

بعض اساليب دمج السلاسل الزمنية للمقاطع العرضية

أ.م. د. لميعة باقر جواد
م. رباب عبد الرضا البكري
جامعة بغداد/ كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

المقدمة والاستعراض المرجعي وهدف البحث:

تعد اساليب الدمج بين بيانات السلسلة الزمنية وبيانات المقاطع العرضية من الاساليب الحديثة المستخدمة في التحليل القياسي الكمي ومن الاساليب الاحصائية المستخدمة في تحليل الظواهر المختلفة ونخص منها الظواهر الاقتصادية. اذ ان النوعين من البيانات يعد احدهما مكمل للآخر اذ انها تعطي صورة اوضح من تلك التي تعتمد على نوع واحد من البيانات لان هذا الاسلوب سيعتمد على بيانات نقطة معينة من الزمن (بيانات المقاطع العرضية) اضافة الى اخذه بنظر الاعتبار التطورات التي تطرأ على الظاهرة خلال فترة من الزمن (بيانات السلسلة الزمنية).

فمن الناحية النظرية يمكن ان تكون بيانات السلسلة الزمنية مناسبة لتقدير العلاقات الاقتصادية ولكن في الجانب التطبيقي هناك عدة مشاكل باستخدام السلسلة الزمنية واهمها هي مشكلة التعدد الخطي للمتغيرات التوضيحية التي تميل الى التغير خلال نفس الفترة وهنا سوف تكون التقديرات غير دقيقة لوجود مثل تلك المشكلة ومن جهة اخرى لا يمكن ان نحصل على تقديرات جيدة لمعاملات بعض المتغيرات من بيانات المقاطع العرضية فقط لان هذه المتغيرات سوف تكون ثابتة خلال فترة زمنية قصيرة.

وعند توفر بيانات مقاطع عرضية سنركز اهتمامنا باستخدام الطرق المثلى لتحليل هذه البيانات ودمجها مع بيانات السلسلة الزمنية اذ ان هناك حالتان. الاولى عند توفر بيانات مقاطع عرضية وبيانات سلسلة زمنية بصورة منفردة وفي هذه الحالة فانه من غير الممكن تقدير كل المعلمات في معادلة انحدار السلسلة الزمنية بسبب التعدد الخطي لذلك فان المعلومات العرضية عن بعض المعلمات يحصل عليها من بيانات المقاطع العرضية ومن ثم دمجها مع بيانات السلسلة الزمنية لتقدير معلمات نموذج الدمج وتستخدم عدة اساليب منها اسلوب توبن وكوتسيانس وديربن واسلوب ثايل وكولد برجر.

اما الحالة الثانية فهي عند توفر سلاسل زمنية للمقاطع العرضية وفي هذه الحالة توجد عدة نماذج بديلة تستخدم لدمج بيانات السلسلة الزمنية للمقاطع العرضية وهي نموذج الدمج التقليدي ونموذج التجميع ونماذج المتغيرات الصماء ونماذج الخطأ المركب ونموذج معاملات الانحدار غير المرتبطة ظاهرياً ونماذج معاملات الانحدار العشوائية وسوف نركز اهتمامنا في هذا البحث على الحالة الثانية وعلى النماذج الاربع الاولى.

بدأ الاهتمام في موضوع الدمج في المقاطع العرضية والسلاسل الزمنية في اواخر الخمسينات. وقد تم تطبيقه وتطويره عبر الفترة الزمنية الماضية من قبل العديد من الباحثين، ونذكر منهم على سبيل المثال لا الحصر:

- (1969) قام Wallace and Hussain^[17] باستخدام نماذج الخطأ المركب في دمج المقاطع العرضية مع السلاسل الزمنية.

- (1971) قام Maddala^[11] باستخدام نماذج المركبات الثنائية في دمج بيانات المقاطع العرضية والسلاسل الزمنية.
 - (1971) نشر الباحثان Swamy and Mehta^[19] بحثاً حول التحليل القياسي للمقاطع العرضية والبيانات المجدولة.
 - (1981) قام Badi^[3] بدراسة تطبيقية لاساليب الاختبار والتقدير البديلة في نموذج الخطأ المركب باتجاهين.
 - (1982) قام الباحثان William and Anderson^[18] بتقدير دالة الانتاج مع دالة خطورة هامشية موجبة وسالبة.
 - (1988) قام Tevry^[16] بدراسة تحليلية للدمج بين المقاطع العرضية والسلاسل الزمنية.
 - (1994) استخدم الباحث الدليمي^[2] اسلوب الدمج لتحليل بعض الظواهر الاقتصادية وقد شملت طرق التقدير التقليدية والبيزية.
 - (2002) تطرق الحساوي^[1] الى اسلوب الدمج في كتابة حول القياس الاقتصادي.
 - (2002) نشر الباحث Wookridge^[19] بحثاً حول التحليل القياسي للمقاطع العرضية والبيانات المجدولة.
 - (2005) نشر الباحث Yaffee^[20] على الانترنت بحثاً حول تحليل البيانات المجدولة وقد تضمن العديد من الفقرات اهمها النماذج الحصينة عندما يكون هناك عدم تجانس في تباين الخطأ او هناك ارتباط ذاتي او هناك قيم شاذة.
- وقد تم تطبيق نماذج الدمج هذه على مجالات شتى. فقط طبقت على تقدير معلمات دالة الانتاج وعلى الطلب على الغاز الطبيعي. كما طبقت على مصانع النسيج القطني وعلى تمثل الولاية خلال سنوات الخمسينات. وطبقت على الهجرة غير المباشرة المهنية الى الولايات المتحدة وعلى ميزانية الاسرة. واستخدمت في تحليل بعض الظواهر الاقتصادية بالاسلوبين التقليدي والبيزي.
- والهدف الذي يطمح اليه هذا البحث هو كيفية استخدام هذا النوع من البيانات (بيانات السلسلة الزمنية للمقاطع العرضية) لتقدير معلمات دالة الانتاج (لمحصول الطماطة) باستخدام منظومة معادلات اجمالي تكوين الانتاج على مستوى المحافظات الخمسة وهي (بابل، كربلاء، النجف، القادسية، السماوة) خلال الفترة الزمنية 1990-2002 حيث كانت البيانات حول محصول الانتاج والذي يمثل المتغير المعتمد وتأثير العوامل الطبيعية على الانتاج والمتمثلة بالمتغيرات التوضيحية (الحرارة، الرياح، العواصف الترابية، المطر) لكل محافظة من المحافظات الاربعة الاتفة الذكر حيث ان كل محافظة تمثل سلسلة زمنية 1990-2002 لتأثير العوامل الطبيعية الاربعة على الانتاج فلغرض تقدير وتحليل معلمات دالة الانتاج لمحصول الطماطة في العراق باستخدام المحافظات الخمسة ومن اجل الحصول على تقديرات اكثر دقة وكفاءة في التنبؤ للنموذج المقترح لمحصول الطماطة للمحافظات السابقة تم استخدام نماذج الدمج التقليدي ونموذج التجميع ونماذج المتغيرات الصماء ونماذج الخطأ المركب ومن اجل الحصول على النموذج الاكثر دقة وكفاءة في التنبؤ والتي توفر مؤشرات احصائية واقتصادية قد تفيد الباحث او المخطط الاقتصادي في التنبؤ بحجم الانتاج وعلى مستوى المحافظات السابقة.
- وقد تم استخدام طريقة المربعات الصغرى العامة (GLS) وطريقة المربعات الصغرى بمتغيرات صماء [oLs(dv)] لتقدير معلمات نماذج دمج السلاسل الزمنية للمقاطع العرضية. بموجب هذه الاساليب من الدمج يمكن توظيف معلومات اضافية حول الظاهرة المدروسة الى جانب بيانات السلسلة الزمنية وتؤدي الى الحصول على مقدرات غير متحيزة ومتسقة لمعلمات نماذج الدمج اضافة الى كونها اكثر كفاءة من مقدرات اسلوب المعادلة المنفردة باستخدام بيانات السلسلة الزمنية فقط او بيانات المقاطع العرضية فقط واستخدام اساليب الدمج قد تلغي الى مدى معين المشاكل المرتبطة مع بيانات السلسلة الزمنية او المقاطع العرضية اذا استخدم كل منها مصدرراً للبيانات (المعلومات) فقط.

الجانب النظري:

لتقدير معلمات العلاقات التي تستخدم في دمج بيانات السلسلة الزمنية والمقاطع العرضية بغية تحليل بعض الظواهر الاقتصادية فان معادلة الانحدار لهذا النوع من البيانات يمكن تمثيلها كالآتي⁽⁹⁾

$$Y_{it} = \beta_{oit} + \sum_{k=1}^k \beta_{kit} X_{kit} + U_{it} \quad \dots\dots\dots(1)$$

حيث ان $i = 1,2,..N$ تشير الى المقاطع العرضية، $t = 1,2,..T$ تشير الى الفترة الزمنية، (Y_{it}) تمثل مشاهدات المتغير المعتمد في المقطع العرضي (i) في الفترة الزمنية (t)، (X_{kit}) تمثل قيم المشاهدات للمتغير التوضيحي (k) في المقطع العرضي (i) في الفترة الزمنية (t)، (U_{it}) يمثل الخطأ العشوائي في المقطع العرضي (i) في الفترة الزمنية (t)، (β_{oit}) تمثل حدود التقاطع (Intercept terms) ويمكن ان تكون ثابتة او متغيرة (متغيرة خلال المقاطع العرضية فقط او متغيرة خلال المقاطع العرضية والزمن) ، (β_{kit}) تمثل المعلمة المرافقة للمتغير التوضيحي (X_{kit}) ويمكن ان تكون ثابتة او متغيرة ايضاً.
ان اساليب تقدير النموذج في المعادلة رقم (1) تعتمد على الفرضيات الاضافية التي تظهر بصدد معلمات النموذج.

اولاً: النماذج التي تكون فيها كل التغيرات مضمنة في حد الخطأ العشوائي**(او نموذج الانحدار المقيد بالحد الثابت)**

كل المعاملات ثابتة والحد العشوائي يفترض ان يتغير خلال المقاطع العرضية والزمن، ويسمى نموذج الانحدار المقيد بالحد الثابت لافتراض تساوي او ثبات الحدود الثابتة في جميع المقاطع العرضية المختلفة.

من اساليب وصف سلوك الحدود العشوائية عند التعامل مع المقاطع العرضية وبيانات السلسلة الزمنية ان تدمج الفرضيات الخاصة بمشاهدات المقاطع العرضية، التي تنص على ان الحدود العشوائية مستقلة او مرتبطة لكنها غير متجانسة، مع الفرضية الخاصة ببيانات السلسلة الزمنية وهي ان الحدود العشوائية تكون مرتبطة ذاتياً. ولذلك فعند دمج السلاسل الزمنية والبيانات المقطعية فاننا نواجه مشكلة عدم تجانس التباين (Heteroscedasticity) التي تظهر بشكل واضح في بيانات المقاطع العرضية اكثر من بيانات السلسلة الزمنية، لان بيانات المقاطع العرضية تناقش الظاهرة في فترة زمنية ثابتة في حين ان بيانات السلسلة الزمنية تأخذ فترة زمنية طويلة قد تختفي فيها الاثار التي تظهر في الاجل القصير او في الفترة الزمنية الثابتة، وكذلك قد نواجه مشكلة الارتباط الذاتي (autocorrelation) والتباين المشترك المتزامن (contemporaneous covariance) (2)

ويجعل حصول أي من هذه المشاكل مقدرات النموذج الخطي غير كفوءة ومنتحيزة في تقديراتها لقيم معلمات النموذج وتكون اختبارات معاملات النموذج غير دقيقة وبذلك لا يمكن الاعتماد عليها ولو دمجت هذه الفرضيات فانها تؤدي الى النماذج الآتية.

1.1 الانحدارات المنفصلة Separate Regressions

من المسائل المهمة في معظم اساليب الدمج تقدير معادلة الانحدار لكل مقطع عرضي بصورة منفصلة بواسطة (OLS) واختبار فيما اذا يوجد سلوك منتظم في الحدود الثابتة ومعاملات الانحدار والبواقي، سلوك البواقي فيما اذا كانت مرتبطة ذاتياً او مرتبطة او مستقلة عبر المقاطع العرضية

ويستخدم هذا السلوك في تحديد الاسلوب المناسب لتحليل دمج البيانات⁽¹²⁾. معادلة الانحدار المنفصلة لكل مقطع عرضي يمكن ان تكتب في صيغة المصفوفات كالآتي

$$Y_i = X_i \beta_i + u_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad \dots\dots\dots(2)$$

حيث Y_i : موجه عمودي من مرتبة (Tx1) للمتغير المعتمد في المقطع العرضي (i)

X_i : مصفوفة المتغيرات التوضيحية من مرتبة (Txk)

(β_i) : موجه عمودي من مرتبة (kx1) تمثل عناصر معاملات معادلة انحدار المقطع العرضي

(i).

(u_i) : موجه عمودي من مرتبة (Tx1) للاخطاء العشوائية في معادلة المقطع العرضي (i)

وعندما تكون X_i مصفوفة ثابتة في العينات المتكررة وذات رتبة كاملة $[Rank(X_i) = k]$ وفي ظل تحقق الفرضيات الاتية

$$E(u_i) = 0, E(u_i u_i') = \sigma_{ii} I_T, E(u_i u_j') = 0 \text{ For } i \neq j$$

حيث (σ_{ii}) تمثل تباين الخطأ العشوائي للمقطع العرضي (i)

I_T تمثل مصفوفة الوحدة (unit matrix) من مرتبة (TxT)

فإن مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لـ (β_i) والذي يعطي بواسطة الصيغة

$$b_i = (X_i' X_i)^{-1} X_i' Y_i \quad \dots\dots\dots(3)$$

يكون (UMVUE) في حالة توزيع الخطأ توزيع طبيعي وافضل مقدر خطي في (Y_i) غير متحيز ويمتلك اقل تباين ممكن (BLUE) لغير الطبيعي وفي حالة عدم تحقق الفروض اعلاه فان الحدود العشوائية اما ان تكون مرتبطة ذاتياً او غير متجانسة وفي هذه الحالة يستخدم اسلوب المربعات الصغرى العامة (GLS) لكل معادلة بصورة منفصلة. وهي ستعطي مقدرات اكثر كفاءة من (OLS).

2.1 اسلوب الدمج التقليدي

كبدل لاسلوب الانحدارات المنفصلة من الممكن بناء نموذج واحد يصف المجموعة الكاملة لـ (N) من المقاطع العرضية بدلاً من بناء نموذج منفصل لكل مقطع عرضي، هذا الاسلوب يفترض تحقق الفرضيات في اعلاه مع اضافة فرضية ان معاملات الانحدار تكون متساوية لكل المقاطع العرضية التي تحقق عندما يكون المجتمع متجانس أي ان⁽¹⁶⁾

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_N = \beta$$

وفي هذه الحالة فان المشاهدات لكل المقاطع العرضية يمكن ان تدمج في نموذج انحدار واحد للحصول على المقدر الاكثر كفاءة لـ (β) . مجموعة المعادلات الان يمكن ان تكتب كالآتي

$$Y = X\beta + u \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix}_{(NT \times 1)}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_N \end{bmatrix}_{(NT \times k)}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_N \end{bmatrix}_{(NT \times 1)}$$

β () موجه عمودي من مرتبة $(k \times 1)$ للمعلومات المطلوب تقديرها. إذا الفرضية $E(u_i u_i') = \sigma_{ii} I_T$ تم تعويضها بالفرضية $E(u_i u_i') = \sigma^2 I_T$ أي ان تباين الخطأ يكون ثابت بكل المقاطع العرضية، فان (β) سوف تقدر بصورة كفوءة وبدون تحيز بالصيغة الآتية (14):-

$$b(cp_1) = (X'X)^{-1} X'y = \left(\sum_{i=1}^N X_i'X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i'y_i \right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

وان هذا المقدر يسمى بمقدر الدمج التقليدي (CP) **Classical pooling estimator (CP)** وان (CP) يمكن ان ينظر اليه كمعدل مرجح لـ b_i ($i = 1..N$) حيث الترجيح لـ b_i يكون مساوياً لـ $\left(\sum X_i'X_i \right)^{-1} X_i'X_i$ وان $E(b) = \beta$ وان مصفوفة التباين والتباين المشترك للموجه (b) تكون $Var(b) = \sigma^2 \left(\sum_{i=1}^N X_i'X_i \right)^{-1}$ والمقدر غير المتحيز الى σ^2 هو

$$S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - X_i b)'(y_i - X_i b)}{NT - k}$$

وعند تحقق الفرضية $E(u_i u_i') = \sigma_{ii} I_T$ أي عندما تكون الحدود العشوائية لكل مقطع عرضي لها تباينات مختلفة فان مقدر الدمج التقليدي (CP) تحت تلك الفرضية يكون

$$b(cp_2) = \left(X' \Omega^{-1} X \right)^{-1} X' \Omega^{-1} y \quad \dots\dots\dots(6)$$

حيث

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11} I_T & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22} I_T & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{NN} I_T \end{bmatrix}$$

والمعاملات غير المعلومة σ_{ii} يمكن ان تقدر بالصور التالية

$$S_{ii} = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^T e_{it}^2 \quad \dots\dots(i=1,2..N)$$

حيث (e_{it}) هي البواقي الناتجة من تطبيق (OLS) على المعادلة (2).

3-1- مقدر التجميع

من الاساليب التي تستخدم لتقديرات المقاطع العرضية كمعلومات عرضية الى جانب بيانات السلسلة الزمنية يكون بتجميع البيانات لـ (N) من المقاطع العرضية وتقدير معادلة الانحدار لبيانات السلسلة الزمنية التجميعية. معادلة الانحدار السلسلة الزمنية للمقطع العرضي (i) يمكن ان تكتب كالآتي (16)

$$y_i = X_i \beta + \mu_i \quad \dots\dots(7)$$

y_i : موجه عمودي من مرتبة $(Tx1)$ لمشاهدات المتغير المعتمد للمقطع العرضي (i)

X_i : مصفوفة من مرتبة (Txk) لمشاهدات المتغيرات التوضيحية للمقطع العرضي (i)

β : موجه عمودي من مرتبة $(kx1)$ للمعاملات المطلوب تقديرها.

u_i : موجه عمودي من مرتبة $(Tx1)$ للاخطاء العشوائية.

$$E(u_i) = 0, E(u_i u_i') = \sigma_i^2$$

ويوجد (N) من المعادلات مقابل (N) من المقاطع العرضية في العينة لذلك يتم تجميع البيانات لكل المقاطع العرضية لتحصل على

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

ومن ثم فان معادلة الانحدار لبيانات السلسلة الزمنية التجميعية ستأخذ الشكل الآتي

$$y' = X' \beta + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad \dots\dots(8)$$

مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لـ β هو

$$b(A) = (\bar{X}' \bar{X})^{-1} \bar{X}' \bar{y}$$

حيث ان $b(A)$ يشير الى مقدر (OLS) للبيانات التجميعية وان اسلوب التجميع (Aggregation) يفترض ان متجه المعاملات (β) يكون نفسه لكل المقاطع العرضية في العينة وفي هذه الحالة فان المقدر $b(A)$ يكون غير متحيز اما اذا كانت متجهات معاملات المقاطع العرضية مختلفة فان مقدرات (OLS) تنتج ما يسمى بتحيز التجميع (Aggregation bias) . وان مقدرات الدمج التقليدي (CP) ومقدر التجميع (bA) تفترض ان كل متجهات المعاملات ولكل المقاطع العرضية تكون متساوية ولذلك فان هناك ضرورة لاجراء اختبار احصائي حول تساوي متجهات معاملات المقاطع العرضية أي اختبار فرضية عدم الاتية:-

$$H_o : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_N = \beta$$

حيث ان $\beta_i = (\beta_{oi}, \beta_{li}, \beta_{2i}, \dots, \beta_{ki})'$ هي متجه معاملات معادلة انحدار المقطع العرضي (i)

مقابل الفرضية البديلة $H_1 : \beta_1 \neq \beta_2 \dots \neq \beta_N \neq \beta$ ليس كل متجهات المعاملات تكون متساوية.

الفرضية (H_0) في اعلاه تعني تساوي المعلمات على مستوى المقاطع العرضية وقبولها تعني امكانية دراسة الظاهرة على المستوى الكلي وتستخدم احصاءة F لاختبار فرضية العدم H_0 . (16)

$$F = \frac{(S_2 - S_1)/(Nk - k)}{S_1/(NT - k)}$$

حيث ان

S_1 : تمثل مجموع مربعات الاخطاء التي يتم الحصول عليها من النموذج غير المقيد (مقدر التجميع)
 S_2 : تمثل مجموع مربعات الاخطاء التي يتم الحصول عليها من النموذج المقيد (مقدر الدمج التقليدي)

وتقارن قيمة F المحسوبة بموجب الصيغة في اعلاه مع القيمة الجدولية بدرجة حرية ($NT - k$, $Nk - k$) وللمستوى معنوية معين فاذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية نرفض H_0 وهذا يعني عدم تساوي متجهات معاملات المقاطع العرضية.

ثانياً : حالة النماذج التي تكون فيها كل التغيرات مقيدة بالحد الثابت

(معاملات الانحدار تكون ثابتة والحد الثابت يتغير خلال المقاطع العرضية فقط او

يتغير خلال المقاطع العرضية والزمن).

من النماذج المستخدمة لدمج السلاسل الزمنية وبيانات المقاطع العرضية هو النموذج رقم (1) في اعلاه تحت افتراض ان كل التغيرات الهيكلية عبر السلاسل الزمنية والمقاطع العرضية تكون مقيدة بالحد الثابت، أي ان معاملات الانحدار تكون ثابتة خلال الزمن والمقاطع العرضية $\beta_{kit} = \beta_k$ لكن الحد الثابت β_{oit} قد يتغير خلال المقاطع العرضية او خلال الزمن او خلال المقاطع العرضية والزمن لذلك فان النموذج (1) يمكن ان يكتب كما يأتي (1)

$$y_{it} = \beta_{oit} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$(i = 1, \dots, N), (t = 1, \dots, T)$$

يعتمد اسلوب تقدير هذا النموذج على الكيفية التي يتغير بها الحد الثابت فاذا افترض ان الحد الثابت يتغير باسلوب ثابت يتم الحصول على ما تسمى بنماذج المتغيرات الصماء (Dummy Variables Models) ويطلق عليها احياناً نماذج تحليل التباين (Analysis of Covariance Models) او نماذج التأثير الثابت (Fixed Effect Models) وعندما يتغير الحد الثابت باسلوب عشوائي فانه يتم الحصول على ما تسمى بنماذج الخطأ المركب (Error Components Models) ويطلق عليها احياناً تسمية نماذج مركبات التباين (Variance Components Models) او نماذج التأثيرات العشوائية (Random Effects Models).

1-2: نماذج المتغيرات الصماء Dummy Variables Models

ان استخدام المتغيرات الصماء ما هي الا محاولة للتعويض عن المعلومات المهمة المفقودة في النموذج والسماح للحدود الثابتة بالتغير خلال المقاطع العرضية وخلال الزمن او كليهما وكذلك ان استخدام المتغيرات الصماء سيحذف الفروقات بين المقاطع العرضية والفترات الزمنية كبيرة، ان هذا الاسلوب يفترض ان معاملات الانحدار تكون متساوية والحدود الثابتة تكون مختلفة وهي تختلف خلال المقاطع العرضية فقط او خلال المقاطع العرضية والزمن وسوف نركز اهتمامنا عندما تختلف الحدود الثابتة خلال المقاطع العرضية فقط (7)

1.1.2: نموذج المتغير الاصم عندما يتغير الحد الثابت خلال المقاطع العرضية

في هذا النموذج يفترض ان المعاملات لـ (N) من المقاطع العرضية تكون متطابقة باستثناء الحد الثابت فيها من المحتمل ان يتغير خلال المقاطع العرضية ولذلك فان النموذج الذي يحتوي على (N) من معاملات الانحدار بموجب هذه الحالة يمكن تمثله كالآتي

$$y_{it} = \beta_{oi} + \sum_k \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N), (t = 1, 2, \dots, T), (k = 1, 2, \dots, K)$$

حيث ان $\beta_{oi} = \bar{\beta}_o + \mu_i$ تمثل الحد الثابت للمقطع العرضي (i)

$\bar{\beta}_o$ تمثل متوسط الحد الثابت و μ_i تمثل صافي التأثير الناتج من حذف متغيرات المقاطع العرضية غير المتغيرة زمنياً، بمعنى اخر تمثل مركبة ثابتة خلال الزمن ومتغيره من مقطع عرضي الى آخر. ولذلك فان النموذج (10) يمكن ان يعبر عنه كما يأتي (9)

$$y_{it} = \bar{\beta}_o + \mu_i + \sum_{k=1}^k \beta_k X_{kit} + u_{it}$$

تحت افتراض ان (β_{oi}) تكون معاملات ثابتة مطلوب تقديرها مع معاملات الانحدار (β_k) ، وان $\sum_{i=1}^N \mu_i = 0$ تكون متغيرات عشوائية مستقلة تتوزع لـ $E(\mu_i) = 0$ ، $E(\mu_i^2) = \sigma_u^2$ هذا النموذج هو نموذج المتغير الاصم ويكتب كالآتي

$$y_{it} = \sum_{j=1}^N \beta_{oj} D_{jt} + \sum_{k=1}^k \beta_k X_{kit} + u_{it} \quad \dots\dots\dots(11)$$

حيث ان (D_{jt}) تمثل المتغيرات الصماء وتأخذ قيمة تساوي صفراً او واحداً أي ان :-

$$D_{jt} = \begin{cases} 1 & iF \quad i = j \\ 0 & iF \quad i \neq j \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, N)$$

أي انه يوجد متغير اصم لكل مقطع عرضي والمتغير الاصم الذي يقابل المقطع العرضي (j) سيأخذ القيمة واحد للملاحظات عن المقطع العرضي (j) و صفراً للملاحظات عن المقاطع العرضية الاخرى.

إذا افترضنا أن $J_T = (1 \ 1..1)'$ موجه احادي عمودي من مرتبة $(Tx1)$ وللمقطع العرضي (i) فإن النموذج (11) يكتب بصيغة المصفوفات كالآتي

$$y_i = \beta_{oi} J_T + X_{si} \beta_s + u_i \quad (i = 1, 2..N) \quad \dots\dots\dots(12)$$

حيث أن X_{si} مصفوفة من مرتبة (Txk') للملاحظات عن المتغيرات المستقلة باستثناء الحد الثابت للمقطع العرضي حيث أن $k' = k - 1$ تمثل عدد المتغيرات المستقلة بدون الحد الثابت أو بصيغة أكثر إيجازاً

$$y = [I_N \otimes J_T X_s] \begin{bmatrix} \beta_o \\ \beta_s \end{bmatrix} + u \quad \dots\dots\dots(13)$$

حيث أن $(I_N \otimes J_T)$ هي مصفوفة من مرتبة $(NT \times N)$ للمتغيرات الصماء حيث \otimes يرمز لعملية الضرب غير المباشر أو ما تعارف عليه بمصطلح (Kronecker Product) مصفوفة الوحدة $(unit \ matrix)$ من مرتبة $(N \times N)$ ولتقدير معاملات النموذج في المعادلة (13) فإن المتجه (β_o) يحتوي على (N) من الحدود الثابتة (حد ثابت لكل مقطع عرضي) بينما (β_s) هو متجه لمعاملات الانحدار والذي افترض ان يكون ثابت لكل المقاطع العرضية المتجه (u) له متوسط صفر ومصفوفة تباين وتباين مشترك $\sigma_u^2 I_{NT}$ في ظل هذه الافتراضات فإن مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية بمتغيرات صماء هي (The ordinary Least squares with Dummy variables) (OLS_{dv})

$$b_{(dv)} = \begin{bmatrix} b_o \\ b_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TI_N & (I_N \otimes J_T)' X_s \\ X_s' (I_N \otimes J_T) & X_s' X_s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (I_N \otimes J_T)' y \\ X_s' y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(14)$$

يكون (UMVUE) في التوزيع الطبيعي للخطأ وأفضل مقدر خطي غير متحيز (BLUE) في التوزيع غير الطبيعي لعناصر الموجه $(\beta_o \ \beta_s)'$ بمصفوفة تباين وتباين مشترك هي :-

$$\text{var-cov}(b'_o, b'_s) = \sigma_e^2 \begin{bmatrix} TI_N & (I_N \otimes J_T)' X_s \\ X_s' (I_N \otimes J_T) & X_s' X_s \end{bmatrix}^{-1}$$

حيث أن $b(dv)$ يشير الى مقدر نموذج المتغير الاصم. هناك صعوبات حسابية في ايجاد معكوس المصفوفة في (14) إذ ان معكوس المصفوفة يكون من مرتبة $(N + k')$ لذلك ففي حالة وجود عدد كبير من المقاطع العرضية $(N \text{ كبيرة})$ فإن المعكوس سيكون من الصعب حسابه لذلك يكون من المستحسن حساب b_s, b_o باستخدام صيغة بديلة تشتق من خلال تطبيق قاعدة معكوس المصفوفة المجزئة على المصفوفة في المعادلة رقم (14) وبموجب ذلك فإن الصيغة البديلة (b_s, b_o) كالآتي⁽⁵⁾

$$b_s(dv) = [X'_s(I_N \otimes D_T)X_s]^{-1} X'_s(I_N \otimes D_T)y$$

$$= \left(\sum_{i=1}^N X'_{si} D_T X_{si} \right)^{-1} \sum_{i=1}^N X'_{si} D_T y_i \quad \dots\dots\dots(15)$$

حيث ان $b_s(dv)$ يشير الى مقدر معاملات الانحدار لنموذج المتغير الاصم وان

$$b_{oi} = \bar{y}_i - \bar{X}'_i b_s \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

$$D_T = I_T - \frac{J_T J'_T}{T}, \quad \bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}$$

$$\bar{X}_i = (\bar{X}_{1i}, \bar{X}_{2i}, \dots, \bar{X}_{ki}), \quad \bar{X}_{ki} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_{kit}$$

ومن الممكن كتابة (15) كالاتي

$$b_s(dv) = [X'_s(I_N \otimes D_T)'(I_N \otimes D_T)X_s]^{-1} X'_s(I_N \otimes D_T)'(I_N \otimes D_T)y$$

$$= [Z'Z]^{-1} Z'W$$

حيث ان D_T مصفوفة (Idempotent)

$(I_N \otimes D_T)$ مصفوفة (Idempotent) ايضاً

حيث $W = (I_N \otimes D_T)y$, $Z = (I_N \otimes D_T)X_s$ هي على التوالي المشاهدات المحولة للمتغيرات المستقلة والمشاهدات المحولة للمتغير المعتمد هذه المشاهدات تعطي بواسطة:

$$Z = \begin{bmatrix} D_T X_{s1} \\ \vdots \\ D_T X_{sN} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} D_T y_1 \\ \vdots \\ D_T y_N \end{bmatrix}$$

$$D_T X_{si} = \begin{bmatrix} X_{1i1} - \bar{X}_{1i} & X_{2i1} - \bar{X}_{2i} & \dots & X_{ki1} - \bar{X}_{ki} \\ X_{1i2} - \bar{X}_{1i} & X_{2i2} - \bar{X}_{2i} & \dots & X_{ki2} - \bar{X}_{ki} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{1iT} - \bar{X}_{1i} & X_{2iT} - \bar{X}_{2i} & & X_{kiT} - \bar{X}_{ki} \end{bmatrix}$$

$$D_T Y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} - \bar{y}_i \\ \vdots \\ y_{iT} - \bar{y}_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, N)$$

لذلك فإن D_T هي المصفوفة التي تحول المشاهدات لكل مقطع عرضي الى صورة الانحرافات عن المتوسط لذلك المقطع العرضي وبالتالي يمكن الحصول على مقدر المربعات الصغرى (OLS) لمعاملات الانحدار في نموذج المتغير الاصم بالتعبير عن كل متغير بصيغة الانحرافات عن متوسطات المقاطع العرضية واجراء المربعات الصغرى بدون الحد الثابت اما تقدير (μ_i) فيعطي بواسطة الصيغة

$$\hat{\mu}_i = b_{oi} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N b_{oj} \quad \dots\dots\dots(17)$$

ولتقدير تباين الحد العشوائي فإن كلا من اساليب التقدير يقود الى نفس متجه البواقي الذي يستخدم لتقدير σ^2

$$e = y - (I_N \otimes J_T X_s) \begin{bmatrix} b_o \\ b_s \end{bmatrix} = (I_N \otimes D_T)y - (I_N \otimes D_T)X_s b_s$$

ومن ثم فإن المقدر غير المتحيز لـ σ_e^2 هو (11)

$$S_e^2 = \frac{e'e}{NT - (N + k')}$$

ويحصل على هذا المقدر (S^2) عندما تقدر β_s, β_o سوية باستخدام الصيغة رقم (14) ولاختبار ما اذا كان للمقاطع العرضية حدود ثابتة مختلفة او متساوية من اجل معالجة البيانات كعينة واحدة بـ (NT) من المشاهدات فان ذلك يتطلب اختبار الفرضية :

$$H_o : \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{0N}$$

$$vs H_1 : \beta_{01} \neq \beta_{02} \neq \dots \neq \beta_{0N}$$

ان فرضية العدم تمثل بمجموعة القيود الخطية على المعاملات أي ان

$$H_o : R\beta = 0$$

$$vs H_1 : R\beta \neq 0$$

حيث R تمثل مصفوفة ثابتة ومعلومة من مرتبة $((N-1)XN)$ ومن ثم نطبق الصيغة التالية (8)

$$F = \frac{(S_2 - S_1)/(N-1)}{S_1/(NT - N - k')} \quad \dots\dots\dots(18)$$

S_1 : تمثل مجموع مربعات البواقي الحاصل عليها من النموذج المقيد في المعادلة (10)

S_2 : تمثل مجموع مربعات البواقي الحاصل عليها من النموذج المقيد CP الاتي

$$y_{it} = \beta_{01} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it}$$

$N - 1$ عدد القيود الخطية

$(NT - N - k')$ عدد درجات الحرية في النموذج غير المقيد

وتحت فرضية العدم فإن الاحصاءة F في (18) لها توزيع F المركزي بدرجتي حرية $[(NT - N - k'), (N - 1)]$ وتتحقق صحة فرضية العدم عندما تكون القيمة المحسوبة بموجب تلك الصيغة اقل من قيمة F الجدولية بمستوى دلالة معين.

2.2 : نماذج الخطأ المركب The Error components Models

ان استخدام نماذج المتغيرات الصماء تؤدي الى حذف الجزء الرئيسي من الفروقات بين المتغيرات المعتمدة والتوضيحية اذا كانت الفروقات بين المقاطع العرضية وبين الفترات الزمنية كبيرة، كما ان استخدام المتغيرات الصماء لا تشخص مباشرة المتغيرات التي قد تجعل خط الانحدار يتغير خلال المقاطع العرضية والزمن، كما انه في بعض الحالات يؤدي الى فقدان عددي حقيقي في درجات الحرية، هذه الخسارة قد تؤدي الى ان تقلل من القوة الاحصائية للنموذج فضلاً عن انه يكون من الصعوبة اعطاء تفسير معنوي لمعاملات المتغيرات الصماء⁽¹³⁾

كما ان المتغيرات الصماء تعمل على اهمال تأثير المقاطع العرضية (μ_i) وتأثير الزمن

(λ_t) وبما يشبه اهمال الباقي (uit) وهذا الاهمال يدعى بالاهمال المحدد (Specific Ignorance)

يجب ان يعامل بصورة مختلفة من الاهمال العام (uit) (Feneral Ignorance)⁽¹¹⁾

لذلك فان الاسلوب المختلف لوصف السلوك العشوائي عند دمج بيانات المقاطع العرضية مع بيانات السلسلة الزمنية يسمى بنموذج الخطأ المركب الذي يفترض ان الخطأ العشوائي (uit) يحلل الى ثلاثة مركبات مستقلة هي:-

μ_i : يمثل الخطأ الناتج عن تأثير المقاطع العرضية.

τ_t : يمثل الخطأ الناتج عن تأثير السلسلة الزمنية.

v_{it} : يمثل الخطأ المشترك الناتج عن تأثير المقاطع العرضية والزمن أي ان

$$u_{it} = \mu_i + \tau_t + v_{it} \quad (i = 1, 2, \dots, N ; t = 1, 2, \dots, T) \quad \dots \dots \dots (19)$$

وبموجب هذا النموذج ينظر الى هذه المركبات كمتغيرات عشوائية لها توزيع طبيعي بمتوسطات صفرية وتباين غير معلوم وصيغة الخطأ المركب يحصل عليها من نموذج التغيرات بافتراض ان متوسط تأثير المتغيرات العشوائية للسلسلة الزمنية والمقاطع العرضية تكون متضمنة في الحد الثابت والانحرافات العشوائية حول المتوسط تضمن مع مركبة الخطأ العشوائي.

ان نماذج الخطأ المركب تكون مقيدة في دمج بيانات المقاطع العرضية مع بيانات السلسلة الزمنية لانها تمكننا من استخلاص بعض المعلومات حول معاملات الانحدار من الفروقات بين المقاطع العرضية وبين الفترات الزمنية بالاضافة الى انها تقلل عدد المعلمات المطلوب تقديرها. وكما هي الحالة في نماذج المتغيرات الصماء فان الحد الثابت في نموذج الخطأ المركب يمكن ان يتغير خلال المقاطع العرضية فقط او خلال المقاطع العرضية والزمن وسنركز بحثنا حول التغير خلال المقاطع العرضية.

1.2.2: نموذج الخطأ المركب عندما يتغير الحد الثابت خلال المقاطع العرضية

بموجب هذا النموذج تعد المشاهدات لـ (N) من المقاطع العرضية كعينة عشوائية مسحوبة من مجتمع كبير، وان كل وحدات المجتمع افترض ان لها استجابات متماثلة للتغير في (k-1) من المتغيرات التوضيحية. لذلك فان هذا النموذج يأخذ نفس الصيغة في المعادلة رقم (10) لكن بدلاً من افتراض ان (β_{oi}) هي معاملات ثابتة سنفترض انها متغيرات عشوائية مستقلة بمتوسط $(\bar{\beta}_o)$ أي ان $(\beta_{oi} = \bar{\beta}_o + \mu_i)$ حيث ان $\bar{\beta}_o$ تمثل متوسط الحد الثابت لمجتمع المقاطع العرضية وان (μ_i)

$$E(\mu_i) = 0 \quad \text{متغير عشوائي بحيث ان}$$

$$E(\mu_i^2) = \sigma_\mu^2 \quad \text{عندما } i \neq j, \quad E(\mu_i \mu_j) = 0$$

تحت هذه الفرضيات يمكن ان يعبر عن النموذج كالآتي

$$y_{it} = \bar{\beta}_o + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + \mu_{it} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$u_{it} = \mu_i + v_{it} \quad \text{بحيث ان}$$

وان (μ_i) تكون غير مرتبطة مع (v_{it}) أي ان $E(\mu_i + v_{it}) = 0$ وان (v_{it}) لها متوسط صفر وتباين σ_v^2 ولذلك فان (u_{it}) تكون متجانسة التباين أي ان

$$\text{var}(u_{it}) = \sigma^2 = \sigma_\mu^2 + \sigma_v^2$$

وفي صيغة المصفوفات وللمقطع العرضي (i) فان النموذج اعلاه يكتب⁽⁸⁾

$$Y_i = X_i \beta + \mu_i J_T + V_i \quad \dots\dots\dots(21)$$

حيث ان J_T, y_i هي متجهات معرفة مسبقاً

$X_i = (J_T X_{si})$ هي مصفوفة من مرتبة $(T \times k)$ للمشاهدات عن المتغيرات التوضيحية للمقطع العرضي (i) متضمنة الحد الثابت، $\beta' = (\bar{\beta}_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta)$ هي متجه المعلمات المطلوب تقديرها.

v_i : هي متجه من مرتبة $(T \times 1)$ للاخطاء العشوائية المشتركة الناتجة من تأثير المقاطع العرضية والزمن وفي النموذج اعلاه يمكن اعتبار الحد $(\mu_i J_T + v_i)$ كمتجه عشوائي مركب بمتوسط صفر ومصفوفة تباين وتباين مشترك هي

$$\Omega_i = E \left[(\mu_i J_T + v_i) (\mu_i J_T + v_i)' \right]$$

وبدمج مشاهدات السلسلة الزمنية (T) لـ (N) من المقاطع العرضية سوية فان نموذج المجموعة الكاملة من المشاهدات (NT) لكل المقاطع العرضية يمكن ان يكتب كما يأتي⁽¹⁰⁾:

$$Y = X\beta + \mu \otimes J_T + V \quad \dots\dots\dots(22)$$

ولإيجاد مصفوفة التباين والتباين المشترك للحد العشوائي المركب في المعادلة اعلاه فان

$$E(vv') = \sigma_v^2 I_{NT} \quad , \quad E(\mu\mu') = \sigma_\mu^2 I_N$$

ولذلك فان $(NT \times NT)$ تمثل مصفوفة الوحدة من مرتبة (I_{NT}) ، $E[(\mu \otimes J_T) v'] = 0$

$$\Omega = E(\mu\mu') = E\left[(\mu \otimes J_T + v)(\mu \otimes J_T + v)'\right]$$

$$\Omega = I_N \otimes \Omega_i \quad \dots\dots\dots(23)$$

أي ان مصفوفة التباين والتباين المشترك للمتجه العشوائي الكامل من مرتبة $(NT \times 1)$ تكون قطرية قطاعية (block diagonal) من مرتبة $(NT \times NT)$

كما يمكن ان تكتب المصفوفة (Ω) كما يأتي (17)

$$\Omega = \sigma_v^2 I_{NT} + \sigma_\mu^2 A \quad \dots\dots\dots(24)$$

حيث A هي مصفوفة من مرتبة $(NT \times NT)$ وتعرف كما يأتي

$$A = \begin{bmatrix} J_T J_T' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_T J_T' & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & J_T J_T' \end{bmatrix}$$

بحيث ان $(J_T J_T')$ تمثل مصفوفة احادية من مرتبة $(T \times T)$

عندما تكون σ_v^2, σ_μ^2 معلومة فان مقدر المربعات الصغرى العامة (GLS) لـ β في المعادلة 22 يكون افضل مقدر خطي غير متحيز (BLUE) أي ان

$$b_{(ec)} = (X \Omega^{-1} X)^{-1} X \Omega^{-1} y \quad \dots\dots\dots(25)$$

حيث ان (b_{ec}) يشير الى مقدر نموذج الخطأ المركب

الشكل الملائم للمصفوفة (Ω^{-1}) قد اشتق من المعادلة (24) بواسطة اسلوب المحاولة، الخطأ والتعميم **Wallace and hussain** by trial ,error and generalization من قبل (Wallace and hussain) لتكون بالصيغة (17)

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left(y_1 A + I_{NT} - \frac{A}{T} \right) \quad \dots\dots\dots(26)$$

حيث A, I_{NT} معرفة مسبقاً y_1 هي دالة لمركبات التباين تأخذ

$$y_1 = \frac{\sigma_v^2}{T(\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2)}$$

من الناحية العملية ان مقدرات المربعات الصغرى العامة (GLS) في اعلاه (25) يتطلب معكوس المصفوفة Ω من مرتبة $(NT \times NT)$ لذلك فان هذا المقدر يكون غير مناسب حسابياً (عملياً) ولذلك يكون من المناسب ايجاد مصفوفة التحويل للمشاهدات لكي يكون من الممكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) على النموذج المحول اذ اقترح Fuller and Battese مصفوفة التحويل الآتية⁽⁶⁾

$$P = I_N \otimes P_i$$

بحيث ان

$$P_i = I_T - \alpha_1 \frac{J_T J_T'}{T} = I_T - \left(1 - \frac{\sigma_v}{\sigma_1}\right) \frac{J_T J_T'}{T}$$

وبضرب طرفي النموذج رقم (22) في المصفوفة P فان النموذج الناتج بعد عملية التحويل سيأخذ الصيغة الآتية⁽⁵⁾

$$(y_{it} - \alpha_1 \bar{y}_i) = (1 - \alpha_1) \bar{\beta}_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k (X_{kit} - \alpha_1 \bar{X}_{ki.}) + u_{it} \quad \dots\dots\dots(27)$$

حيث ان $(\alpha_1 = 1 - \sigma_v / \sigma_1)$ وان (u_{it}) تكون متجانسة وغير مرتبطة مع التباين σ_v^2 . عندما تكون (α_1) معلومة فان تطبيق (OLS) على النموذج اعلاه رقم (27) تعطي مقدرات مطابقة مقدرات (GLS) في الصيغة رقم (25) وبالنظر الى الاحصاءة (α_1) في النموذج اعلاه رقم (27) التي تعطي الانحرافات الظاهرية (quasi deviations) تحت نموذج الخطأ المركب وحيث ان

$$\alpha_1 = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_\mu^2}}$$

نستنتج الآتي

عندما $(T \rightarrow \infty)$ فان $(\alpha_1 \rightarrow 1)$ ولذلك فان مقدر (GLS) لنموذج الخطأ المركب يقترب من مقدر (OLS) لنموذج المتغير الاصم، وكذلك الحال عندما تكون (σ_μ^2) كبيرة جداً نسبة الى σ_v^2 فان $(\alpha_1 \rightarrow 1)$ اما عندما $(\sigma_\mu^2 \rightarrow 0)$ فان $(\alpha_1 \rightarrow 0)$ لذلك فان مقدر (GLS) لنموذج الخطأ المركب سيفضي الى مقدر (OLS) لنموذج الدمج الاعتيادي (CP) من الناحية العملية ان مقدر الخطأ المركب يعتمد على تقدير مركبات التباين σ_μ^2, σ_v^2 لذلك يجب ان تقدر لكي يكون من الممكن تطبيق (GLS) وفي هذا المجال اقترح (Maddala) المقدرات غير المتحيزة الآتية⁽¹¹⁾

لتقدير σ_v^2 تستخدم البواقي الناتجة من مقدر نموذج المتغير الاصم والمقدر غير المتحيز لـ σ_v^2 هو

$$S_v^2 = \frac{e'e}{NT - N - k'} \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$e = (I_N \otimes DT)Y - (I_N \otimes DT)X_s b_s \quad \text{حيث}$$

اما تقدير $(\sigma_1^2 = T\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2)$ فيتم ايجاده باستخدام البواقي الناتجة من نموذج الانحدار لمتوسطات المقاطع العرضية . فاذا اخذنا المتوسط بالنسبة الى الزمن للنموذج نحصل على

$$\bar{Y}_i = \bar{\beta}_o + \sum_{k=1}^k \beta_k \bar{X}_{ki} + \mu_i + \bar{v}_i \quad \dots\dots\dots(29)$$

وتباين الحد العشوائي

$$\text{var}(\mu_i + \bar{v}_i) = \sigma_\mu^2 + \frac{\sigma_v^2}{T} = \frac{\sigma_1^2}{T}$$

وبما ان $(\mu_i + \bar{v}_i)$ غير مرتبط مع $(\mu_j + \bar{v}_j)$ عندما $i \neq j$ لذلك فان مقدر (OLS) الذي نحصل عليه من المعادلة رقم 29 سيكون مقدرًا غير متحيز لـ (σ_1^2 / T) وفي صيغة لمصفوفات كالاتي

$$\bar{Y} = \bar{X}\beta' + W \quad \dots\dots\dots(30)$$

\bar{Y} : موجه عمودي من مرتبة $(Nx1)$ بعنصر نموذجي (\bar{Y}_i)

\bar{X} : مصفوفة مرتبة (Nxk) بعنصر نموذجي (\bar{X}_{ki})

w : موجه عمودي من مرتبة $(Nx1)$ بعنصر نموذجي $(\mu_i + \bar{v}_i)$ مقدر (OLS) لـ β سيكون

$b^* = (\bar{X}\bar{X})^{-1} \bar{X}\bar{Y}$ والمقدر غير المتحيز لـ (σ_1^2 / T) يكون

$$\frac{S_1^2}{T} = \frac{\hat{w}'\hat{w}}{N-k}$$

$$\hat{w} = \bar{Y} - \bar{X}b^*$$

والمقدر غير المتحيز لـ σ_μ^2 يحصل عليه كالاتي

$$S_\mu^2 = \begin{cases} (S_1^2 - S_v^2)/T & \text{if } S_\mu^2 > 0 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

ان من مساويء هذا المقدر هو ان S_μ^2 قد يكون سالبا فاذا حدث ذلك فانه يشير الى احتمالين. اما ان يكون النموذج توصيفه خاطيء او ان احد مركبات التباين تكون صغيرة نسبياً وتقترب من الصفر الحل العملي لهذه المشكلة هو ان نعوض عن التقدير سالب بالصفر⁽³⁾ وحالما يتم الحصول على مقدرات مركبات التباين فأنها يمكن ان تعوض عن الصيغة السابقة رقم (25) بالصيغة

$$b_{(ec)} = (X\hat{\Omega}^{-1}X)^{-1} X\hat{\Omega}^{-1}y \quad \dots\dots\dots(31)$$

هذا المقدر من السهولة الحصول عليه بواسطة اجراء اسلوب تحويل المشاهدات وتطبيق (OLS) على المشاهدات وفق النموذج رقم (27)
بالاضافة الى تقدير (β) لنموذج رقم (22) فإنه يتطلب التنبؤ بالمركبات العشوائية (μ_i) لانها تصف السلوك المتغير للمقاطع العرضية المختلفة، فضلاً عن انها تعتبر ضرورية للتنبؤ بالمشاهدات المستقبلية للمقطع العرضي (i). ان افضل تنبؤ خطي غير متحيز (BLUE) لـ μ_i هو⁽¹⁵⁾

$$\hat{\mu}_i = \left(\frac{S_{\mu}^2}{S_1^2} \right) J_T' (Y_i - X_i b) \quad \dots\dots\dots(32)$$

ولاختبار فيما اذا لم تكن مركبات المقاطع العرضية موجودة في توصيف النموذج، أي ان $\mu_i = 0$ او ما يماثل $(\sigma_{\mu}^2 = 0)$ وبالتالي فإن مقدر المربعات الصغرى يكون افضل مقدر خطي غير متحيز، ولذلك يمكننا استخدام مقدر المتغير الاصم واختبار (F) على اساس مجموع مربعات البواقي المقيدة وغير المقيدة.
الاختبار البديل الذي يتطلب فقط تقدير المربعات الصغرى هو الاختبار على اساس احصاءة مضاعف لاجرانج (Lagrange Multiplier statistic) لاختبار الفرضية

$$H_o = \sigma_{\mu}^2 = 0$$

وتحت فرضية العدم هذه فان (Breusch and pagan) اوضحا ان الاختبار يأخذ الصيغة الاتية⁽⁴⁾

$$L_{\mu} = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{e'(I_N \otimes J_T J_T') e}{e'e} - 1 \right]^2 \quad \dots\dots\dots(33)$$

وتقارن قيمة (L_{μ}) مع قيمة χ^2 الجدولية بدرجة حرية (1) ولمستوى دلالة معين ، حيث ان (e) تمثل متجه بواقي المربعات الصغرى الناتجة من انحدار y على X ويعني قبول فرضية العدم H_o ان نموذج الخطأ المركب سيؤول الى نموذج الدمج التقليدي (CP)

التحليل الإحصائي:

يعد التحليل الإحصائي للنماذج التي تربط كمية الإنتاج بالعوامل المؤثرة عليها أداة أساسية في عملية التخطيط الاقتصادي، ومن أجل القيام بتقدير جيد لمعاملات هذه النماذج تستخدم طرق إحصائية مختلفة تعتمد بالدرجة الأساس على تحليل الانحدار. وقد تم التدرج في صياغة النماذج والتحليل كما يلي:-

1. أسلوب الانحدارات (على مستوى كل محافظة)

أذ استخدمت بيانات السلسلة الزمنية قيد البحث وقد أظهرت نتائج بعض هذه التقديرات عدم معنوية المعالم المقدره إحصائياً وقد تم استخدام الصيغة رقم-2- لإيجاد المؤشرات الإحصائية لاسلوب الانحدارات المنفصلة كما في جدول رقم (1)

جدول رقم (1)

المؤشرات الإحصائية لاسلوب الانحدارات المنفصلة

القطاع (i)	b_{oi}	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	B_{4i}	\bar{R}^2	F	S	D.W
بابل	9.07 St.D (4.196)	-0.011 (-0.1458)	-0.115 (0.0577)	-0.242 (0.2582)	-0.532 (0.539)	13.3%	1.46	0.44	1.55 (فاشل)
كربلاء	-23.4 (13.39)	1.03 (0.4298)	-0.179 (0.2163)	-0.432 (0.6797)	-0.361 (0.4482)	27.6%	2.14	1.135	1.58 (فاشل)
نجف	-6.19 (7.505)	0.469 (0.2334)	-0.0448 (0.0359)	0.14 (0.363)	-0.915 (0.677)	20.4%	1.77	0.578	2.99 (يوجد ارتباط ذاتي)
ديوانية	3.2 (13.3)	0.237 (0.48)	0.006 (0.103)	-1.2 (1.46)	0.525 (0.78)	0%	0.31	1.035	1.49 (فاشل)
سماوة	6.04 (0.63)	(1.46) (2.93)	-0.181 (-0.55)	0.221 (2.91)	0.763 (3.72)	79%	12.37	0.616	2.08 (فاشل)

2. أسلوب الدمج الاعتيادي

(نموذج الانحدار المقيد بالحد الثابت)

تم تهيئة وتشخيص البيانات الخاصة بكميات الإنتاج بتقدير معاملات نموذج الإنتاج (النصف لوغاريتمي) لكل محافظة (بابل، كربلاء، نجف، قادسية، سماوة) بصورة منفصلة مستخدماً طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) في الاسلوب الاول الخاص بالانحدارات المنفصلة وتم تقدير معاملات نموذج الإنتاج لكل محافظة من خلال دمج بيانات سلاسل الزمنية لكل المقاطع العرضية (المحافظات) وذلك باستخدام اسلوب الدمج التقليدي (CP) ويتم ذلك بافتراض ان معاملات الانحدار لكل المحافظات الخمسة تكون متساوية.

$$\beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{05} = \bar{\beta}_0$$

$$\beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{15} = \bar{\beta}_1$$

$$\beta_{21} = \beta_{22} = \dots = \beta_{25} = \bar{\beta}_2$$

$$\beta_{31} = \beta_{32} = \dots = \beta_{35} = \bar{\beta}_3$$

$$\beta_{41} = \beta_{42} = \dots = \beta_{45} = \bar{\beta}_4$$

وكانت نتائج نموذج الانتاج باستخدام الصيغة رقم 4- كالآتي

$$\ln y_t = 6.65 + 0.0459 X_1 - 0.0392 X_2 - 0.081 X_3 + 0.081 X_4$$

$$(0.919) \quad (0.024) \quad (0.014) \quad (0.123) \quad (0.21)$$

$$s = 1.195 \quad R^2 = 30.4\% \quad F = 8.00 \quad D.W = 0.93$$

$D.W$ لمستوى دلالة 5% وبدرجة حرية (65,4)

$$dL = 1.503, \quad du = 1.696$$

$0 < 0.93 < dL$ يوجد ارتباط ذاتي موجب

بعد ثبوت الارتباط الذاتي ثم تقدير قيمة $\hat{\rho} = 0.522$ وتم استخدام طريقة التكرار لتنقية بيانات العينة وكانت النتيجة كالآتي

$$\ln \hat{y}_t = 2.45 + 0.0748 X_1 - 0.0331 X_3 + 0.116 x_3 + 0.134 x_4$$

$$S = 0.969, \quad R^2 = 21.8\% \quad F = 5.4 \quad D.W = 1.93$$

$$SSE = 55.4215$$

في هذه الحالة فان قيمة $D.W$ تقع بين dl و du أي انعدام وجود الارتباط الذاتي.

3. أسلوب التجميع (Aggregation)

تم استخدام أسلوب التجميع كأحد أساليب دمج بيانات السلاسل الزمنية للمقاطع العرضية لتقدير معاملات نموذج الانتاج تحت افتراض ان معاملات الانحدار لكل المحافظات الخمسة تكون متساوية في هذه الحالة فان نتائج نموذج دالة الانتاج المطلوب تقديرها بأسلوب التجميع حسب الصيغة رقم 7- كالآتي:

$$\ln \bar{y} = -84.8 + 5.04 \bar{X}_1 + 0.046 \bar{X}_2 - 0.46 \bar{X}_3 - 1.25 \bar{X}_4$$

$$SSE = 51.886$$

ان التقدير باستخدام اسلوب الدمج التقليدي (CP) واسلوب التجميع يفترض ان المعاملات لكل القطاعات (المقاطع العرضية) تكون متساوية ولاختبار هذه الفرضية أي ان

$$H_o = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_5 = \bar{\beta}$$

حيث $\beta_i = \beta_{0i}, \beta_{1i}, \beta_{2i}, \beta_{3i}, \beta_{4i}$

هي متجه معاملات الانحدار للمحافظة (i)

وهذا ما يطلق عليه اختبار تحيز التجميع (Aggregation bias) تم استخدام احصاءة F لاختبار فرضية العدم H_o وكانت كالآتي

$$F = \frac{55.421 - 51.88/16}{51.88/61} = 0.260$$

وبمقارنة قيمة F العملية مع قيمتها الجدولية بدرجة حرية (61.16) ولمستوى دلالة 0.01, 0.05 على التوالي كانت 1.57 و 1.79 حيث يتضح ان F العملية اصغر من الجدولية وعليه لانرفض فرضية العدم التي تنص على تساوي موجهاات المعالم لكل القطاعات (المحافظات) مما يدل على عدم وجود تحيز التجميع ويعني اعتماد نتائج تقديرات نموذج الدمج التقليدي.

4. نموذج المتغير الاصم عندما يتغير الحد الثابت خلال المقاطع العرضية

في هذا النموذج افترض ان المعاملات للمقاطع العرضية (المحافظات) تكون متطابقة باستثناء الحد الثابت منها يمكن ان يتغير خلال المقاطع العرضية. تم الاعتماد على الصيغة (15) باستخدام اسلوب الانحرافات عن متوسطات (القطاعات او المحافظات) وبعد استبعاد اثر الارتباط الذاتي من البيانات المدمجة فالمشاهدات بصيغة الانحرافات تأخذ الصيغة (15)

$$b_{s(dv)} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.325 \\ -0.038 \\ -0.039 \\ -0.112 \end{pmatrix}$$

اما تقديرات الحدود الثابتة فمن المعادلة رقم -16- كالآتي

$$b_{01} = -1.3905$$

$$b_{02} = -3.8270$$

$$b_{03} = -1.746$$

$$b_{04} = -2.009$$

$$b_{05} = 6.892$$

$$\therefore \ln \hat{y}_{it} = -1.390 D_{1t} - 3.827 D_{2t} - 1.746 D_{3t} - 2.009 D_{4t} + 6.892 D_{5t} + 0.325 X_{1t} \\ - 0.038 X_{2t} - 0.039 X_{3t} - 0.112 X_{4t}$$

ولاختبار ما إذا كان للمقاطع العرضية (المحافظات) حدود ثابتة مختلفة أم متساوية من أجل دمج البيانات في عينة واحدة بـ NT من المشاهدات فإن ذلك يتطلب اختبار الفرضية الإلآية

$$H_o = \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{05}$$

حيث كانت نتيجة احصاءة الاختبار المستخدمة في اختبار فرضية العدم (H_o) كالآتي:

$$\therefore F = \frac{55.421 - 47.9391/4}{47.9391/56} = 2.1867$$

حيث كانت قيمة F الجدولية بدرجة حرية (56,4) ولمستوى دلالة (0.05)(0.01) اكبر من قيمة F العملية وعليه لا نرفض فرضية العدم التي تنص على تساوي الحدود الثابتة للقطاعات المختلفة وبالتالي امكانية دمج البيانات في عينة واحدة بـ (NT) من المشاهدات واعتماد نموذج الدمج التقليدي (CP) اما تقديرات μ_i فتحسب بموجب الصيغة رقم -17-

$$\hat{\mu}_1 = (-1.3905) - \frac{1}{5}(-1.3905 - 3.827 - 1.7467 - 2.091 + 6.892)$$

$$\therefore \hat{\mu}_1 = -0.97426, \hat{\mu}_2 = -3.4107, \hat{\mu}_3 = -1.2843$$

$$\hat{\mu}_4 = -1.5966, \hat{\mu}_5 = 7.3044$$

حيث ان $\hat{\mu}_i$ تمثل مركبة ثابتة خلال الزمن ومتغيره من قطاع الى اخر بمعنى اخر تمثل متوسط تأثير المتغيرات المستبعدة من النموذج على المتغير المعتمد حيث انها في اسلوب الدمج التقليدي تكون $\mu_i = 0$ اما في اسلوب المتغير الاصم تساوي ثوابت.

5. نموذج الخطأ المركب عندما يتغير الحد الثابت خلال المقاطع العرضية:

1. من نموذج المتغير الاصم نحصل على المعادلة التقديرية الآتية

$$\ln \hat{y}_{it} = -1.390 D_{1t} - 3.827 D_{2t} - 1.746 D_{3t} - 2.009 D_{4t} + 6.892 D_{5t} + 0.325 X_{1t} - 0.038 X_{2t} + -0.039 X_{3t} - 0.112 X_{4t}$$

وباستخدام البواقي من نموذج المتغير الاصم لحساب S_v^2 نحصل على :-

$$S_v^2 = \frac{47.937}{(S)(B) - 5 - 4} = 0.856$$

2. يتم تقدير B باستخدام المشاهدات التي تمثل متوسطات المقاطع العرضية أي باستخدام الصيغة (30) نحصل على

$$\bar{y}_i = 8.14 - 0.0753 \bar{X}_1 + 0.278 \bar{X}_2 + 0.972 \bar{X}_3 - 3.94 \bar{X}_4$$

3. وباستخدام البواقي الناتجة في المعادلة اعلاه يتم حساب

$$S_u^2 = \frac{S_1^2 - S_v^2}{T} = \frac{0 - 0.856}{12} = -0.0658$$

حيث ان :- S_u^2 كانت سالبة وصغيرة نسبياً لذلك تعد مساوية للصفر أي ان

$$S_u^2 = 0$$

4. يتم حساب الاحصاءة

$$\hat{\alpha}_1 = 1 - \sqrt{\frac{S_v^2}{T S_\mu^2 + S_v^2}} = 1 - \sqrt{\frac{S_v^2}{S_v^2}} = 0$$

ويتم ايجاد المشاهدات المحولة وفي هذه الحالة لانطبق طريقة OLS على البيانات المشاهدات المحولة لان

$$y_{it}^* = y_{it} - \hat{\alpha}_1 \bar{y}_i = y_{it}$$

$$X_{it}^* = X_{it} - \hat{\alpha}_1 \bar{X}_i = X_{it}$$

ونتيجة لذلك فان مقدر GLS لنموذج الخطأ المركب سيؤول الى مقدر الدمج التقليدي CP وفق التقديرات السابقة لكون المشاهدات المحولة هي نفسها المشاهدات الاصلية.

وباستخدام الصيغة رقم -33- لاختبار فرضية ان مركبات المقاطع العرضية تكون غير موجودة في توصيف النموذج أي ان $\mu_i = 0$ نحصل على

$$LM \frac{(5)(13)}{2(13-1)} \left[\frac{55.4215}{47.937} - 1 \right]^2 = 0.066$$

ونستدل من هذه النتيجة ان قيمة LM العملية اقل من قيمة χ^2 الجدولية لدرجة حرية (1) ولمستوى معنوية 0.01, 0.05 وبالتالي تقبل فرضية العدم H_0 وبالتالي تقبل $\mu_i = 0$ أي ان نموذج الخطأ المركب سيؤول الى نموذج الدمج التقليدي ولاجل اختبار بأن μ_i ثوابت نستخدم نموذج المتغير الاصم $[oLs(dv)]$ او نفترض ان μ_i متغيرات عشوائية نستخدم نموذج الخطأ المركب بمقدرات (GLS) تم اختبار التوصيف لهيوزمان لاختبار فرضية ان تأثيرات المقاطع العرضية (المحافظات) غير المشاهدة تكون غير مرتبطة مع المتغيرات المستقلة (X_{kit}) أي ان

$$H_0 = E(\mu_i X_{kit}) = 0$$

صيغة احصاء الاختبار المستخدمة هي

$$\mu = [b_{(dv)} - b_{(ec)}]' (\mu_1 - \mu_0)^{-1} [b_{(dv)} - b_{(ec)}]$$

حيث ان $b_{(dv)}$ المقدر في نموذج المتغير الاصم

$b_{(ec)}$ المقدر المربعات الصغرى لنموذج الخطأ المركب والذي يماثل نموذج الدمج التقليدي.

$$b_{(dv)} = \begin{pmatrix} 0.325 \\ .038 \\ -0.039 \\ -0.112 \end{pmatrix}, b_{(ec)} = \begin{pmatrix} 0.0748 \\ -0.0331 \\ 0.116 \\ 0.134 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}$$

$$(\mu_1) = \begin{pmatrix} 1.055 & 0.0149 & 0.0725 & -0.2315 \\ 0.0149 & 0.0705 & 0.0029 & 0.0414 \\ 0.0725 & 0.0029 & 0.5543 & -0.1438 \\ -0.2315 & 0.0414 & -0.1438 & 1.8166 \end{pmatrix}$$

$$\mu_0 = \begin{pmatrix} 0.00019 & -0.000136 & -0.00078 & 0.00133 \\ -0.000136 & 0.00024 & 0.00049 & -0.00202 \\ -0.00078 & 0.00049 & 0.00799 & -0.0102 \\ 0.00133 & -0.00202 & -0.0102 & 0.0353 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \mu = [0.2502 - 0.0049 - 0.155 - 0.246]^{-1} \begin{bmatrix} 1.055 & 0.015 & 0.073 & -0.233 \\ 0.015 & 0.0702 & 0.0024 & 0.0430 \\ 0.073 & 0.0024 & 0.546 & -0.154 \\ -0.233 & 0.0434 & -0.154 & 1.781 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.2502 \\ -0.0049 \\ -0.155 \\ -0.246 \end{bmatrix} = 0.133897$$

∴ لا نرفض فرضية العدم حيث ان عدد المتغيرات المستقلة في النموذج هو (4) و χ^2 لمستوى 0.01, 0.05 على التوالي 9.428 ، 7.78 أي ان قيمة μ العملية اصغر من قيمة χ^2 الجدولية لدرجة حرية (4) وعليه لا نرفض فرضية العدم ونستنتج بأن تأثير المقاطع العرضية غير المشاهدة تكون غير مرتبطة مع المتغيرات المستقلة وبالتالي يكون من الاجدر الاعتماد على تقديرات نموذج الدمج التقليدي CP وافترض ان μ_i تساوي صفر.

الاستنتاجات

1. ان تطبيق نماذج دمج بيانات السلاسل الزمنية للمقاطع العرضية (القطاعات) ينتج عنها الحصول على معلومات اضافية حول الظاهرة الى جانب البيانات المتوفرة عن متغيرات كل مقطع عرضي بصورة منفصلة. اذ ان توظيف مثل هذه المعلومات الاضافية في عملية التقدير يؤدي الى الحصول على تقديرات لمعالم نموذج الدمج تكون اكثر كفاءة ومعنوية من التقديرات الناتجة باستخدام بيانات السلسلة الزمنية للمعادلة المنفصلة وقد تبين ذلك من خلال تطبيق نماذج الدمج في تقدير معالم معادلات دوال الانتاج على المستوى الكلي وعلى مستوى القطاعات الاقتصادية، اذ ان هذا الاسلوب يؤدي الى انخفاض كبير في قيمة تباين المعالم المقدره مقارنة مع قيم تباين المعالم المقدره بطريقة OLS باستخدام بيانات السلسلة الزمنية فقط.
2. يتبين ان نماذج الانحدار المقيد (بالحد الثابت) نماذج الدمج الاعتيادي (CP) هي النماذج الافضل تمثيلاً بالمقارنة مع تقديرات معالم الدوال وفق اسلوب الانحدارات المنفصلة على مستوى كل محافظة بتطبيق OLS.
3. وكذلك هو الافضل بين نماذج الانحدار للمتغيرات الصماء والخطأ المركب ونموذج التجميع. نموذج المتغيرات الصماء اثبت بان المقاطع العرضية (المحافظات) لها حدود ثابتة متساوية وبالتالي تم دمج البيانات في عينة واحدة بـ NT من المشاهدات من خلال اختبار الفرضية $H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} = \dots \beta_{05}$ حيث كانت النتيجة ان F العملية اصغر في الجدولية وبالتالي قبول فرضية العدم والتي تنص على تساوي الحدود الثابتة وبالتالي امكانية دمج البيانات في عينة واحدة واعتماد نموذج الدمج الاعتيادي (CP).
4. نموذج الخطأ المركب من خلال العامل المستخدم لتحويل المشاهدات α ظهر انه مساوي الى الصفر وبالتالي فان مقدر (GLS) لنموذج الخطأ المركب سيفضي الى مقدر الدمج الاعتيادي (CP).

5. في نموذج الخطأ المركب تم اختبار فرضية ان مركبات المقاطع العرضية غير موجودة في توصيف النموذج أي $H_0 : \sigma_\mu^2 = 0$ فكانت النتيجة ان $(L\mu)$ العملية اصغر من قيمة χ^2 الجدولية بدرجة حرية (1) ولمستوى (0.01)0.05 وبالتالي قبول فرضية العدم وقبول ان $\mu_1 = 0$ أي ان نموذج الخطأ المركب سيؤول ايضاً الى نموذج الدمج الاعتيادي.
6. تم اختبار التوصيف لهيوزمان حول ان μ_1 تكون ثوابت حيث ظهر ان المقاطع العرضية (القطاعات) غير المشاهدة غير المرتبطة مع المتغيرات المستقلة (X_{kit}) أي ان $H_0 = E(\mu_i X_{kit}) = 0$ وقبول فرضية العدم وبالتالي يكون من المناسب اعتماد تقديرات نموذج الدمج الاعتيادي (CP) وافترض ان μ_1 تساوي صفر.
7. نموذج المتغير الاصم يفضل على نموذج الخطأ المركب في حالة تغير الثابت خلال المقاطع العرضية فقط.
8. استخدام نماذج الانحدار المقيد بالحد الثابت (نموذج الدمج الاعتيادي CP) ونماذج المتغيرات الصماء والخطأ المركب يساهم في تقليل درجة ارتباط المتغيرات المستقلة (الحرارة، الامطار...) فيما بينها والتي تسبب في ظهور مشكلة التعدد الخطي وبالتالي فان هذه التقديرات تكون اكثر معنوية ودقة من تلك التي تحصل عليها من التقديرات الانحدارات المنفصلة لانها تعمل على تخفيف حدة العلاقة ما بين المتغيرات المستقلة.
- وبهذا نوصي في بيانات الخاصة بمحصول الطماطم باستخدام نموذج الانحدار المقيد بالحد الثابت للحصول على تقديرات اكثر دقة وكفاءة من الناحية الاقتصادية والاحصائية لانها تعتمد على نوعين من البيانات حيث انها تعطي صورة اوضح للظاهرة المدروسة من اعتماد نوع واحد للبيانات (بيانات سلسلة زمنية او مقاطع عرضية).

المصادر

1. الحسنوي، د.اموري هادي كاظم والقيسي، باسم شليبية، القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق، 2002.
2. الدليمي، ناظم عبد الله، 1994، اطروحة دكتوراه في الاحصاء اساليب دمج السلاسل الزمنية والبيانات المقطعية في تحليل بعض الظواهر الاقتصادية، جامعة بغداد.
3. Badi,H.Baltagi, "pooling:An experimentel study of alternative testing and estimation procedures in atwo-way error component model", Journal.of econometrics,vol.17,No.1,september.1981,p.21-49.
4. Breusch,T.S.and pagan,A.R., "the lagrange multiplier test and its application to model specification in econometrics,the Review of Economic studies,vol.47,No.146,January,1980,p.239-353.
5. Fomby,T.B.,Hill,R.C.,and Johnson,S.R., "Advanced Econometric methods", 1984,New York :springer-verlage.
6. Fuller,w.A and Battese,G.E.,"Transformation for estimation of Linear models with nested-error structure" JASA, Vol.68.No.343,september 1973,p.626-632.
7. Hausman,J.A.and Taylor,w.E, "panel-data and unobservable individual effects",Econometrica,vol.49,No.6,November,1981, p.1377-1398.

8. Judge, G.G., Griffiths, W.E., Hill, R.C., Lutkepohl, H., and Lee, T., "Introduction to the theory and practice of econometrics", 1982, New York. John Wiley and Sons.
9. Judge, G.G., Griffiths, W.E., Hill, R.C., Lutkepohl, H., and Lee, T., "The theory and practice of econometrics", 2nd.ed 1985, New York, John Wiley and Sons.
10. Johnston, J., "Econometric methods", 3rd, 1984, New York: McGraw-Hill, Inc.
11. Maddala, G.S., "The use of variance components models in pooling cross-section and time series data". *Econometrica*, vol.39, No.2, March, 1971, p.341-358.
12. Maddala, G.S., "Econometrics", 1977, New York, McGraw-Hill Book Co.
13. Pindyck, R. and Rubinfeld, D., "Econometric Models and Economic Forecasts", 2nd ed, 1981, New York: McGraw-Hill Book Co.
14. Swamy, P.A.V.B., "Statistical inference in random coefficient regression Models", 1971, Berlin: Springer-Verlag.
15. Taub A.J., "Prediction in the context of the Variance components model" *Journal of Econometrics*, vol.10, No.1 1979, p.103-107.
16. Terry, E.D. and Neeley, M.J., "Pooled cross-sectional and time series data analysis", 1988, Marcel Dekker, Inc. New York.
17. Wallace, T.D. and Hussain, A., "The use of error components models in combining cross section, with time series data" *Econometrica*, vol.37, January 1969, p.55-72.
18. William, E. Griffiths and Anderson, J.R., "Using Time-Series and Cross-Section data to estimate a production function with positive and negative marginal risks", *JASA*, vol.77 March (1982).
19. Woolridge, J. "Econometric Analysis of cross-section and Panel Data", MIT press, (2002).
20. Yaffee, Robert, *A primer for panel Data Analysis, social sciences, statistics & mapping*, (2005).
21. Young, K.H., "A synthesis of time-series and cross-section analysis : Demand for air transportation service" *JASA*, Vol. 67 September (1972).