



حساب مجاميع المربعات لأجزاء (مركبات)

SSe في التجارب العاملية 2^n ذات الإدماج الكلي

بطريقة مقترحة

د. فراس احمد محمد
جامعة بغداد- كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

أ. كمال علوان خلف
جامعة بغداد- كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

المستخلص

لأجل خدمة حقل المعرفة في مجال تصميم وتحليل التجارب باعتماد صيغ وأساليب تتسم بالسهولة والبساطة في العمل الحسابي وخصوصاً في التجارب التي تتطلب حسابات كثيرة لمجاميع المربعات ومنها التجارب العاملية من النوع 2^n وذات الإدماج الكلي، فإن بحثنا هذا يهدف إلى الإسهام في تقديم مقترح لكيفية: 1- تثبيت إشارات معاملات المعالجات عند كتابة صيغة كل تأثير والتي تعتبر إحدى المستلزمات للتحليل. 2- حساب مجاميع المربعات لكل جزء (مركبة) حينما يتم تجزئة مجموع المربعات للخطأ (SSe) في التجربة العاملية من النوع 2^n وذات الإدماج الكلي لأحد تأثيرات التفاعلات. ولقد تم التوصل في متن البحث إلى هذه الطريقة المقترحة التي تعتبر إسهامه في هذا المجال وتم تطبيقها واتسمت بالبساطة والسهولة مقارنة مع عمل الصيغ المألوفة أو الشائعة المستخدمة في حساب مجاميع المربعات.

1- المقدمة

إن التجربة العاملية (Factorial Experiment) التي تهتم (من خلال تجربة واحدة) بدراسة تأثير عاملين أو أكثر تمكن الشخص الباحث من الحصول على معلومات عن التأثيرات الرئيسية للعوامل وبالإضافة إلى الحصول على معلومات عن تأثيرات التفاعلات وهذا ما لم نتمكن من الحصول عليه في التجارب المنفردة أو المستقلة لكل عامل على حدة، وعندما يزداد عدد العوامل ومستوياتها فإن عدد المعالجات العاملية يزداد إلى حد قد يولد صعوبة في عدم التمكن من إيجاد قطاع يمكن إن يستوعب هذا العدد المتزايد من المعالجات ولذلك ومن أجل ان تنفذ التجربة يلجأ الباحث أو الشخص المجرب إلى اعتماد أو تطبيق فكرة الإدماج (Confounding) والتي تعني التضحية بتأثير احد او بعض التفاعلات وخاصة من الدرجات الأعلى ومقابل هذه التضحية فإنه يوزع المعالجات ليس على قطاع واحد كامل وإنما قد يكون التوزيع على قطاعين (غير كاملين) إن كانت التضحية بتأثير واحد او على أربع قطاعات (غير كاملة) إن كانت التضحية بثلاث تأثيرات. ومن المعلوم فإن التجارب العاملية من النوع 2^n ذات الإدماج الكلي يجرى تحليلها (حساب متطلبات ومجاميع المربعات لمصادر التباين) من قبل الباحثين والمستفيدين من هذا الحقل باستخدام الصيغ المألوفة والمعروفة في المصادر الإحصائية في مجال تصاميم التجارب والتي تحتاج إلى وقت وجهود وحاجتها لتنظيم جداول عديدة تعتبر ضرورة لمستلزمات حساب مجاميع المربعات، ومن أجل المساهمة في تبسيط عمل التحليل فقد انصب اهتمامنا حول ضرورة إيجاد البدائل واستغرق منا وقتاً ليس بالقصير وظفنا فيه بعض من القابلية والخبرة لنقدم فيه طرقاً مقترحة (بديلة) تكون مترافقة ومتوازية مع الصيغ المألوفة، وهذه الطريقة يتم من خلالها التوصل إلى متطلبات التحليل بشكل عام مع التركيز على الصيغ لحساب مجاميع المربعات لكل جزء (مركبة) بعد ما يتم تجزئة مجموع مربعات الخطأ (SSe) إلى الأجزاء (المركبات) التي يحتاجها التحليل.

1- الهدف

- يهدف البحث إلى تقديم مقترح يتضمن طريقة وصيغ تخص تحليل التجارب العاملية من النوع 2^n والتي تتضمن إدماجاً كلياً لأحد تأثيرات التفاعلات، وتتمثل بـ :
- 1- تقديم صيغة (قاعدة) عامة لكيفية وضع أو تثبيت إشارات معاملات المعالجات عند كتابة صيغة كل تأثير.
 - 2- تقديم طريقة لكيفية حساب مجاميع المربعات لكل جزء (مركبة) حينما يتم تجزئة مجموع مربعات الخطأ (SSE) إضافة إلى المتطلبات الأخرى للتحليل.

3 - الجانب النظري

لغرض توضيح المسار لتحقيق الهدف لهذا البحث يمكننا اعتماد تجربة عاملية من النوع 2^3 حيث العوامل A و B و C لكل منها مستويان وفي حالة تنفيذها بالقطاعات وعددها r فإن الاستجابات يمكن تمثيلها بالرموز كما في الجدول (1) أدناه:

جدول (1)

يبين الاستجابات بالرموز للتجربة العاملية 2^3 باستخدام r من القطاعات

Blocks						
A	B	C	1	2	...	r
1	1	1	Y_{1111}	Y_{1112}	...	Y_{111r}
		2	Y_{1121}	Y_{1122}	...	Y_{112r}
	2	1	Y_{1211}	Y_{1212}	...	Y_{121r}
		2	Y_{1221}	Y_{1222}	...	Y_{122r}
2	1	1	Y_{2111}	Y_{2112}	...	Y_{211r}
		2	Y_{2121}	Y_{2122}	...	Y_{212r}
	2	1	Y_{2211}	Y_{2212}	...	Y_{221r}
		2	Y_{2221}	Y_{2222}	...	Y_{222r}

والنموذج الرياضي الذي يمثل هذه التجربة يكون كما في الصيغة (1) في أدناه

$$Y_{ijkL} = M + \alpha_i + \beta_j + C_k + \alpha\beta_{ij} + \alpha C_{ik} + \beta C_{jk} + \alpha\beta C_{ijk} + Q_L + e_{ijkL} \quad \text{-----}$$

-----(1)

حيث ان

$$i = 1, 2$$

$$j = 1, 2$$

$$k = 1, 2$$

$$L = 1, 2, \dots, r$$

Y_{ijkL} : الاستجابة للمشاهدة الواقعة تحت تأثير المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل

β والمستوى k من العامل C وضمن القطاع L .

M : تأثير الوسط الحسابي العام

α_i : تأثير المستوى i من العامل A

β_j : تأثير المستوى j من العامل β

C_k : تأثير المستوى k من العامل C

$\alpha\beta_{ij}$: تأثير التفاعل بين المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل β

αC_{ik} : تأثير التفاعل بين المستوى i من العامل A والمستوى k من العامل C

βC_{jk} : تأثير التفاعل بين المستوى j من العامل β والمستوى k من العامل C

$\alpha\beta C_{ijk}$: تأثير التفاعل بين المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل β

والمستوى k من العامل C

Q_L : تأثير القطاع L

e_{ijkL} : الخطأ العشوائي للملاحظة Y_{ijkL}

اذ ان حساب مجاميع المربعات للتأثيرات يمكن ان يعتمد على صيغة كل تأثير من خلال الجدول (2) الأتي:

جدول (2)

التأثيرات والمعالجات للتجربة العاملية 2^3

المعالجات التأثير	$Y_{111}=(1)$	$Y_{211}=a$	$Y_{121}=b$	$Y_{112}=c$	$Y_{221}=ab$	$Y_{212}=ac$	$Y_{122}=bc$	$Y_{222}=abc$
A								
B								
C								
AB								
AC								
BC								
ABC								

(3-1)

أن الصيغة العامة أو القاعدة التي نقدمها لكيفية تحديد الإشارة للمعامل (1) في كل خلية من خلايا الجدول (2) أعلاه (إشارة المعامل في كل خلية) هي كما في الصيغة (2) في أدناه.

$$\boxed{(-1)^{p+q}} \text{-----(2)}$$

حيث أن

P : تمثل عدد أحرف التأثير

q : عدد الأحرف في المعالجات والتي تشابه أحرف التأثير

فمثلا إشارة المعامل 1 في الخلية الناتجة من تقاطع التأثير A مع المعالجة (1) تكتب وفق الصيغة (2) أعلاه كالآتي :

$$(-1)^{1+0} = -1$$

والإشارة للمعامل في الخلية الناتجة من تقاطع التأثير AB مع المعالجة a ستكتب وفق الصيغة أعلاه كالآتي:

$$(-1)^{2+1} = (-1)^3 = -1$$

والإشارة في الخلية الناتجة من تقاطع التأثير BC مع المعالجة abc ستكتب وفق للصيغة (2) أعلاه كما يأتي:

$$(-1)^{2+2} = (-1)^4 = +1$$

وهكذا فإن الإشارات مع المعامل (1) ضمن كل المواقع أو الخلايا (جميع التقاطعات بين التأثيرات والمعالجات) يمكن كتابتها كما في الجدول (3) أدناه.

جدول (3)

يبين الإشارات مع المعامل (1) بتطبيق الصيغة (2)

المعالجات التأثير	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$
B	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+1} = 1$
C	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+0} = -1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+1} = 1$	$(-1)^{1+1} = 1$
AB	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+2} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+2} = 1$
AC	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+2} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+2} = 1$
BC	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+0} = 1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+1} = -1$	$(-1)^{2+2} = 1$	$(-1)^{2+2} = 1$
ABC	$(-1)^{3+0} = -1$	$(-1)^{3+1} = 1$	$(-1)^{3+1} = 1$	$(-1)^{3+1} = 1$	$(-1)^{3+2} = -1$	$(-1)^{3+2} = -1$	$(-1)^{3+2} = -1$	$(-1)^{3+3} = 1$

إن المعاملات في خلايا الجدول أعلاه والتي حسبت وفق الصيغة (2) بسهولة تظهر نفسها فيما لو تم اعتماد الطريقة المألوفة أو الشائعة والتي تعتمد كتابة المفكوك أو نتيجة المقارنة لكل تأثير.

3-2 :

لغرض تنفيذ فكرة الإدماج وتوزيع المعالجات على قطاعين فإننا نختار تأثير التفاعل الثلاثي ABC لان يتم إدماجه فالمعالجات ذات الإشارة السالبة التي يضمها التأثير ABC في الجدول (3) أعلاه توضع في قطاع والمعالجات ذات الإشارة الموجبة ضمن هذا التأثير توضع في قطاع آخر وعليه يكون التوزيع كما في المخطط (1) الآتي:

المخطط (1)

يبين توزيع المعالجات على قطاعين غير كاملين

Block1	Block2
$Y_{211}=a$	$Y_{221}=ab$
$Y_{121}=b$	$Y_{212}=ac$
$Y_{112}=c$	$Y_{111}=(1)$
$Y_{222}=abc$	$Y_{122}=bc$

في هذا التوزيع نجد إن التأثير ABC قد ادمج بالفرق ما بين قطاعين وبالإمكان كتابة مصادر التباين ودرجات الحرية كما في الجدول (4) أدناه:

S.O.V	d.f
Blocks = ABC	1
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1

وعليه فلا بد من تكرار التجربة (ولنفرض إننا كررناها بتكرارين) فالمخطط (2) في أدناه يبين التوزيع العشوائي للمعالجات.

المخطط (2)

يبين التوزيع العشوائي للمعالجات

Rep.1		Rep.2	
Block1	Block2	Block3	Block4
$Y_{222}=abc$	$Y_{221}=ab$	$Y_{112}=c$	$Y_{111}=(1)$
$Y_{221}=b$	$Y_{111}=(1)$	$Y_{211}=a$	$Y_{212}=ac$
$Y_{221}=a$	$Y_{122}=bc$	$Y_{121}=b$	$Y_{122}=bc$
$Y_{221}=c$	$Y_{212}=ac$	$Y_{222}=abc$	$Y_{221}=ab$

أن المخطط (2) أعلاه يمتلك الخاصيتين الهامتين التاليتين⁽⁷⁾ :

1- أن مجموع القطاعين 3 , 1 مطروحا منه مجموع القطاعين 4 , 2 هو مجموع التأثير ABC ولذلك يكون ABC هو احد مكونات المقارنات في القطاعات ونقول عنه انه مدمج إدماجا كليا مع القطاعات .

2- التأثيرات BC , AC , AB , C , B , A كلها مستقلة عن مجاميع القطاعات بمعنى لا يوجد لأي منها إدماج. وعليه فأن مصادر التباين S.O.V ودرجات الحرية d.f ستكون كما في الجدول (5) في أدناه:

جدول (5)

يبين مصادر التباين ودرجات الحرية للتجربة في المخطط (2)

S.O.V	d.f
Replicates	1
Blocks / Replicates	2
ABC	1
ABC X Reps.	1
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1
Error	6

وهنا ولإغراض التعمق في التحليل فان مركبة الخطأ (Error) والتي لها 6 درجات حرية يمكن تجزئتها إلى ستة أجزاء لكل منها درجة حرية واحدة وهذه الأجزاء هي :

E(A x Reps)	With	1	d.f
E(B x Reps)	With	1	d.f
E(C x Reps)	With	1	d.f
E(AB x Reps)	With	1	d.f
E(AC x Reps)	With	1	d.f
E(BC x Reps)	With	1	d.f

بمعنى إن مجموع المربعات للخطأ SSe يجزأ إلى ستة أجزاء موزعة لتمثل (SSe(A x Reps)) و SSe(B x Reps) و SSe(C x Reps) و SSe(AB x Reps) و SSe(AC x Reps) و SSe(BC x Reps)

3-2-1 حساب مجاميع المربعات بالطريقة المألوفة

ان حساب مجاميع المربعات لكل هذه الأجزاء الستة يتم باعتماد الآلية المألوفة الآتية: (لنأخذ حالة توضيحية وهي حساب (SSe(A x Reps)) إن عملية حساب (SSe(A x Reps) كحالة توضيحية تتم بعمل جدول متقاطع بين التكرارات وحالة العامل A (حرفه موجود أم غير موجود في المعالجة) وكما في الجدول (6) أدناه :

جدول (6)
يبين التقاطع بين A والتكرارات

Reps. A	1	2	
موجود في المعالجات	$Y_{2221}+Y_{2111}+Y_{2211}+Y_{2121}=Y_{2..1}$	$Y_{2112}+Y_{2222}+Y_{2122}+Y_{2212}=Y_{2..2}$	$Y_{2...}$
غير موجود في المعالجات	$Y_{1211}+Y_{1121}+Y_{1111}+Y_{1221}=Y_{1..1}$	$Y_{1122}+Y_{1212}+Y_{1112}+Y_{1222}=Y_{1..2}$	$Y_{1...}$
	$Y_{...}(1)$	$Y_{...}(2)$	$Y_{...}$

حيث ان

- . $Y_{2..1}$: تمثل مجموع المعالجات التي يظهر فيها حرف العامل A ضمن التكرار 1 .
- . $Y_{1..1}$: تمثل مجموع المعالجات التي لم يظهر فيها حرف العامل A ضمن التكرار 1 .
- . $Y_{2..2}$: تمثل مجموع المعالجات التي يظهر فيها حرف العامل A ضمن التكرار 2 .
- . $Y_{1..2}$: تمثل مجموع المعالجات التي لم يظهر فيها حرف العامل A ضمن التكرار 2 .
- . $Y_{2...}$: تمثل مجموع المعالجات (ضمن التكرارين) التي يظهر فيها حرف العامل A .
- . $Y_{1...}$: تمثل مجموع المعالجات (ضمن التكرارين) التي لم يظهر فيها حرف العامل A .
- . $Y_{...}(1)$: تمثل مجموع المعالجات ضمن التكرار 1 .
- . $Y_{...}(2)$: تمثل مجموع المعالجات ضمن التكرار 2 .
- . $Y_{...}$: تمثل المجموع العام للمعالجات في التكرارين.

وعليه فإن

$$SS(A \times Reps) = \frac{(Y_{2..1})^2 + (Y_{2..2})^2 + (Y_{1..1})^2 + (Y_{1..2})^2}{\left(\frac{2^n}{r}\right)} - \frac{(Y_{...})^2}{r(2^n)} - SS(A) -$$

$$SS(Reps) \dots\dots\dots(3)$$

وهنا

$$n = 3 \text{ و } r = 2$$

ومثل هذه الصيغة يتم تطبيقها لحساب مجاميع المربعات لجميع الأجزاء الأخرى بعد ما يتم عمل جدول تقاطع لكل جزء إذ إن عدد الجداول ستكون خمس عدا الجدول أعلاه .

3-2-2 الطريقة المقترحة (البديلة) أو طريقة K-F¹ .

إن الطريقة البديلة التي نقدمها لحساب مجاميع المربعات لكل جزء من الأجزاء الناتجة من تجزئة مجموع مربعات الخطأ SSe تعتمد إنشاء أو عمل مخطط جدول يتم من خلاله حساب مجاميع المربعات لكافة مصادر التباين وبضمنها مجاميع المربعات لكل جزء من أجزاء SSe الموضحة صيغها المقترحة لاحقاً. ومخطط هذا الجدول موضح في الجدول (7) أدناه.

جدول (7)

¹ الطريقة أسميناها بطريقة K-F إذ أنها مقترحة من قبل الباحثين كمال علوان المشهاني وفراس احمد المهنا

يبين تنظيم النتائج (الاستجابات والتأثيرات وكيفية حساب مجاميع المربعات لأجزاء الخطأ) وفقاً للطريقة البديلة.

									Y _{....}					
المعالجات في المكرر (2)	Y ₁₁₁₍₂₎	Y ₂₁₁₍₂₎	Y ₁₂₁₍₂₎	Y ₁₁₂₍₂₎	Y ₂₂₁₍₂₎	Y ₂₁₂₍₂₎	Y ₁₂₂₍₂₎	Y ₂₂₂₍₂₎	Y _{....(2)}					
المعالجات في المكرر (1)	Y ₁₁₁₍₁₎	Y ₂₁₁₍₁₎	Y ₁₂₁₍₁₎	Y ₁₁₂₍₁₎	Y ₂₂₁₍₁₎	Y ₂₁₂₍₁₎	Y ₁₂₂₍₁₎	Y ₂₂₂₍₁₎	Y _{....(1)}	1	2	3	4	5
المعالجات	Y ₁₁₁	Y ₂₁₁	Y ₁₂₁	Y ₁₁₂	Y ₂₂₁	Y ₂₁₂	Y ₁₂₂	Y ₂₂₂		التكرار	التكرار	∑	SS = $\frac{(\sum)^2}{D}$	SSe(effectXRep)
التأثيرات	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc		الأول	الثاني			
A	-	+	-	-	+	+	-	+		Y _{2..(1)}	Y _{2..(2)}	Y _{2..}	(Y _{2..}) ² /D	$\frac{(Y_{2..(1)}^2 + Y_{2..(2)}^2)/2^n - (Y_{2..})^2/D}{D}$
B	-	-	+	-	+	-	+	+		Y _{2.(1)}	Y _{2.(2)}	Y _{2.}	(Y _{2.}) ² /D	$\frac{(Y_{2.(1)}^2 + Y_{2.(2)}^2)/2^n - (Y_{2.})^2/D}{D}$
C	-	-	-	+	-	+	+	+		Y _{..2(1)}	Y _{..2(2)}	Y _{..2}	(Y _{..2}) ² /D	$\frac{(Y_{..2(1)}^2 + Y_{..2(2)}^2)/2^n - (Y_{..2})^2/D}{D}$
AB	+	-	-	+	+	-	-	+		Y _{22.(1)}	Y _{22.(2)}	Y _{22.}	(Y _{22.}) ² /D	$\frac{(Y_{22.(1)}^2 + Y_{22.(2)}^2)/2^n - (Y_{22.})^2/D}{D}$
AC	+	-	+	-	-	+	-	+		Y _{2.2(1)}	Y _{2.2(2)}	Y _{2.2}	(Y _{2.2}) ² /D	$\frac{(Y_{2.2(1)}^2 + Y_{2.2(2)}^2)/2^n - (Y_{2.2})^2/D}{D}$
BC	+	+	-	-	-	-	+	+		Y ₂₂₍₁₎	Y ₂₂₍₂₎	Y ₂₂	(Y ₂₂) ² /D	$\frac{(Y_{22(1)}^2 + Y_{22(2)}^2)/2^n - (Y_{22})^2/D}{D}$
													SStreat	SSe

من الجدول (7) أعلاه يتم عمل الآتي :

كما اشرنا سابقا فان الجدول (7) أعلاه يمكن من خلاله حساب جميع متطلبات مجاميع المربعات لمصادر التباين ويمكن توضيح هذا كما يلي :

1- الصفين 1 ، 2 في أعلى الجدول (والتي يمكن تعميمها إلى r من الصفوف أو التكرارات) تمثل استجابات المعالجات في كل تكرار.

2- إن $Y_{....} = Y_{....(1)} + Y_{....(2)}$ يمثل المجموع الكلي لاستجابات المعالجات (مجاميع الصف 1 والصف 2)

3- مجموع المربعات الكلي يحسب من خلال المعلومات في الجدول ووفقا للصيغة (4) في أدناه

$$SST = \sum (Y_{ijkl})^2 - (Y_{....})^2 / r2^n \dots\dots\dots (4)$$

حيث $r = 2, n = 3$

4- مجموع المربعات لبين التكرارات يحسب وفق الصيغة (5) في أدناه

$$SSReps = \frac{\sum Y_{...L}}{2^n} - \frac{Y_{....}^2}{r2^n} \dots\dots\dots (5)$$

5- العمودين 1 ، 2 إلى يمين جدول الإشارات (والتي يمكن تعميمها إلى r من الأعمدة أو التكرارات) فتمثل قيم التأثيرات (A,B,C,AB,AC,BC) في كل تكرار وحسب الترتيب الموضح في الجدول.

6- العمود 3 يمثل مجموع الاستجابات في العمودين 1، 2 .

7- المقسوم عليه (Divisor) يحسب وفق الصيغة (6) في أدناه

$$D = r 2^n \dots\dots\dots (6)$$

8- العمود 4 يمثل مجاميع المربعات للتأثيرات ومجموعه يمثل مجموع المربعات للمعالجات (SSt).
 9- العمود 5 يمثل مجاميع المربعات للأجزاء الناتجة من تجزئة مجموع مربعات الخطأ (SSe) حيث يتم حساب SS مجموع المربعات لكل جزء من خلال الصيغ (7) المقترحة في أدناه والتي تحسب من خلال مجموع تربيعات القيم المتناظرة في العمود 1 ، 2 (أو أول r من الأعمدة على يمين جدول الإشارات) مقسوما على 2^n ومطروحا منه القيمة في العمود 4 وكالاتي:

$$\begin{aligned} SSe(AxReps) &= (Y^2_{2..(1)} + Y^2_{2..(2)}) / 2^n - Y^2_{2..} / D \\ SSe(BxReps) &= (Y^2_{.2.(1)} + Y^2_{.2.(2)}) / 2^n - Y^2_{.2.} / D \\ SSe(CxReps) &= (Y^2_{..2(1)} + Y^2_{..2(2)}) / 2^n - Y^2_{..2} / D \quad \dots \dots \dots (7) \\ SSe(ABxReps) &= (Y^2_{22.(1)} + Y^2_{22.(2)}) / 2^n - Y^2_{22.} / D \\ SSe(ACxReps) &= (Y^2_{.2.2(1)} + Y^2_{.2.2(2)}) / 2^n - Y^2_{.2.2} / D \\ SSe(BCxReps) &= (Y^2_{..22(1)} + Y^2_{..22(2)}) / 2^n - Y^2_{..22} / D \end{aligned}$$

10- ان مجموع العمود 5 يمثل مجموع مربعات الخطأ (SSe)

11-مجموع المربعات لبين القطاعات يحسب وفق الصيغة (8) في أدناه

$$SSblocks = SST - SSt - SSe$$

.....(8)

12- مجموع المربعات لبين القطاعات داخل التكرارات يحسب وفق الصيغة (9) في أدناه

$$SSblocks \text{ within Reps.} = SSblocks - SSReps. \quad \dots \dots \dots (9)$$

4- الجانب التطبيقي

من خلال بيانات أله السيراميك الواردة في المصدر (6) في قائمة المصادر وكما في الفصول (14,7,6,1) كل على حده حيث ادمج التأثير ABC في قطاعين في أربعة تكرارات وكما مبين أدناه

إذ إن

نوع الإله = العامل (A) بمستويين (1 ، 2)
 زاوية الميل = العامل (B) بمستويين (15⁰ ، 30⁰)
 نوع القطع = العامل (C) بمستويين (مستمر ، منقطع)

تكرار (1)

مدمج ABC

(1)=2	a=0
ab=3	b=1
ac=-7	c=0
bc=-2	abc=-1

تكرار (2)

مدمج ABC

c=-6	(1)=-3
abc=0	ac=-6
b=1	bc=2
a=1	ab=8

تكرار (3)

مدمج ABC

ab=2	a=0
(1)=5	c=-3
ac=0	abc=-2
bc=-1	b=4

تكرار (4)

مدمج ABC

ac=-4	c=-3
(1)=-2	b=9
ab=0	abc=-4
bc=-1	a=-6

يصدد إجراء التحليل الإحصائي لهذه التجربة وعليه فيتطبيق القاعدة المقترحة في الصيغة (2) التي وضعناها لكتابة الإشارات لمعالجات وبتطبيق القواعد والصيغ الخاصة بتطبيق الطريقة البديلة (طريقة K-F) التي جاءت في الفقرة (2-3) وطرق حساب مجاميع المربعات الأخرى تم التوصل إلى النتائج الموضحة في الجدول (8) أدناه.

جدول (8)

يبين النتائج المحصلة باستخدام الطريقة المقترحة (البديلة)

										-13	$SSTotal = (-2)^2 + (-6)^2 + \dots + (-2)^2 + (-1)^2 = \frac{(-13)^2}{32} = 435.72$					
	Rep(4)	-2	-6	9	-3	0	-4	-1	-4	-11	$SSBlock = 435.72 - 221.1875 - 186.0625 = 28.47$					
	Rep(3)	5	0	4	-3	2	0	-1	-2	5	$SSRep = \frac{(-11)^2}{8} + \frac{(5)^2}{8} + \frac{(-3)^2}{8} + \frac{(-4)^2}{8} - \frac{(-13)^2}{32} = 16.09375$					
المعالج	Rep(2)	-3	1	1	-6	8	-6	2	0	-3	$SSBlock\ Within\ Rep = 28.47 - 16.09375 = 12.37625$					
	Rep(1)	2	0	1	0	3	-7	-2	-1	-4						
المعالجات	Y ₁₁₁	Y ₂₁₁	Y ₁₂₁	Y ₁₁₂	Y ₂₂₁	Y ₂₁₂	Y ₁₂₂	Y ₂₂₂	الاستجابات							
التأثيرات	(i)	a	b	c	ab	ac	bc	abc	Rep(1)	Rep(2)	Rep(3)	Rep(4)	∑	D=q*2 ^p	$SS = \frac{(\sum)^2}{D}$	SSe(effectX)
A	-	+	-	-	+	+	-	+	-6	9	-5	-17	-19	32	11.28125	42.59375
B	-	-	+	-	+	-	+	+	6	25	1	19	51	32	81.28125	46.59375
C	-	-	-	+	-	+	+	+	-16	-17	-17	-13	-63	32	124.03125	1.34375
AB	+	-	-	+	+	-	-	+	12	1	-1	-7	5	32	0.78125	23.59375
AC	+	-	+	-	-	+	-	+	-6	-13	9	9	-1	32	0.03125	45.84375
BC	+	+	-	-	-	-	+	+	2	3	-1	-15	-11	32	3.78125	26.09375
															221.1875	186.0625

إن النتائج التي حصلت في العمود الأخير من جدول (8) أعلاه والتي تمثل حساب مجاميع المربعات لأجزاء الخطأ والتي جاءت بالطريقة المقترحة نجد لها مشابهة للنتائج فيما لو حسبنا بالطريقة المألوفة المذكورة في الصيغة (3) وبضوء النتائج في الجدول (8) أعلاه فبإمكاننا إن نعمل جدول تحليل التباين كما في الجدول (9) أدناه.

جدول (9)

تحليل التباين لبيانات الجانب التطبيقي بعد استخدام الطريقة المقترحة (البديلة)

S.O.V	d.f	SS
Block	7	28.47
Rep	3	16.09375
Block Within Rep	4	12.37625
Treat	6	221.1875
A	1	11.28125
B	1	81.28125
C	1	124.03125
AB	1	0.78125
AC	1	0.03125
BC	1	3.78125
Error	18	186.0625
A x Rep	3	42.59375
B x Rep	3	46.59375
C x Rep	3	1.34375
AB x Rep	3	23.59375
AC x Rep	3	45.84375
BC x Rep	3	26.09375
Total	31	435.72

5- الاستنتاج والتوصية:

من خلال ما تم التوصل إليه في أعلاه نلاحظ وبوضوح المساهمة لهذا البحث بتقديم طريقة مقترحة لكيفية وضع الإشارات لمعاملات المعالجات ولكيفية حساب مجاميع المربعات لكل جزء (مركبة) حينما يتم تجزئة مجموع مربعات الخطأ SSe إضافة إلى إمكانية حساب مجاميع المربعات الأخرى في التجربة ألعاملية من النوع 2² والتي تتضمن إدماج كليا لأحد تأثيرات التفاعلات من خلال عمل جدول واحد فقط وفقا للمخطط الموضح في جدول (7). ونعتقد أن هذه الطريقة تمثل إضافة وإسهامه بسيطة في العمل بالمقارنة مع اعتماد الصيغ المألوفة في الحساب والتي تحتاج لعمل جداول متقاطعة كثيرة، وعليه فإننا نوصي باستخدام هذه الطريقة (البديلة) استثمارا للوقت والجهد علاوة على بساطتها وسهولتها

References

1. Kirk , Roger E. (1982) ; "Experimental Design; Procedures for the Behavioral sciences" ; Books / Colpublishing Company , California.
2. Klans Hinkelmann ,Oscar Kempthorne, (1994),"Design and Analysis of Experiments" . volme 1.
3. Kwan Chai A.Gomez and Arturo A.Gomez ,(1984);"Statistical Procedure for gricultural Research". 2nd Edition.
4. Noman L. Johnson , Fred C. Leone , (1977);"Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences ."Vol II ,2nd Edition.
5. Winer B.J. , (1962); " Statistical Principles in Experimental Design "
6. تشارلز هيكس، " المفاهيم الأساسية لتصميم التجارب " ترجمة قيس سبع خماس (1984) مطبعة جامعة الموصل.
7. الراوي، خاشع محمود وخلف الله محمد عبد العزيز، (1985) . "تصميم وتحليل التجارب الزراعية " مطبعة جامعة الموصل.
8. المشهداني، محمود حسن وكمال علوان خلف (2002) . "تصميم وتحليل التجارب" الدار الجامعية للطباعة والنشر، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي .