مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بالاعتماد على توزيع باريتو ودالة خسارة ديكروت[1]

أحمد رياض خدام المجبلي
ahmadrrid945@gmail.com
أ.د عبد الرحيم خلف راهي الحارثي
rahistat@yahoo.com
الجامعة المستنصرية - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء

المستخلص
يتناول هذا البحث تقدير دالة المعولية بوجود البيئة الضبابية، حيث تم استعمال أسلوب بيز للحصول على مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية بالاعتماد على بيانات تتبع توزيع باريتو(Distribution Pareto) والتوزيع الأولي للمعلمة هو توزيع كاما (Distribution Gamma) وقد تم استخدام دالة خسارة غير متماثلة هي دالة خسارة ديكروت (Degroot loss function) حيث تم أعتبار معلمات التوزيع للعينة هي معلمات ضبابية ومعلمات التوزيع الأولي Prior distribution هي معلمات غير ضبابية وقد توصل البحث باستخدام المحاكاة بأن القيمة التقديرية وقيمة MSE لدالة المعولية الضبابية تقل بزيادة قيمة درجة الانتماء وبزيادة حجم العينة.

الكلمات المفتاحية: دالة المعولية الضبابية، دالة الانتماء، دالة الخسارة ديكروت، توزيع باريتو، توزيع كاما، المحاكاة.

Bayes Estimator for Fuzzy Reliability Based on Pareto Distribution and Degroot Loss Function

Ahmed Riad Khaddam Megabelle
ahmad10@gmail.com
Prof. Dr. Abdul Rahim Khalaf Alharithi
rahi stat@yahoo.com
Al-Mustansiriyah University – College of Economics and Administration - Department of Statistics

Received 25/2/2020 **Accepted 5/5/2020**

Abstract: *This paper deals with the estimation of the reliability function with a fuzzy environment. The Bayesian method was used to get the fuzzy Bayes estimation based on Pareto distribution for data. The prior distribution of the parameter is the Gamma distribution and used asymmetric loss function which is the Degroot loss function. The sample distribution parameters are considered to be fuzzy and prior distribution parameters are non-fuzzy. The researchers found by using simulation the estimated value and the MSE value of the fuzzy reliability function decrease by increasing the value of the degree of membership and by increasing the sample size.*

Keywords: fuzzy reliability function, membership function, Degroot Loss Function, Pareto distribution, Gamma distribution, simulation .

المقدمة

شهد النصف الأخير من القرن العشرين وفي بداية الستينات تطورا كبيرا في مجال العلم والمعرفة و التكنلوجيا، الأمر الذي انعكس على المؤسسات الصناعية والخدمية والصحية لذلك أتجه بعض الباحثين في معالجة المشكلات التي تواجه هذا التطور من خلال استخدام نظرية المجموعات الضبابية التي نشأة على يد العالم (Zadeh) وهي تعتبر من أهم النظريات التي ظهرت في منتصف الستينات لمعالجة الظواهر التي تعتمد على البيانات الضبابية أي وجود عدم الدقة في بيانات الظاهرة المدروسة، وفي هذا البحث يتم ايجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بالاعتماد على توزيع باريتو (Distribution Pareto) باستخدام المحاكاة للمقارنة بين المقدرات لدالة المعولية الضبابية.

[1] بحث مستل من اطروحة ماجستير

ISSN (1681- 6870)

1. الجانب النظري
1.1. مشكلة البحث
Problem of the search

عدم وجود دقة في بيانات عمر حياة الماكنة أي وقت عمل الماكنة والذي يؤدي الى حدوث مشاكل في عملية تقدير دالة المعولية باستعمال مقدر بيز مما يؤدي الى استعمال نظرية المجموعات الضبابية لحل تلك المشاكل.

1.2. هدف البحث
Purpose of search

يهدف هذه البحث باستعمال المحاكاة الى إيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بالاعتماد على توزيع باريتو وباستخدام دالة خسارة ديكروت.

1.3. المجموعة الضبابية
Fuzzy set

هي مجموعة من العناصر التي تمتلك درجة انتماء بين الفترة المغلقة [0,1] ,وحيث إن f مجموعة شاملة وأنْ $\tilde{X}$ مجموعة جزئية ضبابية تنتمي الى المجموعة f وتمتاز المجموعة $\tilde{X}$ بامتلاكها دالة انتماء $M_{\tilde{x}}(f)$, ويمكن التعبير عن المجموعة الضبابية $\tilde{X}$ بالصيغة التالية [16] [17]:

$$\tilde{\mathrm{X}} = \{ M_{\tilde{x}}(f) / \tilde{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}} \ \in \mathrm{f}, \mathrm{i} = 1,2,\dots,\mathrm{n} \quad 0 \le M_{\tilde{x}}(f) \ \le 1 \} \tag{1}$$

1.4. مستوى القطع α -CUT
تعرف مستوى القطع (α) على أنها أقل درجة انتماء يمتلكها كل عنصر من عناصر المجموعة الضبابية الجزئية $\tilde{X}$ حيث تقع قيمة مستوى القطع ضمن الفترة المغلقة [0,1]. [5][9].

1.5. دالة الانتماء
Membership function

هي الدالة التي يتم من خلالها توليد القيم درجة الانتماء لكل عنصر من عناصر المجموعة الضبابية ضمن مدى الأرقام الحقيقية في الفترة المغلقة [0,1] ويرمز لدالة الانتماء بالرمز $M_{\tilde{x}}(f)$ [6][10].

1.6. مجموعة المستوى α لمجموعة الضبابية $\tilde{\mathrm{X}}$
α - Level set for fuzzy set $\tilde{\mathrm{X}}$

هي مجموعة من العناصر التي تنتمي الى المجموعة الضبابية الجزئية $\tilde{X}$ حيث إن كل عنصر في هذه المجموعة يمتلك درجة انتماء أكبر أو تساوي α ويرمز لها بالرمز $\tilde{x}_{\alpha}$ ويعبر عنها بالصيغة التالية [2][5]:

$$\tilde{x}_{\alpha} = \{ \tilde{x}_i \ \in f : \ M_{\tilde{x}}(f) \ \ge \ \alpha \ \} \tag{2}$$

1.7. دالة المعولية الضبابية
Fuzzy Reliability function

تعرف دالة المعولية (Reliability function) هي دالة بقاء عمل الماكنة خلال فترة زمنية معينة (t) وكذلك تعرف بأنها (قدرة نظام معين أو نظام ككل على العمل بصلاحية تامة من دون توقف خلال فترة زمنية معينة) وفي حالة تعريف المعولية لماكنة معينة عند الوقت (t) وتحت ظروف تشغيل معينة يمكن ان تعرف على انها احتمال بقاء الماكنة في حالة مستمرة دون أن يحصل فيها عطل خلال المدة الزمنية (0 , t) ويرمز لدالة المعولية كالاتي [3][8]:

$$R(t) = P \ (T \ge t) \tag{3}$$

عند ايجاد دالة المعولية لماكنة خلال فترة زمنية مغلقه $[t_2, t_1]$ حيثأان t_1 تمثل بداية عمل الماكنة وأن t_2 تمثل نهاية عمل الماكنة في حين أن بداية عمل الماكنة معلوم أي وقت التشغيل ولكن نريد معرفة مدى استمرار الماكنة بالعمل الى الزمن t_2 فإن من المحتمل حصول بعض الظروف التي تؤثر على عمل الماكنة قبل الوصول الى الزمن t_2 اي أن زمن توقف الماكنة فيه شيء من عدم التأكد لذلك تعتبر المدة الزمنية لتوقف الماكنة عن العمل هي قيمة ضبابية وبما أن وقت توقف الماكنة t_2 هو قيمة ضبابية أي أن وقت حياة الماكنة يعتبر وقت ضبابي حسب نظرية المجموعات الضبابية التي تنص (إذا كانت المجموعة تحتوي

ISSN (1681- 6870)

على عنصر واحد ضبابي تعتبر المجموعة ضبابية بكل عناصرها) وفي هذه الحالة يكون لدينا بيانات أوقات حياة ضبابية لذلك سوف نتعامل مع مفهوم دالة المعولية الضبابية وصيغتها الرياضية كالاتي:

$$\tilde{R} = P\left(\breve{T} \gtrsim t\right) \tag{4}$$

حيث إن:

$\breve{T}$: يمثل وقت العمل الضبابي

علما أن $\breve{T}$ تمتلك دالة فشل $f(\tilde{x})$ ودالة انتماء $M(\tilde{x})$ وباستخدام صيغه الاحتمال الضبابي يمكن إيجاد المعولية الضبابية لأي ماكنة من خلال الصيغة الاتية [3] [13]:

$$\tilde{R}(t) = \int_{t}^{\infty} M(\tilde{x})\ f(\tilde{x})\ d(\tilde{x}) \tag{5}$$

حيث إن :

$\tilde{x}$: تمثل متغير عشوائي ضبابي

$M(\tilde{x})$: دالة الأنتماء التي تحدد درجة الانتماء لأي قيمة من قيم $\tilde{x}$

وفي عام 1995 قدم الباحث (CHing) [10] صيغة لدالة الانتماء خاصة بأوقات العطل وهي:

$$M(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \tilde{x} \le t_1 \\ \dfrac{\tilde{x} - t_1}{t_2 - t_1} & t_1 < \tilde{x} \le t_2\ , t_1\ \ge 0 \\ 1 & \tilde{x} > t_2 \end{cases} \tag{6}$$

حيث إن المعولية الضبابية لأي ماكنة عند قيمة معينة الى α يتم حسابها وفق الصيغة الاتية:

$$\tilde{R}_{\alpha}(t) = \int_{t_1}^{x(\alpha)} f(\tilde{x})\ d(\tilde{x}) \tag{7}$$

حيث أن:

$$\begin{aligned} &x(\alpha)\ \le\ t_1 && \alpha = 0 \\ &x(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1) && 0 < \alpha < 1 \\ &x(\alpha) \ge t_2 && \alpha = 1 \end{aligned} \tag{8}$$

نشاهد أن الحدود العليا للتكامل قد تم تبديلها بوضع $x(\alpha)$ بدلا من t_2 لعدم المعرفة الكاملة الى وقت توقف الماكنة عن العمل بشكل دقيق[10] [5].

1.8. تقدير بيز لدالة المعولية الضبابية

Bayes estimation of fuzzy reliability function

يتم حساب مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بعد تحديد درجة الانتماء $M(\tilde{x}_i)$ لكل عنصر $\tilde{x}_i$ في العينة $\tilde{X}$ التي تم توضيحها في المعادلة رقم (6).

ولتطبيق طريقة بيز سوف نختار أحد التوزيعات الاحتمالية هو توزيع باريتو حيث نفرض أن لدينا عينة ضبابية $\tilde{X}$ حجمها n تتبع توزيع باريتو $\tilde{x}{\sim}Pareto(\beta, \theta)$ وان الدالة الاحتمالية الى $\tilde{x}$ كما في الصيغة الاتية:

ISSN (1681- 6870)

$$f\left(\tilde{X}/\theta\right) = \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{x}^{\theta+1}} \quad \text{with} \quad \theta > 0\,, \qquad x \geq \beta, \qquad \beta > 0$$

ثم نختار التوزيع الأولي للمعلمة θ هو توزيع $gama\ (C_0\ ,\ P_0\ )$ حيث يعتبر من التوزيعات الاحتمالية المهمة، حيث إن C_0 تمثل معلمة الشكل وأن الدالة الاحتمالية للتوزيع الأولي للمعلمة θ يمكن كتابتها بالمعادلة الاتية:

$$f(\theta/C_0\ ,P_0\ ) = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0-1}\, e^{-\frac{\theta}{P_0}} \quad P_0, C_0\ > 0\ \ , \theta > 0 \tag{9}$$

ثم نجد درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الضبابية $\tilde{X}$ من خلال المعادلة رقم (6) ومن ثم نجد $(H_n)_\alpha$ من خلال المعادلة التالية:

$$(H_n)_\alpha = f\ (\theta\ /\tilde{x}\ ) * L(\tilde{x}/\theta\ \ ) \tag{10}$$

$$L(\tilde{x}/\theta\ \ )\ = \theta^n\beta^{n\theta} \prod_{i=1}^{n} \tilde{x}_i^{\ -(\theta+1)}\ = \theta^n e^{n\theta \ln\beta}\ \ e^{[-(\theta+1)\sum_{i=1}^{n}\ln \tilde{x}_i]} \tag{11}$$

من خلال تعويض معادلة رقم (9) ومعادلة رقم (11) في معادلة رقم (10) نحصل على:

$$(H_n)_\alpha = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0+n-1} e^{-\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln \tilde{x}_i\right)\theta} * e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln \tilde{x}_i} \tag{12}$$

يتم تعويض قيم درجة الانتماء $M(\tilde{x}_i)$ بدل عن قيم $\tilde{x}_i$ في المعادلة رقم (12) وذلك بالاعتماد على ما قدمته الباحثة (Sylvia) [14] من استخدام درجات الانتماء للعناصر بدلا من قيم $\tilde{x}_i$ للحصول على دالة الحد الأدنى ودالة الحد الأعلى لدالة (Non Normalized Posterior) ومن خلال هاتين الدالتين يمكن الحصول على دالة التوزيع اللاحق الدنيا لبيز ودالة التوزيع اللاحق العليا لبيز وبما أن البيانات التي تم توليدها لا تحتوي على حدود دنيا وحدود عليا ولكن هذه البيانات تمتلك درجة الانتماء خاصة بها التي تم تحديدها من خلال المعادلة رقم (8) يمكن الحصول على دالة $(H_n)_\alpha$كالتالي [2][35]:

$$(H_n)_\alpha = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0+n-1} e^{-\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} * e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)} \tag{13}$$

لإيجاد التوزيع اللاحق للمعلمة θ يجب أن نجد $g\left(W_0\ ,\tilde{X}\ \right)$ حيث إن:

$$g(W_0\ ,\tilde{x}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0+n-1} e^{-\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta}\ e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}\, d\theta$$

$$g(W_0\ ,\tilde{x}) = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}} \frac{\Gamma_{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}} e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)} \tag{14}$$

لإيجاد دالة التوزيع اللاحق للمعلمة θ من خلال المعادلة رقم (13) والمعادلة رقم(14) نحصل على المعادلة التالية:

$$\pi\ (\theta/W_0, \tilde{x}\ ) = \frac{\frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\theta^{C_0+n-1}\ e^{-\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}}{\frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}} \frac{\Gamma_{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}} e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}}$$

ISSN (1681- 6870)

$$= \frac{\left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}}{\Gamma_{C_0+n}} \;\theta^{C_0+n-1}\, e^{-\left(\frac{1}{P_0}-\mathrm{n}\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} \quad (15)$$

حيث إن: $T = \sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)$

ومن خلال المعادلة رقم (15) نتوصل الى أن التوزيع اللاحق للمعلمة θ هو توزيع كاما:

$gama\ (C_0 + n\ ,\ \frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T),$

وباستخدام دالة خسارة ديكروت (Degroot loss function) [7][12]

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \frac{E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha)})^2/\ t\right)}{E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha)}/\ t\right)} \quad (16)$$

يتم إيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بتحديد دالة المعولية الضبابية عند ثلاث قيم الى α وكما يلي:

أ. عندما α = 0

باستخدام المعادلة رقم (7) نحصل على المعادلة التالية:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{x}^{\theta+1}}\ d(\tilde{x}) \quad (17)$$

من خلال تعويض عن قيمة $x(\alpha) \le t_1$ نحصل على:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = \theta\beta^{\theta} \int_{t_1}^{t_1} \frac{1}{\tilde{x}^{\theta+1}}\ d(\tilde{x})$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = 0$$

لإيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية عندما تكون (α = 0) نحصل على:

$$\mathrm{E}\left[\ \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)}\ /\ t\right] = 0$$

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)})^2/\ t\right) = \int_0^{\infty} (\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)})^2\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right) \mathrm{d}\theta$$

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)})^2/\ t\right) = 0$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = 0 \quad (18)$$

ب. عندما 0 < α < 1

باستخدام معادلة رقم (7) نحصل على المعادلة التالية:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{x}_i^{\ \theta+1}}\ d(\tilde{x}_i)$$

حيث إن: $x(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1)$

ISSN (1681- 6870)

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta {t_1}^{\theta}} - \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta x(\alpha)^{\theta}} \tag{19}$$

من خلال تعويض عن $x(\alpha)$ نحصل على:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\beta^{\theta}}{{t_1}^{\theta}} - \frac{\beta^{\theta}}{(\,t_1 + \alpha(t_2 - t_1))^{\theta}} \tag{20}$$

$$E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)}/\ t\right) = \int_0^{\infty} \tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)}\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right) \mathrm{d}\theta$$

$$E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)}/\ t\right) = \left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C_0+n} \left[\frac{1}{U} - \frac{1}{Z}\right] \tag{21}$$

حيث أن:

$$U = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}$$

$$Z = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln(\,t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}$$

يتم أيجاد $E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2/t\right)$ كما يلي:

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2/t\right) = \int_0^{\infty} (\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - \mathrm{nln} + \beta\, T\right) \mathrm{d}\theta \tag{22}$$

من خلال تعويض عن $\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)}$ في المعادلة رقم (22) نحصل على:

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2/t\right) = \int_0^{\infty} \left(\frac{\beta^{\theta}}{{t_1}^{\theta}} - \frac{\beta^{\theta}}{(\,t_1 + \alpha(t_2 - t_1))^{\theta}}\right)^2 gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right) \mathrm{d}\theta \tag{23}$$

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2/t\right) = \frac{\left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln t_1 + T\right)^{C_0+n}} - 2\frac{(P_0 - \mathrm{n}\ln\beta + T)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln t_1 + 2\ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}}$$

$$+ \frac{\left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}} \tag{24}$$

ISSN (1681- 6870)

$$E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)})^2/t\right) = \left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C_0+n}\left[\frac{1}{S} - \frac{2}{Q} + \frac{1}{Y}\right] \qquad (25)$$

حيث إن:

$$S = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln t_1 + T\right)^{C_0+n}$$
$$Q = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln t_1 + 2\ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}$$
$$Y = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+2)\ln\beta + 2\ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}$$

من خلال تعويض معادلة رقم (25) والمعادلة رقم (21) في معادلة رقم (16) نحصل على مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كالتالي:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \frac{\left[\frac{1}{S} - \frac{2}{Q} + \frac{1}{Y}\right]}{\left[\frac{1}{U} - \frac{1}{Z}\right]} \qquad (26)$$

ج. عندما $\alpha = 1$

باستخدام معادلة رقم (7) نحصل على المعادلة التالية:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{x}_i^{\,\theta+1}}\ d(\tilde{x}_i)$$

حيث إن: $\mathrm{x}(\alpha) = \mathrm{t}_2$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta {t_1}^{\theta}} - \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta x(\alpha)^{\theta}}$$

ومن خلال تعويض عن $x(\alpha)$ نحصل على:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \frac{\beta^{\theta}}{{t_1}^{\theta}} - \frac{\beta^{\theta}}{{t_2}^{\theta}} \qquad (27)$$

لإيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كما يلي:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \frac{E\left((\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)})^2/\ t\right)}{E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}/\ t\right)} \qquad (28)$$

$$E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}/\ t\right) = \int_0^{\infty} \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right) \mathrm{d}\theta$$

$$E\left(\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}/\ t\right) = \left(\frac{1}{P_0} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C_0+n}\left[\frac{1}{U} - \frac{1}{W}\right] \qquad (29)$$

حيث إن:

$$U = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}$$
$$W = \left(\frac{1}{P_0} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln t_2 + T\right)^{C_0+n}$$

ISSN (1681- 6870)

يتم أيجاد $E\left((\tilde{R}_{(\alpha=1)}^{(t)})^2/t\right)$ كمايلي:

$$E\left((\tilde{R}_{(\alpha=1)}^{(t)})^2/t\right)=\int_0^\infty(\tilde{R}_{(\alpha=1)}^{(t)})^2\,gama\left(C_0+n,\frac{1}{P_0}-\text{nln}+\beta\,T\right)\text{d}\theta \tag{30}$$

من خلال تعويض قيمة $\tilde{R}_{(\alpha=1)}^{(t)}$ في المعادلة رقم (30) نحصل على:

$$E\left((\tilde{R}_{(\alpha=1)}^{(t)})^2/t\right)=\int_0^\infty\left(\frac{\beta^\theta}{{t_1}^\theta}-\frac{\beta^\theta}{{t_2}^\theta}\right)^2 gama\left(C_0+n,\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)\text{d}\theta$$

$$=\int_0^\infty\left(\frac{\beta^{2\theta}}{{t_1}^{2\theta}}-2\frac{\beta^{2\theta}}{({t_1}^\theta)({t_2}^\theta)}+\frac{\beta^{2\theta}}{{t_2}^{2\theta}}\right)gama\left(C_0+n,\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)\text{d}\theta \tag{31}$$

$$E\left((\tilde{R}_{(0<\alpha<1)}^{(t)})^2/t\right)=\frac{\left(\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_1+T\right)^{C_0+n}}-2\frac{\left(\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_1+2\ln t_2+T\right)^{C_0+n}}+\frac{\left(\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_2+T\right)^{C_0+n}} \tag{32}$$

$$E\left((\tilde{R}_{(0<\alpha<1)}^{(t)})^2/t\right)=\left(\frac{1}{P_0}-\text{nln}\,\beta+T\right)^{C_0+n}\left[\frac{1}{R}-\frac{2}{I}+\frac{1}{O}\right] \tag{33}$$

$$R=\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_1+T\right)^{C_0+n}$$

$$I=\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_1+2\ln t_2+T\right)^{C_0+n}$$

$$O=\left(\frac{1}{P_0}-(\text{n}+2)\ln\beta+2\ln t_2+T\right)^{C_0+n}$$

من خلال تعويض معادلة رقم (33) والمعادلة رقم (29) في معادلة رقم (28) نحصل على مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كما يلي:

$$\tilde{R}_{(Bayes)}^{(t)}=\frac{\left[\frac{1}{R}-\frac{2}{I}+\frac{1}{O}\right]}{\left[\frac{1}{U}-\frac{1}{W}\right]} \tag{34}$$

ISSN (1681- 6870)

2. الجانب التجريبي

2.1. المحاكاة (Simulation)

يعتبر أسلوب المحاكاة من الأساليب الرقمية التي تستخدم لإنجاز التجارب على الحاسوب التي تحتوي على العمليات الرياضية والمنطقية الضرورية لوصف سلوك وهيكلية التجربة خلال فترة زمنية معينة, وتعرف عملية المحاكاة على أنها عملية تشبيه أو تقليد الواقع الحقيقي أي تحقيق النتائج المطلوبة من دون الاعتماد على البيانات الحقيقية.

2.2. مراحل تجربة المحاكاة

تمت كتابة برنامج المحاكاة باستخدام برنامج R وقد تم تطبيقه على الحاسبة الإلكترونية حيث يكون لدينا عدة مراحل لتطبيق أسلوب المحاكاة يتم توضيحها كما يلي:

- المرحلة الاولى: تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة حيث يتم تعيين قيم للمعلمة الحقيقية كما يلي:
  - ✓ تحديد قيم لمعلمات توزيع العينة التي تتبع توزيع Pareto (θ , β) كما يلي:

θ	β
1.5	0.5
0.8	0.8

  - ✓ وكذلك يتم تحديد قيم معلمات التوزيع الاولي للمعلمة θ التي تتبع توزيع كاما كما يلي:

C	P
2.5	0.5
0.5	1
0.5	0.5

  - ✓ تم اختيار ثلاث قيم تمثل الحد الأدنى لدرجة الانتماء عندما $0 < \alpha < 1$ هي:

$\alpha = (0.1, 0.5 ,0.9)$

- المرحلة الثانية : اختيار حجم العينة (n) يتم اختيار حجوم مختلفة من العينات كما يلي :

$n_1 = 20 \quad , \quad n_2 = 40 \quad , \quad n_3 = 80 \quad , n_4 = 100$

- المرحلة الثالثة: تعيين فترات زمنية لتقدير دالة المعولية الضبابية تم أخذ ثلاث فترات كما يلي:

t_1	t_2
2	5
3	8
5	10

من ثم يتم اختيار حجم تكرار هذه التجارب ($N = 10000$) لكل تجربة .

- المرحلة الرابعة: مرحلة المقارنة حيث تم استخدام معيار متوسط مربع الخطأ (MSE).

2.3. تحليل نتائج المحاكاة

يمكننا توضيح النتائج التي تم الحصول عليها من خلال الجداول الاتية، يتم عرض الجداول الخاصة لجميع الفترات ولأحجام العينات المختلفة وكذلك بالاعتماد على قيم معلمات توزيع باريتو Pareto(θ,β) لكل قيمة من قيم معلمات توزيع كاما Gamma(C,P) ولثلاث قيم مختلفة وباستخدام دالة خسارة ديكروت Degroot loss function وكما يلي:

ISSN (1681- 6870)

جدول (1): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية

$\alpha = 0.1$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4948	0.2347	0.5015	0.2484
		40	0.4633	0.2014	0.4577	0.1952
		80	0.4448	0.1818	0.4363	0.1611
		100	0.4414	0.1783	0.4266	0.155
R			0.02364		0.0508246	
3	8	20	0.3234	0.1043	0.2554	0.07075
		40	0.2792	0.07359	0.1964	0.03655
		80	0.2526	0.05946	0.1663	0.02134
		100	0.2481	0.05672	0.16	0.01908
R			0.0140465		0.0403002	
5	10	20	0.2338	0.05566	0.08253	0.01038
		40	0.1755	0.0305	0.04159	0.001961
		80	0.1467	0.02084	0.02426	0.0004253
		100	0.1409	0.019	0.02143	0.0002366
R			0.00421265		0.0169462	

جدول (2): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية

$\alpha = 0.5$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4169	0.1338	0.3997	0.08951
		40	0.3826	0.1046	0.3568	0.05272
		80	0.3646	0.09027	0.3318	0.0357
		100	0.3604	0.08686	0.3252	0.03154
R			0.0710051		0.173394	
3	8	20	0.2541	0.05064	0.1918	0.01944
		40	0.213	0.03248	0.1467	0.007374
		80	0.1913	0.02399	0.1205	0.003391
		100	0.1874	0.02245	0.1148	0.002816
R			0.0406313		0.13347	
5	10	20	0.1862	0.03163	0.06177	0.003333
		40	0.1368	0.0158	0.03027	0.001944
		80	0.1126	0.009954	0.01738	0.002373
		100	0.1075	0.008898	0.01503	0.002513
R			0.0144095		0.0639448	

ISSN (1681- 6870)

جدول (3): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.9$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	5	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2		20	0.393	0.1035	0.3717	0.05196
		40	0.359	0.07979	0.3344	0.02626
		80	0.3413	0.0665	0.3079	0.01392
		100	0.3355	0.06359	0.3034	0.01136
R			0.0903017		0.237904	
3	8	20	0.2328	0.03792	0.1744	0.01364
		40	0.195	0.02283	0.1341	0.008047
		80	0.175	0.01666	0.1115	0.007246
		100	0.1714	0.01524	0.1079	0.007347
R			0.0508281		0.180469	
5	10	20	0.1659	0.02328	0.05539	0.004335
		40	0.1213	0.01096	0.02694	0.004968
		80	0.0996	0.00659	0.01593	0.006111
		100	0.09522	0.005889	0.01366	0.006339
R			0.0195483		0.0927004	

جدول (4): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.1$, $C = 0.5$, $P = 1$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.5327	0.2744	0.5244	0.2787
		40	0.4812	0.2171	0.4669	0.2048
		80	0.4538	0.1901	0.4386	0.1661
		100	0.45	0.1839	0.4294	0.1577
R			0.0236408		0.0508246	
3	8	20	0.3576	0.1255	0.2642	0.08232
		40	0.293	0.08138	0.2014	0.03954
		80	0.2603	0.06255	0.1677	0.02257
		100	0.2533	0.05876	0.1605	0.01915
R			0.0140465		0.0403002	
5	10	20	0.2666	0.07173	0.08465	0.01194
		40	0.1875	0.0351	0.04096	0.002146
		80	0.1509	0.0223	0.02428	0.0004217
		100	0.1443	0.01991	0.02053	0.0002651
R			0.00421265		0.0169462	

ISSN (1681- 6870)

جدول (5): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.5$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4549	0.1625	0.4174	0.1034
		40	0.403	0.1176	0.3653	0.05866
		80	0.3732	0.09491	0.3329	0.03759
		100	0.3674	0.09032	0.3274	0.03342
R			0.0710051		0.173394	
3	8	20	0.2822	0.06534	0.2026	0.02553
		40	0.2247	0.03703	0.1486	0.008081
		80	0.1967	0.02603	0.12	0.003566
		100	0.1914	0.0238	0.1158	0.00287
R			0.0406313		0.13347	
5	10	20	0.2126	0.04252	0.06443	0.004548
		40	0.1462	0.01818	0.02988	0.002076
		80	0.116	0.01067	0.01691	0.00241
		100	0.1104	0.009411	0.01478	0.002546
R			0.0144095		0.0639448	

جدول (6): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.9$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4300616	0.1308567	0.3889841	0.06349138
		40	0.3770485	0.08866209	0.3397113	0.02911782
		80	0.348394	0.06963173	0.3121952	0.01508039
		100	0.3431056	0.06653473	0.3055324	0.01198611
R			0.0903017		0.237904	
3	8	20	0.2607243	0.04932969	0.1875295	0.01689379
		40	0.2062117	0.02684136	0.1367882	0.008648162
		80	0.1794533	0.01783332	0.1129012	0.007464312
		100	0.17419410	0.01631352	0.1078355	0.007412313
R			0.05082812		0.180469	
5	10	20	0.1913165	0.03182652	0.05820754	0.004761921
		40	0.129915	0.01273284	0.02676622	0.005046792
		80	0.102867	0.00718561	0.01540319	0.006141298
		100	0.09760487	0.00629341	0.01343682	0.006380372
R			0.01954826		0.09270036	

ISSN (1681- 6870)

جدول (7): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.1$, $C = 0.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.5748039	0.319293	0.5814329	0.3293987
		40	0.5028576	0.2406392	0.5012138	0.2282456
		80	0.467096	0.2016223	0.452574	0.1792438
		100	0.4584052	0.1924412	0.4420868	0.1678076
R			0.023640782		0.0508246	
3	8	20	0.4000866	0.158391	0.316946	0.107213
		40	0.3130433	0.09420713	0.2247037	0.04999605
		80	0.269587	0.06773423	0.1792414	0.02516752
		100	0.261304	0.06271368	0.1688812	0.02200517
R			0.01404646		0.04030017	
5	10	20	0.3113298	0.09783585	0.1155469	0.01897148
		40	0.2067933	0.04241463	0.05084853	0.003190243
		80	0.1602767	0.02486197	0.02733043	0.0005334125
		100	0.1511012	0.02208056	0.02326885	0.0003386701
R			0.004212654		0.01694624	

جدول (8): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.5$, $C = 0.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4996716	0.1994538	0.4742193	0.1304722
		40	0.4231273	0.1330266	0.3896349	0.07073774
		80	0.3843627	0.1019817	0.3468473	0.04134935
		100	0.3769414	0.09630202	0.3386182	0.03637266
R			0.07100508		0.1733938	
3	8	20	0.3207072	0.08476527	0.2384972	0.03376594
		40	0.2437963	0.04428361	0.1672398	0.009810953
		80	0.2051103	0.02841839	0.1292924	0.003580531
		100	0.1981271	0.02571538	0.1232885	0.002827681
R			0.04063126		0.1334704	
5	10	20	0.2529461	0.0596597	0.0862275	0.006212352
		40	0.1626797	0.02295872	0.03728115	0.001766687
		80	0.123371	0.01217227	0.01936452	0.002214577
		100	0.1158874	0.01061297	0.01672676	0.002387798
R			0.01440952		0.0639448	

ISSN (1681- 6870)

جدول (9): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 0.9$, $C = 0.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4729262	0.1594639	0.441645	0.08429252
		40	0.3980822	0.1020191	0.3652745	0.03583859
		80	0.3598943	0.07636321	0.322912	0.01653281
		100	0.3509531	0.07097897	0.3150525	0.01337313
R			0.0903017		0.237904	
3	8	20	0.2944368	0.06569163	0.2183443	0.02029182
		40	0.2222349	0.03226258	0.1525075	0.008041282
		80	0.1874909	0.01972596	0.1207499	0.006650086
		100	0.1808345	0.01783735	0.1137023	0.006707928
R			0.05082812		0.180469	
5	10	20	0.2266586	0.04541272	0.07870804	0.005200212
		40	0.1442365	0.01629069	0.03320901	0.00442767
		80	0.1091031	0.00832402	0.01764477	0.005837335
		100	0.1025957	0.00712137	0.01526139	0.006155245
R			0.01954826		0.09270036	

جدول (10): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 1$, $C = 2.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.3900154	0.1004334	0.375121	0.0480504
		40	0.3567503	0.07505543	0.327298	0.02322301
		80	0.3370798	0.06219694	0.3052388	0.01158203
		100	0.3334677	0.06010516	0.3000426	0.009663258
R			0.06010516		0.2496178	
3	8	20	0.23054680.	0.03573123	0.1748153	0.01328584
		40	0.1926797	0.0219554	0.1325997	0.008999028
		80	0.1724766	0.01557608	0.1111995	0.008726879
		100	0.168365	0.01444343	0.1064923	0.008785782
R			0.05241638		0.1888668	
5	10	20	0.1632008	0.0220149	0.05428467	0.004686714
		40	0.1189673	0.01015597	0.02692583	0.005694979
		80	0.09760454	0.00616861	0.01539958	0.007036252
		100	0.09325816	0.00548153	0.01356888	0.007260682
R			0.02044244		0.09825382	

ISSN (1681- 6870)

جدول (11): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 1$, $C = 0.5$, $P = 1$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4247318	0.1252366	0.3884068	0.05584527
		40	0.3733429	0.08587287	0.3357512	0.02633224
		80	0.343964	0.06705474	0.3081052	0.01257916
		100	0.3397682	0.06297675	0.3023679	0.01054031
R			0.09337722		0.2496178	
3	8	20	0.2563679	0.04807313	0.1846752	0.01615086
		40	0.2033189	0.02528919	0.1365123	0.009241825
		80	0.1774138	0.01672825	0.1121909	0.008535112
		100	0.1721928	0.01538236	0.1072705	0.008653655
R			0.05241638		0.1888668	
5	10	20	0.1873186	0.03032248	0.05632071	0.005059131
		40	0.1278597	0.01222612	0.02621229	0.005752324
		80	0.1006881	0.00671129	0.01524561	0.007058738
		100	0.0955297	0.00584254	0.01340794	0.00731355
R			0.02044244		0.09825382	

جدول (12): يوضح قيم MSE والقيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية.

$\alpha = 1$, $C = 0.5$, $P = 0.5$						
			$\theta = 1.5$, $\beta = 0.5$		$\theta = 0.8$, $\beta = 0.8$	
$t1$	$t2$	n	Bayes	MSE	Bayes	MSE
2	5	20	0.4704094	0.155692	0.4368009	0.07481985
		40	0.3948046	0.09775654	0.3621067	0.03132967
		80	0.3559349	0.07250168	0.3184424	0.01450391
		100	0.347926	0.06743972	0.3119022	0.01126073
R			0.09337722		0.2496178	
3	8	20	0.2897297	0.06256857	0.2194683	0.01928816
		40	0.2193431	0.03076208	0.1512061	0.008389138
		80	0.1851349	0.01879613	0.1192988	0.00774203
		100	0.1782171	0.01688332	0.112623	0.007938763
R			0.05241638		0.1888668	
5	10	20	0.2217415	0.04336788	0.0769795	0.005061079
		40	0.1415451	0.01536473	0.03239271	0.005135621
		80	0.1071946	0.00778215	0.01738559	0.006732415
		100	0.1009861	0.00664678	0.01489268	0.007038261
R			0.02044244		0.09825382	

ISSN (1681- 6870)

3. الاستنتاجات

1. بزيادة قيمة درجة الانتماء (α) تقل القيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية وقيمة MSE ولجميع معلمات توزيع باريتو(θ,β).
2. تقل القيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون قيمة درجة الانتماء (0.1 , 0.5 , 0.9) وعند ثلاث فترات ولجميع قيم معلمات توزيع باريتو(θ,β).
3. تقل قيمة MSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.1 , 0.5 , 0.9) وعند ثلاث فترات وعندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو هي (β=0.5, θ=1.5).
4. تقل قيمة MSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.1) وعند ثلاث فترات وعندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (β=0.8, θ=0.8) .
5. تقل قيمة MSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عند الفترة الاولى والثانية ولكن تزداد عند الفترة الثالثة عندما تكون درجة الانتماء (0.5) وعندما يكون حجم العينة (n=80,n=100) في حالة كون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (β=0.8, θ=0.8).
6. تقل قيمة MSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.9) وعند الفترة الاولى والثانية ولكن تزداد عند الفترة الثالثة بزيادة حجم العينة عندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (β=0.8, θ=0.8).
7. تزداد القيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية وقيمة MSE بزيادة قيمة المعلمة (P) وتذبذب قيمة المعلمة (C) لجميع قيم معلمات توزيع باريتو(θ,β).
8. تزداد القيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عند زيادة قيمة المعلمة (C) وثبات المعلمة (P) عند الفترة الاولى وعندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو (β=0.5,θ=1.5).
9. تقل قيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عند زيادة قيمة المعلمة (C) وثبات المعلمة (P) عند الفترة الاولى ولكن تزداد عند حجم العينة (n=80,n=100) في حالة كون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (θ=0.8 ,β=0.8).
10. تقل قيمة MSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة لجميع قيم معلمات توزيع كاما ولثلاث فترات في حالة كون قيم معلمات توزيع باريتو (β=0.5, θ=1.5) .
11. تقل قيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون قيمة درجة الانتماء (0.1 , 0.5 , 0.9) وعند ثلاث فترات ولجميع قيم معلمات توزيع باريتو(θ,β).
12. تقل قيمةMSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.1 , 0.5 , 0.9) وعند ثلاث فترات وعندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو هي (β=0.5, θ=1.5).
13. تقل قيمةMSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.1) وعند ثلاث فترات وعندما تكون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (β=0.8, θ=0.8).
14. تقل قيمةMSE لدالة المعولية الضبابية بزيادة حجم العينة عندما تكون درجة الانتماء (0.5,0.9) وعند الفترة الاولى والثانية ولكن تزداد عند الفترة الثالثة عندما يكون حجم العينة (n=80 , n=100) في حالة كون قيم معلمات توزيع باريتو متساوية (β=0.8, θ=0.8).

4. التوصيات

1. يوصي الباحثان بتوظيف طريقة بيز لتقدير دالة المعولية الضبابية عندما تكون درجة الانتماء اقل او مساوية (0.1) وحجم العينة صغير.
2. يمكن استخدام دوال خسارة اخرى في تقدير دالة المعولية الضبابية.
3. يمكن ان يتم اعتبار البيانات السابقة هي بيانات ضبابية اي معلمات التوزيع الاولي ضبابية.
4. يوصي الباحثان باستخدام توزيع مختلف لتمثيل البيانات .

المصادر

[1] الحديثي، اخلاص علي حمودي، (2010)، "مقارنة مقدرات بيز القياسية لمعلمة توزيع باريتو باستعمال دوال خسارة مختلفة"، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
[2] الغنام، محمد طه و الصباغ، هبة علي، "دراسة في المتغيرات المضببة والانحدار المتعدد المضبب"، (2009)، جامعة تكريت - كلية الإدارة والاقتصاد، مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية، المجلد 5 ، العدد 14، الصفحات 166-180.
[3] المشهداني، عذراء كامل هرموش المشهداني، (2015)، "استعمال أسلوب Bayes وتحويلات Mellin لتقدير دالتي المعولية والاتاحية في حالة وجود بيانات ضبابية مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد .

ISSN (1681- 6870)

[4] النعيمي، ليث فاضل سيد حسين، (2015)، "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية الضبابية"، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
[5] أوجي، زينة ياوز عبدالقادر، (2009)، مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الأسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية، أطروحة دكتوراه فلسفة في الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
[6] بشار، خالد علي، (2018)، "بعض طرائق تقدير معلمات داله المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء ،كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
[7] غزوان، رفيق عويد، (2012)، "مقارنة مقدرات بيز لمعلمة ودالتي المعولية ومعدل الفشل لتوزيع رالي باستعمال دوال خسارة متزنة وغير متزنة، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.
[8] Al-Nasser, Abdul Majeed Hamza, (2009), An introduction to statistical Reliability, Ithraa Publishing and Distribution, Amman, 1st. Ed.
[9] Bo Yuan and George, J. Klir, (1995), Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Application", Prentice Hall PTR. New Jersey.
[10] Ching - Hsue Cheng, (1995), "Fuzzy Reliability Bead on GERT", Department of Mathematics, Chinese Military Academy, Fengshan, Kaohsiung, 830 Taiwan, Republic of China.
[11] Harish Garg, S.P., Sharma and Monica Rani, (2013), "Weibull Fuzzy Probability Distribution for Analyzing the Behavior of Pulping Unit in a Paper Industry" . Int. J. Industrial and Systems Engineering, Vol. 14, No. 4, pp. 395-413 .
[12] Islam, S., (2011), "Loss function, Utility function and Bayesian Sample Size Determination", Ph.D. Thesis, University of London .
[13] Lin Mon and Ching Hsut Cheng, (1994), "Fuzzy System Reliability Analysis for Components with Different Membership Function", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 64, Issue 2, 145-157 .
[14] Schnatter, Sylvia fruhwirth, (1990), "On Fuzzy Bayesian inference", Institut fur stasistik,Wirtschaftsuniversitat Wien.
[15] Shuming wang @junzo warada, (2008), "Reliability Optimization Of Fuzzy Ranbom Lifetimes", International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol. 5, No.6.
[16] Zadeh, L.A., (1965), "Fuzzy Sets", Information and Control, 338-353.
[17] Zimmermann H.J. (1988), "Fuzzy Sets and Applications", Kluwer Nijh off Publ. Boston, Third Printing .