مجلة تكريت للعلوم الصرفة، 22 (8) 2017
ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

نمذجة وتحليل المتسلسلة الزمنية لأسعار النفط اليومية العالمية باستخدام نماذج ARIMA(p,d,q)

ميادة خليل غفار
قسم الفيزياء ، كلية العلوم ، جامعة تكريت ، تكريت ، العراق

المخلص

يهدف البحث الى استخدام نموذج ARIMA في نمذجة وتحليل المتسلسلة الزمنية لاسعار النفط اليومية العالمية لإيجاد افضل نموذج للتنبؤ وقد اظهرت نتائج التطبيق ان النموذج الملائم والكفؤ لتمثيل بيانات المتسلسلة الزمنية هو نموذج الانحدار الذاتي ذو الاوساط المتحركة المتكامل ARIMA(2,1,1) ووفقا لنتائج التقدير هذا النموذج تم التنبؤ باسعار النفط اليومية العالمية للفترة (2010– 2013) حيث اظهرت هذه النتائج تناسقاً مع مثيلاتها في المتسلسلة الزمنية الأصلية

1. المقدمة

تعد المتسلسلات الزمنية من الاساليب الناجحة التي تستخدم في وصف وتحليل الظواهر والتنبؤ بمستقبل هذه الظواهر بالاعتماد على البيانات التي تمثل تاريخ تلك الظواهر وهناك العديد من نماذج المتسلسلات الزمنية واشهرها نماذج الانحدار الذاتي ذو الاوساط المتحركة المتكامل ARIMA [1] ويُعد (Wold) مكتشف نماذج الانحدار ذو الاوساط المتحركة ARMA وقام الباحثين (Box & Jenkins) بدراسة بصورة موسعة وتفصيليه لهذا النماذج و وضع نماذج الانحدار الذاتي ذي الاوساط المتحركة المتكاملة الذي يعرف بـ ARIMA وتطبيقه على المتسلسلات الزمنية المستقرة وغير المستقرة [2] ويجب ان تتوفر عدة شروط في هذا النماذج لكي يكون معبرة عن الظاهرة التي تمثلها ومن اهم هذه الشروط هي الشروط الخاصة بالخطأ العشوائي والذي تمثل بعملية تصادفية يطلق عليها بالتشويش الابيض White noise process والشروط هي ان تكون القيمة المتوقعة مساوية للصفر وثبات التباين وعدم الارتباط بين المتغيرات العشوائية وبعبارة اخرى فان العملية التصادفية $\{\epsilon_t\}$ تسمى بعملية التشويش الابيض اذا حققت:

$$\text{(iii) } E(\epsilon_t \epsilon_s) = 0 \quad \forall t \neq s$$

$$\text{(i) } E(\epsilon_t) = 0 \ \ \forall t \quad \text{(ii) } \operatorname{Var}(\epsilon_t) = \delta_z^2 \forall t$$

[1] .وتعد هذه النماذج اكثر نماذج المتسلسلات الزمنية عمومية إذ انه بالامكان اشتقاق جميع النماذج منها سواء الانحدار الذاتي او الاوساط المتحركة او المختلطة . وتتكون هذه النماذج من ثلاثة اجزاء يمثل الجزء الاول منها نموذج انحدار الذاتي AR(p) ويستخدم عادة في عملية التنبؤ للمتسلسلة الزمنية اما الجزء الاخير فيمثل نموذج الاوساط المتحركة MA(q) ويمثل الجزء الثاني الفروق التي تتطلبها المتسلسلة الزمنية من إجل ان تكون مستقرة (Stationary) ولذلك فأنه يعبر عن النموذج Autoregressive Integrated Moving Average Model بـ ARIMA(p ,d,) q اذ ان p : هي رتبة نموذج الانحدار الذاتي AR(p) و q: هي رتبة نموذج الاوساط المتحركة MA(q) و d: هي عدد الفروق التي جعلت المتسلسلة الزمنية مستقرة .

ويمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية

$$\emptyset(B) = (1-B)^d W_t = \theta(B)\epsilon_t$$
$$\emptyset\,(B) = (1-\emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 - \cdots - \emptyset_p B^p)$$
$$(1-B)^d = (1-\ B-\ B^2 - \cdots -\ B^d) = \Delta^d$$
$$\theta_q(B) = 1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^{\,q}$$

وان B هي مؤثر الازاحة الخلفية أي ان $B^j \psi_i = \psi_{t-i}$.

واذا فرضنا ان $\Delta^d W_t = Y_t$ فأنه يمكن كتابة النموذج ARIMA(p ,d, q) بالشكل الاتي :

$$Y_t = \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p Y_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad \ldots.(1)$$

اذ ان $\{\epsilon_t\}$ هي متسلسلة ازعاجات بيضاء White noise بوسط حسابي صفر وتباين ثابت δ_t^2 [2]

وان $\{\epsilon_t\}$ مستقلة ولها توزيع متماثل (Independent Identically distributed) ومن الناحية التطبيقية فان اغلب المتسلسلات الزمنية غير مستقرة يمكن تحويلها الى متسلسلات زمنية مستقرة بعد اخذ الفرق الاول او الثاني او الثالث لها . وبعد ذلك تتحول المتسلسلة الزمنية الاصلية Y_t الى المتسلسلة $\{W_t\}$ لنحصل على نموذج انحدار ذاتي ذي الاوساط المتحركة ARMA(p,q) وبما أن معظم المتسلسلات الزمنية التي تصادفنا في الواقع تتصف بخاصية عدم الاستقرارية وتتصف بخاصية جيده تعرف بخاصية التجانس ويمكن ان تُنمذَج هذه المتسلسلات على شكل ARIMA(p,d,q) , ولتخصيص شكل هذا النوع من النماذج نختبر كلا من دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الجزئي للمتسلسلة الزمنية, فبتعريف المتسلسلة الزمنية لـ Y_t يكون الهدف هو تحديد درجة التجانسd للحصول على المتسلسلة المستقرة وبما أن الارتباط الذاتي P_k للمتسلسلة الزمنية المستقرة يجب ان تقترب الى الصفر كلما زاد الفرق الزمني k , ولمعرفة ذلك نعتبر النموذج ARMA(p,q), حيث ان دالة الارتباط الذاتي للجزء *MA(q)* تصبح صفرا عندما $k > q$ واذا كانت Y_t تتبع النموذج *MA(q)* فإن $P_k = 0$ عندما $k > q$, ونعرف كذلك بان دالة الارتباط الذاتي للجزء *AR(p)* النموذج ARMA(p,q) لها متوسط متحرك مميز للفترات *p-q* الاولى لكن بعد ذلك تكون منحدر ذاتيا في التصرف وتأخذ خصائص *AR(p)* [3].

2. النماذج المختلطة المتكاملة

Auto Regressive Integrated Moving Average Models (ARIMA)

اذا كانت المتسلسلة الزمنية الاصلية غير مستقرة (Nonstationary) فيقال عنها انها متكاملة (Integrated) , واذا كان من المتعين الحصول على فروق المتسلسلة عدد (d) مرة حتى تصبح مستقرة , يقال عندئذ أن المتسلسلة الأصلية متكاملة من الدرجة d ((I(d)) .

يمكن القول ان Y_t متجانسة وغير مستقرة (متكاملة) من الرتبة d اذا تحققت $W_t = \Delta^d Y_t$ متسلسلة مستقرة جديدة . ومنه يمكن ان نُمَذج ان Y_t هي نموذج ARIMA(p,d,q) ونسمي ذلك بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك المُكامل. ويمكن كتابته بالصيغة الاتية

$$\emptyset(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta(B)\epsilon_t \Leftrightarrow ARIMA(p,d,q) \quad ....(2)$$

او $$\emptyset(B)\Delta^d Y_t = \delta + \theta(B)\epsilon_t$$

ونلاحظ ان الوسط المستقر $W = (1-B)^d Y$ هو $\mu_W = \delta \big/ (1-\sum_{i=1}^{p} \emptyset_i)$ وبالتالي اذا كان $\delta = 0$ فان المتسلسلة المكاملة W_t سوف يكون لها اتجاه عام محدد البناء .

فاذا كانت $ARIMA(p,0,q) = ARMA(p,q)$ فان المتسلسلة الاصلية تكون مستقرة , وكذلك $ARIMA(p,0,0) = AR(p)$ و $ARIMA(0,0,q) = MA(q)$ وهذا يعني انهُ يتعين الحصول على الفروق الأولى للمتسلسلة الاصلية ثم نجري عليها بعد ذلك التقدير $ARMA$ وذلك لان النموذج لايُجرى الا على متسلسلة مستقرة [4].

3. خصائص النموذج ARMA roperties ARMA Model

خصائص النموذج (1,1) ARMA تكون تعميم لنموذج AR(1) مع بعض التعديلات الطفيفة مع النموذج MA(1)

بأخذ التوقع للمعادلة الاتية

$$Y_t - \emptyset_1 Y_{t-1} = \emptyset_0 + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} \quad ...(3)$$

و بأخذ التوقع

$$E(Y_t) - \emptyset_1 E(Y_{t-1}) = \emptyset_0 + E(\epsilon_t) - \theta_1 E(\epsilon_{t-1}) \quad ...(4$$

فان هذا يؤدي الى ان $E(\epsilon_t) = 0$ وبما ان

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\emptyset_0}{1-\emptyset_1} \quad ...(5)$$

شرط الاستقرارية ضعيف وهذه النتيجة تكون مشابه لنموذج AR(1)

ونعبر عن دالة الارتباط الذاتي وذلك بضرب المعادلة رقم (3) بـ ϵ_t وبأخذ لتوقع وعلى فرض ان $\emptyset_0 = 0$ نحصل على :

$$E(Y_t\,\epsilon_t) = \emptyset_0 + E(\epsilon_t{}^2) - \theta_1 E(\epsilon_{t-1}\,\epsilon_t) = E(\epsilon_t{}^2) = \delta_\epsilon^2 \quad ...(6)$$

ونعيد كتابة النموذج

$$Y_t = \emptyset_1 Y_{t-1} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} \quad ....(7)$$

ونأخذ التباين للمعادلة رقم (7)

$$Var(Y_t) = \phi_1^2\, Var(Y_{t-1}) + \delta_\epsilon^2 + \theta_1^2 \delta_\epsilon^2 - 2\emptyset_1\theta_1 E(Y_{t-1}\epsilon_{t-1}) \;...(8)$$

ومن المعادلة (6) نحصل على

$$Var(Y_t) - \phi_1^2\, Var(Y_{t-1}) = (1 - 2\emptyset_1\theta_1 + \theta_1^2)\delta_\epsilon^2 \;...(9)$$

فاذا كانت المتسلسلة Y_{t-1} استقراريتها ضعيفه فأن $Var(Y_t) = Var(Y_{t-1})$

فنحصل على

$$Var(Y_t) = \frac{(1-2\emptyset_1\theta_1+\theta_1^2)\delta_\epsilon^2}{1-\phi_1^2} \quad ....(10)$$

وبسبب ان التباين يجب ان يكون موجبا لهذا يجب ان يكون $\phi_1^2 < 1$ اي يعني $(|\emptyset_1| < 1)$ وهو بالضبط نفس شرط استقرارية النموذج AR

وللحصول على دالة الارتباط الذاتي Autcovariance function لـY_t نضرب المعادلة رقم (3) بـ $Y_{t-\iota}$ على فرض ان $\emptyset_0 = 0$ لنحصل على :

$$Y_t\, Y_{t-\iota} - \emptyset_1 Y_{t-1}\, Y_{t-\iota} = \epsilon_t\, Y_{t-\iota} - \theta_1\epsilon_{t-1}\; Y_{t-\iota} \;...(11)$$

وناخذ التوقع للمعادلة (11) عندما $\iota = 1$ نحصل على :

$$\gamma_1 - \emptyset_1\gamma_0 = -\theta_1\delta_\epsilon^2 \quad ...(12)$$

عندما $\gamma_\iota = cov(Y_t Y_{t-1})$ هذه النتيجة تختلف من النموذج AR(1) حيث يساوي في هذه الحالة

$$\gamma_1 - \emptyset_1\gamma_0 = 0$$

و عندما $\iota = 2$ نأخذ التوقع للمعادلة (11) نحصل على $\gamma_2 - \emptyset_1\gamma_1 = 0$

في هذه الحالة تكون مشابه للنموذج AR(1) وبهذا يكون $\gamma_\iota - \emptyset_1\gamma_{\iota-1} = 0$ لكل $\iota > 1$.

فتكون دالة الارتباط الذاتي لنموذج ARMA(1,1)

$$\rho_1 = \emptyset_1 - \frac{\theta_1\sigma_\epsilon^2}{\gamma_0} \quad ... \quad (13)$$

$$\rho_\iota = \phi_1\rho_{\iota-1}\,, \quad \forall\iota > 1 \quad ...(14)$$

وان دالة الارتباط الذاتي لنموذج ARMA(1,1) تتخامد اسيا في اتجاه واحد او متردد بين القيم السالب والموجب وهي تشبه تماما دالة الارتباط الذاتي لنموذج AR(1) ماعدا ان التخامد يبدأ من ρ_ι وان دالة الارتباط الجزئي لنموذج ARMA(1,1) تتخامد اسيا في اتجاه واحد او متردد بين القيم الموجبة والسالبة تماما دالة الارتباط الجزئي لنموذج MA(1) ماعدا التخامد يبدأ بعد القيمة الأولية [5,6] .

الشروط الضرورية لاستقرار نماذج ARMA و ARIMA

اذا كان لدينا الصيغة للنموذج ARMA(p,q)

$$Y_t = \emptyset_1 Y_{t-1} + \emptyset_2 Y_{t-2} + \cdots + \emptyset_p Y_{t-p} + \sigma + \epsilon_t - \theta_1\epsilon_{t-1} - \theta_2\epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q\epsilon_{t-q}$$

وباستخدام مؤثر الازاحة الخلفية B فان الصيغة تصبح

$$(1 - \emptyset_1 B - \emptyset_2 B^2 - \cdots - \emptyset_p B^p)Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^{\,q})\epsilon_t$$

$$\emptyset_p(B)y_t = \theta_q(B)\epsilon_t \Leftrightarrow \mathrm{ARMA(p,q)} \quad ...(15)$$

واذا كانت Y_t مستقرة فان $\emptyset^{-1}(B)$ يجب ان تتقارب , ويتطلب ذلك ان تكون جذور المعادلة المميزة تقع خارج دائرة الوحدة (outside unit circle) لتكون الحلول $B_1, B_2, \dots, B_p$ للمعادلة $\emptyset(B) = 0$ كلها اكبر من الواحد (بالقيمة المطلقة) واذا تحقق ذلك نكتب المعادلة

على الشكل: $\emptyset(B)y_t = \theta(B)\epsilon_t$ $y_t = \emptyset^{-1}(B).\theta(B)\epsilon_t$

.وتكون y_t قابلة للعكس اذا استطعنا كتابة المعادلة على الصيغة: $\emptyset^{-1}(B).\theta(B)\ y_t = \epsilon_t$ ومنه يمكن قلب النموذج ARMA(p,q) الى النموذج AR(p) فقط , واذا كانت Y_t قابلة للعكس (Invertable) , فان $\theta^{-1}(B)$ يجب ان تتقارب بشرط ان تقع جذور المعادلة المميزة $\theta(B) = 0$ خارج دائرة الوحدة [4] .

وبما ان بعض نماذج المتسلسلات الزمنية تكون غير مستقرة من ذات نفسها ولكن تصبح مستقرة بعد العديد من التحويلات والفروق ولذا يكون النموذج ARIMA المستقر بعد اخذ عدد مناسب من الفروق وليكن (d) للمتسلسلة الزمنية Y_t سنحصل على المتسلسلة الزمنية المستقرة وعندئذ نستطيع التعبير عن المتسلسلة الزمنية المستقرة بان لها نموذج مندمج وهو ARIMA(p,d,q) . حيث d تمثل عدد الفروق الزمنية للحصول على استقرارية المتسلسلة الزمنية الاصلية وبشكل عام قد تكون اقرب صيغة للتعبير عن نماذج ARIMA(p,d,q) باقل عدد من المعالم هي نماذج ARMA(p,q) مع اختلاف شكل وعدد هذه المعالم اي يمكن كتابة النموذج ARMA مستقرة مع اختلاف الرتبة .وان شرطي الاستقرارية والانعكاسية تحقق عندما تكون $-1 < \phi < 1$ و $-1 < \theta < 1$ [3].

5- مراحل بناء النموذج

حسب منهجية بوكس – جنكيز في التنبؤ يتم بناء النموذج الخطي وكما يلي

5-1 . التعرف على النموذج (التمييز) : [7] ***Identification***

تعتبر مرحلة التعرف من اهم مراحل النموذج حيث يتم من خلالها تحديد رتب النموذج *p,d,q* حيث تبدأ مرحلة التعرف بالتحقق من سكون المتسلسلة الزمنية من خلال التأكد من توفر شروط استقرارية , حيث يمكن التحقق من استقرارية بيانياً من خلال الرسم البياني لكل من المتسلسلة الاصلية Y_t ودالة الارتباط الذاتي للمتسلسلة *ACF* , ودالة الارتباط الجزئي للمتسلسلة *PACF* . وبعد الحصول على المتسلسلة الزمنية مستقرة يتم تحديد رتب النموذج . حيث يتم تحديد المراتب *(p,d,q)* للنماذج *ARIMA* حيث يمكن الحصول على عدة بدائل للنماذج الممكنة .

5-2 .معايير اختيار افضل نموذج :[8] Model Order Selection Criteria

هناك نماذج مختلفة الدقة يمكن أنَّ توفق في تحليل المتسلسلات الزمنية لتوضيح مجموعة من البيانات المعطاة , وأنَّ اختيار النموذج الأفضل مهمة ليست بالبسيطة لذا فقد وضعت عدة معايير لمقارنة النماذج واختيار أفضل مرتبه لها.

وفي ما يلي سوف نستعرض أكثر المعايير استخداماً في التطبيقات وهما معيار AIC ومعيار BIC و *MSE*.

A. معيار معلوماتية آكايكي [9] Akaike Information Criterion

قام الباحث Akaike عام (1973) بإيجاد المعيار (AIC) معيار معلوماتيه أكايكي Akaike Information Criterion ويعتبر من أهم المعايير المعتمدة لإختيار أفضل مرتبة لنماذج المتسلسلات الزمنية ويعرف هذا المعيار بالنسبة للمتسلسلات الزمنية الخطية بما يلي:

AIC(M) = -2ln(likelihood function) + 2M ... (16)

فإذا كان النموذج بمعلمات M وفق للبيانات , تكون صيغة معيار AIC بدلالة مقدار تباين الأخطاء كما يأتي :

$$AIC(M) = n\ln(\hat{\sigma}_z^2) + 2M \quad ...(17)$$

حيث إنَّ

M: تمثل مرتبة النموذج (عدد معلمات النموذج)

n : عدد المشاهدات

$\hat{\sigma}_z^2$: هي القيمة التخمينية لتباين البواقي (Residuals variance) والذي يحسب من الصيغة الاتية :

$$\hat{\sigma}_z^2 = \sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \hat{Y}_t\right)^2/(n - M) \quad ... (18)$$

إنَّ هذه المعيارية قد تعطي أكثر من قيمة صغرى (minimum value) اعتماداً على فرض أنَّ البيانات ذات توزيع طبيعي . أنَّ معيارية AIC تستخدم لاختيار النموذج الأفضل الذي يتميز بأنَّ قيمة المعيارية له أقل ما يمكن من بين عائلة من النماذج ومن مرتبات مختلفة .وفي التطبيقات نبحث عن النموذج الذي يمتلك أقل قيمة لمعيارية أكايكي على فرض أنْ قيم بواقي النموذج تتوزع توزيعاً طبيعياً بتباين $\hat{\sigma}_z^2$.

B. معيار معلوماتيه بيز : [1,10] Bayesian (BIC) Information Criterion

لقد طور الباحث Akaike عام (1979-1978) المعيار AIC , وأصبح ما يسمى بمعيار بيز (BIC) (Bayesian Information Criiterion والذي يعرف بما يأتي:

BIC(M) = nln(likelihood function)+ M ln(n) ... (19)

حيث *n* تمثل عدد المشاهدات و *M* تمثل عدد المعلمات النموذج

ونلاحظ أنَّ كلّ من AIC وBIC مؤلف من حدين:

الحد الاول يقيس مقدار مطابقة النموذج للبيانات, اما الحد الثاني فإنَّه يقيس عدد معلمات النموذج لذا افضل نموذج في مفهوم AIC اوBIC هو ذلك النموذج الذي يعطي أقل قيمة لمعيارية AIC اوBIC .

C . معيار معدل مربع الخطأ : [3] Mean Squares –Error.

وهو احد المعايير المعتمدة في تشخيص النموذج الملائم للمتسلسلات الزمنية والنموذج الافضل هو النموذج الذي يكون له اقل *MSE* والذي يعرف مربعات الخطأ *Mean Squares –Error* كما يلي:

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{N}(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{N} \quad .... (20)$$

حيث ان Y_t : القيمة الحقيقية للمتسلسلة

وان $\hat{Y}_t$: القيمة المتنبئة للمتسلسلة

N : عدد المشاهدات للمتسلسلة المدروسة

5-3.مرحلة التقدير معالم النموذج :

بعد الانتهاء من مرحلة التعرف على النموذج المتسلسلة الزمنية وذلك بتحديد الرتب (p,d,q) يتم الانتقال الى المرحلة التقدير لمعالم النموذج

3-5. تقدير معلمات نماذج ARMA باستخدام تقدير الامكان الاعظم المشروط: [11]

Condition Maximum Likelihood Estimation

تعتبر طريقة الإمكان الأعظم M.L.E من الطرق الشائعة في تقدير معلمات النماذج إذ يتم تحديد دالة الامكان الاعظم بالاعتماد على التوزيع الاحتمالي لخطأ النموذج . فإنَّ الخطأ العشوائي ϵ_t يتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل صفري وتباين 1 بحيث ان $\epsilon_t \sim \text{i. i. d } N(0, \sigma_\epsilon^2)$

ولأستقرارية العامة للنموذج $ARMA$

$$\dot{Y}_t = \emptyset_1 \dot{Y}_{t-1} + \cdots + \emptyset_p \dot{Y}_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad \ldots(21)$$

حيث $\dot{Y}_t = Y_t - \mu$ ،

تعطى كثافة الاحتمال المشترك لـ $\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \ldots, \epsilon_n)'$ بواسطة

$$P(\epsilon | \phi, \mu, \theta, \sigma_\epsilon^2) = (2\pi\sigma_\epsilon^2)^{-\frac{n}{2}} exp\left[-\frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \sum_{t=1}^{n} \epsilon_t^2\right] \quad \ldots(22)$$

وبأعاده كتابة المعادلة (21)

$$\epsilon_t = \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q} - \dot{Y}_t - \emptyset_1 \dot{Y}_{t-1} - \cdots - \emptyset_p \dot{Y}_{t-p} \quad \ldots(23)$$

ويمكن كتابة دالة الإمكان الأعظم للمعلمات$(\phi, \mu, \theta, \sigma_\epsilon^2)$ كما يلي

لـيكن $Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)'$ و نفـرض ان الشـروط الابتدائيـة $Y_* = (Y_{1-p}, \ldots, Y_{-1}, Y_0)'$ و $\epsilon_* = (\epsilon_{1-q}, \ldots, \epsilon_{-1}, \epsilon_0)'$ تكون معلومه.

تكون دالة الامكان اللوغاريتمية المشروطة (Condition Log-Likelihood function)

$$\ln l_* (\phi, \mu, \theta, \sigma_\epsilon^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi\sigma_\epsilon^2 - \frac{S_*(\phi, \mu, \theta)}{2\sigma_\epsilon^2} \quad \ldots.(24)$$

حيث

$$S_*(\phi, \mu, \theta) = \sum_{t=1}^{n} \epsilon_t^2 (\phi, \mu, \theta \,|\, Y_*, \epsilon_*, Y) \quad \ldots(25)$$

دالة مجموع المربعات المشروطة

و المقادير $\hat{\phi}, \hat{\mu}$ و $\hat{\theta}$ التي في الدالة الامكان معادلة رقم(24) تسمى مقدرات دالة الامكان الاعظم المشروط . وبعد تقدير المعلمات المقدرة $\hat{\phi}, \hat{\mu}$ و $\hat{\theta}$ نقدر قيم التباين

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{S_*(\phi, \mu, \theta)}{d.f} \quad \ldots.(26)$$

حيث ان $d.f$ هي درجة الحرية و التي تساوي

$$d.f = (n - p) - (p + q + 1) = n - (2p + q + 1)$$

4-5. فحص ملائمة النموذج [12]

Diagnostic Checking of Model

بعد تقدير النموذج لابد من اختبار مدى ملائمة النموذج لتمثيل المتسلسلة الزمنية فيتم فحص دالة الارتباط الذاتي لبواقي النموذج من خلال الرسم وذلك لمعرفة معاملات الارتباط تقع ضمن حدود الثقة ام لا ليؤكد ان النموذج الذي تم اختياره هو النموذج الملائم لمشاهدات المتسلسلة الزمنية.

5-5. مرحلة التنبؤ : Forecasting

استخدام النموذج ARIMAللتنبؤ [4] : بعد تحديد النموذج الملائم من خلال مراحل التشخيص والتقدير وفحص مدى ملائمة النموذج يتم استخدامه في التنبؤ بالقيم المستقبلية يمكننا استعمال النموذج $ARIMA$ المقدر لحساب التنبؤ $\hat{Y}_n^m$ حيث نحسب اولاً التنبؤ بفترة واحدة في المستقبل ثم نستعمل هذا الاخير لحساب التنبؤ بفترتين في المستقبل , ونواصل بنفس الطريقة حتى نصل الى التنبؤ بالفترة m في المستقبل .

ويكتب النموذج ARIMA(p,d,q) على الشكل الاتي :

$$\emptyset(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta(B)\epsilon_t \Leftrightarrow ARIMA(p,d,q)$$

$$\emptyset(B)\Delta^d Y_t = \delta + \theta(B)\epsilon_t \quad \ldots(27)$$

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \cdots + \phi_p W_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \epsilon_{t-q} + \delta$$

$$\Rightarrow (\mathbf{1} - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_P B^P) W_t = \delta + (\mathbf{1} - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)\epsilon_t$$

$$\emptyset(B) W_t = \delta + \theta(B)\epsilon_t \Leftrightarrow ARMA(p,q) \quad \ldots(28)$$

$$W_t = (1-B)^d Y_t$$

ولتنبؤ لفترة الاولى لـ W_t ويكون النموذج بالصيغة الاتية :

$$W_{n+1} = \phi_1 W_n + \phi_2 W_{n-1} + \cdots + \phi_p W_{n-p+1} + \epsilon_{n+1} - \theta_1 \epsilon_n - \theta_2 \epsilon_{n-1} - \cdots - \theta_q \epsilon_{n-q+1} + \delta \ldots(29)$$

ولحساب التنبؤ في الفترة الاولى نأخذ القيمة المتوقعة الشرطية لـ W_{n+1} نحصل على :

$$\widehat{W}_n^1 = E\left[{}^{W_{n+1}}/_{W_n, \ldots, W_1}\right] = \phi_1 W_n + \phi_2 W_{n-1} + \cdots + \phi_p W_{n-p+1} - \theta_1 \hat{\epsilon}_n - \theta_2 \hat{\epsilon}_{n-1} - \cdots - \hat{\theta}_q \epsilon_{n-q+1} + \delta \quad \ldots.(30)$$

حيث ان $(\hat{\epsilon}_n, \hat{\epsilon}_{n-1}, \ldots, \hat{\theta}_q \epsilon_{n-q+1})$ هي بواقي .

وتكون صيغة التنبؤ لنموذج عند التنبؤ لـW_{n+2}كما يلي :

$$\widehat{W}_n^2 = E\left[{}^{W_{n+2}}/_{W_n, \ldots, W_1}\right] = \phi_1 \widehat{W}_n^1 + \phi_2 W_n + \cdots + \phi_p W_{n-p+2} - \theta_1 \hat{\epsilon}_n - \cdots - \hat{\theta}_q \epsilon_{n-q+2} + \delta \quad \ldots.(31)$$

ونستمر هكذا حتى نصل الى

$$\widehat{W}_n^m = E\left[{}^{W_{n+m}}/_{W_n, W_{n-1} \ldots, W_1}\right] = \phi_1 \widehat{W}_n^{m-1} + \cdots + \phi_m W_{n-p+m} - \theta_1 \hat{\epsilon}_n - \cdots - \hat{\theta}_q \epsilon_{n-q+m} + \delta \quad \ldots.(32)$$

ومنه يمكن القول بأنه اذا كانت $m > p$ و $m > q$ فإن التنبؤ يصبح

$$\ldots.(33) \quad \hat{\psi}_n^m = \phi_1 \widehat{W}_n^{m-1} + \cdots + \phi_p \widehat{W}_n^{m-p}$$

ثم نعود الى المتسلسلة الاصلية Y_t بواسطة تطبيق القانون

$$W_t = (1-B)^d Y_t \quad \ldots(34) \quad \Rightarrow Y_t = (1-B)^{-d} W_t$$

ولنفرض مثلا ان $d=1$ فإن التنبؤ لـ m فترة بالنسبة للمتسلسلة الاصلية Y_t يكون :

$$\widehat{W}_n^m = Y_n + \widehat{W}_n^1 + \widehat{W}_n^2 + \cdots + \widehat{W}_n^m \quad \ldots.(35)$$

ولما $d=2$ ينتج

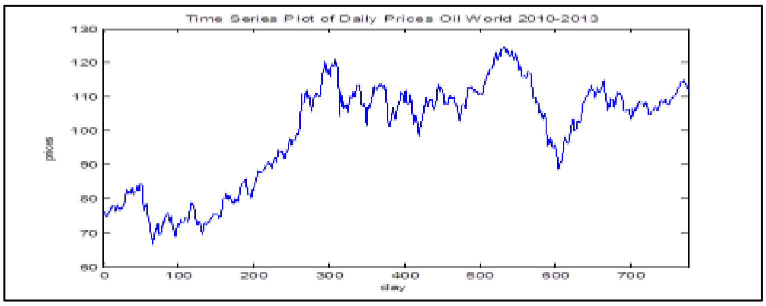
ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

$$\widehat{W}_n^m = Y_n + [\Delta Y_n + \widehat{W}_n^1] + [\Delta Y_n + \widehat{W}_n^1 + \widehat{W}_n^2 + \cdots] + [\Delta Y_n + \widehat{W}_n^1 + \widehat{W}_n^2 + \cdots + \widehat{W}_n^m]$$
$$= Y_n + m\Delta Y_n + m\widehat{W}_n^1 + (m-1)\widehat{W}_n^2 + \cdots + \widehat{W}_n^m \quad ....(36)$$

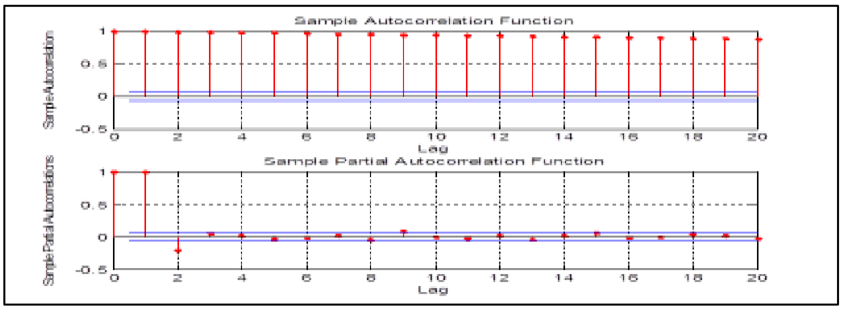
6. التطبيق :

6-1: وصف البيانات

البحث اعتمد على بيانات اسعار النفط العالمية وا والتي تم الحصول عليها من الموقع الالكتروني
http://www.opec.org/basket/basketDayArchives.xml
وذلك عن الفترة الزمنية من عام 2010 حتى عام 2013 بواقع 766 مشاهدة . و سيتم تحليل بيانات البحث باستخدام برنامج matlab R2013a . في بداية مرحلة التعرف يجب التأكد من استقرار المتسلسلة الاصلية من خلال الرسم البياني للمتسلسلة الاصلية و رسم دالة الارتباط الذاتي(Autocorrelation Function) ودالة الارتباط الجزئي(Partial Autocorrelation Function) للبيانات الاصلية وكما يلي:

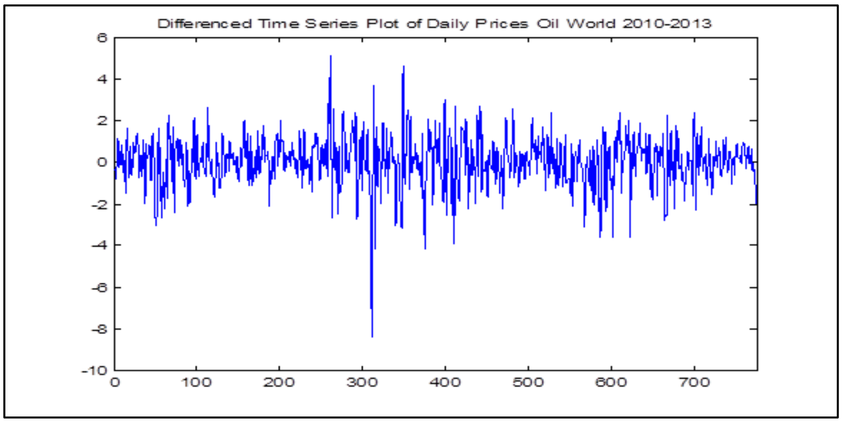


شكل (1): رسم المتسلسلة الزمنية لأسعار النفط اليومية العالمية للسنوات 2010–2013



شكل (2): رسم كل من دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لمتسلسلة الزمنية لأسعار النفط اليومية العالمية للسنوات 2010–2013

من الشكل (1) نلاحظ ان المتسلسلة غير منتظمة حيث هناك تشتت واضح حول التباين , ولها اتجاه عام مما يشير الى ان المتسلسلة لا تتصف بمستوي ثابت اي انها غير مستقرة في الوسط , حيث ظهر رسم دالتي الارتباط الذاتي والجزئي كما في شكل رقم (2) ان معاملات الارتباط الذاتي حتى الفترة 20 مختلفة معنوياً عن الصفر مما يؤدي الى ضرورة استخدام التحويلات لجعلها مستقرة بالتباين , واخذ الفرق الاول لجعلها مستقرة بالوسط $[\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}]$, والهدف من جعل المتسلسلة مستقرة هو احد الشروط المهمة لنمذجة المتسلسلة الزمنية بطريقة (Box and Jenkins) .



الشكل (3) المتسلسلة الزمنية لأسعار النفط اليومية العالمية بعد اخذ الفرق الاول

6-2. معايير اختيار افضل نموذج

لغرض الحصول على أفضل نموذج من بين النماذج ستة عشر نموذج فقد تم احتساب قيم كل من معيار معلومات اكايكي AIC لستة عشر نموذج .

جدول (1) : قيم معياري AIC للنماذج الستة عشر

النموذج	AIC
ARMA (1,1)	2465.7
ARMA (1,2)	2470
ARMA (1,3)	2473.3
ARMA (1,4)	2477.4
ARMA (2,1)	2469.5
ARMA (2,2)	2472.2
ARMA (2,3)	2473.2
ARMA (2,4)	2476.9
ARMA (3,1)	2473.6
ARMA (3,2)	2473.3
ARMA (3,3)	2475.4
ARMA (3,4)	2479.7
ARMA (4,1)	2477.4
ARMA (4,2)	2482
ARMA (4,3)	2477.8
ARMA (4,4)	2483.3

من خلال بيانات الجدول اعلاه نستنتج أنَّ أقل قيمة المعايير هي النماذج الثلاثة : ARMA(1,1) و ARMA(1,2) و ARMA(2,1) وهي النماذج الافضل بين ستة عشر نموذج

3-6 . تقدير معلمات النموذج ARIMA

تعد طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method) الطريقة الاساسية في التقدير وبعد معاينة مجموعة كبيرة من النماذج بالاعتماد على معيار AKIAKE توصلنا الى افضل ثلاث نماذج ملائمة و باستخدام البرنامج matlab R2013a تم الحصول على تقديرات لمعلمات ثلاثة نماذج ملائمة ARIMA(p,d,q) ولمرتبات مختلفة لـ p و q و d=1

و تم تقدير معالم النموذج وكما يلي:

1- النموذج ARIMA(1,1,1)

Conditional Probability Distribution: Gaussian

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic
Constant	0.0480829	0.0542898	0.885671
AR{1}	0.0189625	0.127386	0.148858
MA{1}	0.19907	0.132933	1.49752
Variance	1.4377	0.0463317	31.0305

وعلى هذا الاساس تكتب الصيغة الرياضية للنموذج ARIMA(1,1,1) كما يأتي :

$$Y_t = 0.0480829 + 0.0189625Y_{t-1} + \epsilon_t - 0.19907\epsilon_{t-1}$$

2- النموذج ARIMA(2,1,1)

Conditional Probability Distribution: Gaussian

Parameter	Value	Standard Error	t Statistic
Constant	0.0347595	0.0455256	0.763515
AR{1}	0.381336	0.595023	0.640876
AR{2}	-0.0922561	0.121248	-0.760886
MA{1}	-0.162354	0.592711	-0.273918
Variance	1.43621	0.046428	30.9341

تكتب الصيغة الرياضية للنموذج ARIMA(2,1,1) كما يأتي :

$$Y_t = 0.0347595 + 0.381336\, Y_{t-1} - 0.0922561\, Y_{t-2} + \epsilon_t - 0.162354\, \epsilon_{t-1}$$

3- النموذج ARIMA(1,1,2)

Conditional Probability Distribution: Gaussian

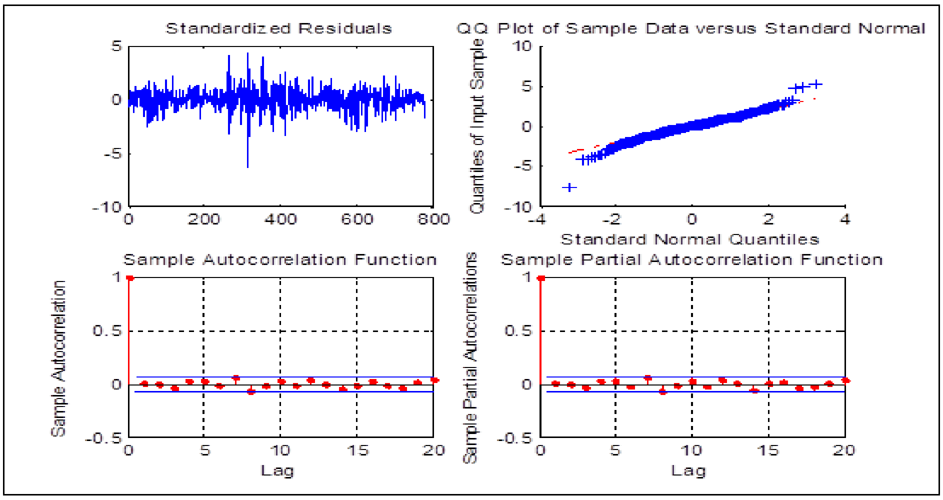
Parameter	Value	Standard Error	t Statistic
Constant	0.0715563	0.0912552	0.784134
AR{1}	-0.437824	1.01512	-0.431304
MA{1}	0.659685	1.018	0.648022
MA{2}	0.114829	0.215623	0.532546
Variance	1.43713	0.0463916	30.9782

تكتب الصيغة الرياضية للنموذج ARIMA(1,1,2) كما يأتي :

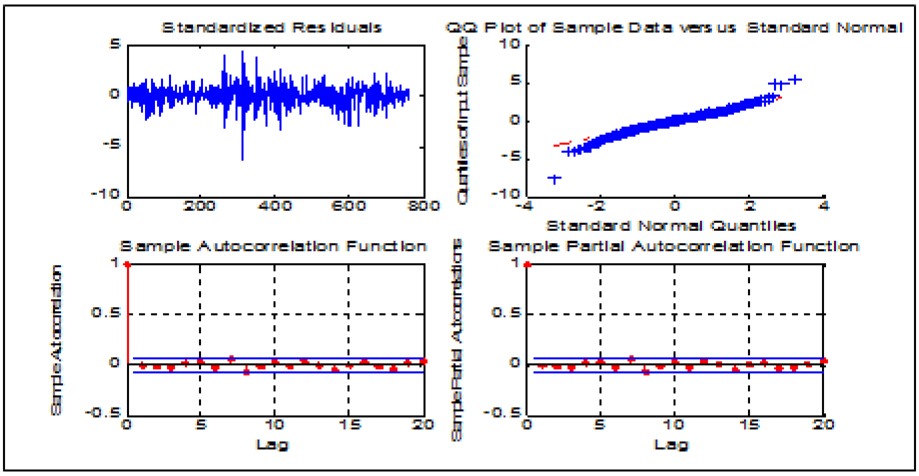
$$Y_t = 0.0715563 - 0.437824\, Y_{t-1} + \epsilon_t + 0.659685\epsilon_{t-1} + 0.114829\epsilon_{t-2}$$

4-6 .فحص مدى ملائمة النموذج:

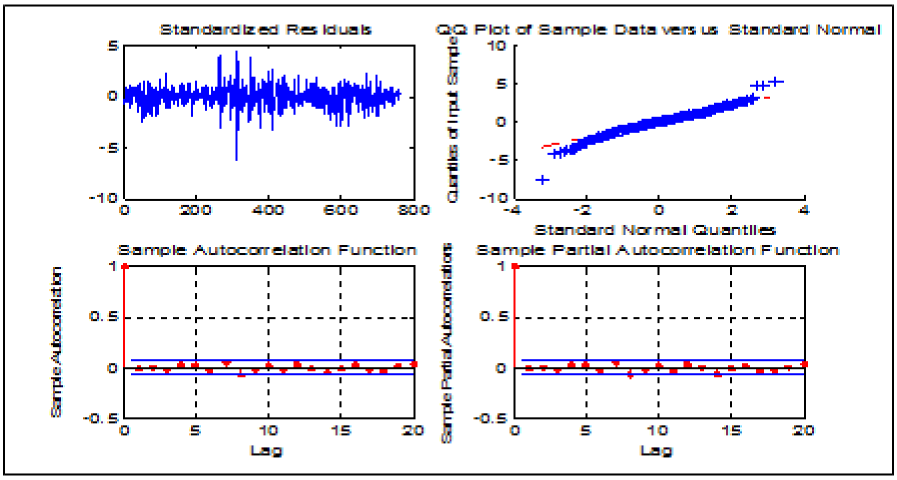
لفحص مدى ملائمة النماذج ARIMA(1,1,1) و ARIMA(2,1,1) و ARIMA(1,1,2) للمتسلسلة الزمنية لأسعار النفط اليومية العالمية للسنوات 2010 -2013 تم فحص دالة الارتباط الذاتي لبواقي النماذج الثلاثة من خلال رسم دالة الارتباط الذاتي للبواقي والرسم الطبيعية لها وذلك لمعرفة فيما اذا كانت معاملات الارتباط تقع ضمن حدود الثقة ام لا ليؤكد ان النموذج الذي تم اختياره هو النموذج الملائم للمتسلسلة الزمنية [12].



الشكل (5): رسم دالتي الارتباط الذاتي والجزئي لمتسلسلة البواقي لنموذج ARIMA(1,1,1)



الشكل (6): رسم دالتي الارتباط الذاتي والجزئي لمتسلسلة البواقي لنموذج ARIMA(1,1,2)



الشكل (7): رسم دالتي الارتباط الذاتي والجزئي لمتسلسلة البواقي لنموذج(ARIMA(2,1,1

من الشكل رقم (5) والشكل رقم (6) والشكل رقم (7) نلاحظ ان البواقي تتوزع توزيع طبيعي وأنَّ معاملات الارتباط في دالتي الارتباط الذاتي والجزئي تكون داخل فترة الثقة المحددة بـ $\mp\frac{1.96}{\sqrt{n}}$ حيث n تمثل عدد البيانات مما يشير إلى أنَّ البواقي للنماذج ARIMA(1,1,1) و ARIMA(2,1,1) و ARIMA(1,1,2) غير مترابطة مع بعضها, مما يشير الى ملائمة النماذج المدروسة.

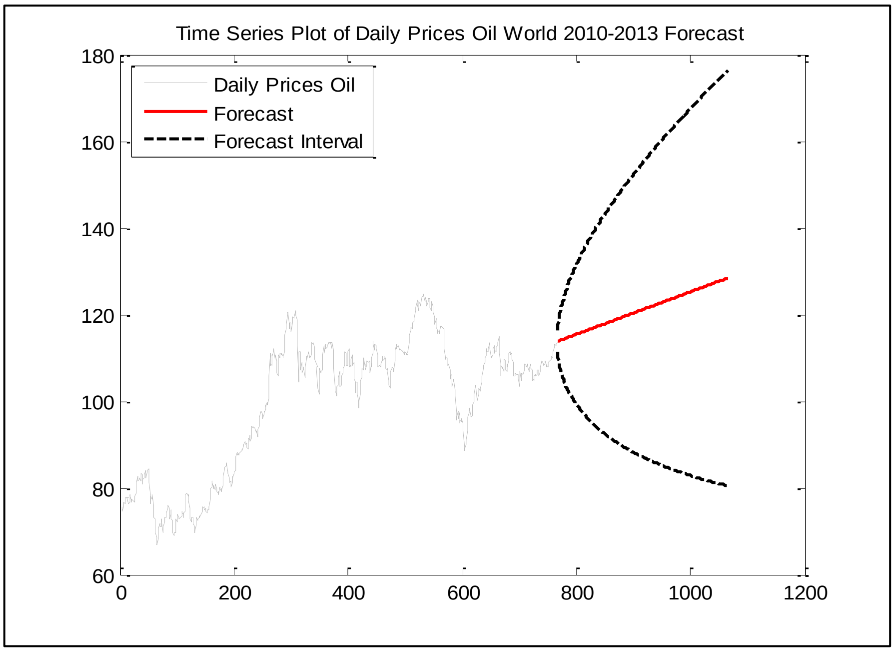
5-6. التنبؤ :

ولغرض التنبؤ بقيم العينة البعدية التي تم تحديدها بأسعار النفط اليومية العالمية للفترة 2010-2013 . فقد تم اجراء التنبؤ لمتسلسلة بعشر خطوات تنبؤ وتم الحصول على القيم التنبؤية الواردة في جدول (2) والخاصة بأفضل ثلاثة نماذج تم الحصول عليها لبيان ايهما ادق من حيث التنبؤ.

الجدول (2) تنبؤات لأسعار النفط اليومية العالمية لأفضل ثلاثة نماذج تم الحصول عليها

خطوات التنبؤ	الايام	القيم الحقيقية	ARMA(1,1,1)	ARMA(2,1,1)	ARMA(1,1,2)
1	2013-02-08	114.44	113.8129	113.8147	113.8272
2	2013-02-11	114.36	113.8637	113.8520	113.8791
3	2013-02-12	114.30	113.9127	113.8877	113.9280
4	2013-02-13	114.94	113.9617	113.9326	113.9781
5	2013-02-14	114.67	114.0108	113.9812	114.0277
6	2013-02-15	114.23	114.0598	114.0303	114.0776
7	2013-02-18	114.18	114.1088	114.0794	114.1273
8	2013-02-19	113.62	114.1578	114.1283	114.1771
9	2013-02-20	113.28	114.2068	114.1772	114.2269
10	2013-02-21	111.27	114.2558	114.2261	114.2766
MSE		0	1.2278	1.18939	1.23551

ويتضح من الجدول أنَّ نموذج ARMA(2,1,1) أعطى قيماً تنبؤيه اقرب إلى القيم الحقيقية نسبة إلى بقية النماذج وهذا ما يشير إليه قيم معيار التنبؤ وهو متوسط مربع الاخطاء M.S.E . باستخدام النموذج ARIMA(2,1,1) للتنبؤ بأسعار النفط اليومية العالمية لعشر ايام كما مبين في الشكل (8) والجدول (2) التي تمثل المتسلسلة الزمنية للقيم المتنبأ بها ومنها يتبين ان المتسلسلة الزمنية للفترة المتنبأ بها تتبع نفس سلوك المتسلسلة الأصلية.



الشكل (8): الشكل البياني للمتسلسلة المشاهدات مع التنبؤات

الاستنتاجات

1. تم اخذ الفرق الاول للمتسلسلة حيث لاحظنا من رسم دالتي الارتباط الذاتي والجزئي ان معاملات الارتباط تقع داخل فترة الثقة.
2. تم تقدير معلمات النماذج ARIMA(1,1,1) و ARIMA(1,1,2) وARMA(2,1,1) والمختارين كأفضل ثلاث نماذج من بين ستة عشر نموذج بعد احتساب قيم معيارية AIC لكل منها.
3. تم فحص مدى ملائمة النماذج ARIMA(1,1,1) و ARIMA(1,1,2) وARMA(2,1,1) ووجدنا ان بواقي النماذج اعلاه غير مترابطة.
4. اشار معيار التنبؤ وهو معدل مربع الخطأ M.S.E أنَّ نموذج ARMA(2,1,1) أعطى قيماً تنبؤية اقرب إلى القيم الحقيقية نسبة إلى بقية النماذج.
5. وفقا لنموذج ARIMA(2,1,1) تم التنبؤ بأسعار النفط اليومية العالمية لفترة عشرة ايام واظهرت القيم المتنبأ بها انها متقاربة للقيم المتسلسلة الاصلية وهذا ما يظهر في الشكل (8).

التوصيات

من خلال النتائج التي تم التوصل اليها نوصي بما يلي :

الاخذ بنتائج هذا البحث والصيغة المعتمدة للتنبؤ من قبل الجهات ذات العلاقة لاعتماد الاسلوب العلمي الملائم للتنبؤ.

المصادر

1. الحيالي, ازهر محمد عباس البزوني, ميادة خليل غفار,(2016), **دراسة استقرارية التباينات المشروطة لنماذج GARCH مع تطبيق**, مجلة تكريت للعلوم الصرفة, المجلد 21 , العدد 4, جامعة تكريت

2. الحمداني, اسراء عامر فليح ال مبارك, (2005) , **حول التنبؤ في النماذج المختلطة ARMA(p,q)** , رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الى كلية التربية, المستنصرية.

3. الجبوري , نهاد خلف سالم, (2005), **منطقة الاستقرارية في نماذج المتسلسلات الزمنية, رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة الى كلية التربية, جامعة تكريت.**

4. هتهات, سعيد, (2006) , **دراسة اقتصادية وقياسية لظاهرة التضخم في الجزائر**, رسالة ماجستير , كلية الحقوق والعلوم الاقتصادية, جامعة قاصدي مرباح- ورقلة.

5. بري, عدنان ماجد عبد الرحمن ,(2002), **طرق التنبؤ الاحصائي, قسم الاحصاء و بحوث العمليات**, كلية العلوم , جامعة الملك سعود.

6. Tsay , R., (2010), **Analysis of Financial Time Series** , 3th, John Wiley &Sons, Inc. , Publication

7. التباني, شادي اسماعيل يوسف, (2015) , **استخدام منهجية بوكس – جنكيز بإنتاج القمح دراسة حالة الصين** , مجلة جامعة الازهر –غزه , العدد 147-160 :17

8. عبدالله, سهيل نجم, (2008) , **تحليل نماذج (GARCH&ARCH) للرتب الدنيا باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي** ,اطروحة دكتوراه, كلية الادارة والاقتصاد , جامعة بغداد

9. Ozaki , T. and Oda , H. , (1977) , **Nonlinear Time Series Models Identification by Akaike's Information Criterion, In Information and Systems**, ed. Dubuisson. Pergamum Press, Oxford. pp(83-91) .

10.Makridakis & Wheelwright, (1983), **Forecasting: Methods and Applications**, John Wiley & Sons, Inc, Second Edition U.S.A.

11.Wei, William W.S. ,(2006), **Time Series Analysis Univariate and Multivariate Method** ,2th ,Pearson Education ,Inc.

12. الصفاوي , صفاء يونس وأمين ,هبه لقمان , (2013), **استخدام نماذج ARCH(P) و GARCH(p,q) لتمثيل البيانات اليومية لمرضى الاطفال** ,مجلة التنمية الرافدين, المجلد 35, العدد (114), جامعة الموصل

Study and Analyze the Time Series of Daily Prices Oil World by Using ARIMA(p,d,q) Models

Mayadah Khalil Ghaffar
Dept of physics , College of Science , Tikrit University , Tikrit , Iraq

Abstract
The research aims to use the ARIMA models to study and analyze the time series of Daily Prices Oil World 2010-2013 to find the best model for prediction. The results of the application showed that the appropriate and efficient model for the representation of time series data is the ARIMA (2.1.1). According to the estimation results of this model, the prediction results time series of Daily Prices Oil World for the period 2010-2013 were consistent with those of the original time series