



AL- Rafidain
University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم

Available online at: <https://www.jruc.s.edu.iq>

JRUCS

Journal of AL-Rafidain
University College for
Sciences

استعمال اسلوب المعدل الموزون للنقاط المقربة لتقدير انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون CO₂

أ.د. مناف يوسف حمود

munaf.yousif@coadec.uobaghdad.edu.iq

قسم الإحصاء- كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد، بغداد، العراق.

المستخلص

في هذا البحث تم استعمال احد الاساليب التقريبية وهو ما يسمى اسلوب المعدل الموزون للنقاط المقربة (Weighted Average of Rounded Points- WARPing) لتقدير انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون CO₂ في العراق عند استعمال مقدري Nadaraya-Watson, Local Linear estimator للفترة الممتدة من عام (1990) ولغاية (2019) ومن ثم المقارنة بين اداء تلك المقدرات وقد اثبتت النتائج تفوق طريقة Local Linear estimator وخاصة في النقاط عند نقاط الحد وتميزها عن طريقة Nadaraya-Watson على الرغم من الاداء الجيد لهذه الطريقة وتساوي نتائجها مع طريقة Local Linear estimator لجميع البيانات عدا عند نقاط الحد التي ابرزت ضعف هذه الطريقة.

معلومات البحث

تواريخ البحث

تاريخ تقديم البحث: 2022/12/30

تاريخ قبول البحث: 2023/3/3

تاريخ رفع البحث على الموقع: 2023/12/31

الكلمات المفتاحية

المقدر الخطي المحلي، نادرايا-واتسون، WARPing، عرض النطاق الترددي لرايس، فاصل الثقة

للمراسلة:

أ.د. مناف يوسف حمود

munaf.yousif@coadec.uobaghdad.edu.iq

<https://doi.org/10.55562/jruc.s.v54i1.595>

1. تمهيد

يعد تحليل نموذج الانحدار احد اهم الادوات الاحصائية لما يملكه هذا الانموذج من اهمية في بناء التوقعات او التنبؤات للظاهرة ذات العلاقة ويتصف نموذج الانحدار بمميزات تتمثل باهميته في عملية بناء العلاقة بين المتغيرات من خلال وصف تلك العلاقة وفق انموذج احتمالي قد يتصف بالخطية او اللاخطية فضلا عن وصف العلاقة وفق علاقة محددة مسبقا وفق نظرية اقتصادية او ما شاكلها من النظريات او الفرضيات المنطقية او العلمية او قد تكون العلاقة لا تسلك السلوك المتعارف عليه ومن ثم عدم وجود علاقة يمكن توقعها مسبقا او تحديدها وانما تبني تلك العلاقة بناءً على وصف البيانات وسلوكها وهذا ما يشير اليه شيوعا الى ترك البيانات تتكلم عن نفسها ومن ثم رسم العلاقة التي من خلالها يمكن الاستدلال منها الى طبيعتها ومن ثم اعتبارها اما تقديرا منفصلا لامعلميا لا يعتمد على صيغة محددة مسبقا ولها معلمات توضح تلك العلاقة او يمكن اعتبارها كحسن مطابقة في حال كان الرغبة تتمثل في معرفة العلاقة والتي قد تسلك سلوكا خطيا متزايدا او متناقصا مما يعطي مبررا قويا نحو افضلية استعمال دالة الانحدار المعلمية لبناء التوقعات للظاهرة المدروسة.

كذلك ان واحدة من اهداف دالة الانحدار ما يتمثل بمفهوم السيطرة وهذا ما يمكن الاشارة اليه الى انه واحدا من اهم اهداف دالة الانحدار، اذ بالامكان توضيح ذلك المفهوم من خلال التعامل مع بيئتين احدهما خارجية لا يمكن السيطرة عليها تماما والآخرى داخلية بالامكان السيطرة عليها. لذا ومن اجل تقليل فرص التأثر بالقرار الخارجي الناتج عن البيئة الخارجية لا بد من بناء تصورات تترجم الى علاقات رياضية او احتمالية الهدف منها تقليل التأثر بالقرار الخارجي او بالامكان احاطته من خلال توظيف الهدف الثالث للانحدار وهو بناء التنبؤات مما يلخص اهمية هذا المجال في الاحصاء وكيفية محاولة السيطرة على القرارات الصادرة عن البيئة الخارجية او محاولة السيطرة عن اي حدث غير متوقع من خلال استعمال الاسلوب العلمي في بناء التوقعات ومن ثم الحصول على دقة نسبية للتنبؤات سواء اكانت داخل ام خارج سلسلة البيانات المستعملة.

من هذا المنطلق عكف العالمون والمتخصصون في تطوير عملية بناء النماذج ومنها انموذج الانحدار الذي يتصف بكونه انموذجا احتماليا يعتمد على تقليل الاخطاء العشوائية ومن ثم رصانة بناء الدالة الممثلة للظاهرة تحت الدراسة معتمدة على فكرة التأثير والتأثر او السبب والنتيجة.

وقد اشارت العديد من الابحاث الى اهمية استعمال الطرائق اللامعلمية، اذ اقترح الباحث (1993) Fan [4] المقدر الخطي الموضوعي وابرز اهم الخصائص له، في حين درس الباحث (2011) Hmood [9] العلاقة بين البن الياباني والدولار الامريكي مستعملا مقدر الانحدار الموضوعي مع دوال لب مختلفة وبيان اي دالة لب هي الافضل، اما الباحثان Hmood and Stadtmuller (2013) [10] فقد اقترحا تحسينا للمقدر الخطي الموضوعي من خلال اقتراح مقدر يمتلك افضل الصفات لمقدر الانحدار الموضوعي مع استعمال المعلمة التمهيدية الثابتة وكذلك المتغيرة. اما الباحث Dhafir واخرون فقد درسوا في عامي (2011) و (2012) [2] [3] خصائص مقدر Nadaraya-Watson مع حالتي البيانات الكاملة والمفقودة. و في عام (2022) قام الباحث Herawati واخرون [13] بمقارنة مقدرات Nadaraya-Watson, Priestley & Chao and Gasser & Müller ومن ثم تطبيق تلك المقدرات على بيانات الامطار في احدى المدن الإندونيسية. يهدف هذا البحث الى استعمال احد الاساليب التقريبية وهو اسلوب المعدل الموزون للنقاط المقربة (Weighted Average of Rounded Points-WARPing) في تقدير دالة الانحدار عند استعمال بعض المقدرات اللامعلمية لتقدير انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون CO₂ في العراق للفترة الممتدة من عام (1990) ولغاية (2019) ومن ثم المقارنة بين اداء تلك المقدرات وبيان افضل الطرائق في تمثيل تلك العلاقة وتقديرها.

2. مقدرات الانحدار اللامعلمية

في هذا المبحث سيتم استعراض طريقتي Nadaraya-Watson و Local Polynomial regression لكن بأستعمال اسلوب المعدل الموزون للنقاط المقربة (Weighted Average of Rounded Points) ويرمز له بالرمز WARPing.

2.1 مقدر الانحدار الموضوعي متعدد الحدود Local Polynomial regression

يهدف هذا المقدر الى تقدير العلاقة بين المتغير التوضيحي ومتغير الاستجابة من خلال الاعتماد على انموذج الانحدار والذي يمكن وصفه وفق الصيغة الآتية:

$$Y|X = x = E(Y|X = x) + U = m(x) + U \quad (1)$$

اذ يشير:

Y : الى متغير الاستجابة.

$m(x)$: الى دالة الانحدار المطلوب تقديرها.

U : الى الخطأ العشوائي بمتوسط صفر وتباين محدد ولا يكون بالضرورة قيمة ثابتة σ^2 مما قد يشير الى وجود عدم تجانس في تباين الخطأ ويكون دالة بدلالة المتغير x مما سوف ينتج ان تباين متغير الاستجابة $Var(Y|X) = \sigma^2(X)$.

وبافتراض وجود المشاهدات المستقلة $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$ يمكن تعريف المقدر الموضوعي متعدد الحدود من خلال المعادلة: [4]

$$\min_{B_0, B_1, \dots, B_p} \sum_{i=1}^n \{y_i - B_0 - B_1(x_i - x) - B_2(x_i - x)^2 - \dots - B_p(x_i - x)^p\}^2 K\left(\frac{x_i - x}{h}\right) \quad (2)$$

اذ يشير K الى دالة اللب وتم استعمال دالة لب quartic والمساوية الى:

$$quartic = \frac{15}{16}(1 - u^2)^2, \quad I(|u| \leq 1)$$

B_0 : تشير الى دالة الانحدار في حين تقابل B_1, B_2, \dots, B_p مشتقات دالة الانحدار الاولى والثانية الى المشتقة رقم p . وان حل المربعات الصغرى للمعادلة (2) سينتج عنها متجه المقدرات: [4][10]

$$\underline{\hat{B}} = (\hat{B}_0, \hat{B}_1, \dots, \hat{B}_p)^T = (\hat{m}(x), \hat{m}'(x), \dots, \hat{m}^p(x))^T = (x^T w x)^{-1} x^T w y \quad (3)$$

اذ أن:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 & (x_1 - x) & \dots & (x_1 - x)^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (x_n - x) & \dots & (x_n - x)^p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} K\left(\frac{x_1 - x}{h}\right) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & K\left(\frac{x_n - x}{h}\right) \end{pmatrix}$$

وعندما $p=1$ سيشير المقدر الى مقدر الانحدار الخطي الموضوعي، في حين عندما $p=2$ سيشير الى الانحدار الخطي التربيعي.

2.2 مقدر Nadaraya-Watson

يعد هذا المقدر حالة خاصة من مقدر الانحدار الموضوعي متعدد الحدود عندما $p=0$ ، اذ يمكن الحصول على هذا المقدر من خلال تقليل المعادلة الآتية: [2]

$$\min_{B_0} \sum_{i=1}^n \{y_i - B_0\}^2 K \left(\frac{x_i - x}{h} \right) \quad (4)$$

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K \left(\frac{x_i - x}{h} \right) y_i}{\sum_{i=1}^n K \left(\frac{x_i - x}{h} \right)} \quad (5)$$

وهناك أسلوبان في التقدير لكلا المقدرين المذكورين انفاء، الأسلوب الأول وهو الأسلوب المباشر للصبغتين لكن يعاب عليه البطيء الناتج للوصول الى الحل، في حين يوجد أسلوب ثان وهو اسرع في الوصول الى الحل وهو ما يسمى بأسلوب المعدل الموزون للنقاط المقربة (Weighted Average of Rounded Points- WARPing) والذي تتلخص فكرته وبشكل مشابه الى فكرة المدرج التكراري بدمج وجمع البيانات ووضعها ضمن فئات ذات طول d تبدأ من النقطة $x=0$ ومن ثم يتم استبدال كل مشاهدة بمركز الفئة للفئة المعنية مع الإشارة الى ان قيمة d يتم اختيارها اما من خلال $\frac{h}{5}$ اي بالاعتماد على المعلمة التمهيدية h او من خلال $\frac{Range(x)}{5} = \frac{Max(x)-Min(x)}{5}$ وعند استعمال هذه الحالة يتطلب ان يكون حجم العينة الفعلي والذي يكون متضمن ضمن الفئات غير الخالية على الاكثر 101 مشاهدة. [7]

وعليه ضمن هذا الأسلوب يتطلب حساب دالة اللب $Kernel$ عند $\frac{\ell.d}{h}$ حيث ان $\ell = 1, 2, \dots, s$ وان s تشير الى عدد الفئات وان تقدير دالة الكثافة لاحتمالية وهي المقام لمقدر Nadaraya-Watson سيكون مساو الى:

$$\hat{f}_1(z_j) = \frac{n_j}{nh} \sum_{i=1}^n n_i K \left(\frac{i * d - j * d}{h} \right), \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (6)$$

والتي سيقصر حسابه على القيم $z_j = (j + 0.5) * d$ مع كون z يشير الى عدد صحيح وان n_j و n_i يشيران الى عدد المشاهدات في الفئتين i و j على التوالي. ويمكن استعمال هذا الأسلوب ايضا مع اختيار المعلمة التمهيدية وكذلك في تقدير فترة الثقة لدالة الانحدار.

3. اختيار المعلمة التمهيدية

في هذا البحث سيتم استعمال طريقة *Rice* لاختيار المعلمة التمهيدية، اذ تستند عملية الاختيار على تقليل معيار العبور الشرعي: [9][6]

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{m}_{-i}(x_i))^2 \quad (7)$$

اذ يشير $\hat{m}_{-i}(x_i)$ الى تقدير دالة الانحدار بعد حذف مشاهدة واحدة (x_i, y_i) . ويمكن كتابة طريقة العبور الشرعي وفق الصيغة العامة بعد استعمال الدوال الجزئية.

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{m}(x_i))^2 \Xi(W(x_i)) \quad (7)$$

اذ ان $W(x_i)$ تمثل اوزان مقدر NW او مقدر الانحدار الخطي الموضوعي، اما Ξ فتشير الى دالة الجزء الخاصة بطريقة *Rice*:
 $\Xi_{GCV} = (1 - 2u)^{-1} \quad (8)$

4. فترات الثقة

لايجاد فترات الثقة لمقدر دالة الانحدار يتطلب اولا معرفة توزيع المعاينة لمقدر دالة الانحدار والذي يتوزع بشكل محاذي توزيعا طبيعيا بافتراض وجود المشتقة الثانية لدالة الانحدار مع كون المعلمة التمهيدية متناسبة مع حجم العينة بحيث ان $h \propto n^{-0.2}$ وان توزيع المعاينة لمقدر Nadaraya-Watson في حالة استعمال التصميم العشوائي مساو الى: [7][15]

$$n^{-2/5} \{ \hat{m}(x) - m(x) \} \sim_{as} N \left(\left(\frac{1}{2} m''(x) + \frac{m'(x)f'(x)}{f(x)} \right) h^2 \mu_2^{(k)}, \frac{\sigma^2(x) \|K\|_2^2}{nh f(x)} \right) \quad (9)$$

اذ يشير $\|K\|_2^2 = \int K^2(x) dx$, $\mu_2^{(k)} = \int x^2 K(x) dx$ و عليه فان فترة الثقة لمقدر Nadaraya-Watson تكون:

$$\left[\hat{m}_{NW}(x) \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2(x) \|K\|_2^2}{nh \hat{f}(x)}} \right] \quad (10)$$

اذ يشير $\hat{\sigma}^2(x)$ الى تقدير التباين الشرطي $\sigma^2(x) = Var(Y|X = x)$

$$\hat{\sigma}^2(x) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-X_i}{h}\right) (y_i - \hat{m}(x))^2}{\sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)}, \quad (11)$$

اما توزيع المعاينة لمقدر الانحدار الخطي الموضوعي Local Linear Estimator في حالة استعمال التصميم العشوائي فيكون مساو الى:

$$n^{-2/5} \{\hat{m}(x) - m(x)\} \sim_{as} N\left(\frac{h^2}{2} m''(x) \mu_2^{(k)}, \frac{\sigma^2(x) \|K\|_2^2}{nh f(x)}\right) \quad (12)$$

وعليه فإن فترة الثقة لمقدر الانحدار الخطي الموضوعي Local Linear Estimator تكون:

$$\left[\hat{m}_{LLE}(x) \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2(x) \|K\|_2^2}{nh \hat{f}(x)}} \right] \quad (13)$$

5. الجانب التطبيقي

نتيجة لتعاظم التلوث الهوائي والتسبب في تزايد انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون CO₂ الناتجة عن الأنشطة التجارية مثل التنقل والشحن وتوليد الكهرباء والعمليات الصناعية فإن هذا البحث يسلط الضوء على هذه الانبعاثات في العراق ومن ثم استعمال الطرائق المذكورة في المباحث السابقة من اجل اعطاء تصور واضح حول الزيادات في الانبعاثات ومن ثم المحاولة للتوصل الى توصيات كفيلة بتقليل هذه الانبعاثات من قبل الجهات ذات العلاقة.

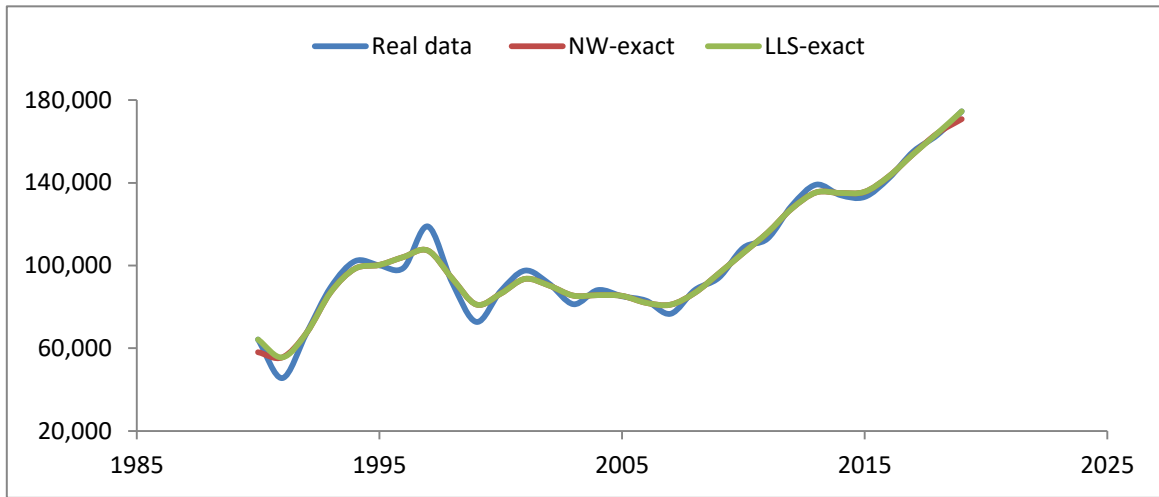
ويعد ثاني أكسيد الكربون أحد الغازات الدفينة التي تحدث بشكل طبيعي وان زيادة كمية ثاني أكسيد الكربون تؤدي الى وفرة زائدة من غازات الاحتباس الحراري التي تحبس حرارة إضافية مما ستؤدي هذه الحرارة المحتبسة إلى ذوبان القمم الجليدية وارتفاع مستويات المحيطات وحدوث الفيضانات. كذلك يعد الوقود الأحفوري القابل للاحتراق مثل (الفحم، غاز محطات الطاقة، النفط، المباني السكنية والتجارية، المركبات، المولدات الكهربائية، الصناعات الكبيرة فضلا عن ازالة الغابات) هو أكبر مصدر لثاني أكسيد الكربون كذلك ينتج ايضا من عناصر مختلفة مثل الحديد والصلب والأسمنت والغاز الطبيعي واحتراق النفايات الصلبة والجير والأمويا والحجر الجيري وأراضي المحاصيل ورماد الصودا والألمنيوم والبتر وكيمواويات والنتيانيوم وحمض الفوسفوريك ويمثل ثاني أكسيد الكربون ما يقرب 85 % من جميع الانبعاثات.

ان البيانات المستعملة هي بيانات مأخوذة من مركز تحليل معلومات ثاني أكسيد الكربون، شعبة العلوم البيئية، مختبرات أوك ريدج، تينيسي، الولايات المتحدة وحسب تقارير البنك الدولي وتؤلف (30) مشاهدة للمدة من عام 1990 ولغاية عام 2019، وتمثل اجمالي انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون في العراق مفاصة بالكيلو طن والناتجة أساسا من حرق الوقود الأحفوري وصناعة الأسمنت، وهي تشمل كذلك الانبعاثات التي تنطلق أثناء استهلاك أصناف الوقود الصلبة والسائلة والغازية وحرق الغاز. [17]. وعند استعمال المعادلات المذكورة في المباحث السابقة اشارت النتائج الى افضلية المقدر الخطي الموضوعي في تقدير منحني الانحدار مقارنة مع مقدر NW عند استعمال المعادلتين (3) و(5) مع الاشارة الى كلا المقدرين تساويا في نتائج التقدير ضمن الفترة من عام 1991 ولغاية 2018 لكن المقدر الخطي الموضوعي تفوق في تقدير نسب التلوث لعامي 1990 و2019 وهذا التفوق يعود الى افضلية هذا المقدر عند نقاط الحد وهذا ما اشارت اليه الكثير من المصادر مثل (Fan (2011) و(Hmood (2011) والجدول الاتي رقم (1) يشير الى نتائج متوسط مربعات الخطأ لمقدي دالة الانحدار اللامعلمية مع الاشارة الى ان قيمة المعلمة التمهيدية المقدر حسب المعادلة رقم (7) بالاعتماد على الصيغة في المعادلة رقم (8) كانت مساوية الى $h_{Rice} = 1.82689$.

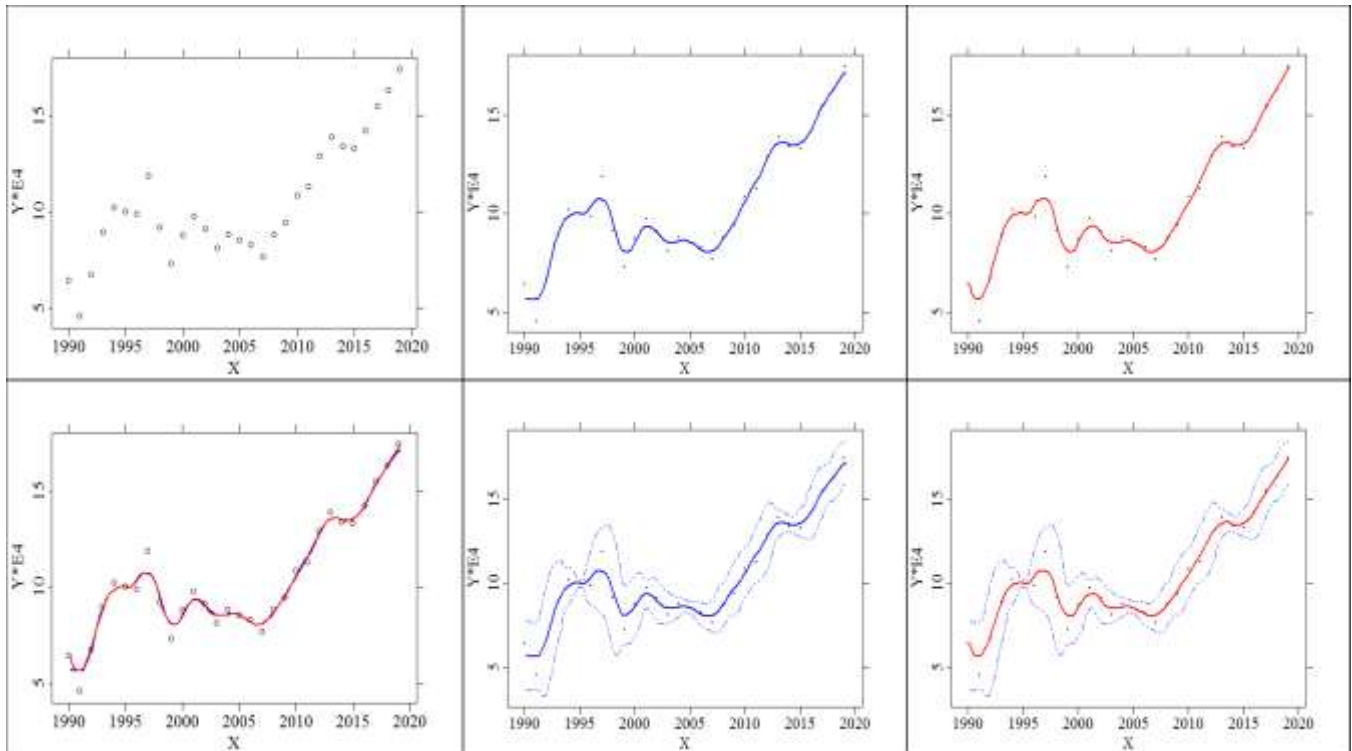
جدول (1): متوسط مربعات الخطأ للمقدين NW و LLE

MSE	NW	LLE
	17,272,867	15,547,054

والاشكال الاتية (1) و(2) توضح تقديرات لدالة الانحدار فضلا عن تقدير الفترة للمقدرات المستعملة مقارنة مع البيانات الحقيقية الخاصة بأجمالي انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون والتي توضح بشكل جلي تساوي اداء كلا المقدرين مع البيانات داخل الفترة مع توفيق طريقة الانحدار الخطي الموضوعي مع حالة البيانات في الاطراف او ما تسمى بنقاط الحد boundary points.



شكل (1): المقدرات اللاعملية المستعملة مقارنة مع البيانات الحقيقية



شكل (2): المقدرات اللاعملية المستعملة مقارنة مع البيانات الحقيقية فضلا عن تقدير الفترة لكل مقدر

6. الاستنتاجات

من خلال نتائج البحث تم الاستنتاج بأفضلية مقدر الانحدار الخطي الموضوعي باستعمال طريقة WARPing فضلا عن افضليتها باستعمال الطريقة التقليدية في الحسابات على الرغم من تشابه سلوك هذا المقدر مع مقدر Nadaraya-Watson عدا عند النقاط عند الحد التي اظهرت تفوقها.

7. التوصيات

- نوصي باعتماد طريقة الانحدار الخطي الموضوعي كطريقة تقدير اثبتت كفاءتها.
- ضرورة تبني سياسات توعوية شاملة بخصوص التلوث البيئي بشكل عام وخطورة انبعاثات ثاني اوكسيد الكربون بشكل خاص لما فيه اضرار مباشر على صحة الانسان وعلى التغير المناخي.
- ضرورة العمل بشكل موازي مع اهداف التنمية البشرية واتباع السياسات الخاصة بالبعد البيئي ومن ثم الوصول الى المؤشرات البيئية المستهدفة عالميا.
- ايجاد حلول جذرية لموضوع استعمال المكائن المعتمدة على المشتقات النفطية واللجوء الى المكائن او المركبات التي تعمل بالطاقة النظيفة.
- تشريع قوانين تسهل عملية التحول الى استعمال الطاقة النظيفة وبأقل الكلف.

- تفعيل الدور الرقابي لوزارة البيئة سواء من الناحية التشريعية او التنفيذية.
- تفعيل دور الشرطة البيئية لمتابعة ومراقبة مصادر التلوث ووضع غرامات كفيلة بالحد من هذا التلوث او محاولة تقليله.
- وضع جداول زمنية محددة بفترات لا تتجاوز الثلاثة اشهر لكل فترة يتم فيها التقييم الدوري لمستويات الانبعاثات ومحاولة التقليل منها مع وضع احصائيات شفافة بهذا الخصوص.
- اشراك الاحصائيين في قياس مستويات التلوث وبناء النماذج الخاصة بالمؤثرات البيئية وبالتعاون مع الجهات ذات العلاقة.

References

- [1] S. H. Ali, M. Y. Hmood, and J. M. Mohamed, "Estimating Nonparametric Autoregressive Curve by Smoothing Splines Method," *International Journal of Agricultural and Statistical Sciences*, Vol.17, No.2, pp.815-825, 2021.
- [2] H. R. Dhafir, M. Y. Hmood, and K. H. Saad, "Comparing some of the kernel methods to estimate regression models in the presence of incomplete data," *Journal of Arab Statistical Union*, No.1, pp.7-34, 2011.
- [3] H. R. Dhafir, M. Y. Hmood, and K. H. Saad, "Nadaraya-Watson Estimator a Smoothing Technique for Estimating Regression Function," *Journal of Economics and Administrative Sciences*, Vol.18, No.65, pp.283-291, 2012.
- [4] J. Fan, "Local Linear Regression Smoothers and Their Minimax Efficiencies," *The Annals of Statistics*, Vol.21, No.1, pp.196-216, 1993.
- [5] J. Fan, and I. Gijbels, "Local Polynomial Modeling and Its Applications," Vol. 66 of *Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman and Hall, New York, 1996.
- [6] W. Härdle, "Applied Nonparametric Regression," *Econometric Society Monographs* No. 19, Cambridge University Press, 1990.
- [7] W. Härdle, and D. Scott, "Smoothing in by weighted averaging using rounded points," *Computational Statistics*, Vol.7, pp. 97-128, 1992.
- [8] M. Y. Hmood, "Comparing nonparametric Kernel Estimators to Estimate Regression Functions. A thesis for degree of MSc in Statistic, University of Baghdad/College of Administration and Economic, (2000).
- [9] M. Y. Hmood, "Estimate the Nonparametric Regression Function Using canonical Kernel," *Journal of Economics and Administrative Sciences*, Vol.17, No.61, pp.212-225, 2011.
- [10] M. Y. Hmood, and U. Stadtmuller, "A New Version of Local Linear Estimators," *Chilean journal of statistics*, Vol.4, No.2, pp.61-74, 2013.
- [11] M. Y. Hmood and M. M. Katee, "A Comparison of the Semiparametric Estimators Model Using Different Smoothing Methods," *Journal of Economics and Administrative Sciences*, Vol.20, No.75, pp.376-394, 2014.
- [12] M. Y. Hmood and M. M. Katee, "A Comparison of Two Imputation Missing Data Methods for Nonparametric and Semiparametric Models with Application," *Journal of Arab Statistical Union*, Vol.5, No.2, pp.85-106, 2020.
- [13] N. Herawati, S.F. Sayuti, K. Nisa and E. Setiawan, "The Nonparametric Kernel Method using Nadaraya-Watson, Priestley-Chao and Gasser-Muller Estimators for the Estimation of the Rainfall Data in Lampung," *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, Vol.68, No.8, pp.12-20, 2022.
- [14] J. S. Marron, and D. Nolan, "Canonical kernels for density estimation," *Statistics & Probability Letters*, Vol.7.No.3, pp.195-199, 1988.
- [15] S. X. Chen, and Y.S. QIN, "Confidence Intervals Based on Local Linear Smoother," *Scandinavian Journal of Statistics*, 29, 89-99, 2002.
- [16] M. P. Wand, and M. C. Jones, "Kernel Smoothing," Vol. 60 of *Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman and Hall, London, 1995.
- [17] The World Bank, GHG Emissions. Washington, DC: World Resources Institute, 2020. Available: <http://www.climatewatchdata.org/ghg-emissions>.



AL- Rafidain
University College

PISSN: (1681-6870); EISSN: (2790-2293)

**Journal of AL-Rafidain
University College for Sciences**

Available online at: <https://www.jrucs.iq>

JRUCS

Journal of AL-Rafidain
University College for
Sciences

Using the Weighted Average of Rounded Points to Estimate CO₂ Emissions

Prof. Dr. Munaf Y. Hmood

munaf.yousif@coadec.uobaghdad.edu.iq

Statistics Department, College of Administration and Economics, Baghdad University, Baghdad,
Iraq

Article Information

Article History:

Received: December, 30, 2022

Accepted: March, 3, 2023

Available Online: December, 31, 2023

Keywords:

Local Linear Estimator, Nadaraya –
Watson, WARPing, Rice's bandwidth,
Confidence Interval

Correspondence:

Prof. Dr. Munaf Y. Hmood

munaf.yousif@coadec.uobaghdad.edu.iq

<https://doi.org/10.55562/jrucs.v54i1.595>

Abstract

In this article, the weighted average of the rounded points (WARPing) is used to estimate the carbon dioxide CO₂ in Iraq with Nadaraya-Watson and Local Linear estimators for the period (1990-2019). The results proved the superiority of the Local Linear estimator, especially at the boundary points, despite the good and equal performance of the Nadaraya-Watson with Local Linear in the interior points except for the boundary points which showed the powerless of this method.