



## مقارنة التنبؤ بأنموذج الأوساط المتحركة التكاملية من الرتبة الأولى IMA(1,1) مع طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً

م.د. علي سلمان حبيب  
جامعة سومر / كلية الادارة والاقتصاد  
a.habib@uos.edu.iq

Received: 23/11/2019

Accepted :7/1/2020

Published :June / 2020

هذا العمل مرخص تحت اتفاقية المشاع الابداعي نسب المُصنّف - غير تجاري - الترخيص العمومي الدولي 4.0

[Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

### مستخلص البحث:

تعدّ عملية التنبؤ لبعض الظواهر المرتبطة بالزمن وبشكل خاص نماذج الانحدار الذاتي والوساط المتحركة التكاملية (ARIMA) من المواضيع المهمة في تحليل السلاسل الزمنية لعلم الإحصاء التطبيقي وأن أهميتها تكمن في المراحل الأساسية في تحليل هيكليتها أو نمذجتها والشروط الواجب توفرها في العملية العشوائية. البحث تناول طريقتين للتنبؤ الأولى كانت حالة خاصة من نماذج الانحدار الذاتي والوساط المتحركة التكاملية والتي هي ((0,1,1)ARIMA) و عندما تكون قيمة المعلمة تساوي صفر يمكن اعتباره أنموذج المشي العشوائي (Random Walk)، والثانية كانت الأوساط المتحركة الموزونة أسياً (Exponential Weighted Moving Average (EWMA)) وتم التطبيق في بيانات الحوادث المرورية الشهرية في محافظة ذي قار للفترة من شهر كانون الثاني لعام 2011 ولغاية شهر آب لعام 2019. وتبين من خلال البحث أن أنموذج ((0,1,1)ARIMA يمثل الحوادث المرورية بشكل جيد ويمكن التنبؤ بحدوث هذه الظاهرة الخطيرة باستعمال هذا الأنموذج والحد من تفاقمها من خلال وضع خطط استراتيجية للطرق.

**المصطلحات الرئيسية للبحث:** المشي العشوائي ، عملية الأوساط المتحركة التكاملية ، الأوساط المتحركة الموزونة أسياً ، التنبؤ .

## 1. الجانب النظري :

### 1.1 مشكلة البحث :

دراسة حالة خاصة من نماذج التنبؤ في نمذجة الانحدار الذاتي والايواسط المتحركة التكاملية  $ARIMA(p,d,q)$  والتي هي العملية  $IMA(1,1)$  وامكانية تطبيق هذه الحالة الخاصة في بيانات حقيقية وبالتالي التنبؤ الدقيق بالأحداث المستقبلية للظاهرة المدروسة .

### 1.2 أهمية البحث :

تكمن أهمية البحث في استعمال نمذجة السلاسل الزمنية بطريقة (Box&Jenkins) من خلال مراحل التشخيص والتقدير والتنبؤ لبيانات حقيقية ثم مقارنتها مع التنبؤات بإحدى طرق التمهيد الخطي المفرد وهي الأوساط المتحركة الموزونة اسياً .

### 3.1 هدف البحث :

تحليل هيكلية نموذج  $ARIMA(0,1,1)$  والذي يعبر عن عملية المشي العشوائي مضاف له حد الخطأ بالمعلمة  $(\theta)$  في حالة السلسلة الزمنية غير المستقرة من الرتبة الأولى وكيفية تمثيله لأنموذج الاوساط المتحركة الموزون اسياً وتطبيقه في بيانات الحوادث المرورية الشهرية في محافظة ذي قار للفترة من شهر كانون الثاني 2011 ولغاية شهر آب 2019 .

## 2. تعريف السلسلة الزمنية: [1] Time Series

تعرف السلسلة الزمنية المفردة بأنها مجموعة من المشاهدات لمتغير واحد فقط مثل  $(y_t)$  وعدد المشاهدات فيها محدد مثل  $(T)$  ويرمز لها بالرمز  $(y_t, t = 1, 2, \dots, T)$  وأنموذج السلسلة الزمنية المفردة هو عبارة عن صيغة في حدود القيم الماضية للمتغير  $(y_t)$  وهو موجبة بالنسبة للزمن [Box&Jenkins:1976] . وتعريف السلسلة الزمنية ايضاً على أنها عملية عشوائية تمتلك فضاء معلمة وفضاء حالة ومرتبطة بالزمن ، وتكون الفترات زمنية على نوعين الأولى فترات منتظمة وتسمى متقطعة وهي التي نهتم بها وتكون على شكل (أيام ، اسابيع ، أشهر ، الخ ) والأخرى فترات زمنية غير منتظمة وهذه لا يمكن السيطرة عليها بشكل دقيق.

## 3. استقرار السلسلة الزمنية Stationary of time series

يعتبر موضوع تحليل السلاسل الزمنية من المواضيع المهمة المستخدمة في أدبيات النظرية الإحصائية لكن ما يعقد تحليل السلسلة الزمنية هو موضوع البحث في استقرارية السلسلة حيث هناك نوعين منها الأولى سلسلة زمنية مستقرة والثانية سلسلة زمنية غير مستقرة لذلك فإن بيانات الظاهرة لهذا النوع من السلاسل تحتاج معالجة مسبقة لجعلها مستقرة (فضلاً عن أن طرق التمهيد الأسّي لا تحتاج الى إيجاد الاستقرارية) لذلك يجب عمل بعض المتطلبات منها :

- 1- رسم السلسلة الزمنية للظاهرة تحت البحث وملاحظة مشاهداتها .
- 2- حذف بعض المركبات الأساسية (مركبة الاتجاه ، المركبة الموسمية ... الخ) من النموذج .
- 3- إذا كانت السلسلة غير مستقرة في التباين يمكن إعادة قياس بيانات السلسلة الزمنية من خلال إجراء بعض التحويلات عليها على سبيل المثال أخذ التحويل اللوغارتمي أو التحويل الأسّي للبيانات ... الخ.
- 4- إذا كانت السلسلة غير مستقرة في الوسط الحسابي يمكن أخذ الفروق differences ويرمز لها  $(d=1, 2, \dots, 6)$  للسلسلة الزمنية لتصبح مستقرة . وهناك نوعين من الاستقرارية للسلسلة الزمنية وهما :

### 3.1 الأستقرارية الضعيفة: [9,6] weak stationarity

السلسلة الزمنية  $\{y_t, t \in Z\}$  حيث أن  $Z$  هي مجموعة الأعداد الصحيحة ، نقول بأن تكون مستقرة أو تمتلك استقرارية ضعيفة (Stationarity or weakly stationary) إذا توفرت الشروط الآتية :

$$I - E(y_t^2) < \infty \quad \forall t \in Z.$$

$$II - E(y_t) = \mu \quad \forall t \in Z.$$

$$III - \gamma_y(k) = \gamma_y(t, t+k) = Cov(y_t, y_{t+k}) \quad \forall t, k \in Z.$$

وهذا يعني أن السلسلة الزمنية تمتلك اختلافات محدودة , والعزم الأول يكون ثابت ولا يعتمد على الزمن , والعزم الثاني (دالة التباين المشترك) تعتمد فقط على الفجوة ( $k$ ) ولا تعتمد على الزمن ( $t$ ) . وعندما تكون السلسلة مستقرة فإن دالة التباين المشترك تكون دالة زوجية وهذا يعني :  $\gamma_y(k) = \gamma_y(-k)$  . ويعرف التباين المشترك الذاتي في موضوع تحليل السلاسل الزمنية هو التباين المشترك بين قيم المتغير  $y_t$  عند فترة زمنية مثل  $t$  , والمتغير  $y_{t+k}$  القيم عند فترة زمنية أخرى مثل  $t+k$  , ويسمى التباين المشترك عند التأخر  $k$  (Lag  $k$ ) . والصيغة الرياضية هي كالآتي [29.Montgomery,et.al:2008,p]:

$$\gamma(k) = Cov(y_t, y_{t+k}) = E \{ (y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu) \} \quad (1)$$

لمجموعة من القيم إلى  $k$  هذا يعني  $k = 0, 1, 2, \dots$  ,  $\gamma(k)$  , ونلاحظ أن التباين المشترك عند التأخر صفر  $\{0 = \text{Lag } k\}$  يكون تباين السلسلة الزمنية وهذا يعني  $\gamma(0) = \sigma_{y_t}^2$  . أن دالة الارتباط الذاتي تقيس الاعتماد الخطي بين  $y_t$  و  $y_{t+k}$  كذلك أن دالة الارتباط الذاتي عند التأخر ( $K$  (Lag  $k$ ) تعطى وفق الصيغة الرياضية الآتية :

$$\rho(k) = \frac{cov(y_t, y_{t+k})}{Var(y_t)} = \frac{E \{ (y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu) \}}{\sqrt{E \{ (y_t - \mu)^2 \} E \{ (y_{t+k} - \mu)^2 \}}} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} \quad (2)$$

ولمجموعة من قيم  $k$  هذا يعني  $k = 0, 1, 2, \dots$  ,  $\rho(k)$  , وتسمى دالة الارتباط الذاتي ونلاحظ من خلال التعريف أن  $\rho_0 = 1$  كذلك فإن دالة الارتباط الذاتي تكون مستقلة عن قياسات السلسلة الزمنية وهي دالة متماثلة حول الصفر وكذلك فإنها تمتلك خواص الدوال الزوجية وهذا يعني  $\rho(k) = \rho(-k)$  . وبالتالي إذا كانت السلسلة الزمنية تمتلك متوسط وتباين ثابتين وتباين مشترك يعتمد فقط على التأخر الزمني فإنه يمكن القول أنها مستقرة من الرتبة الثانية وهي استقرارية ضعيفة.

### 3.2 الأستقرارية القوية (Strictly Stationarity) [9,8] :

السلسلة الزمنية  $\{y_t, t \in Z\}$  نقول بأن تكون مستقرة بقوة (Strict Stationary) إذا توفر الشرط الآتية , أن التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات  $(y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_p})$  يكون نفسه للمتغيرات  $(y_{t_1+k}, y_{t_2+k}, \dots, y_{t_p+k})$  وهذا يعني أن التوزيع المشترك يعتمد فقط على ( $K$ ) ولا يعتمد على الفترات الزمنية  $(t_1, t_2, \dots, t_p)$  نلاحظ أن التباين محدود لا يفترض أن يكون معرّف في الأستقرارية القوية لذلك فإن الأستقرارية القوية ربما لا توضح الأستقرارية الضعيفة [25.Ruey S.T.:2005,p]. إن التوزيع الاحتمالي المشترك لكل المشاهدات عند كل الفترات سيكون توزيع طبيعي وهذا الشرط ضروري لأن تكون السلسلة ذات استقرارية تامة<sup>1</sup> , أما بالنسبة إلى معامل الارتباط الذاتي الجزئي فهو يقيس العلاقة بين البواقي لل  $y_{t+k}$  و  $y_t$  . ومن الأساليب المهمة للكشف عن وجود مشكلة عدم الأستقرارية في السلسلة الزمنية هو اختبار جذر الوحدة .

4. طريقة الاوساط المتحركة الموزونة اسياً Exponential Weighted Moving Average (Method (E.W.M.A

وهي طريقة تتعامل مع البيانات بشكل مباشر من خلال معامل تمهيد وهي لا تحتوي على حد عشوائي وهي إحدى طرائق التمهيد الخطي المفرد وغالباً ما يكون أداءه بشكل جيد وأفضل من بقية النماذج الإحصائية عندما تكون حالات التنبؤ لفترات قصيرة نسبياً (Short-Term) كما في [271.Geller & Wilson:1978,P] ومعادلة التمهيد هي

$$\hat{y}_{t+1} = \lambda y_t + (1 - \lambda) \hat{y}_t \quad (3)$$

حيث أن :  $y_t$  تمثل القيمة المشاهدة عند الفترة الزمنية  $t$  ,  $\lambda$  ثابت التمهيد وتكون قيمته  $(0 \leq \lambda \leq 1)$  .  $\hat{y}_t$  تمثل التنبؤ عن عند الفترة الزمنية  $t$  ,  $\hat{y}_{t+1}$  التنبؤ عند الفترة الزمنية  $(t + 1)$  .

كذلك يمكن استعمال نفس الصيغة اعلاه للتنبؤ للفترة  $t$  كما في [166.Granger&Newbold:1986,P]:

$$\hat{y}_t = \lambda y_t + (1 - \lambda) \hat{y}_{t-1} \quad (4)$$

وعند التعويض المستمر لفترات زمنية أخرى وتعويض الصيغة (4) في (3) تنتج صيغة أخرى لأنموذج الاوساط المتحركة الموزونة اسياً بدلالة المشاهدات السابقة للسلسلة الزمنية الموزونة بمعاملات أسية وكالآتي:

$$\hat{y}_{t+1} = \lambda y_t + \lambda(1 - \lambda)y_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 y_{t-2} + \dots \quad (5)$$

وطرق التمهيد لا تتطلب استقرارية للبيانات . وعندما تكون السلسلة الزمنية مستقرة فإن الوسط الحسابي والتباين المشترك والتباين [415.Cox,D.R.:1961,P] تكون كالآتي :

$$E(y_t) = \mu , Cov(y_t, y_{t+k}) = \rho_k \rho^2 \quad \text{and} \quad Var(y_t) = \sigma^2$$

<sup>1</sup> ولمعرفة أن دالة التباين المشترك تمتلك الشرط الكافي والضروري لأثبت استقرارية السلسلة الزمنية مراجعة المصدر [1] .

وفي بعض التطبيقات العملية للأنموذج فإن ثابت التمهيد ( $\lambda$ ) يسمى عامل التمهيد ويكون عامل تناقصي وبشكل آسي انظر [4.Gabrielsen,A.& et.al:2015,P] ويعبر عن الأنموذج بصيغة حد الخطأ وكالاتي:

$$y_t = +\varepsilon_t , \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$$

وعندما يكون ثابت التمهيد ( $\lambda = (1 - \theta)$ ) يمكن كتابة الأنموذج في الصيغة (5) كما في [414.Cox,D.R.:1961,P] وبشكل عام كالاتي:

$$\hat{y}_t = (1 - \theta) \sum_{r=0}^{\infty} \theta^r y_{t-r} . \text{ where } |\theta| < 1 \quad (6)$$

اما بالنسبة الى الصيغة الرياضية التي تكون قابلة للتطبيق العملي فقد ذكرها [326.Winters,P.R.:1960,P] وهي:

$$\hat{y}_t = (1 - \theta) \sum_{r=0}^M \theta^r y_{t-r} + \theta^{M+1} \hat{y}_b \quad (7)$$

حيث أن  $\hat{y}_b$  : تمثل القيمة الابتدائية للتنبؤ (Initial value). وعندما تكون ( $M$ ) كبيرة الى حد ما في الصيغة (7) وأخذ التوقع الرياضي فإن الحد ( $\theta^{M+1} \hat{y}_b$ ) يقترب من الصفر ومعامل الحد الآخر ( $(1 - \theta) \sum_{r=0}^M \theta^r$ ) يقترب من الواحد الصحيح ودرجة التقريب تعتمد على قيمتي ( $M$  و  $\theta$ ) ليكون ( $E(\hat{y}_t) \cong E(y_t)$ )

#### 4. نمذجة السلسلة الزمنية Modeling of time series

تبدأ عملية نمذجة السلسلة الزمنية بعد عملية إيجاد سلسلة مستقرة ويتم خلال هذه العملية بناء أنموذج رياضي محدد بشكل مضبوط و دقيق من حيث نوع الأنموذج ورتبته وهناك عدة طرق لتشخيص الأنموذج وتحديد رتبته لعل أهمها دالتي الارتباط الذاتي (Autocorrelation(ACF)) والارتباط الذاتي الجزئي (Partial Autocorrelation(PACF)) انظر [368.Tseng&Tzeng:2002,P] أو استعمال معايير المعلومات مثل (Akaike's information criterion(AIC)) أو (Bayes information criterion (BIC.... الخ) وبالتالي يكون الأنموذج المشخص يمثل الظاهرة قيد الدراسة وعندها يتم تقدير معالم الأنموذج بإحدى طرق التقدير المعروفة ، و المرحلة الأخيرة من النمذجة هي التحقق من دقة الأنموذج من خلال اختبار مربع كاي ولعل أحصاءة [Box&Pierce(1970)] أو أحصاءة [Ljung&Box(1978)] التي تتوزع هي أيضا مربع كاي وعند هذا الحد قد تمت عملية التحقق من الأنموذج بشكل دقيق للسلسلة الزمنية [2005:Ruey]

#### 5. بناء أنموذج ARIMA :

##### 5.1 هيكلية الأنموذج :

أن الصيغة العامة لهذا لأنموذج هي ARIMA(p,d,q) وتعتبر صيغة عامة الى العديد من نماذج تحليل السلاسل الزمنية الخطية حيث يتم من خلاله التعرف على بعض النماذج الخاصة التي لاقت رواجاً واسعاً عند الباحثين لأنها تمتلك هيكلية رياضية تطابق بعض الظواهر المهمة في مجالات الحياة المختلفة التي نعيشها اليوم . أن التعرف على هيكلية عملية ARIMA يتطلب استراتيجيات اختيار الأنموذج بشكل دقيق ومنها التعرف على بعض الطرق المحددة للرتبة وبالتالي معرفة الخصائص الكامنة في الأنموذج التي يمتلكها من الاستقرار وقابلية الانعكاس ومن ثم استخدامها في عملية التنبؤ بالاعتماد على مجموعة اساسية من النماذج والتي تكتب بالصيغة الآتية [62.Terence:2019,P] :

$$\phi(B) \nabla^d y_t = \theta_0 + \theta(B) \varepsilon_t \quad (8)$$

حيث أن :

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad \text{and } \theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

وأن (B) تمثل عامل الأزاحة الخلفي ويعرف رياضياً بالشكل التالي ( $B y_t = y_{t-1}$ ) ويستعمل هذا العامل في إيجاد الفروق عندما تكون السلسلة الزمنية غير مستقرة وتعاني من مشكلة الاتجاه (Trend) والفروق الأول يكون بالشكل التالي [Montgomery&et.al.2008, P.37] :

$$\nabla y_t = (1 - B) y_t = y_t - y_{t-1} .$$

ومن بين النماذج الخاصة التي في صدد تحليلها هو النموذج الآتي (0,1,1)ARIMA انظر [189.Tseng&Adams:1994,P] وتحدث هذه الحالة عندما تكون السلسلة الزمنية غير مستقرة وتعاني من مشكلة الاتجاه وعند أخذ الفرق الأول (Difference) تتحول العملية الى مستقرة حسب درجة الفروق وعندما تكون مستقرة في الفرق الأول هذا يعني ( $d=1$ ) وفي هذا الأنموذج تكون رتبة الانحدار الذاتي ( $p=0$ )

والأوساط المتحركة من الرتبة الأولى (1=q) وبالتالي نحصل على هكذا أنموذج ، وفي كلام آخر سيكون الأنموذج بالشكل التالي IMA(1,1) وهو يمتلك قدرة تمثيلية مفيدة للعديد من الظواهر الحقيقية. ومعادلة الفروق له كالآتي [1976:Box&Jenkins]:

$$\nabla y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t \quad \text{for } -1 < \theta < 1 \quad (9)$$

حيث أن:  $\nabla = (1 - B)$

ويمكن التعبير عن عملية الأوساط المتحركة (MA) بدلالة سلسلة الأخطاء العشوائية كأنموذج Random Walk كما في [64.Tsay:2005,p].

### 5.2 خاصية الانعكاس للأنموذج Inverted form of the model

يمكن كتابة الانموذج في المعادلة (9) بالشكل التالي:

$$y_t = \varphi(B)\varepsilon_t \Rightarrow \varphi^{-1}(B)y_t = \varepsilon_t$$

$$\pi(B)y_t = \varepsilon_t \quad \text{where: } \pi(\beta) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \beta^j$$

$$y_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \beta^j y_t + \varepsilon_t \Rightarrow y_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (10)$$

لذلك فإن معاملات  $y_t$  هي مجموعة اوزان غير محدودة للقيم السابقة ، مضاف إليها حد الاضطراب العشوائي ، وبالتالي يمكن كتابة العملية من الرتبة الاولى بالشكل الآتي :

$$(1 - B)y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t \Rightarrow y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1} \quad (11)$$

والصيغة اعلاه هي صيغة (Random Shock) الصدمة العشوائية [1976:Box&Jenkins]:

ويمكن إعادة كتابة الصيغة بدلالة الخطأ العشوائي  $\varepsilon_t$  من خلال الآتي :

$$\nabla y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$$

نلاحظ أن معامل حد الخطأ العشوائي هو  $(1 - \theta B)$  وبالتالي يمكن إعادة صياغته بالشكل التالي :

$$(1 - \theta B) = (1 - \theta B + B - B)$$

$$(1 - \theta B) = (1 - \theta)B + (1 - B) \Rightarrow (1 - \theta B) = (1 - \theta)B + \nabla$$

$$(1 - \theta B) = \lambda B + \nabla$$

حيث أن  $(\lambda = (1 - \theta))$  والعملية تكون قابلة للقياس في حدود  $\lambda$  علماً أن  $(0 < \lambda < 2)$

وهنا يمكن إعادة صياغة العملية (11) لتصبح كالآتي :

$$\nabla y_t = \lambda\varepsilon_{t-1} + \nabla\varepsilon_t$$

وبضرب الطرفين بـ  $(\nabla^{-1} = S)$  على العكس من عملية الفروق ينتج الآتي :

$$y_t = \lambda\nabla^{-1}\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow y_t = \lambda S\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

يمكن التعويض عن الصيغة الأخيرة بصيغة عامة وكالآتي :

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \omega_j \varepsilon_{t-j} \quad \text{for } \omega_0 = 1 \text{ and } \omega_j = \lambda \quad ; \forall j \geq 1 \quad (12)$$

حيث أن  $(\omega_j)$  تمثل الأوزان .

$$y_t = \omega_0 \varepsilon_{t-0} + \omega_1 \varepsilon_{t-1} + \omega_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \dots \dots$$

$$y_t = \varepsilon_t + (\omega_1 B^1 + \omega_2 B^2 + \dots \dots) \varepsilon_t$$

وباستخدام خاصية التقريب في المتسلسلات يمكن إعادة كتابة الصيغة أعلاه بالشكل التالي :

$$y_t = \left( \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i B^i \right) \varepsilon_t \Rightarrow y_t = \left( 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \beta^i \right) \varepsilon_t$$

$$y_t = \omega(B)\varepsilon_t \Rightarrow \omega(B)^{-1}y_t = \varepsilon_t$$

$$\pi(B)y_t = \varepsilon_t \quad \text{where } \pi(B) = \omega(B)^{-1} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i \beta^i$$

حيث ان  $\sum_{i=1}^{\infty} |\pi_i| < \infty$  . وبالتالي فإن الأوساط المتحركة لرتبة محدودة تمثل عملية انحدار ذاتي لرتبة غير محدودة وهذا هو تعريف خاصية قابلية الانعكاس .

## 6. التنبؤ Forecasts:

1.6 التنبؤ باستعمال العملية IMA(0,1,1)<sup>[1]</sup>:

يمكن استعمال العملية IMA(0,1,1) للتنبؤ بالقيم المستقبلية للظاهرة تحت الدراسة وذلك من خلال التحليل الآتي أذ أن أسلوب معادلة الفروق عند الزمن المستقبلي  $t + l$  للأنموذج يكتب بالصيغة [Box, G.E.P & Jenkins, 1976, p 144]:

$$y_{t+l} = y_{t+l-1} + \varepsilon_{t+l} - \theta \varepsilon_{t+l-1} \quad (13)$$

وبأخذ التوقع الشرطي للعملية اعلاه ينتج :

$$\hat{y}_t(1) = y_t - \theta \varepsilon_t \quad (14)$$

لكل الخطوات المستقبلية للتنبؤ للزمن  $t$

$$\hat{y}_t(l) = \hat{y}_t(l-1) \quad l > 2 \quad (15)$$

وبالتالي فان الانموذج التنبؤي سيكون:

$$\hat{y}_t(l) = \hat{y}_{t-1}(l) + \lambda \varepsilon_t \quad (16)$$

حيث ان  $\lambda = 1 - \theta$

والصيغة (16) تعتمد في حسابها على القيمة التنبؤية السابقة بالإضافة الى الكمية المصححة المعرفة بالكمية  $(\lambda \varepsilon_t)$  حيث أن  $(\lambda)$  تقيس الصدمة العشوائية ، وهناك صيغة أخرى لكتابة الصيغة التنبؤية وهي كالآتي [Box & Jenkins: 1976]:

$$\hat{y}_t(l) = \lambda y_t + (1 - \lambda) \hat{y}_{t-1}(l)$$

والتي تعتمد على تركيبة خطية للتنبؤ القديم والمشاهدة الجديدة وهي أيضاً تعتمد على المعلمة  $(\lambda)$

## 2.6 التنبؤ باستعمال الأوساط المتحركة الموزونة أسياً :

يستخدم التنبؤ باستعمال طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً واحدة من أهم الطرائق الشائعة الاستعمال في تحليل السلاسل الزمنية الخطية والتي يرمز لها ( Exponential Weighted Moving Average (EWMA) ) وبعض الاحيان تسمى هذه الطريقة بالتمهيد الآسي وتكون الأوزان في هذه الطريقة متغيرة حسب أهمية المشاهدات المستعملة في معادلة التمهيد ويمكن اشتقاق معادلة التنبؤ عند التعويض عن  $(\theta = 1 - \lambda)$  في الصيغة (3) لنحصل على:

$$\hat{y}_t(1) = (1 - \theta)y_t + \theta \hat{y}_{t-1}(1) \quad (17)$$

ومن العلاقة (5) كذلك يمكن الحصول على الصيغة الآتية :

$$\hat{y}_t(1) = (1 - \theta)[y_t + \theta y_{t-1} + \theta^2 y_{t-2} + \theta^3 y_{t-3} - \dots] \quad (18)$$

والصيغة أعلا تمثل أنموذج انحدار ذاتي غير محدودة ويمكن تفسير ذلك اذا كانت  $(0 < \theta < 1)$  فإن الأوزان تضحل أسياً ، وبالتالي ستكون المعادلة المستعملة في التنبؤ باستعمال حد الاضطراب ( random shock) بالشكل التالي :

$$\hat{y}_t(1) = [\pi_1 y_t + \pi_2 y_{t-1} + \pi_3 y_{t-2} + \pi_4 y_{t-3} \dots] = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j y_{t+1-j} \quad (19)$$

بحيث أن :  $\pi_j = (1 - \theta)\theta^{j-1}$  ,  $j = 1, 2, \dots$  وعندما تكون  $(\theta = 1 - \lambda)$  في معادلة رقم (17) ينتج الآتي :

$$\hat{y}_t(1) = \lambda y_t + (1 - \lambda) \hat{y}_{t-1}(1) \quad (20)$$

$$\hat{y}_t(1) = \lambda y_t + \hat{y}_{t-1}(1) - \lambda \hat{y}_{t-1}(1) = \hat{y}_{t-1}(1) + \lambda (y_t - \hat{y}_{t-1}(1))$$

$$\hat{y}_t(1) = \hat{y}_{t-1}(1) + \lambda \varepsilon_t \quad (21)$$

حيث أن  $\lambda$  تمثل ثابت التمهيد والخطأ يساوي  $(y_t - \hat{y}_{t-1}(1))$

وهنا يمكن أن تكون الأوزان متساوية على الجانبين بشكل تقاربي [Box & Jenkins: 1976, p 106]:

$$\sum_{j=1}^{t-1} \pi_j = \lambda \sum_{j=1}^{t-1} (1 - \lambda)^j$$

وبالتالي نلاحظ ان المعادلة (16) في التنبؤ باستعمال العملية IMA(0,1,1) هي ذاتها المعادلة (21) لفترة واحدة في الأوساط المتحركة الموزونة أسياً مع معلمة التمهيد ذاتها [Box & Jenkins: 1976, p 145]. وبالتالي خطأ التنبؤ سيكون بالصيغة الآتية :

$$\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{y}_{t-1}(1) \quad , t = 2, 3, \dots, T$$

وأن مجموع مربعات خطأ التنبؤ بخطوة واحدة الى الأمام سيكون بالصيغة :

$$SSE = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2, t = 2, 3, \dots, T$$

حيث أن القيم الابتدائية للتنبؤ يمكن فرضها المشاهدة الأولى للبيانات ( $\hat{y}_2 = y_1$ ).

### 3. الجانب العملي :

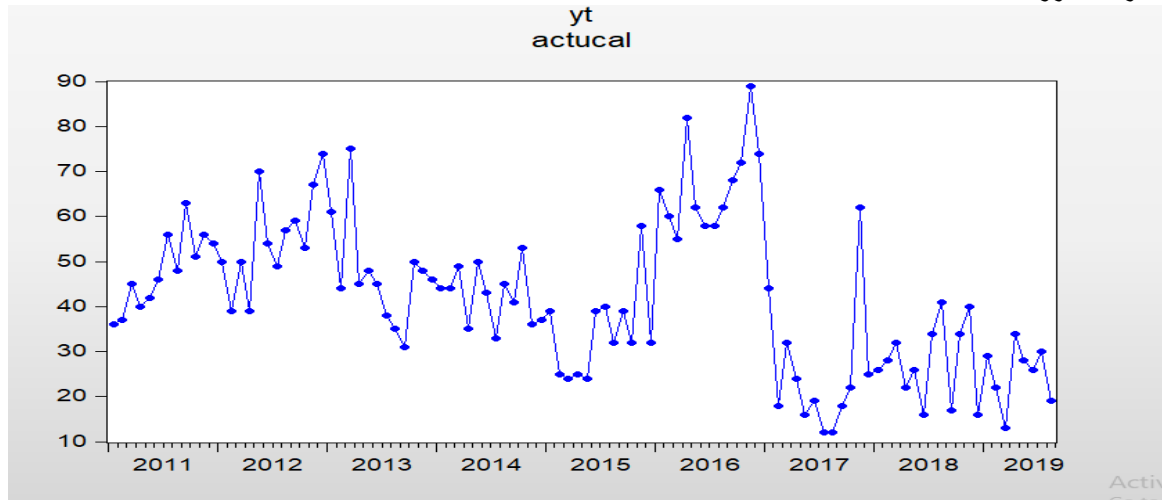
#### 3.1 التحليل الوصفي وتشخيص الأنموذج الأنضل :

لأجل تطبيق أنموذج السير العشوائي على بيانات حقيقية فقد تم أخذ بيانات الحوادث المرورية الشهرية لحدود محافظة ذي قار على الطرق الخارجية التي تربط المحافظة بالمحافظات المجاورة لها والتي كانت مسجلة فقط في دائرة المرور العامة للمحافظة للفترة من شهر كانون الأول 2011 ولغاية آب 2019 وقد استعمال برنامج 10Eviewa في تحليل البيانات وفي إيدنا جدول لعرض الإحصاءات الوصفية للظاهرة المعنية والتي سيرمز لها بالرمز  $y_t$  بالجدول الآتي :

جدول (1) يمثل الإحصاءات الوصفية للعملية  $y_t$  التي تمثل الحوادث المرورية في محافظة ذي قار

عدد المشاهدات	المتوسط	الوسيط	المنوال	الانحراف المعياري	التباين	أقل قيمة	أكبر قيمة
104	41.95	40.50	39	16.79	281.9041	12	89

نلاحظ من الجدول (1) أن عدد المشاهدات كانت (104) مشاهدة شهرية حيث نلاحظ أن معدل عدد الحوادث في الشهر كان (41.95) حادث وهذا المعدل يبين أهمية هذه الظاهرة ومدى خطورتها ، أيضا يمكن ملاحظة أن أعلى عدد حوادث كان (89) حادث في شهر نيسان من عام 2016 وأقل عدد حوادث كان (12) حادث لشهري تموز وآب لعام 2017 والشكل (1) يوضح الرسم البياني لحوادث الطرق في محافظة ذي قار للفترة المدروسة .



شكل (1) يمثل شكل تخطيطي للحوادث المرورية لمحافظة ذي قار للفترة من شهر كانون الأول 2011 ولغاية شهر آب 2019

ولأجل تشخيص وتحديد رتبة الأنموذج للسلسلة المعروضة في الشكل (1) نحسب قيمتي معامل الارتباط الذاتي (ACF) و معامل الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) ومقارنته مع آلية التشخيص المقدمة من قبل [175.Box&Jenkins:1976, P] والجدول (2) يوضح أقيام الدالتين مع درجة التأخر المقابلة . جدول (2) يمثل أقيام دالتي الارتباط الذاتي (AC) والارتباط الذاتي الجزئي (PAC) وكذلك الشكل التوضيحي للدالة (Autocorrelation) و (Partial Correlation) فضلاً عن قيم إحصاءة (Q-statistic)

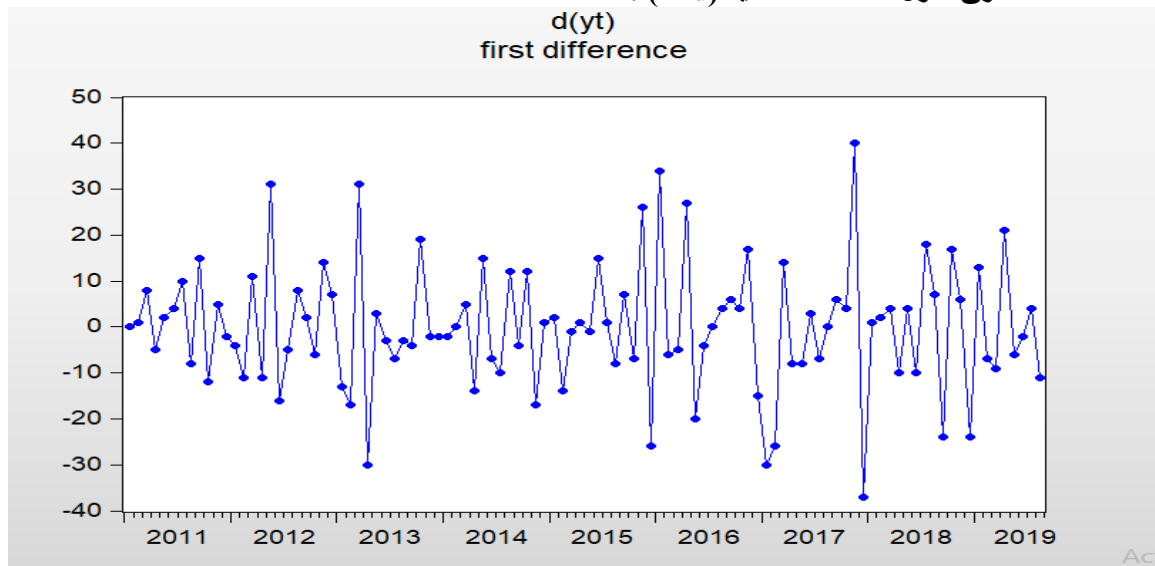
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.559	0.559	23.466	0.000
		2	0.553	0.349	46.716	0.000
		3	0.464	0.111	63.317	0.000
		4	0.322	-0.104	71.433	0.000
		5	0.281	-0.013	77.694	0.000
		6	0.213	0.003	81.369	0.000
		7	0.246	0.141	86.347	0.000
		8	0.108	-0.139	87.321	0.000
		9	0.002	-0.228	87.321	0.000
		10	0.073	0.128	87.784	0.000
		11	-0.116	-0.138	88.952	0.000
		12	-0.093	-0.028	89.714	0.000
		13	-0.168	-0.118	92.276	0.000
		14	-0.178	-0.013	95.187	0.000
		15	-0.147	0.106	97.218	0.000
		16	-0.217	-0.053	101.71	0.000

من خلال ملاحظة الرسم البياني للملاحظات في الشكل (1) نلاحظ أن السلسلة غير مستقرة في الاتجاه، وعند إجراء اختبار ديكي فولر الموسع (Augmented Dickey-Fuller test) يتبين لنا أن السلسلة غير مستقرة أيضاً وحسب الاختبار في الجدول أدناه :

جدول (2) يمثل نتائج اختبار ديكي- فولر الموسع لبيان استقراره السلسلة الزمنية

	t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.804027	0.0612
Test critical values : 1% level	-3.495677	
5% level	-2.890037	
10% level	-2.582041	

من خلال الاختبار في الجدول (2) نلاحظ أن القيمة الاحتمالية للاختبار كانت (0.0612) وهي أكبر من مستوى المعنوية (0.05) وبالتالي فإن السلسلة غير مستقرة أي أنها تحتوي على جذر الوحدة ولأجل التخلص من هذه المشكلة نأخذ الفرق الأول للسلسلة الأصلية (1=d) :



شكل (2) يمثل رسم سلسلة الفرق الأول للعملية  $D(y_t)$

من خلال الشكل (2) نلاحظ أن السلسلة أصبحت مستقرة في الفرق الأول وهذا ما أكدته اختبار جذر الوحدة لديكي-فولر الموسع ، ولأجل تشخيص الأنموذج وتحديد الرتبة بشكل صحيح نحسب أقيام وشكل الرسم لدالتى الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF).



جدول (3) يمثل أقيام دالتي الارتباط الذاتي (AC) والارتباط الذاتي الجزئي (PAC) لسلسلة الفرق الأول  $(D(y_t))$  وكذلك الشكل التوضيحي للدالة (Autocorrelation) و (Partial Correlation) فضلاً عن قيم إحصاءة (Q-statistic) (Q-statistic)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.562	-0.562	23.353	0.000
		2	0.145	-0.249	24.932	0.000
		3	0.066	0.043	25.263	0.000
		4	-0.108	-0.010	26.164	0.000
		5	0.044	-0.042	26.317	0.000
		6	-0.111	-0.193	27.297	0.000
		7	0.190	0.078	30.207	0.000
		8	-0.066	0.168	30.568	0.000
		9	-0.172	-0.195	33.033	0.000
		10	0.311	0.071	41.257	0.000
		11	-0.274	-0.030	47.732	0.000
		12	0.190	0.120	50.911	0.000
		13	-0.151	-0.087	52.942	0.000
		14	0.021	-0.181	52.981	0.000
		15	0.094	0.029	53.801	0.000
		16	-0.123	0.109	55.237	0.000

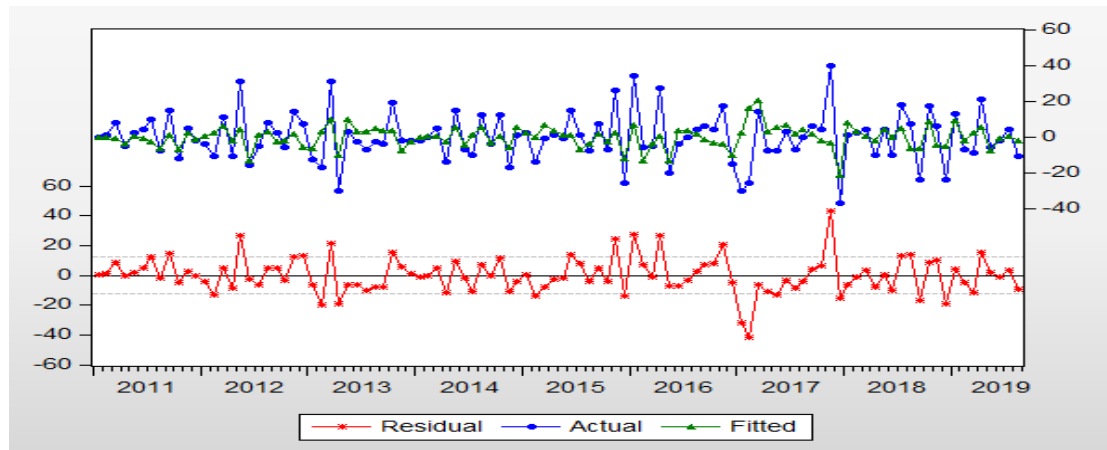
### 3.2 مطابقة أنموذج: ARIMA

لأجل التحقق من مطابقة الانموذج للبيانات المأخوذة للظاهرة المدروسة بعد عملية المطابقة سوف نعتمد على مجموعة من المعايير في تحديد الانموذج الأفضل وحسب ملائمة هذه المعايير لعملها في الجانب النظري ولعل أهمها معيار المعلومات أكاكي (AIC) وعندما يكون حجم العينة أكبر من 60 مشاهدة سيكون البديل لهذا المعيار هو معيار المعلومات البيزي (BIC) حيث سيتم اختيار الأنموذج المقابل الذي يقابل أقل قيمة للمعيار (BIC) والجدول التالي يعرض النماذج المقترحة وما يقابلها من معايير محسوبة وهذا ما يسمى بالنمذجة في تحليل السلاسل الزمنية [75.Harvey:1990,p].

جدول (4) يمثل النماذج المقترحة وقيم المعايير التي تبين أفضل أنموذج

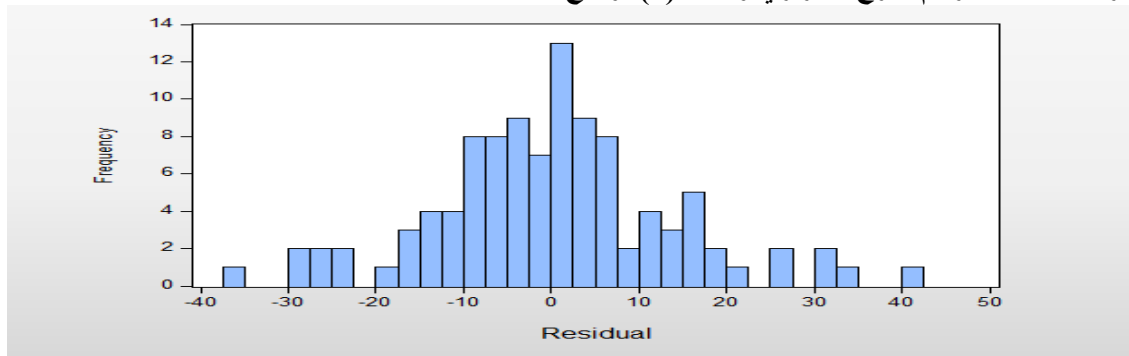
Models	AIC	BIC
ARIMA(0,1,1)	7.624757	7.720303
ARIMA(0,1)	7.9760	8.07094
ARIMA(1,1,0)	7.624737	7.720343
ARIMA(1,1,1)	7.605	7.733323
ARIMA(0,1,2)	7.603101	7.730576
ARIMA(1,1,2)	7.626858	7.786202
ARIMA(2,1,1)	7.616651	7.775995
ARIMA(2,1,2)	7.640682	7.831894
ARIMA(1,1)	7.646600	7.773082
ARIMA(2,2)	7.629318	7.819040

من خلال الجدول (4) نلاحظ ان أفضل انموذجين يمتلكان أفضل مطابقة لبيانات ظاهرة الحوادث المرورية للفترة المدروسة هو أنموذج ((1,1)BIC=IMA) والتي كانت (7.720303) للأنموذج المقترح الأول ، وعند الاعتماد على معيار المعلومات أكاكي فإن الأنموذج المقترح الذي يمتلك أقل قيمة هو ((1,2)AIC=IMA) ، ولكن من حيث المعلومات المتوفرة لدينا في مرحلة التشخيص للأنموذج فإن الأنموذج الأول والذي يرمز له بعض الأحيان بالرمز IMA(1,1) وهو الأفضل في تمثل الظاهرة والشكل (3) يوضح جودة عملية المطابقة و البواقي.:



شكل (3) يمثل المطابقة في عملية التقدير لعملية الأوساط المتحركة التكاملية IMA(0,1,1) مقارنة مع البيانات الحقيقية.

وأيضاً يمكن التحقق من اختبار التوزيع الطبيعي للبواقي وبشكل تقاربي والمسمى (Whiteness) انظر [111, Fan & Yao: 2003, P] أو من خلال رسم التوزيع الاحتمالي للبواقي والذي يمكن عرضه من خلال رسم مدرج التكراري والشكل (4) يوضح ذلك :



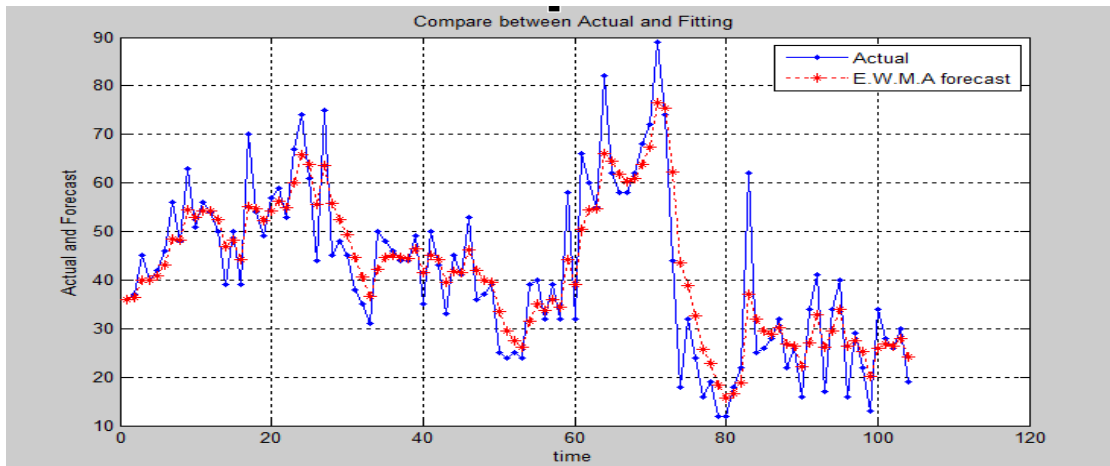
شكل (4) يمثل التوزيع الاحتمالي للبواقي من خلال المدرج التكراري للبواقي.

أما فيما يخص طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً (EWMA) التي هي إحدى طرق التمهيد الآسي البسيط فإن التقدير سيكون كما في الجدول (5) الذي يوضح أفضل معلمة تمهيد مختارة لهذه الطريقة باستعمال البيانات الحقيقية لظاهرة الحوادث المرورية

جدول (5) يمثل التقدير باستعمال طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً ((EWMA))

Parameters:	Alpha	0.4200
	Beta	0.0000
	Sum of Squared Residuals	7828.651
	Root Mean Squared Error	10.42743
End of Period Levels:	Mean	75.70730
	Trend	0.222222

من خلال الجدول (5) نلاحظ أن أفضل قيمة لمعلمة التمهيد كانت ( $Alpha = \lambda = 0.42$ ) والتي أعطت أقل جذر لمجموع مربعات للخطأ وكان ( $10.42743 = RMAE$ ) وأفضل مجموع مربعات للبواقي والذي مقداره ( $7828.651 = SSR$ ). وعند استعمال أفضل قيمة للمعلمة في حساب معادلة التمهيد والتي يمكن تمثيلها بيانياً بالشكل (5) :



شكل (5) يمثل التقدير (المطابقة) باستعمال طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً مقارنة مع البيانات الحقيقية

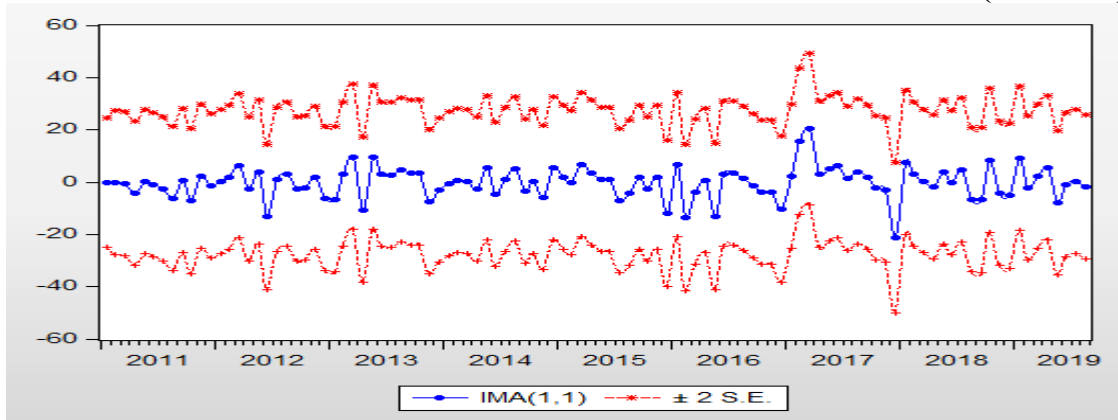
### 3.3 التنبؤ :

تعد مرحلة التنبؤ من المراحل الأكثر فائدة في عملية تحليل السلسلة الزمنية حيث تأتي بعد مرحلة السيطرة على الأنموذج وهي تقدم فكرة عن سلوك الظاهرة في المستقبل لأجل تهيئة كافة الاحتياطات اللازمة واتخاذ القرارات المناسبة لتفاد أو تقليل من الخسائر المتوقعة الناتجة عن الظاهرة المدروسة ، وهنا فان التنبؤ بظاهرة الحوادث المرورية في الفترة المستقبلية يكون مفيد جداً لنا لتقديم فكرة واضحة عن الخسائر التي تنتج عنها مما يتطلب تهيئة كافة الاحتياطات المناسبة واتخاذ الإجراءات والقرارات الكفيلة بتقليل تلك الخسائر الناتجة عن تلك الحوادث سواء كانت خسائر في الموارد البشرية أو الموارد المادية وفي هذا البحث تم التنبؤ باستعمال الطريقتين المقدمتين في الجانب النظري والمقارنة بينهما وهما الأوساط المتحركة الموزونة أسياً وأنموذج الأوساط المتحركة التكاملية IMA(0,1,1) . والجدول التالي يعرض معايير أفضل تنبؤ بالاعتماد على خطأ التنبؤ وهما المعدل المطلق لخطأ التنبؤ (Mean Absolute Forecast Error(MAE)) ومتوسط مربعات خطأ التنبؤ (Mean Square Forecast Error(MSE)) :

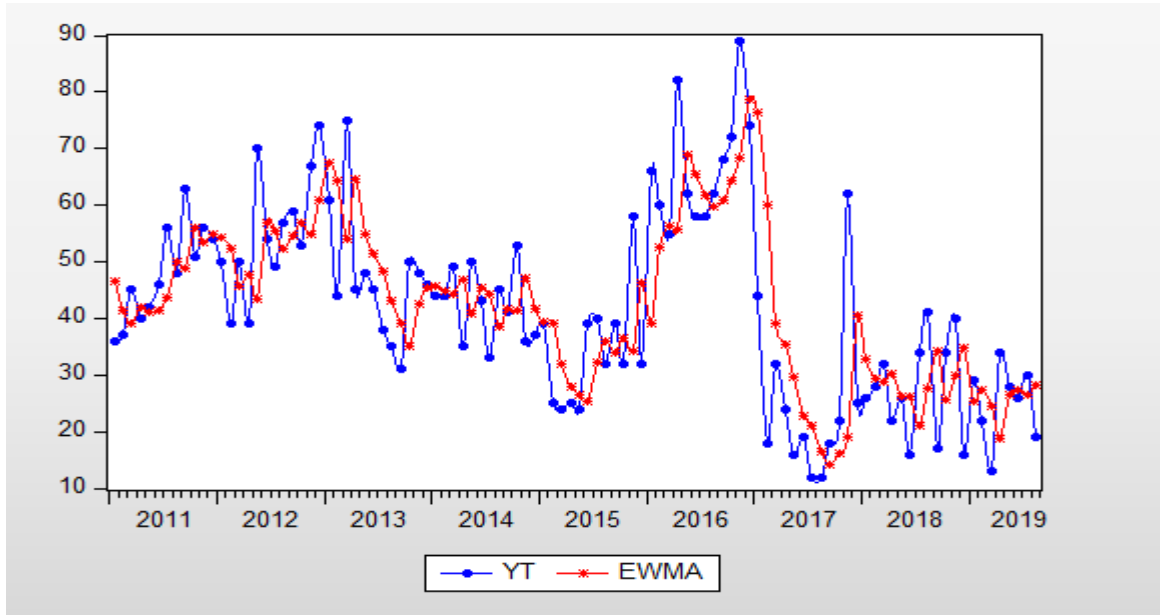
جدول (4) يمثل معايير دقة التنبؤ باستعمال طريقتي الأوساط المتحركة الموزونة أسياً وأنموذج IMA(1,1)

Forecast Accuracy Forecast Methods	MSE	MAE
E.W.M.A. forecast method	148.9558	9.0372
IMA(1,1) forecast method	147.2733	9.0022

والشكل (6) يبين دقة التنبؤ باستعمال أنموذج IMA(1,1) والشكل (7) يبين دقة التنبؤ باستعمال طريقة (E.W.M.A)



شكل (6) يمثل سلسلة التنبؤات باستعمال طريقة عملية الأوساط المتحركة التكاملية IMA(0,1,1)



شكل (7) يمثل سلسلة التنبؤات باستعمال طريقة الأوساط المتحركة الموزونة أسياً (EWMA) مع البيانات الحقيقية.

#### 4. الاستنتاجات :

- 1- أن قيمة معلمة التمهيد مهمة جدا في تحديد دقة التنبؤات باستعمال طريقة الأوزان المتحركة الموزونة أسياً حيث أن الأوزان تتناقص أسياً في صيغة متعدد الحدود التنبؤية .
- 2- أن أسلوب النمذجة هو الاختبار الأفضل في تحديد الأنموذج المناسب للبيانات المتوفرة (الحوادث المرورية في محافظة ذي قار) وبالتالي فإن التنبؤات التي تنتج عن هذا الأنموذج تكون أكثر دقة من غيرها .
- 3- يمكن السيطرة على ظاهرة الحوادث المرورية من خلال أنموذج محدد وحسب البيانات المتوفرة وبالتالي التنبؤ بعدد الحوادث لأزمنة مستقبلية وهذا يتيح لأصحاب القرار اتخاذ الاجراءات المناسب للحد من الحوادث
5. التوصيات :
  - 1- أهمية التحليل الرياضي لأنموذج الأوساط المتحركة التكاملية لأنه يمثل العديد من الظواهر في الواقع .
  - 2- في عملية النمذجة الاعتماد على معيار المعلومات البيزي في مرحلة التحقق من الأنموذج فضلاً عن حساب بقية المؤشرات الاحصائية لمطابقة الأنموذج الصحيح .
  - 3- يعد من الجيد استعمال النمذجة باستعمال عملية أنموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة التكاملية في عملية التنبؤ بالقيم المستقبلية .
  - 4- يمكن تطبيق الأسلوب ذاته لبقية المحافظات للسيطرة على هذه الظاهرة .

#### المصادر :

- [1]Box,G.E.P. and Jenkins,G.M.,(1976)” Time Series Analysis Forecasting and Control,” ,California, Holden-Day,Oakland.
- [2]Cox,D.R.,(1961),”Prediction by Exponentially Weighted Moving Averages and Related Methods,” Royal Statistical Society, No.2,PP.414-422.
- [3]Fan,J. and Yao,Q.,(2003),”Nonlinear Time Series Nonparametric and Parametric Methods,” New York, Springer-Verlag New York,Inc.
- [4]Gabrielsen,A.and et.al,(2015),”Forecasting Value-at-Risk with Time-VaRying Variance,Skewness and Kurtosis in An Exponential Weighted Moving Average Framework,” Annals of Financial Economics,Vol.10,No.1,PP.1550005-29.
- [5]Geller,E. and Wilson,R.D.,(1978)”Exponentially Wiegthed Moving Averages Forecasting Program with Alpha-Level Optimizer,”Marketing Research,Vol.15,No.2,PP.271-272.

- [6]Granger,C.W.J. and Newbold,P.(1986)"Forecasting Economic Time Series," 2<sup>nd</sup> Edition London,Academic Press Inc.
- [7]Harvey,A.C.,(1990),"Forecasting Structural Time Series Models and the Kalman Filter," New York, Cambridge University Press.
- [8]Montgomery,D.C. , Jennings,C.L. and Kulahci,M.,(2008),"Introduction to Time Series Analysis and Forecasting," New Jersey, John Wiley&Sons,Inc.
- [9]Ruey S.T.,(2005),"analysis of Financial Time Series,"2<sup>nd</sup> Edition,New Jersey, John wiley&Sons,Publication,Hoboken.
- [10]Terence C.M.(2019)," Applied Time Series Analysis," ,Loughborough,United Kingdom, Academic Press,An Imprint of Elsevier.
- [11]Tsay,R.C.,(2005),"Analysis of Financial Time Series ,"2<sup>nd</sup> Edition,New Jersey, John Wiley&Sons,Inc.
- [12]Tseng,S. and Adams,B.M.,(1994),"Monitoring Autocorrelated Processes with An Exponentially Weighted Moving Avarage Forecasting,"J.Statist.Comput.Simul.,Vol.50,PP.187-195.
- [13]Tseng,F.M. and Tzeng,G.H.,(2002)"A Fuzzy Seasonal ARIMA Model for Forecasting," Fuzzy Sets and Systems,126 367-376.
- [14]Winters,P.R.,(1960)"Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Average,"Management Science,Vol.6,No.3,pp.324-342.

## Compare Prediction by Autoregressive Integrated Moving Average Model from first order with Exponential Weighted Moving Average

Ali Salman Habeeb  
University of Sumer  
a.habib@uos.edu.iq

Received: 23/11/2019

Accepted :7/1/2020

Published :June / 2020



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

### Abstract:

The prediction process of time series for some time related phenomena in particular the autoregressive integrated moving average (ARIMA) models is one of the important topics in the theory of time series analysis in applied statistic. Perhaps its importance lies in the basic stages in analyzing of the structure or modeling and the conditions that must be provided in the stochastic process. This paper deals with two methods of predicting the first was a special case of autoregressive integrated moving average which is ARIMA (0,1,1) if the value of the parameter equal to zero, then it is called Random Walk model, the second was the exponential weighted moving average (EWMA). It was implemented in the data of the monthly traffic accidents in the province of Dhi Qar Governorate for the period from (Jan. 2011) to (Aug. 2019). It was found through the research that the model studied is well of the traffic accident, we can predict dangerous traffic accident using this model and reduce the aggravation through Develop plans strategic of the roads.

**Keyword:** Random walk, Moving Average Integrated Process, Exponential Weighted Moving Average, Prediction.