247,39.2295,39.8413,40.4602,41.0864,41.7197,42.3603,42.8886,43.1273)
MySeries="CO2"#CO2 or PUSMSS
if(MySeries=="CO2"){
  x01=x1;x02=x2
}else if (MySeries=="PUSMSS"){
  x01=x2;x02=x1
}
n=length(x01)
#Carbon Dioxide Emissions
x1.GM11=GreyModel::GM(x01)$fitted#GM(1,1)
x1.GM11[1]=x01[1]
x1.GM12=Greymodels::gmc12(x01,x02,x02)[1:n]#GM(1,2)
x.Pred=Greymodels::gmc12(x01,x02,x02)[(n+1):(n+4)]#GM(1,2)
#Comparison Criteria
MSE1=Metrics::mse(x01,x1.GM11)
MSE2=Metrics::mse(x01,x1.GM12)
MAPE1=Metrics::mape(x01,x1.GM11)
MAPE2=Metrics::mape(x01,x1.GM12)
windowsFonts(A=windowsFont("Times New Roman"))
plot(1:n,x01,type="l",col="black",lwd=3.5,xlab="m",ylab="x(m)",
  family = "A",cex.axis=1.5,cex.lab=1.5)
lines(1:n,x1.GM12,type="l",col="red",lwd=3.5)
par(cex = 1.5,family="A",font=4)
legend("bottomright",c("Real Series","GM(1,2)"),fill=c("black","red"))

```




AL- Rafidain
University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

**Journal of AL-Rafidain
University College for Sciences**

Available online at: <https://www.jrucs.iq>

JRUCS

Journal of AL-Rafidain
University College for
Sciences

Using Multivariate Gray Model to Predict CO₂ Emissions and People Using Safely Managed Sanitation Services

Lect. Dr. Basheer J. Khaleel bashjameel73@gmail.com	Lect. Dr. Ali M. Ali alimohammad@gmail.com
Ministry of Education, Baghdad, Iraq	Economic Department - Collage of Administration and Economic - Missan University, Missan, Iraq

Article Information

Article History:

Received: December, 16, 2022

Accepted: March, 3, 2023

Available Online: December, 31, 2023

Keywords:

CO₂, GM(1,1), GM(1,N), Sanitation Services.

Correspondence:

Lect. Dr. Basheer J. Khaleel

bashjameel73@gmail.com

<https://doi.org/10.55562/jrucs.v54i1.587>

Abstract

When there is little information available regarding the phenomenon being examined, gray models (GM) are typically used, and univariate models GM (1,1) are typically used when there is only one variable. In this paper, multivariate gray prediction models GM (1,N) will be used, and the bivariate gray model GM (1,2) was employed as a particular instance. The two environmental variables that were examined in Iraq between 2000 and 2019 were carbon dioxide emissions and people using safely managed sanitation services.