

تقدير دالتي المعولية والمخاطرة للتوزيع الاحتمالي الموسع (MOEIkum) مع التطبيق

الباحثة: هاجر عبد الحسن موحان أ. م. د بهاء عبد الرزاق قاسم

جامعة البصرة / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

bahaa123@gmail.com

Hajerali@gmail.com

المستخلص :

تواجه المكائن والمعدات الصناعية الكثير من الأعطال والمشاكل المعقد ولا بُدَّ من التوصل إلى حلول لتلك المشاكل لتقليل من حدوثها، لذلك هدف هذا البحث إلى تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع (MOEIkum) الموسع باستعمال طريقتي (الإمكان الأعظم، المسافة الدنيا)، إذ تم استعمال أسلوب المحاكاة للمفاضلة بين طريقتي التقدير وفق المعيارين (IMSE،MSE) ، وقد تبين أن أفضل طريقة تقدير هي طريقة الإمكان الأعظم، وطبق التوزيع على بيانات حقيقة لأجهزة الرش المحوري للمحاصيل الزراعية في محافظة كربلاء في قضاء عين التمر، وبين الجانب التطبيقي أن دالة المعولية متناقصة مع الزمن ودالة المخاطرة متزايدة مع الزمن.

الكلمات المفتاحية:- توزيع (MOEIkum) ، المخاطرة، التقدير

Estimation of the hazard function of a composite probability model

Hajer Abd AL-hussn Dr.Bahaa Abdul Razzaq Qassem
College of Administration & Economics
Department of Statistics

Abstract

The industrial machines and equipment, are faced a lot of malfunctions and complex problems and it is necessary to reach solutions to those problems to reduce their occurrence, so this research aimed to estimate the functions of reliability and risk of the distribution of (MOEIkum) expanded using the two methods (the greatest possibility, the minimum distance) as the simulation method was used to differentiate between the two methods of estimation according to the two criteria (MSE and IMSE), and that the best method of estimation is the method of the greatest possibility, and applied the distribution to real data There is noaxial spraying equipment for agricultural crops in the province of Karbala in the district of Ain al-Tamar, and the applied aspect showed that the function of reliability decreases with time and the function of risk increases with the time.

Keywords :- (MOEIkum) Distribution , hazard, Estimation

١- المقدمة

أصبحت التوزيعات الاحتمالية التقليدية غير كافية للتعامل مع البيانات الحقيقية المختلفة لذلك بدأ اهتمام كبير حول إضافة معلمات جديدة للتوزيعات لجعلها أكثر مرونة وأكثر ملاءمة للبيانات المراد دراستها، ولقد طور العديد من الباحثين تقنيات إضافة المعلمات للتوزيعات الاحتمالية، ومن بينهم مارشال أولكين الذي قدم عائلة للتوزيعات المستمرة من خلال إضافة معلمات جديدة لتلك التوزيعات.

وتعد دراسة دالتي المعولية والمخاطرة ذات أهمية كبيرة بالنسبة للقطاع الصناعي إذ تعمل دالة المخاطرة على تقليل التكاليف باكتشاف (الأعطال) والعمل على صيانتها أو استبدالها وبالتالي زيادة الأرباح. وتساعدنا الدالة المعولية (البقاء) على معرفة احتمالية حدوث العطل في المفردة (النظام) وبالتالي يسهل معالجة تلك الأعطال وتفاديها. ولكثرة حدوث الأعطال المفاجئة في المكائن والمعدات فقد ركزت الرسالة على تقدير دالتي المخاطرة والمعولية لتوزيع (MOEIkum) باستعمال طريقتين من طرائق التقدير (طريقة الإمكان الأعظم، طريقة المسافة الدنيا).

١-١ مشكلة البحث

يتعرض القطاع الصناعي إلى العديد من المخاطر (الأعطال) وذلك بسبب زيادة التعقيد التكنولوجي للمكائن والمعدات وعليه دعت الحاجة إلى اللجوء للتوزيعات الاحتمالية المركبة والموسعة والمختلطة بدلاً من الاقتصار على التوزيعات التقليدية لما تتمتع به هذه التوزيعات من المرونة من حيث ملاءمتها لأغلب البيانات، ومن هنا جاءت أهمية الرسالة حيث تمت دراسة التوزيع الاحتمالي (MOEIkum) من خلال تقدير دالة المعولية ودالة المخاطرة.

٢-١ هدف البحث

الهدف من البحث هو تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع (MOEIkum) باستعمال طريقتي (الإمكان الأعظم، المسافة الدنيا) فضلاً عن المقاضلة بينهما باستعمال أسلوب المحاكاة وفق معيار IMSE، وتطبيق التوزيع على بيانات حقيقية

تم أخذها من أجهزة الرش المحوري للمحاصيل الزراعية في محافظة كربلاء المقدسة في قضاء عين التمر.

٢- الجانب النظري

١-٢ دالة المخاطرة Hazard Function

تعرف دالة المخاطرة بأنها معدل فشل المفردة (النظام) ضمن الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ ، علماً أن المفردة تعمل (لم تفشل) في الزمن t ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز $h(t)$. (كريم، ٢٠١٨ : ٩) ، (حمدان، ٢٠١١ : ٣٤٩) ، (Kiefer، 1988: ٦٧٩-٦٤٦).

ويعبر عنها رياضياً بالمعادلة (١)

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t}; \quad ; \quad t > 0$$

وبالإمكان تبسيطها وفق الخطوات الآتية:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{p(t < T \leq t + \frac{\Delta t}{T} > t)}{\Delta t} \right] \frac{p(T > t)}{p(T > t)}$$

$$h(t) = \frac{1}{p(T > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right]$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)} * \frac{\partial F(t)}{\partial t}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \dots (1)$$

٢-٢ الدالة المعولية Reliability Function

تعرف دالة المعولية بأنها احتمال عدم فشل النظام ضمن فترة زمنية محددة $t \in [0, \infty)$ ، أو أنها احتمال بقاء المفردة (النظام) يعمل لمدة من الزمن ويرمز لها بالرمز $R(t)$ (hasting وآخرون، ٢٠٠٠: ١٣)، (عبد اللطيف، ٢٠٢١: ٨)، (ظاهر وآخرون، ٢٠٠٨: ١٧٤) ويعبر عنها رياضياً:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad \dots (2)$$

٣-٢ توزيع معكوس كواريسومي مارشال أولكين الموسع (MOEIKum)

يعرف بتوزيع Marshall-Olkin extended Inverted Kumaraswamy إذ يعد أحد التوزيعات الاحتمالية، ويعد من التوزيعات الاحتمالية المستمرة الموسعة، وتعرف دالتا الكثافة الاحتمالية والتوزيعية التراكمية لتوزيع (MOEIKum) بالمعادلتين (4)، (3) الآتية، (Tomy, Gillariose، ٢٠١٨: ١١-١٠)، (Usman، UI-haq، ٢٠١٨: ٢-٣).

$$f(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]^2}; t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (3)$$

إذ تعد (β, γ) معلمتي الشكل و (α) معلمة قياس

$$F(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]}; t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (4)$$

أما دالتا المعولية والمخاطرة لتوزيع (MOEIkum) تعرف بالمعادلتين (٥) ، (٦)

الآتية:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

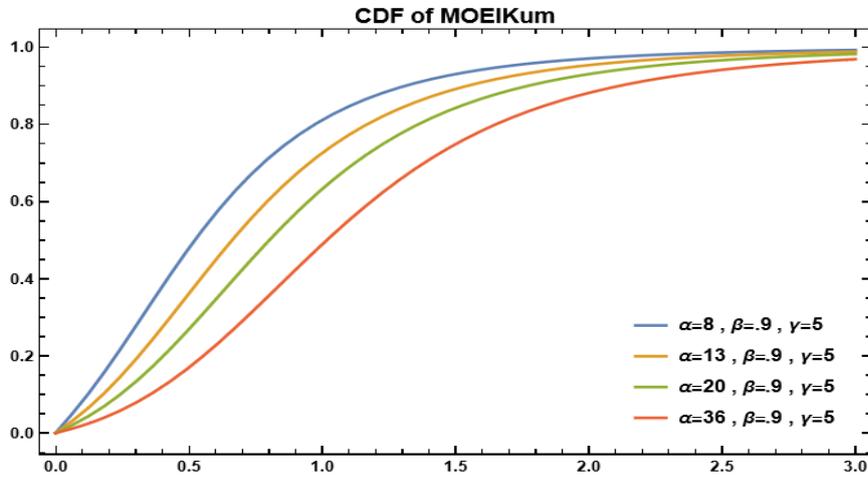
$$R(t) = 1 - \frac{(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta}{[\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots (5)$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

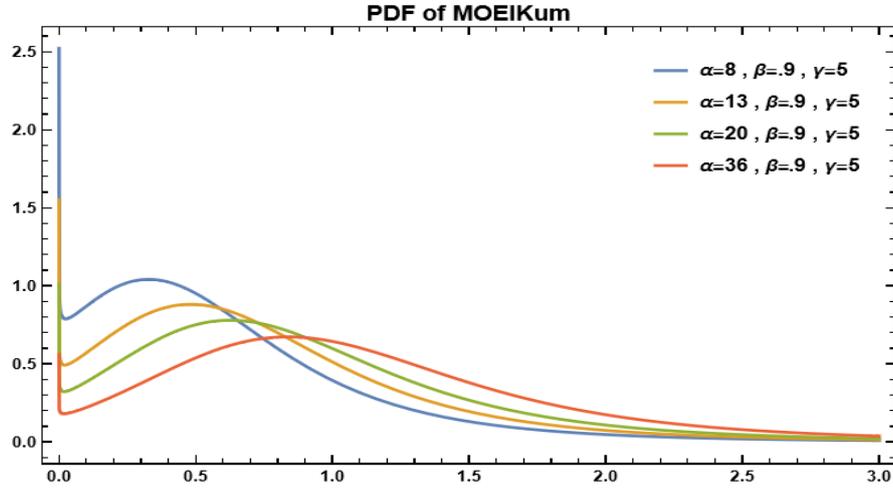
$$h(t) = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta} ; t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (6)$$

والشكلان (١) (٢) يوضحان الرسم البياني لدالتي الكثافة الاحتمالية والتوزيعية

لتوزيع (MOEIkum)



شكل (1): دالة التوزيعية التراكمية لتوزيع MOEIkum



شكل (2): دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع MOEIKum

٢-٤ طرائق التقدير

سيتم في أدناه تقدير معلمات توزيع (MOEIKum) باستعمال طريقتين من طرائق (الإمكان الأعظم، المسافة الدنيا) وكما يأتي:-

١- طريقة الإمكان الأعظم (MLE):

تعد هذه الطريقة واحدة من طرق الاستدلال الإحصائي والتي لها استعمالات واسعة في تقدير معلمات التوزيع لأنها تمتلك خصائص مهمة مثل الاتساق والكفاية التقاربية والثبات (صالح، ٢٠٠٦: ١٧)، (Hawash، ٢٠٢٠: ١٤٢)، (عزيز، ٢٠٢١: ١٣)، (عبد الكريم، ٢٠٢٢: ١٣-١٤) لنفرض لدينا عينة عشوائية بالحجم n من توزيع احتمالي معين فان دالة الامكان تعرف بالمعادلة (5)

$$L(t, \alpha, \beta, \gamma) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$\ln L(t, \alpha, \beta, \gamma) = n \ln(\alpha \beta \gamma) - (\gamma + 1) \sum_{i=1}^n \ln(1+t) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n (1 - (1+t)^{-\gamma}) - 2 \sum_{i=1}^n \ln(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(1 - (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)}{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} = 0 \quad \dots (7)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln(1 - (1+t)^{-\gamma}) - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(1 - \alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta \ln(1 - (1+t)^{-\gamma})}{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} = 0 \quad \dots (8)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = \frac{n}{\gamma} - \sum_{i=1}^n \ln(1+t) - (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t)}{(1 - (1+t)^{-\gamma})} = 0 \quad \dots (9)$$

٢- طريقة تقدير المسافة الدنيا (Cvm):

تعد إحدى الطرق المستعملة في التقدير إذ تعتمد هذه الطريقة على قياس المسافة بين تقديرات الدالة التراكمية النظرية والدالة التراكمية التجريبية لمعاملات التوزيع α, β و γ وذلك من خلال الفرق بين تقديرات دالة التوزيع التجريبية والنظرية، وتحيزه يكون أقل من الحدود الدنيا لمقدرات المسافة (zeineldin وآخرون، ٢٠١٩: ١٥)، (Al-mofleh وآخرون، ٢٠٢٠: ٨).

$$C(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(t_{i;\alpha,\beta,\gamma}) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad \dots (10)$$

$$C(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2$$

$$\frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} - \frac{2i-1}{2n} \right]^* \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2} \right] = 0 \quad \dots (11)$$

$$\frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \beta} = 2 \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta} - \frac{2i-1}{2n} \right] * \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right] \left[\frac{\ln(1 - (1+t)^{-\gamma}) - (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right] = 0 \quad \dots (12)$$

$$\frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \gamma} = 2 \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta} - \frac{2i-1}{2n} \right] * \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta \beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right] \left[\frac{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t) - (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta \beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^{\beta-1})}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right] = 0 \quad \dots (13)$$

٣- الجانب التجريبي

يضمن الجانب التجريبي ثلاث مراحل: -

المرحلة الأولى: تحديد القيم الافتراضية

يتم تحديد القيم الافتراضية المختلفة لمعاملات توزيع الدراسة ولثلاثة نماذج مختلفة، إذ تم استعمال أربعة أحجام عينات مختلفة (٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠) وحسب الجدول الآتي:

جدول (١): القيم الافتراضية لمعاملات توزيع (MOEIkum)

Model	α	β	γ
1	0.8	1	0.5
2	0.8	1	3
3	0.8	2	0.5

المصدر: (Tomy، Gillariose، ٢٠١٨: ١٣-١٢)

المرحلة الثانية: مرحلة التقدير

تتم مرحلة التقدير بالاعتماد على المعيارين (MSE، IMSE) وحسب أحجام العينات (٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠) إذ تمت المقاضلة بين الطريقتين باستعمال طريقة الرتب وحسب الطريقة التي تمتلك أقل المعايير هي التي تعد أفضل المقدرات.

$$MSE(\widehat{h}(t_i)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\widehat{h}_i - h)^2 \dots (14)$$

إذ تمثل R: عدد التكرارات

ولكل تجربة تساوي ١٠٠٠ مرة

$$IMSE = \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} (MSE(\widehat{h}(t_j))) \dots (15)$$

المرحلة الثالثة: مناقشة نتائج المحاكاة

تم تلخيص نتائج المحاكاة في الجدول (٢) في أدناه:-

جدول (٢): تقديرات متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربع الخطأ الكاملى لاداة المخاطرة حسب حجوم العينات ولجميع النماذج

Model	size	Method	MSE										Rmk	
M1	25	Mle	0.05185	0.01935	0.01200	0.01041	0.00571	0.00307	0.00226	0.00107	0.00051	0.00024	0.01065	1
		Cym	0.05520	0.02292	0.01353	0.01141	0.00590	0.00329	0.66904	0.68532	0.82209	0.47815	0.01181	2
	50	Mle	0.02215	0.00767	0.00471	0.00415	0.00223	0.00111	0.00089	0.00045	0.00023	0.00012	0.00439	1
		Cym	0.02592	0.00874	0.00577	0.00504	0.00269	0.00137	0.00099	0.00041	0.00028	0.00016	0.00515	2
	100	Mle	0.01916	0.00706	0.00424	0.00351	0.00175	0.00083	0.00058	0.00026	0.00013	6.82E-05	0.00377	1
		Cym	0.01985	0.00807	0.00504	0.00431	0.00213	0.00103	0.00074	0.00037	0.00021	0.00012	0.00418	2
M2	25	Mle	0.01561	0.00501	0.00315	0.00272	0.00140	0.00067	0.00045	0.00018	7.22E-05	3.21E-05	0.00293	1
		Cym	0.05185	0.01935	0.01200	0.01041	0.00571	0.00307	0.00226	0.00107	0.00051	0.00024	0.01065	2
	50	Mle	10.9549	2.5578	1.05238	0.70897	0.6260	0.56592	0.5121	0.4875	0.43237	0.22941	1.8127	1
		Cym	16.7294	2.75779	1.19924	0.75243	0.68887	0.66460	0.66904	0.68531	0.8220	0.47815	2.54469	2
	75	Mle	6.16013	1.13922	0.4208	0.27497	0.24384	0.22466	0.21131	0.20727	0.21295	0.1219	0.92171	1
		Cym	3.72169	0.96067	0.37534	0.20169	0.16433	0.14079	0.1237	0.1179	0.12482	0.0879	1.42178	2
		Mle	3.72169	0.96067	0.37534	0.20169	0.16433	0.14079	0.1237	0.1179	0.12482	0.0879	0.6019	1

نلاحظ من الجدول (٢) أن طريقة الإمكان الأعظم تمتلك المرتبة الأولى عند جميع حجوم العينات ولجميع النماذج لأنها امتلكت أقل متوسط مربعات خطأ تكاملي. وتم تلخيص رتب الطريقتين (الإمكان الأعظم، المسافة الدنيا) في الجدول (٣) بالاعتماد على نتائج الجدول (٢).

جدول (٣): أفضل طريقة للتقدير عند حجم العينة الأفضل باستعمال طريقة الرتب

Model	Size	Method	
		Mle	Cvm
M1	25	١	٢
	50	١	٢
	75	١	٢
	100	١	٢
\sum Rank		4	8
M2	25	١	٢
	50	١	٢
	75	١	٢
	100	١	٢
\sum Rank		4	8
M3	25	١	٢
	50	١	٢
	75	١	٢
	100	١	٢

\sum Rank	4	8
Overall Rank	12	24
Best	Mle	

المصدر: إعداد الباحث

نلاحظ من الجدول (٣) في أعلاه:-

إن أفضل طريقة للتقدير هي طريقة الإمكان الأعظم التي تمتلك أقل رتبة (overall Rank) عند حجوم العينات المختلفة (100،75،50،25).

٤- الجانب التطبيقي

٤-١ عينة البحث

يحتوي الجانب التطبيقي على تقدير دالتي المعولية والمخاطرة باستعمال الطريقة الأفضل وهي طريقة الإمكان الأعظم عند حجم العينة الأفضل (n= 100) التي بينها الجانب التجريبي وتم تطبيقها على بيانات حقيقة إذ تم أخذها من محافظة كربلاء في قضاء عين التمر البيانات الخاصة بأجهزة الرش المحوري.

جدول (٤): أوقات الاشتغال حتى حصول العطل في جهاز الري المحوري

0.8	0.8	0.9	1.1	1.1	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5
1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	1.8	1.9	2.0	2.0
2.2	2.2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4
2.5	2.5	2.5	2.5	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.7
2.8	2.8	2.8	2.9	2.9	3.0	3.0	3.0	3.0	3.1
3.1	3.1	3.2	3.3	3.3	3.3	3.4	3.4	3.4	3.4
3.4	3.5	3.5	3.5	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6
3.8	3.8	3.9	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.2
4.2	4.3	4.4	4.5	4.5	4.6	4.7	4.8	4.8	4.9
5.0	5.2	5.3	5.5	6.0	6.2	6.3	7.0	7.2	8.0

للمحاصيل الزراعية

المصدر: (العوادي، ٢٠٢١: ٢٨)

٢-٤ تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع الدراسة

يلخص جدول (٥) تقديرات دوال المعولية والمخاطرة والتراكمية للبيانات الحقيقية لعينة البحث.

جدول (٥): دالتي المعولية والمخاطرة والتراكمية لتوزيع الدراسة

i	t _i	F(t)	R(t)	h(t)
1	0.8	0.007315	0.992685	0.038902

2	0.8	0.007315	0.992685	0.038902
3	0.9	0.011788	0.988212	0.051631
4	1.1	0.024752	0.975248	0.081512
5	1.1	0.024752	0.975248	0.081512
6	1.3	0.043959	0.956041	0.118744
7	1.4	0.056254	0.943746	0.140476
8	1.4	0.056254	0.943746	0.140476
9	1.5	0.070512	0.929488	0.164361
10	1.5	0.070512	0.929488	0.164361
11	1.6	0.086837	0.913163	0.190378
12	1.6	0.086837	0.913163	0.190378
13	1.7	0.105299	0.894701	0.218445
14	1.7	0.105299	0.894701	0.218445
15	1.8	0.125929	0.874071	0.248412
16	1.8	0.125929	0.874071	0.248412
17	1.8	0.125929	0.874071	0.248412
18	1.9	0.148712	0.851288	0.280067
19	2.0	0.173582	0.826418	0.313135

20	2.0	0.173582	0.826418	0.313135
21	2.2	0.229053	0.770947	0.382160
22	2.2	0.229053	0.770947	0.382160
23	2.3	0.259263	0.740737	0.417342
24	2.3	0.259263	0.740737	0.417342
25	2.3	0.259263	0.740737	0.417342
26	2.3	0.259263	0.740737	0.417342
27	2.3	0.259263	0.740737	0.417342
28	2.4	0.290788	0.709212	0.452418
29	2.4	0.290788	0.709212	0.452418
30	2.4	0.290788	0.709212	0.452418
31	2.5	0.323333	0.676667	0.486971
32	2.5	0.323333	0.676667	0.486971
33	2.5	0.323333	0.676667	0.486971
34	2.5	0.323333	0.676667	0.486971
35	2.6	0.356584	0.643416	0.520599
36	2.6	0.356584	0.643416	0.520599
37	2.6	0.356584	0.643416	0.520599

38	2.6	0.356584	0.643416	0.520599
39	2.6	0.356584	0.643416	0.520599
40	2.7	0.390218	0.609782	0.552932
41	2.8	0.423913	0.576087	0.583644
42	2.8	0.423913	0.576087	0.583644
43	2.8	0.423913	0.576087	0.583644
44	2.9	0.457365	0.542635	0.612459
45	2.9	0.457365	0.542635	0.612459
46	3.0	0.490292	0.509708	0.639162
47	3.0	0.490292	0.509708	0.639162
48	3.0	0.490292	0.509708	0.639162
49	3.0	0.490292	0.509708	0.639162
50	3.1	0.522445	0.477555	0.663596
51	3.1	0.522445	0.477555	0.663596
52	3.1	0.522445	0.477555	0.663596
53	3.2	0.553608	0.446392	0.685664
54	3.3	0.583608	0.416392	0.705323
55	3.3	0.583608	0.416392	0.705323

56	3.3	0.583608	0.416392	0.705323
57	3.4	0.612307	0.387693	0.722580
58	3.4	0.612307	0.387693	0.722580
59	3.4	0.612307	0.387693	0.722580
60	3.4	0.612307	0.387693	0.722580
61	3.4	0.612307	0.387693	0.722580
62	3.5	0.639609	0.360391	0.737483
63	3.5	0.639609	0.360391	0.737483
64	3.5	0.639609	0.360391	0.737483
65	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
66	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
67	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
68	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
69	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
70	3.6	0.665448	0.334552	0.750117
71	3.8	0.712638	0.287362	0.769032
72	3.8	0.712638	0.287362	0.769032
73	3.9	0.734000	0.266000	0.775584

74	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
75	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
76	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
77	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
78	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
79	4.0	0.753914	0.246086	0.780396
80	4.2	0.789601	0.210399	0.785401
81	4.2	0.789601	0.210399	0.785401
82	4.3	0.805500	0.194500	0.785890
83	4.4	0.820196	0.179804	0.785224
84	4.5	0.833762	0.166238	0.783533
85	4.5	0.833762	0.166238	0.783533
86	4.6	0.846271	0.153729	0.780940
87	4.7	0.857796	0.142204	0.777557
88	4.8	0.868409	0.131591	0.773488
89	4.8	0.868409	0.131591	0.773488
90	4.9	0.878175	0.121825	0.768825
91	5.0	0.887162	0.112838	0.763654

92	5.2	0.903034	0.096966	0.752083
93	5.3	0.910032	0.089969	0.745813
94	5.5	0.922397	0.077603	0.732572
95	6.0	0.945725	0.054275	0.697250
96	6.2	0.952721	0.047279	0.682841
97	6.3	0.955826	0.044174	0.675657
98	7.0	0.971993	0.028007	0.626849
99	7.2	0.975260	0.024740	0.613593
100	8.0	0.984549	0.015451	0.564318

المصدر: إعداد الباحثة

نلاحظ من الجدول (٥) الآتي:

- ١- تناقص دالة المعولية مع الزمن بصورة واضحة وهذا ينسجم مع سلوك دالة المعولية إذ نجد أن قيمتها عند الزمن (٠.٨) مساوية إلى (٠.٩٩٢٦٨) وانخفضت عند الزمن (٨) لتصل إلى (٠.٠١٥٤٥).
- ٢- نلاحظ تزايد قيم دالة المخاطرة مع الزمن وهذا أيضا يطابق سلوك دالة المخاطرة وعليه فإن معدل فشل الجهاز عند الزمن (٠.٨) كان يساوي (٠.٠٣٨٩٠) وقد ازدادت عند الزمن (٨) لتصل إلى (٠.٥٦٤٤٣١).

٥- الاستنتاجات والتوصيات

نلخص الاستنتاجات والتوصيات كما يأتي:

١- الاستنتاجات: -

اعتمادا على الجانب (النظري، التجريبي والتطبيقي) تم تلخيص الاستنتاجات فيما يأتي:

تبين من الجانب النظري أهمية دراسة دالتي المعولية والمخاطرة في اكتشاف الأعطال في المعدات والعمل على صيانتها.

وضح الجانب التجريبي أن أفضل طريقة للتقدير هي طريقة الإمكان الأعظم ولجميع حجوم العينات.

الجانب العملي بين أن دالة المعولية متناقصة مع الزمن ودالة المخاطرة متزايدة مع الزمن.

٢- التوصيات: -

تم توضيح في أدناه أهم التوصيات التي جاء بها البحث:

استعمال التوزيعات الاحتمالية الموسعة بالتقدير كونها تتمتع بمرونة أكثر من التوزيعات التقليدية

القيام بدراسة عن دالة المعولية والمخاطرة للتوزيعات الاحتمالية الموسعة والمركبة

المصادر: -

أولاً: المصادر العربية

- ١- حمدان، مصطفى عبد جبار. (٢٠١١). مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (power lomax) باستعمال المحاكاة، جامعة بغداد كلية الإدارة والاقتصاد.
- ٢- صالح، ستار محمد. (٢٠٠٦). مقارنة أسلوب بويز مع طرائق أخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الأول، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد.
- ٣- طاهر، محمد عبود وأمين، عبد الله عبد القادر والعامري، بهاء عبد الرزاق. (٢٠٠٨). تقدير دالة المعولية لبعض مكائن الشركة العامة لصناعة الأسمدة المنطقة الجنوبية باتباع سياسة الفحص الوقائية
- ٤- عبد الكريم، حيدر سالم. (٢٠٢٢). مقارنة طريقة الإمكان الأعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
- ٥- عبد اللطيف، زهراء رياض. (٢٠٢١). مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع Shifted Gompertz مع التطبيق، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة.
- ٦- عزيز، سكينه سلطان. (٢٠٢١). مقدرات بيزية مقلصة لمعلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكويل) باعتماد دالتي الخسارة التربيعية الخطية، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة
- ٧- العوادي، علي حسين نوري. (٢٠٢١). بناء توزيع (Mirra) الموزون لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي. رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة كربلاء.

- ٨- كريم، أثير عبد الزهرة. (٢٠١٨). تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة.
- ٩- نعيم، صنعاء محمد. (٢٠٢٢). استعمال توزيع جونسن المقيد ودالة البقاء لدراسة مرضى السكري في البصرة، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

ثانيا: المصادر الأجنبية :

- 10- Al-Mofleh, H. ,Afify, A. Z. , & Ibrahim ,N. A.(2020) . "A new extended two-parameter distribution: properties estimation methods", and applications in medicine and geology . Mathematics , 8(9) , 1578.
- 11- Hasting , N. and Evans , M. and Peacock , B. (2000). " Statistical distribution, 3rd ed " , New York:wiley.p.13
- 12- Hawah, M .K. (2020). "Discussing Fuzzy Reliability Estimators of Function of Mixed probability Distribution by simulation ", Dijla College , Ahlia university Baghdad science Journal
- 13- Kiefer , N.M. .(1988). "Economic duration data and hazard function ", Journal of economic literature 26(2) , 646-679 .
- 14- Tomy , L. and Gillariose , J. (2018). "The marshall-olkin ikum distribution ", deva matha college ,kuravilangad kerala-686633,India
- 15- Usman, R. M. , ul-Haq, M .(2018)." The marshall-olkin extended Inverted Kumaraswamy Distribution ", Journal of king saud university ,
- 16- Zeine eldin ,R.A. and chesneau C. and Jamal F. and Elgarhy M.(2019). "Statistical properties and different methods of estimation for type I half logistic inverted kumaras wamy distribution ", licensee mdpi , basei ,Switzerland .