

إيجاد الحل المقبول (الممكن) والأمثل لأنموذج البرمجة الخطية في ظل عدم تحقق شرطيّ الإمكانية والأمثلية

م. م. سرمد علوان صالح الدهلكي
جامعة بغداد- كلية الإدارة والإقتصاد
قسم الاحصاء

1- الخلاصة

تعد البرمجة الخطية عاملاً مؤثراً وفعالاً في عملية صنع و إتخاذ القرار عندما تكون الموارد متاحة أو متوفرة لكي تعطي أهدافاً معينة ، وتكمن البرمجة الخطية في حل وتقييم الأنشطة أو الفعاليات عند تطبيق إحدى أدواتها وهي الطريقة المبسطة العامة ، التي يكون فيها الحل مقبولاً (ممكناً) ويجب التوصل الى الحل الامثل عندها تسمى بالطريقة المبسطة الاولى أو يكون الحل فيها أمثلاً ويجب التوصل الى الحل المقبول (ممكناً) وتسمى بالطريقة المبسطة الثنائية، وفي بعض الحالات يكون الحل فيها غير ممكناً وغير أمثلاً عندها سوف نستخدم الطريقتين بشكل متعاقب مرة لإيجاد الحل المقبول واخرى لإيجاد الحل الأمثل

Abstract

Consider the Linear Programming (LP) active & effective factor in decision maker & taker process . So that given certain goals , the Significance of (LP) in solving & evaluation the activity during one tools (General Simplex Mehtod)that the solution is Feasible &no optimal then called (Primal Simplex Method) or vice-versa then called(Dual Simplex Method).Same of cases the solution is infeasible & no optimal then using the two methods alternatively once to find the feasible solution and other to find optimal solution

2- المقدمة

منذ حلول الثورة الصناعية والعالم يشهد تطوراً وتقدماً ونمواً ملحوظاً في جميع المجالات العسكرية والصناعية والتجارية..... الخ، فقد تطورت الشركات الصغرى إلى شركات كبرى عملاقة متقدمة ولا سيما في بعض البلدان النامية، كما وإن التزايد الهائل الذي حصل في قطاع الإنتاج وتعدد المسؤوليات الإدارية أصبح له أثراً مهماً وكبيراً في هذه التغييرات الجذرية. إذ إن الازدياد في مجال التخصص قد يخلق مشكلات جديدة ومتنوعة ما زالت تحدث في كثير من الشركات حتى يومنا هذا وإن إحدى هذا المشاكل تكمن في نمو الكثير من المكونات إلى وحدات ذات سلطة مستقلة نسبياً لها أهدافها وخصوصيتها واستقلاليتها مما يؤدي إلى فقدان الرؤيا الصحيحة لكيفية توافق أنشطتها وعملياتها مع الشركات بأكملها وكذلك إلى ضرر كبير على المكونات الأخرى للشركات وبالتالي ينتهي الأمر أثناء عملهم إلى حدوث أهداف متضاربة (متعارضة)، إذ إن الازدياد في التخصص يكون فعالاً ومؤثراً في حالة عدم تخصيص الموارد المتاحة ما بين الفعاليات والأنشطة المختلفة، عندئذ فإن الأفضل (الأمثل) لهذه الشركات في معالجة المشاكل المعقدة لديها هو اللجوء إلى طرق وأساليب أكثر مرونة واتساق في حل مشاكلهم وهي طرائق البرمجة الخطية. ويعد الكثير من الباحثين إن التطور الذي حدث في البرمجة الخطية من ضمن التطورات العلمية الأكثر أهمية في منتصف القرن العشرين إذ بان تأثيرها منذ عام (1950) بشكل أصبح يثير الاهتمام وإعادة النظر في عملية صنع واتخاذ القرار من قبل المدراء والمسؤولين

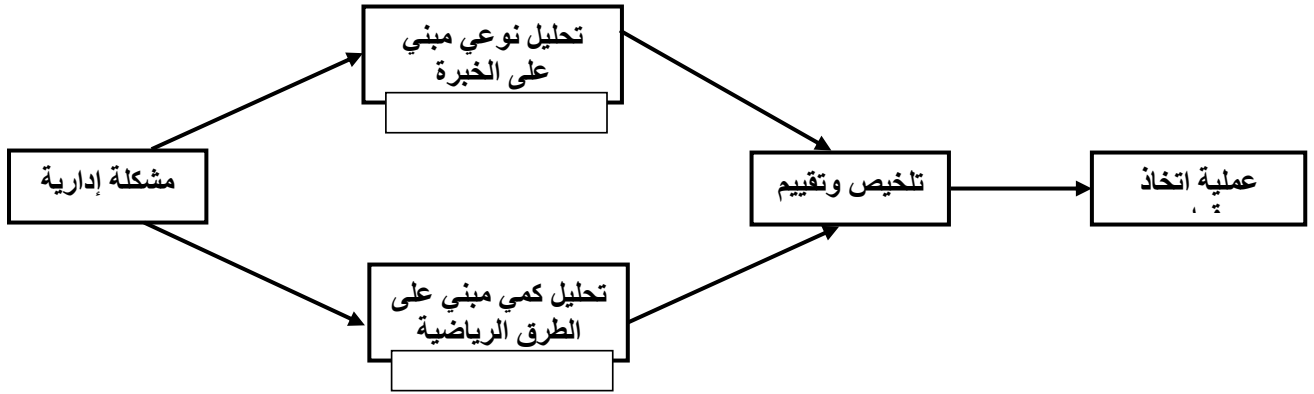
3- الجانب النظري

3-1 تعريف البرمجة الخطية (10)(9)(8)(7)(6)

وردت عدة تعاريف للبرمجة الخطية نذكر منها

- ♣ أسلوب رياضي يستخدم في إيجاد الحل الأمثل لكيفية استخدام القائمين على المشروع لموارده، وتشير كلمة (خطية) إلى إن العلاقات ما بين المتغيرات المكونة للمشكلة المدروسة هي علاقة خطية، بينما تشير كلمة (برمجة) إلى التقنية المستخدمة في إيجاد الحل
- ♣ أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والإمكانات المحددة على عدد من الاحتياجات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من الشروط (القيود) والمحددات الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة، أي إن يكون توزيعها مثالياً
- ♣ طريقة علمية وعملية تهتم بمعالجة مشكلة تخصيص موارد أو طاقات محددة لتحقيق هدف ويعبر عن هذا الهدف بدالة خطية تسمى (دالة الهدف)، وغالباً ما تكون هذه الدالة دالة أرباح أو دالة كلف. أما فيما يخص الموارد فيعبر عنها بمجموعة من المعادلات أو المتباينات التي تمثل مستلزمات العملية الإنتاجية
- ♣ طريقة رياضية لتخصيص الموارد النادرة أو المحددة من أجل تحقيق هدف معين حين يكون من المستطاع التعبير عن الهدف والقيود في صورة معادلات خطية
- ♣ أداة تساهم في عملية صنع واتخاذ القرارات الإدارية بصدد توزيع الموارد البشرية والمادية المتاحة من بين أفضل الاستخدامات المتنافسة لغرض تحديد أفضل عائد أو أقل كلفة

2-3 الوسائل الكمية والنوعية في عملية اتخاذ القرارات
يمكن تلخيص دور الوسائل الكمية والنوعية في عملية اتخاذ القرار كما موضح في الشكل (3-1-2)
(1-2)



الشكل (1-2-3) يوضح عملية اتخاذ القرار للوسائل الكمية والنوعية

يلاحظ من الشكل (1-2-3) إن العملية بدأت بظهور مشكلة، يقوم المدير المسؤول بتحليل المشكلة عن طريق تحديد أهداف محددة، تعريف المشكلة، تقييم خيارات القرار المتاحة ومن ثم اختيار أفضل القرارات أو الحل للمشكلة، إن عملية التحليل التي يقوم بها المدير تأتي على شكلين **أولاً: التحليل النوعي** الذي يبني بصورة رئيسية على خبرة المدير وقدرته على التقييم، وهذا النوع من التحليل فن أكثر من علم، إذا كان للمدير خبرة سابقة مع مشاكل مشابهة، فقد يعطي الحل (التحليل النوعي) وزناً كبيراً في عملية اتخاذ القرار. ولكن إذا لم يكن للمدير خبرة سابقة مع مشاكل مشابهة أو كانت المشكلة هامة أو معقدة فإن التحليل يمكن أن يحدث أضرار بالغة في عملية اتخاذ القرار

ثانياً: التحليل الكمي هو التحليل الذي يركز على الحقائق أو المعلومات (البيانات) الخاصة للمشكلة المدروسة ويمثل التحليل الكمي التعبير الرياضي للعلاقات بين المتغيرات قيد الدراسة وذلك لإيجاد الحل الأمثل للمشكلة.

ويوفر التحليل الكمي والنوعي على حد سواء معلومات هامة جداً لمتخذ القرار، وفي كثير من الأحوال فإن متخذ القرار سيبنى قراره على نتائج التحليلين معاً من خلال المقارنة والتقييم

3-3 صياغة (بناء) النماذج الرياضية الخطية

أن أهم مرحلة في البرمجة الخطية هي مرحلة بناء النموذج، ويقصد بالنموذج التعبير عن العلاقات الحقيقية (الواقعية) بعلاقات رياضية مبنية ومفترضة على أساس الواقع وتحليله وتبعاً لصيغة المشكلة التي تعد قيد الدراسة وبعدها من السهولة تقييم وحل النموذج الذي يحتوي على جميع العناصر الأساسية والرئيسية للمشكلة، ويجب أن يكون النموذج مبسط قدر الامكان لكي يعطي النتائج المطلوبة. ولبناء نموذج رياضي خطي يجب تحقق الشروط الآتية:

- 1- تحديد دالة الهدف:
هي الدالة المراد تعظيمها في حالة وجود الأرباح (Max) أو تقليلها في حالة وجود كلف (Min) عند صياغة أنموذج البرمجة الخطية، ويتوقف ذلك على طبيعة المشكلة المراد حلها.
- 2- مجموعة من القيود (الشروط):
وتشير هذه القيود إلى كميات الموارد المتاحة، الطاقة التشغيلية القصوى للمكانن أو إلى ميزانية الشركة..... الخ، ويتم التعبير عنها بصيغة متراجحات أو معادلات
- 3- شرط عدم السلبية:
وهذا يعني بان جميع متغيرات القرار هي قرارات متغيرة وتأخذ قيم صفرية أو موجبة مما سبق يمكن صياغة أنموذج البرمجة بشكله العام وعلى شكل متسلسلات وكالاتي

Max or Min

$$Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j$$

S.T.

$$\sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j (\leq, =, \geq) b_i ; i = 1, 2, \dots, m$$

$$X_j \geq 0 ; j = 1, 2, \dots, n$$

إذ أن

- تمثل دالة الهدف المراد تعظيمها أو تقليلها : Z
تمثل متغيرات القرار لأنموذج البرمجة الخطية : X_j
تمثل ربح الوحدة الواحدة أو كلفة الوحدة الواحدة : C_j
تمثل الموارد المتاحة (المحددة) : b_i
تمثل كمية الموارد المحددة من النوع (i) والواجب تخصيصها لكل وحدة واحدة من : a_{ij}
الفعالية (j)

مع الأخذ بنظر الاعتبار أن C_j, b_i, a_{ij} ثوابت تحدد من سياق المشكلة المدروسة

1-3-3 الشكل القانوني لأنموذج البرمجة الخطية أن الصيغة العامة لأنموذج البرمجة الخطية بشكلها القانوني كالآتي

$$\begin{array}{l}
 \text{Max} \\
 \\
 Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j \\
 \\
 \text{S.T.} \\
 \\
 \sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j \leq b_i \quad ; i = 1, 2, \dots, m \\
 \\
 X_j \geq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, n
 \end{array}$$

ومن مواصفات الشكل القانوني ما يلي

- ❖ دالة الهدف هي دالة تعظيم (Max)
- ❖ جميع القيود تكون على شكل متراجحات من نوع أقل ويساوي فقط
- ❖ من الضرورة أن تكون قيم الطرف الأيمن أن تكون موجبة
- ❖ جميع متغيرات القرار صفرية أو موجبة

1-3-3 الشكل القياسي لأنموذج البرمجة الخطية

يعد هذا الشكل أفضل من الشكل القانوني لأنه يستخدم في آلية احتساب الطريقة المبسطة العامة المعتمدة في تحليل البرامج الخطية المعقدة والتي سيتم التطرق إليها لاحقاً، إذ لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة ما لم يتم تحويل أنموذج البرمجة الخطية إلى شكلها القياسي، وأن الصيغة العامة لأنموذج البرمجة الخطية بشكلها القياسي كالآتي

$$\begin{array}{l}
 \text{Max or Min} \\
 \\
 Z = \sum_{j=1}^{j=n} C_j X_j \\
 \\
 \text{S.T.} \\
 \\
 \sum_{j=1}^{j=n} a_{ij} X_j \mp S_i = b_i \quad ; i = 1, 2, \dots, m \\
 \\
 X_j, S_i \geq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, n
 \end{array}$$

إذ أن

$+S_i$: يمثل المتغيرات الوهمية التي تضاف بإشارة (+) إلى المتراجحات من نوع أقل ويساوي لغرض الموازنة

$-S_i$: يمثل المتغيرات الوهمية التي تضاف بإشارة (-) إلى المتراجحات من نوع أكبر ويساوي لغرض الموازنة

ومن مواصفات الشكل القياسي ما يلي

- ❖ دالة الهدف هي دالة تعظيم (Max) أو دالة تصغير (Min)
- ❖ جميع القيود تكون على شكل معادلات (مساواة)
- ❖ من الضرورة أن تكون قيم الطرف الأيمن موجبة
- ❖ جميع متغيرات القرار صفرية أو موجبة

3-4 طرائق إيجاد الحل الامثل لنماذج الرياضية الخطية

هناك عدة طرائق لإيجاد الحل الامثل لأنموذج البرمجة الخطية، وسوف نتطرق الى الطريقة المبسطة العامة فقط لما لها اهمية في بحثنا. وتعرف الطريقة المبسطة العامة (General Simplex Method) بانها طريقة رياضية ذات كفاءة وجودة ودقة عالية في اعطاء النتائج المستخرجة (إيجاد الحل الامثل) وذات اسلوب تكراري اختباري. ومما ساعد على تفعيل هذه الطريقة امكانية برمجة المعلومات للمشكلات ذات المتغيرات والقيود الهائلة والتوصل الى النتائج باستخدام الحاسوب الالي، ولقد أكتشفت هذه الطريقة من قبل عالم الرياضيات الامريكي جورج دانزنك (George Dantzing) عام 1947 ولقد تضمنت هذه الطريقة ما يلي

3-4-1 الطريقة المبسطة الاولى (Primal – Simplex Method)

3-4-2 الطريقة المبسطة الثانية (Dual – Simplex Method)

3-4-3 الطريقة المبسطة ذات الجزاء الكبير (Big M – Simplex Method)

3-4-4 الطريقة المبسطة ذات المرحلتين (Two Phase – Simplex Method)

وستنطلق فقط الى الطريقتين الاولتين (3-4-1) و(3-4-2) لأنهما محور بحثنا

3-4-1 الطريقة المبسطة الاولى (Primal – Simplex Method)

تتميز هذه الطريقة بان الحل يكون فيها ممكناً (مقبولاً) وليس أمثلاً (Feasible & No Optimal) ، وتتعامل هذه الطريقة مع القيود التي تكون فيها المتراجحات من نوع أقل ويساوي فقط . وتتخلص خطوات هذه الطريقة بما يلي:

1- يجب موازنة أنموذج البرمجة الخطية (التحويل الى الشكل القياسي) مع مراعاة تصفير قيم

صف دالة الهدف (Z – Row) في أول جدول تكراري (جدول الحل الاساسي المقبول)

2- بناء أو تكوين جدول للحل الاساسي المقبول (Starting Basic Feasible Solution)

والذي يمثل الحجر الاساس للانطلاق في الية عمل الطريقة المبسطة، وكما مبين أدناه

C_B	B.V.	C_1	C_2	C_n	0	0	0	Rhs
		X_1	X_2	X_n	S_1	S_2	S_m	
0	S_1	a_{11}	a_{12}	a_{1n}	1	0	0	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	a_{2n}	0	1	0	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	0	0	1	b_m
Z - Row		$\pm C_1$	$\pm C_2$	$\pm C_n$	0	0	0	0

الحل ممكن (مقبول)

إذ أن الحل غير أمثل عندما $C -$ في حالة Max
 إذ أن الحل غير أمثل عندما $C +$ في حالة Min

3- لغرض البدء بالحل يجب توافر شرطين هما :

أولاً : شرط الامثلية (Optimality Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الداخل الغير الاساسي (Non – Basic Entering Variable) من قيم صف دالة الهدف الذي له أعلى معامل بالسالب (أصغر قيمة) في حالة كون الدالة من نوع (Max) ، أما في حالة الدالة من نوع (Min) فيحدد المتغير الداخل من خلال أخذ أعلى معامل بالموجب (أكبر قيمة). الغاية من هذه العملية الوصول الى الحل الامثل باسرع وقت وجهد وبأقل عدد من الجداول التكرارية (الحلول)

ثانياً : شرط الامكانية (Feasibility Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الخارج الاساسي (Basic Leaving Variable) من خلال قسمة قيم الطرف الايمن للقيود على العناصر المناظرة لعمود المتغير الداخل، مع إهمال القيم الصفرية والسالبة لعمود المتغير الداخل، ويصبح المتغير الخارج ناتج أقل نسبة قسمة وينطبق ذلك في حالة كون الدالة Max أو Min ، ويرجع سبب ذلك لأن الحل لن يكون ممكناً وذلك لابتعاده عن منطقة الحل الممكنة (Feasible Area) ♦

♦ منطقة الحل الممكنة هي التي تحقق كافة القيود عندما تكون جميع متغيرات القرار أكبر ويساوي صفر

4- تطوير أو تحديث الحل (Updating the Solution)

من أجل تطوير الحل الأساسي المقبول (الممكن)، لا بد من الانتقال إلى حل أساسي مقبول جديد يعطي نتائج أفضل من سابقة حتى الوصول إلى الحل الأمثل نستخدم طريقة كاوس جوردن (Gauss Method) والتي من خلالها يتم حساب ما يلي :

أ- المعادلة المحورية الجديدة = (المعادلة المحورية السابقة) ÷ (العنصر المحوري)*
 ب- المعادلة الجديدة = (المعادلة السابقة) - (العنصر المناظر لعمود المتغير الداخل) * (المعادلة المحورية الجديدة)

5- مرحلة التوقف Stopping Stage

بمعنى لا يوجد حل أمثل مناظر إلا في بعض الحالات الاستثنائية لمشاكل البرمجة الخطية (تعدد الحلول المثلى) ، ونتوقف عن الحل عندما

- أ- تكون جميع قيم صف دالة الهدف صفرية أو موجبة في حالة كون الدالة من نوع Max
 ب- تكون جميع قيم صف دالة الهدف صفرية أو سالبة في حالة كون الدالة من نوع Min

3-4-2 الطريقة المبسطة الثنائية (Dual – Simplex Method)

تتميز هذه الطريقة بان الحل يكون فيها أمثلاً وليس ممكناً (مقبولاً) (Optimal & Infeasible)، وتتعامل هذه الطريقة مع القيود التي تكون فيها المتراجحات من نوع أقل ويساوي فقط . وتتخلص خطوات هذه الطريقة بما يلي:

1- يجب موازنة أنموذج البرمجة الخطية (التحويل إلى الشكل القياسي) مع مراعاة تصفير قيم صف دالة الهدف (Z - Row) في أول جدول تكراري (جدول الحل الأساسي المقبول)

2- بناء أو تكوين جدول للحل الأمثل غير المقبول (Starting Optimal Infeasible Solution) والذي يمثل الحجر الأساس للانطلاق في الية عمل الطريقة المبسطة الثنائية ، وكما مبين أدناه

C _B	B.V.	C ₁	C ₂	C _n	0	0	0	Rhs
		X ₁	X ₂	X _n	S ₁	S ₂	S _m	
0	S ₁	a ₁₁	a ₁₂	a _{1n}	1	0	0	±b ₁
0	S ₂	a ₂₁	a ₂₂	a _{2n}	0	1	0	±b ₂
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	S _m	a _{m1}	a _{m2}	a _{mn}	0	0	1	±b _m
Z - Row		±C ₁	±C ₂	±C _n	0	0	0	0

الحل غير مقبول

إذ أن الحل أمثل عندما C + في حالة Max

إذ أن الحل أمثل عندما C - في حالة Min

3- لغرض البدء بالحل يجب توافر شرطين هما:

- المعادلة المحورية السابقة تمثل قيم صف المتغير الخارج أو تسمى معادلة الصف المحوري
- العنصر المحوري هو عنصر التقاطع ما بين عمود المتغير الداخل و صف المتغير الخارج

أولاً: شرط الامكانية (Feasibility Condition)

ويتضمن تحديد المتغير الخارج الاساسي (Basic Leaving Variable) من قيم الطرف الايمن للقيود من خلال اخذ أعلى معامل بالسالب (اصغر قيمة)، وينطبق ذلك في حالة كون الدالة من نوع Max أو Min

ثانياً: شرط الامثلية (Optimality Condition)

يتضمن تحديد المتغير الداخل الغير الاساسي (Non – Basic Entering Variable) وذلك من خلال قسمة قيم صف دالة الهدف المثلى (شرط الامثلية متحقق) على قيم صف المتغير الخارج، حيث يتم اخذ اقل نسبة قسمة مع أهمال القيم الصفرية والموجبة لصف المتغير الخارج في حالة كون الدالة من نوع (Min)، وكذلك في حالة الدالة من نوع (Max) باستثناء اخذ القيمة المطلقة لنتائج اقل نسبة للتخلص من القيم السالبة

4- تطوير أو تحديث الحل (Updating the Solution)

من أجل تطوير الحل الامثل غير الممكن، لا بد من الانتقال من حل أمثل غير ممكن الى حل امثل غير ممكن جديد يعطي نتائج أفضل من سابقه حتى الوصول الى الحل الممكن والامثل نستخدم طريقة كاوس جوردن (Gauss Method) التي تم التطرق اليها سابقاً

5- مرحلة التوقف Stopping Stage

نتوقف عن الحل عندما تكون جميع قيم الطرف الأيمن موجبة أو صفرية في حالة كون الدالة من نوع Max أو Min

وفيما يلي خوارومية لألية عمل الطريقة المبسطة الاولية والتي تسمى في بعض الاحيان بطريقة الارباح لانها في معظم الاحيان تتعامل مع الدالة من نوع Max، والى خوارومية الطريقة المبسطة الثنائية، وكذلك الى عملية إتخاذ القرار لأنموذج البرمجة الخطية كما في الاشكال (1-4-3)،

(2-4-3)

4- الجانب العملي (الدمج بين الطريقتين)

إذ يتم تقسيم آلية العمل الى مرحلتين

المرحلة الاولى: تتمثل في تطبيق الطريقة المبسطة الثانية من خلال تحديد المتغير الخارج أولاً والذي يمثل أعلى (أكبر) معامل بالسالب من قيم الطرف الايمن السالبة، ومن بعدها تحديد المتغير الداخل الذي يمثل قسمة قيم دالة الهدف على قيم المتغير الخارج السالبة فقط . ثم أخذ اقل قيمة مطلقة سواء كانت دالة الهدف Max أو Min مع الأخذ بنظر الاعتبار القيم المثلى وغير المثلى لصف دالة الهدف، للمتغير الداخل والخارج، ولانتقال من حل الى حل نستخدم طريقة كاوس حتى تتمكن من الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول

المرحلة الثانية: تتضمن هذه المرحلة إيجاد الحل الامثل باستخدام الطريقة المبسطة الاولى (بعد ان تم أستخراج الحل الاساسي المطور المقبول) فان الية عملها تكمن من خلال تحديد المتغير الداخل أولاً ثم المتغير الخارج ثانياً. عندها سيكون الحل أمثلاً وممكناً مثال (1): ليكن لدينا أنموذج البرمجة الخطية الاتي

Min

$$Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 = 10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \leq 12$$

$$X_j \geq 0 ; j = 1,2,3$$

الخطوة الاولى: في البداية يتم تحويل قيد المساواة الى قيدين أحدهما قيد من نوع أصغر ويساوي والاخر من نوع أكبر ويساوي وكالاتي

Min

$$Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \leq 10$$

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \geq 10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \leq 12$$

$$X_j \geq 0 ; j = 1,2,3$$

الخطوة الثانية: يتم تحويل جميع القيود الى مترجمات من نوع أصغر ويساوي ، ونلاحظ بان القيدين الأول والثالث يحققان الشرط، بينما القيد الثالث سيتم ضربه في (-1) لكي يتحول الى قيد من نوع أصغر ويساوي. مما يؤدي الى جعل الحل غير ممكن وذلك بسبب القيمة السالبة في الطرف الايمن، ولذلك نلجأ الى الطريقة المبسطة الثانية للحصول على الحل المقبول وكالاتي

Min

$$Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 \leq 10$$

$$-5X_1 - 2X_2 + X_3 \leq -10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 \leq 12$$

$$X_j \geq 0 ; j = 1,2,3$$

الخطوة الثالثة: التحويل الى الشكل القياسي (موازنة الأتموج) مع مراعاة تصفير دالة الهدف

Min

$$Z - 2X_1 + 3X_2 - X_3 = 00$$

S.T.

$$5X_1 + 2X_2 - X_3 + S_1 = 10$$

$$-5X_1 - 2X_2 + X_3 + S_2 = -10$$

$$X_1 - 4X_2 + 3X_3 + S_3 = 12$$

$$X_j \geq 0 ; S_i \geq 0 ; i, j = 1,2,3$$

الخطوة الرابعة: بناء جدول للحل الاساسي الغير مقبول والغير أمثل، ثم نلجأ الى الطريقة المبسطة الثنائية للحصول على الحل المقبول وكالاتي

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	5	2	-1	1	0	0	10
0	S ₂	-5	-2	1	0	1	0	-10
0	S ₃	1	-4	3	0	0	1	12
Z - Row		-2	3	-1	0	0	0	0
Ratio	Z / S ₂	2/5	3/2	

وعليه X₁ متغير داخل ، S₂ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S ₃	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

والآن أصبح الحل مقبولا

الخطوة الخامسة: الآن نستخدم الطريقة المبسطة الاولية بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S ₃	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

وعليه X₂ متغير داخل، X₁ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
-3	X ₂	5/2	1	-1/2	0	-1/2	0	5
0	S ₃	1	0	3	0	0	1	12
Z - Row		-19/2	0	1/2	0	3/2	0	-15

وعليه S₂ متغير داخل، S₁ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₂	0	0	0	1	1	0	0
-3	X ₂	5/2	1	-1/2	1/2	0	0	5
0	S ₃	1	0	3	0	0	1	12
Z - Row		-19/2	0	1/2	-3/2	0	0	-15

وعليه X₃ متغير داخل، S₃ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₂	0	0	0	1	1	0	0
-3	X ₂	8/3	1	0	1/2	0	1/6	7
1	X ₃	1/3	0	1	0	0	1/3	4
Z - Row		-29/3	0	0	-3/2	0	-1/6	-17

وعليه فان الحل أمثلا ومقبولا

على افتراض ان هذا الانموذج في حالة Max ، فاننا سوف نعيد الخطوات الخمسة للوصول الى الحل الاساسي المقبول وكالاتي

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S ₃	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

والآن أصبح الحل مقبولا

والان نكمل الحل باستخدام الطريقة المبسطة الاولية للحصول على الامثلية وكالاتي

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	2/5	-1/5	0	-1/5	0	2
0	S ₃	0	-2/5	16/5	0	1/5	1	10
Z - Row		0	19/5	-7/5	0	2/5	0	4

وعليه X₃ متغير داخل ، S₃ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	3/8	0	0	-3/16	1/16	21/40
1	X ₃	0	-1/8	1	0	1/16	5/16	25/8
Z - Row		0	29/8	0	0	-5/16	7/16	167/40

وعليه S₂ متغير داخل ، S₁ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-3	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₂	0	0	0	1	1	0	0
2	X ₁	1	3/8	0	3/16	0	1/16	21/40
1	X ₃	0	-1/8	1	-1/16	0	5/16	25/8
Z - Row		0	29/8	0	5/16	0	7/16	167/40

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

مثال (2): ليكن لدينا أنموذج البرمجة الخطية الآتي

Max

$$Z = 2X_1 - X_2 + X_3$$

S.T.

$$2X_1 + 4X_2 + 5X_3 \geq 15$$

$$X_1 + 9X_2 + 2X_3 \geq 03$$

$$4X_1 + 6X_2 + 2X_3 \leq 08$$

$$X_j \geq 0 ; j = 1,2,3$$

وبعد إجراء الخطوات الاربعة تحصل على الحل الاساسي الغير مقبول وغير الامثل

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
0	S ₁	-2	-4	-5	1	0	0	-15
0	S ₂	-1	-9	-2	0	1	0	-3
0	S ₃	4	6	2	0	0	1	8
Z - Row		-2	1	-1	0	0	0	0
Ratio	Z / S ₁	1	1/4	1/5	

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S ₂	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S ₃	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

والآن أصبح الحل مقبولاً

الآن نستخدم الطريقة المبسطة الاولى بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S ₂	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S ₃	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

وعليه X₁ متغير داخل ، S₃ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	0	1/4	1	3/20	0	-1/8	11/4
0	S ₂	0	57/8	0	17/40	1	1/16	25/8
2	X ₁	1	11/8	0	1/8	0	5/16	5/8
Z - Row		0	4	0	17/5	0	1/2	4

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

على افتراض ان هذا الانموذج في حالة Min ، فاننا سوف نعيد الخطوات الخمسة للوصول الى الحل الاساسي المقبول وكالاتي

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S ₂	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S ₃	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

والآن أصبح الحل مقبولاً

الآن نستخدم الطريقة المبسطة الاولى بعد ان تم الحصول على الحل الاساسي المطور المقبول للتوصل الى الحل الامثل والمقبول

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	2/5	4/5	1	1/5	0	0	3
0	S ₂	-1/5	-37/5	0	2/5	1	0	3
0	S ₃	16/5	22/5	0	-2/5	0	1	2
Z - Row		-8/5	9/5	0	-1/5	0	0	3

وعليه X₂ متغير داخل ، S₃ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	2/11	0	1	7/55	0	-2/11	29/11
0	S ₂	57/11	0	0	59/55	1	37/11	70/11
-1	X ₂	8/11	1	0	1/11	0	5/22	5/11
Z - Row		-28/11	0	0	2/55	0	-9/22	24/11

وعليه X₄ متغير داخل ، X₂ متغير خارج

C _B	B.V.	2	-1	1	0	0	0	RHS
		X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	
1	X ₃	-46/55	-7/5	1	0	0	-1/2	2
0	S ₂	-17/5	-59/5	0	0	1	-1	1
0	S ₁	8	11	0	1	0	5/2	5
Z - Row		-156/55	-2/5	0	0	0	-1/2	2

وعليه فان الحل أمثلاً ومقبولاً

5- الاستنتاجات

قد تطرأ بعض التغيرات الفجائية على متغيرات القرار عند حل وتقييم أنموذج البرمجة الخطية عندما يكون الحل غير ممكناً وغير أمثلاً، ويرجع سبب ذلك إلى عرقلة سير حركة دالة الهدف بشكلها الطبيعي تزايد في حالة Max أو تناقص في حالة Min. ولغرض الحفاظ على بقاء عمل دالة الهدف بشكلها الطبيعي يتطلب الأمر إن يكون الحل ممكناً وغير أمثلاً أو أمثلاً وغير ممكناً مع مراعاة ما يلي .

أولاً: إذا كان الحل أمثلاً ولكنه غير مقبول (ممكناً)، ولذلك سوف نستخدم الطريقة المبسطة الثانية للحصول على حل أمثلاً مطور وحل مقبول

ثانياً: إذا كان الحل مقبول (ممكناً) ولكنه غير أمثلاً، وعليه سوف نلجأ الى الطريقة المبسطة الأولية للحصول على حل أمثلاً وحل مقبول مطور

ثالثاً: إذا كان الحل غير أمثلاً وغير مقبول (ممكناً)، وفي هذه الحالة سنستخدم الطريقتين معاً للحصول على الحل الامثل والمقبول

6- المصادر

- 1-Hillier (2001) “ Introduction to Operations Research” 7th edition
- 2-T.Lucey(1994) “Quantitative Techniques”2nd edition
- 3-Kolman & Robert(1995) “Elementary Linear Programming with application”2nd edition
- 4-Winston(2004) “Operations Research Applications & Algorithm”4th edition
- 5-Hamdy A.(2007) “Operations Research An Introduction”8th edition
- 6 – الكبيسي، موفق (1998) "بحوث العمليات تطبيقات وخوارزميات" الطبعة الأولى "دار حامد للنشر والتوزيع"
- 7 – حمدان، فتحي وآخرون (1999) "مقدمة في بحوث العمليات" الطبعة الثانية "دار وائل للنشر"
- 8 – الحمداني، رفاه شهاب وآخرون (1999) "بحوث العمليات" الطبعة الأولى "دار وائل للنشر"
- 9 – عاصم عبد الرحمن الشيخ (1999) "بحوث العمليات واستخدام حزم البرامجيات" الطبعة الأولى "دار المناهج للنشر"
- 10 – الالوسي، عبد الستار وآخرون (1987) "مقدمة في بحوث العمليات" "كتاب مترجم" الطبعة الأولى "الكلية الفنية العسكرية"