حساب تكاملات أحاديه ذات مكاملات مستمرة ومعتلة المشتقة و معتلة بأستخدام الطريقة التعجيليه ايتكن على صيغ نيوتن- كوتس

أ.علي حسن محمد
جامعة الكوفة – كلية التربية للبنات- قسم الرياضيات
م. باحث رسل حسن ناصر
جامعة الكوفة – كلية التربية للبنات- قسم الحاسبات

المستخلص:-
هدفنا الأساسي في هذا البحث هو المقارنة بين اسلوبين مختلفين لطريقة تعجيل ايتكن مع صيغ نيوتن – كوتس ((شبه المنحرف , النقطة الوسطى , سمبسون)) بهدف الحصول على الاسلوب الأفضل لحساب تكاملات أحاديه single integralsمكاملاتها أما مستمرة أو معتلة المشتقة أو معتلة في فترات تكاملها ومقارنة نتائج هذين الاسلوبين مع نتائج طريقة شبه المنحرف Trapezoidal methodونتائج طريقة النقطة الوسطى Mid-point methodوطريقة سمبسون Simpson method وسنبين مدى أفضليتها على الطرائق الثلاثة المذكورة ومدى أفضلية أحد الاسلوبين على الآخر من حيث الدقة في النتائج وسرعة التقارب إلى القيمة الحقيقية للتكاملات التي نستعرضها وعدد الفترات الجزئية التي تجزء إليها فترة التكامل .
إن طريقة ايتكن دلتا التربيعية هي عملية تستخدم لتعجيل نسبة تقارب المتتابعة وترجع هذه الطريقة للعالم النيوزلندي الكسندر ايتكن (Alexander Aitken) [8].

Abstract

Our main aim of this paper is to compare between two different styles for method by Aitken's acceleration with (Newton – cotes formulas ((Trapezoidal , mid – point and simpson)) to get the best style for evaluating single integrals , its integrands either continuous or continuous but its derivatives have singularity or singular in its intervals , and to compare the results of these two styles with results of trapezoidal method , mid point method and simpson's method and we will show the preferability one of the two style over the other style through out the accuracy of the results ,acceleration of convergence to the real value for the integrals that we choose and the number of subintervals that interval of integral divide . the method of Aitken's delta square is used to accelerate the convergence of sequence and its for Alexander Aitken [8].

1- المقدمة:- من المعروف لدى الدارسين لموضوع التحليل العددي ان الحلول العددية للتكاملات تشكل جزءا مهما من هذا الموضوع , إذ إن هذه الأهمية تكون واضحة أكثر في التطبيقات العملية التي يمارسها المهندسون والفيزيائيون.

فايجاد القيم التقريبية للتكاملات كانت قد ظهرت منذ زمن بعيد , على سبيل المثال , رباعيات الإغريق Greek Quadratures للدائرة بوساطة مضلع منتظم يمس محيطها , فهذه العملية أوصلت ارخميدس Archimedes إلى إيجاد الحد الأعلى والحد الأسفل لقيمة π بعد قرون .

إن إيجاد القيمة التقريبية للتكامل جاء نتيجة صعوبات كثيرة ومنها :-

1- استحالة إيجاد قيمة التكامل تحليليا Analytically .
2- عندما تكون عملية إيجاد التكامل تحليليا ممكنة ولكن بمشقة وذلك لأنه قد تكون دالة التكامل معقدة Complicated وتحتاج إلى زمن طويل لإيجاد قيمة التكامل .
3- قد تكون مسألتنا هي إيجاد مساحة تحت منحن معرّف بجدول قيم (أي ان الدالة معرفة في نقاط معدودة Discrete في فترة التكامل) كما هي الحال عند تحليل نتائج التجارب (دافييز ورابينو[7]) .

تكمن المشكلة (عند محاولة إيجاد قيم تكامل أحادي One Dimensional Integral معين) في سلوك المكامل , أي فيما إذا كان المكامل متذبذبا أو مستمرا أو معتلا فضلا عن كون فترة التكامل (فترة مغلقة أو فترة مفتوحة) .

أما عند استخدام حلول تقريبية (عددية) فتكون المشاكل أكثر , والسبب اضافة إلى ما سبق ذكره آنفا إن سلوك مشتقات المكامل لها أهمية في جودة النتائج .

وقد عمل كثير من العلماء في مجال التكاملات الأحادية نظرا لأهميتها في حساب المساحات المستوية وفي إيجاد حجوم الأجسام الدورانية وإيجاد المراكز المتوسطة وعزوم القصور الذاتي للسطوح المستوية والأجسام الدورانية الصلبة وإيجاد ضغط السائل

ومرجع جيد لهذه الأعمال كتاب , دافييز ورابينوتز [7] عام 1975 فضلا عن أعمال فوكس [5] عام 1967 وفوكس وهيز[6] عام 1970 وشانكس [2] عام 1972 ومحمد[12]عام1983 والطائي[9]عام 2005 وضياء [10] عام 2009 وعكار [11] عام 2010 و الذين تعاملوا مع هذا الموضوع من أوجه عدة.
نعمل في هذا البحث على استخدام تعجيل ايتكن مع صيغ نيوتن - كوتس وعلى وجه التحديد (شبه المنحرف , النقطة الوسطى , سمبسون) باسلوبين مختلفين وسوف نبين ان احدهما هو افضل بكثير من الأسلوب الأخر من خلال تطبيقها على تكاملات أحادية و التي تكون مكاملاتها مستمرة أو معتلة المشتقة أو معتلة في احدى أو كلتا نهايتي فترة التكامل .

2- [التكاملات الأحادية لمكاملات مستمرة] Single Integrals with Continuous Integrands

نفرض إن التكامل J معرف كالآتي

$$J = \int_{x_0}^{x_m} f\left(x\right)\, dx \qquad ....(1)$$

حيث $f\left(x\right)$ مكامل مستمر يقع فوق المحور X في الفترة $\left[x_0, x_m\right]$ والمطلوب هو حساب قيمة J بصورة تقريبية , في الحقيقة إن قيمة التكامل J تمثل المساحة المحددة تحت المنحني $y = f\left(x\right)$ وفوق المحور X والمحصورة بين المستقيمين المتوازيين $x = x_0$, $x = x_m$.

لحساب قيمة التكامل (1) عدديا نعوض عن $f\left(x\right)$ بمتعددة حدود تقريبية $f_m\left(x\right)$ من الدرجة m في النقاط : $x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_m$ وبهذه الحالة تكون القيمة التقريبية للتكامل أعلاه

$$J = \sum_{i=0}^{m} w_i f\left(x_i\right) \qquad ...(2)$$

إذ إن w_i 's هي المعاملات الوزنية Weight Factors . هندسيا تمثل العلاقة (2) مجموعا لمساحات جزئية تعادل تقريبا المساحة الكلية . وعندما تكون المسافات بين الإحداثيات على المحور X المتتالية متساوية فأن الصيغة(2) تعطي صيغ نيوتن-كوتس Newton-cotes . فاندركرافت [3] إذ إن

$h = \dfrac{x_m - x_0}{m}$, $x_i = x_0 + ih$, $i = 1, 2, ..., m$ وان m هو عدد التقسيمات .

وعندما تكون المسافات غير متساوية بين الإحداثيات على المحور X فأن العلاقة(2) تعطي قواعد كاوس Caussian rules , محمد[12]. فيما يأتي نستعرض صيغ نيوتن – كوتس وكيفية تطبيقها :-

أ- قاعدة شبه المنحرف Trapezoidal rule .
ب- قاعدة النقطة الوسطى Midpoint rule .
ج – قاعدة سمبسون Simpson's rule .

وتوجد قواعد أخرى لا نتطرق إليها يكون تأثيرها مشابهاً لهذه القواعد . اتكنسون [4] .

3- [صيغ نيوتن- كوتس Newton-Cotes Formulas]

بشكل عام يمكن كتابة صيغ نيوتن- كوتس .(فوكس [5]) للتكامل (1) بالصورة الآتية :-

$$J = \int_{x_0}^{x_{2n}} f\left(x\right)\, dx = G\left(h\right) + E_G\left(h\right) + R_G \quad ...(3)$$

بفرض إن $m = 2n$ حيث $G\left(h\right)$ تمثل تقريب لاكرانج Lagrangian – Approximation لقيمة التكامل J حيث (الحرف G يرمز لنوع القاعدة) , $E_G\left(h\right)$ هي سلسلة حدود التصحيح Correction terms الممكن إضافتها إلى قيم $G\left(h\right)$.
R_G هو المتبقي Remainder والمتعلق بالبتر Truncation من $E_G\left(h\right)$ بعد استعمال حدود معينة عدة من $E_G\left(h\right)$, وان $h = \dfrac{x_{2n} - x_0}{2n}$.

وقد اخترنا $m = 2n$ وذلك لان قاعدة سمبسون تحتاج إلى عدد زوجي من الفترات الجزئية وفي الوقت نفسه لا تؤثر على مناقشتنا لبقية القواعد والصيغة العامة ل $G\left(h\right)$ هي :

$$G\left(h\right) = h\left(w_0 f_0 + w_1 f_1 + w_2 f_2 + ... + w_1 f_{2n-1} + w_0 f_{2n}\right) \quad ....(4)$$

حيث إن : $f_r = f\left(x_r\right)$ وان $x_r = x_0 + rh$ و $r = 0, 1, ..., 2n$

والمعاملات الوزنية تأخذ الترتيب $\left(w_0, w_1, w_2, w_1, w_2, ..., w_2, w_1, w_0\right)$

لذلك نحتاج إلى $2n+1$ من نقاط الارتكاز Pivotal points , ولتبسيط الصيغة (4) نكتب الأوزان بدلالة w_0 بشرط إن :

$$w_1 = 2(1-w_0) \quad , \quad w_2 = 2w_0$$

الآن نلاحظ انه عندما $w_0 = \frac{1}{2}$ نحصل على قاعدة شبه المنحرف وعندئذ نرمز لـ $G(h)$ بالرمز $T(h)$ حيث :

$$T(h) = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \ldots + 2f_{2n-2} + 2f_{2n-1} + f_{2n}\right). \quad \ldots\ldots\ (5)$$

وعندما $w_0 = \frac{1}{3}$ نحصل على قاعدة سمبسون ونرمز لها بالرمز $S(h)$ حيث :

$$S(h) = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + \ldots + 2f_{2n-2} + 4f_{2n-1} + f_{2n}\right). \quad \ldots\ldots(6)$$

وعندما $w_0 = 0$ نحصل على قاعدة النقطة الوسطى , ونرمز لها بالرمز $M(h)$ حيث

$$M(h) = h\left(f_1 + f_3 + \ldots + f_{2n-1}\right) \quad \ldots(7)$$

ملاحظة : لم نتطرق الى ذكر صيغ الخطأ للقواعد اعلاه لكون طريقة ايتكن لاتحتاج الى هذه الصيغ عكس طريقة رومبرك , فوكس [5] ومحمد [12] .

4-] طريقة ايتكن دلتا التربيعية Aitken's delta square process]

نفرض المتتابعة {r} حيث {r} = {r$_1$,r$_2$,…..,r$_k$,…..} تقترب خطيا convergence linearly إلى قيمة نهائية معينة α . إذن $\alpha - r_{i+1} = C_i(\alpha - r_i) \quad , \quad |C_i| < 1$ حيث إن $C_i \to C$

نلاحظ إن C_i ستكون تقريبا ثابتة ويمكننا كتابته $\alpha - r_{i+1} \approx \bar{C}(\alpha - r_i) \quad , \quad |\bar{C}| = C$

ونلاحظ كذلك بان

$$\frac{\alpha - r_{i+2}}{\alpha - r_{i+1}} \approx \frac{\alpha - r_{i+1}}{\alpha - r_i}$$

$$\alpha \approx \frac{r_i r_{i+2} - r_{i+1}^2}{r_{i+2} - 2r_{i+1} + r_i} = r_{i+2} - (\Delta r_{i+1})^2 / \Delta^2 r_i \quad \ldots\ldots\ldots(8)$$

تسمى العملية أعلاه بطريقة ايتكن دلتا التربيعية . راستون [1] باستخدام n من المتتابعة {r} يمكننا الحصول على n – 2 من عناصر متتابعة أخرى {s} تقترب أسرع من المتتابعة {r} حيث إن

$$s_{i+2} = r_{i+2} - \frac{(\Delta r_{i+1})^2}{\Delta^2 r_i}, \ i = 1,2,\ldots\ldots\ldots,n-2 \ . \quad \ldots\ldots(9)$$

ولقد اعتمدنا اسلوبين لتعجيل النتائج في الاقتراب من القيم الحقيقية اولهما من كل ثلاث قيم لاحدى صيغ نيوتن – كوتس نستخرج قيمة , فاذا كان لدينا n قيمة على سبيل المثال بقاعدة شبه المنحرف فسوف نحصل على $n-2$ قيمة بطريقة تعجيل ايتكن بتطبيق معادلة(9) .محمد[12] . اما الاسلوب الاخر فهو اذا كان لدينا على سبيل المثال n قيمة بقاعدة شبه المنحرف فسوف نحصل على $n-2$ قيمة بطريقة تعجيل ايتكن وذلك باستخدام المعادلة(9) ثم نستخدم ايضا تعجيل ايتكن على القيمة $n-2$ فنحصل على $n-4$ قيمة وهكذا نستمر الى ان نحصل على الدقة المرغوبة . [8]

وسوف نسمي الاسلوب الاول بطريقة ايتكن العمودية والأسلوب الثاني بطريقة ايتكن الافقية .

ملاحظة : في قاعدتي شبه المنحرف والنقطة الوسطى استخدمتا قيم $n = 1,2,4,8,16,\ldots..$ بينما في قاعدة سمبسون استخدمنا قيم $n = 2,4,8,16,\ldots..$

5- الأمثلة:

قاعدة النقطة الوسطى

بالنسبة لمكامل التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ والذي قيمته التحليلية (1) مستمر في فترة التكامل والجدولين (1-1) و (1-2) ادناه يوضحان النتائج

n	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن العمودية
1	0.8243606354	
2	0.9543781833	
4	0.9884837357	1.0006114022
8	0.9971139468	1.0000375796
16	0.9992780490	1.0000023391
32	0.9998194849	1.0000001460
64	0.9999548695	1.0000000091
128	0.9999887173	1.0000000006
256	0.9999971793	1.0000000000

جدول (1-1) جدول لحساب التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن العمودية

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
1	0.8243606354		
2	0.9543781833		
4	0.9884837357	1.0006114022	
8	0.9971139468	1.0000375796	
16	0.9992780490	1.0000023391	1.0000000333
32	0.9998194849	1.0000001460	1.0000000005
64	0.9999548695	1.0000000091	1.0000000000

جدول (1-2)

جدول لحساب قيمة التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن الأفقية

نلاحظ من الجدول (1-1)إن القيمة لقاعدة النقطة الوسطى صحيحة لخمس مراتب عشرية عندما $n=256$ بينما تكون مطابقة للقيمة التحليلية و صحيحة لعشر مراتب عشرية بطريقة تعجيل ايتكن لنفس n المذكورة وبالأسلوب الأول.
ونلاحظ من الجدول(1-2) انه القيمة بقاعدة النقطة الوسطى عندما $n=64$ صحيحة إلى أربع مراتب عشرية بينما تكون صحيحة لعشر مراتب عشرية و مطابقة للقيمة التحليلية لنفس n بالأسلوب الثاني .
من خلال الجدولين أعلاه تبين لنا إن الأسلوب الثاني أفضل من حيث الدقة في النتائج وسرعة التقارب إلى القيمة التحليلية وعدد الفترات الجزئية .

أيضا مكامل التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x dx$ والذي قيمته التحليلية 0,6366197723 مقربة لعشر مراتب عشرية مستمر في فترة التكامل والجدولين (3-1) , (4-1) يوضحان النتائج المحصل عليها .

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن العمودية
1	0.7071067812	
2	0.6532814824	
4	0.6407288619	0.6369111237
8	0.6376435773	0.6366381222
16	0.6368755077	0.6366209215
32	0.6366836927	0.6366198442
64	0.6366357516	0.6366197769
128	0.6366237671	0.6366197726
256	0.6366207711	0.6366197724
512	0.6366200220	0.6366197723

جدول (3-1)جدول لحساب التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن العمودية

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
1	0.7071067812		
2	0.6532814824		
4	0.6407288619	0.6369111237	
8	0.6376435773	0.6366381222	
16	0.6368755077	0.6366209215	0.6366197649
32	0.6366836927	0.6366198442	0.6366197722
64	0.6366357516	0.6366197769	0.6366197723

جدول (4-1) جدول لحساب قيمة التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن الأفقية

نلاحظ من الجدول(3-1) إن القيمة صحيحة إلى خمس مراتب عشرية عندما n=512 لقاعدة النقطة الوسطى ومطابقة للقيمة التحليلية مقربة لعشر مراتب عشرية باستخدام تعجيل ايتكن ولنفس n .

و من الجدول(4-1) نلاحظ إن القيمة لقاعدة النقطة الوسطى صحيحة إلى أربع مراتب عشرية عندما n=64 أما مع تعجيل ايتكن وبالأسلوب الثاني فمطابقة إلى القيمة التحليلية مقربة لعشر مراتب عشرية .

ومن خلال نتائج الجدولين يتبين إن الأسلوب الثاني هو الأفضل من حيث الدقة وعدد الفترات الجزئية (n) وسرعة الاقتراب إلى القيمة التحليلية للتكامل المعطى .

إن مكامل التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x}\,dx$ **والذي قيمته التحليلية غير معروفة مستمر في فترة التكامل والنتائج في الاسلوبين مدونة في الجدولين (5-1) و (6-1)**

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن العمودية
1	2.9877927136	
2	3.0403093761	
4	3.0543352777	3.0594462682
8	3.0579157666	3.0591430901
16	3.0588159959	3.0591183594
32	3.0590413816	3.0591166565
64	3.0590977488	3.0591165470
128	3.0591118418	3.0591165401
256	3.0591153652	3.0591165399

جدول (5-1) جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x}\,dx$ **باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقةايتكن العمودية**

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
1	2.9877927136		
2	3.0403093761		
4	3.0543352777	3.0594462682	
8	3.0579157666	3.0591430901	
16	3.0588159959	3.0591183594	3.0591161629
32	3.0590413816	3.0591166565	3.0591165305
64	3.0590977488	3.0591165470	3.0591165393

جدول (6-1) جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x}\,dx$ **باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن الافقية**

بالنظر لان التكامل أعلاه غير معروف القيمة التحليلية إلا انه يتضح من الجدول (5-1)من خلال العمود الأول بان القيمة صحيحة إلى خمس مراتب عشرية عندما n=128 , n=256 بقاعدة النقطة الوسطى , أما بالنسبة للعمود الثاني والذي يشير إلى استخدام تعجيل ايتكن فان القيمة تبدوا صحيحة إلى سبع مراتب عشرية عندما n=64 , n=128 , n= 256 = بالأسلوب الأول .

ويتضح من الجدول(6-1) عندما n=32 , n=64 ان القيمة صحيحة الى اربع مراتب عشرية لقاعدة النقطة الوسطى اما مع تعجيل ايتكن فان القيمة صحيحة الى ثمان مراتب عشرية عندما n=32 , n=64 وبالاسلوب الثاني ,

من خلال الجدولين اعلاه يتضح ان الاسلوب الثاني هو الافضل من حيث الدقة وعدد الفترات الجزئية المستخدمة .

في حين مكامل التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}\,dx$ والذي قيمته التحليلية 0.3926990817 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتل المشتقة اعتلالا جذرياً في نهايتي فترة التكامل والجدولين (1-7) , (1-8) يوضحان النتائج المحصل عليها

n	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن العمودية
1	0.5000000000	
2	0.4330127019	
4	0.4074209161	0.3915994063
8	0.3979911526	0.3924893386
16	0.3945858664	0.3926610565
32	0.3933689760	0.3926923057
64	0.3929364253	0.3926978807
128	0.3927830840	0.3926988692
256	0.3927287967	0.3926990441
512	0.3927095903	0.3926990751
1024	0.3927027975	0.3926990805
2048	0.3927003955	0.3926990815

جدول (1-7)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}\,dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن العمودية

نلاحظ من الجدول(1-7) ومن خلال العمود الاول والذي يشير الى استخدام قاعدة النقطة الوسطى من دون تعجيل ايتكن ان قيم التكامل تتقارب ببطئ الى القيمة التحليلية والسبب يعود الى كون التكامل معتل المشتقة في كلتا نهايتي فترة التكامل فعندما n=512 , n=1024 , n= 2048 فان القيمة صحيحة فقط الى اربع مراتب عشرية في حين باستخدام تعجيل ايتكن تكون صحيحة الى ثمان مراتب عشرية عندما n= 1024 وصحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما n= 2048

N	قيم قاعدة النقطه الوسطى	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
1	0.5000000000			
2	0.4330127019			
4	0.4074209161	0.3915994063		
8	0.3979911526	0.3924893386		
16	0.3945858664	0.3926610565	0.3927021125	
32	0.3933689760	0.3926923057	0.3926992576	
64	0.3929364253	0.3926978807	0.3926990912	0.3926990809
128	0.3927830840	0.3926988692	0.3926990822	0.3926990814

جدول (1-8) لحساب التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}\,dx$ باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن الافقية

أما الجدول (1-8)عندما n=128 فان القيمة صحيحة الى ثلاث مراتب عشرية باستخدام قاعدة النقطة الوسطى فقط وصحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما n=128 باستخدام تعجيل ايتكن وبالاسلوب الثاني.

ومن خلال الجدولين يتبين ان الاسلوب الثاني هو الافضل قياسا الى عدد الفترات الجزئية المستخدمة (n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل وعدد المراتب العشرية الصحيحة .

أما مكامل التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ والذي قيمته التحليلية 0.1111111111 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتل اعتلال لوغارتيميا عندما $x = 0$ والنتائج موضحة في الجدولين (9-1) و (10-1)

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن العمودية
1	0.1732867951	
2	0.1242322817	
4	0.1140626320	0.1114029396
8	0.1118061621	0.1111627221
16	0.1112794097	0.1111189974
32	0.1111524958	0.1111122117
64	0.1111213706	0.1111112569
128	0.1111136651	0.1111111299
256	0.1111117483	0.1111111135
512	0.1111112702	0.1111111114
1024	0.1111111509	0.1111111111

جدول (9-1) جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$
باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن العمودية

N	قيم قاعدة النقطة الوسطى	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
1	0.1732867951		
2	0.1242322817		
4	0.1140626320	0.1114029396	
8	0.1118061621	0.1111627221	
16	0.1112794097	0.1111189974	0.1111092675
32	0.1111524958	0.1111122117	0.1111109652
64	0.1111213706	0.1111112569	0.1111111006
128	0.1111136651	0.1111111299	0.1111111104
256	0.1111117483	0.1111111135	0.1111111111

جدول (10-1) جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$
باستخدام قاعدة النقطة الوسطى مع طريقة ايتكن الافقية

نلاحظ من الجدول(9-1) ان القيمة صحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما n=1024 لقاعدة النقطة الوسطى ويعود سبب التباطئ في الاقتراب الى القيمة التحليلية لكون المكامل معتل اعتلالا لوغارتميا عند النهاية السفلى للتكامل , اما تعجيل ايتكن فان القيمة مطابقة الى القيمة التحليلية مقربة لعشر
مراتب عشرية وصحيحة لتسع مراتب عشرية عندما n=512 بالاسلوب الاول (طريقة ايتكن العمودية) .

ويتبين من الجدول(10-1) ان القيمة صحيحة فقط لست مراتب عشرية عندما n= 256 لقاعدة النقطة الوسطى وهي صحيحة لعشر مراتب عشرية ومطابقة للقيمة التحليلية عندما n= 256 باستخدام تعجيل ايتكن بالاسلوب الثاني .

يتضح من الجدولين ان الاسلوب الثاني هو الافضل من حيث الدقة في النتائج وعدد الفترات الجزئية المستخدمة(n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل .

قاعدة شبه المنحرف

ان مكامل التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ والذي قيمته التحليلية (1) مستمر في فترة التكامل والجدولين (11-1) و (12-1) ادناه يوضحان النتائج

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن العمودية
1	1.3591409142	
2	1.0917507748	
4	1.0230644791	0.9993215703
8	1.0057741074	0.9999573630
16	1.0014440271	0.9999973316
32	1.0003610380	0.9999998332
64	1.0000902615	0.9999999896
128	1.0000225655	0.9999999993
256	1.0000056414	1.0000000000

جدول (11-1) جدول لحساب التكامل $\int_0^1 xe^x dx$
باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن العمودية

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
1	1.3591409142		
2	1.0917507748		
4	1.0230644791	0.9993215703	
8	1.0057741074	0.9999573630	
16	1.0014440271	0.9999973316	1.0000000127
32	1.0003610380	0.9999998332	1.0000000002
64	1.0000902615	0.9999999896	1.0000000000

جدول (12-1) جدول لحساب قيمة التكامل $\int_0^1 xe^x dx$
باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن الافقية

نلاحظ من الجدول(11-1) ان القيمة لقاعدة شبه المنحرف صحيحة لخمس مراتب عشرية عندما $n= 256$ بينما تكون مطابقة للقيمة التحليلية باستخدام تعجيل ايتكن(طريقة ايتكن العمودية) لنفس n المذكورة وبالاسلوب الاول.

ومن الجدول (12-1)انه القيمة لقاعدة شبه المنحرف عندما $n= 64$ صحيحة الى اربع مراتب عشرية بينما تكون صحيحة لعشر مراتب عشرية لنفس n بالاسلوب الثاني أي (طريقة ايتكن الافقية).
من خلال التكامل اعلاه تبين لنا ان الاسلوب الثاني افضل من حيث الدقة في النتائج وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية وعدد الفترات الجزئية .

ان مكامل التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}xdx$ **والذي قيمته التحليلية 0.6366197723 مقربة لعشر مراتب عشرية مستمر في فترة التكامل والجدولين (13-1) , (14-1) يوضحان النتائج المحصل عليها .**

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن العمودية
1	0.5000000000	
2	0.6035533906	
4	0.6284174365	0.6362739104
8	0.6345731492	0.6365985995
16	0.6361083633	0.6366184559
32	0.6364919355	0.6366196902
64	0.6365878141	0.6366197672
128	0.6366117829	0.6366197720
256	0.6366177750	0.6366197724
512	0.6366192730	0.6366197723

جدول (13-1)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}xdx$ **باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن العمودية**

من خلال الجدول (13-1) يتبين إن القيمة لقاعدة شبه المنحرف صحيحة لست مراتب عشرية عندما n= 512 ومطابقة الى القيمة التحليلية مقرب لعشر مراتب عشرية باستخدام تعجيل ايتكن بالاسلوب الأول و لنفس n .

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
1	0.50000000000		
2	0.60355339059		
4	0.62841743652	0.63627391038	
8	0.63457314923	0.63659859952	
16	0.63610836328	0.63661845589	0.63661974930
32	0.63649193550	0.63661969019	0.63661977201
64	0.63658781411	0.63661976723	0.63661977238

جدول (14-1)جدول لحساب التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}xdx$ **باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن الافقية**

اما في الجدول (14-1) فنلاحظ ان القيمة لقاعدة شبه المنحرف صحيحة الى ثلاث مراتب عشرية عندما n= 64 اما مع تعجيل ايتكن وبالاسلوب الثاني (ايتكن الافقية) فمطابقة الى القيمة التحليلية مقربة لاحدى عشرة مراتب عشرية عندما n = 64 .

ومن خلال نتائج الجدولين يتبين ان الاسلوب الثاني هو الافضل من حيث الدقة وعدد الفترات الجزئية (n) وسرعة الاقتراب الى القيمة التحليلية .

ان مكامل التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ والذي قيمته التحليلية غير معروفة مستمر في فترة التكامل والنتائج للأسلوبين مدونة في الجدولين (15-1) و (16-1)

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن العمودية
1	3.2064049390	
2	3.0970988263	
4	3.0687041012	3.0587393677
8	3.0615196894	3.0590861670
16	3.0597177280	3.0591144591
32	3.0592668620	3.0591164061
64	3.0591541218	3.0591165312
128	3.0591259353	3.0591165391
256	3.0591188886	3.0591165396

جدول (15-1)

جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن العمودية

بالنظر لان التكامل اعلاه غير معروف القيمة التحليلية الاّ انه يتضح من الجدول من خلال العمود الاول بان القيمة صحيحة الى اربع مراتب عشرية عندما $n= 46$ و $n= 128$ و $n= 256$ لقاعدة شبه المنحرف , اما بالنسبة للعمود الثاني والذي يشير الى استخدام تعجيل ايتكن فان القيمة تبدوا صحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما $n= 128$ و $n= 256$ بطريقة ايتكن العمودية .

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
1	3.2064049390		
2	3.0970988263		
4	3.0687041012	3.0587393677	
8	3.0615196894	3.0590861670	
16	3.0597177280	3.0591144591	3.0591169722
32	3.0592668620	3.0591164061	3.0591165501
64	3.0591541218	3.0591165312	3.0591165392

جدول (16-1) جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن الافقية

يتضح من الجدول(16-1) عندما n= 16 , n= 32 و n=64 ان القيمة صحيحة الى ثلاث مراتب عشرية لقاعدة شبه المنحرف اما مع تعجيل ايتكن فان القيمة صحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما n=256 وبالاسلوب الثاني .
من خلال الجدولين اعلاه يتضح ان الاسلوب الثاني (طريقة ايتكن الافقية) هو الافضل من حيث الدقة وعدد الفترات الجزئية المستخدمة.

ان مكامل التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}dx$ **والذي قيمته التحليلية 0.3926990817 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتلة المشتقة اعتلالا جذريا في نهايتي فترة التكامل والجدولين (17-1) , (18-1) يوضحان النتائج المحصل عليها**

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن العمودية
1	0.0000000000	
2	0.2500000000	
4	0.3415063509	0.3943375673
8	0.3744636335	0.3930152946
16	0.3862273930	0.3927570313
32	0.3904066297	0.3927094798
64	0.3918878029	0.3927009319
128	0.3924121141	0.3926994098
256	0.3925975990	0.3926991398
512	0.3926631979	0.3926990920
1024	0.3926863941	0.3926990835
2048	0.3926945958	0.3926990820
4096	0.3926974957	0.3926990818
8192	0.3926985210	0.3926990817

جدول (17-1)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}dx$ **باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن العمودية**

من خلال هذا الجدول ومن العمود الاول الذي يشير الى استخدام قاعدة شبه المحرف من دون تعجيل ايتكن يتبين ان قيم التكامل تتقارب ببطئ الى القيمة التحليلية والسبب يعود الى مشكلة اعتلاله في كلتا نهايتي فترة التكامل فعندما n=2048 , n=4096و n= 8192 فان القيمة صحيحة فقط لخمس مراتب عشرية في حين باستخدام تعجيل ايتكن تكون مطابقة الى القيمة التحليلية عندما n= 8192 .

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف
1	0.0000000000			
2	0.2500000000			
4	0.3415063509	0.3943375673		
8	0.3744636335	0.3930152946		
16	0.3862273930	0.3927570313	0.3926943439	
32	0.3904066297	0.3927094798	0.3926987489	
64	0.3918878029	0.3927009319	0.3926990586	0.3926990820
128	0.3924121141	0.3926994098	0.3926990800	0.3926990816

جدول (1-18)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}\,dx$ **باستخدام قاعدة شبه المنحرف مع طريقة ايتكن الافقية**

من الجدول (1-18) يتبين انه عندما n= 128 فان القيمة صحيحة الى ثلاث مراتب عشرية لقاعدة شبه المنحرف وهي صحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما n= 128 باستخدام طريقة ايتكن بالاسلوب الثاني .
ومن الجدولين يتبين ان الاسلوب الثاني (طريقة ايتكن الأفقية)هو الافضل قياسا الى عدد الفترات الجزئية المستخدمة (n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل .

ان مكامل التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ والذي قيمته التحليلية 0.1111111111 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتل اعتلال لوغارتيميا عندما $x = 0$ والنتائج موضحة في الجدولين (1-19) و (1-20)

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن العمودية
1	0.0000000000	
2	0.0866433976	
4	0.1054378396	0.1106439780
8	0.1097502358	0.1110343611
16	0.1107781990	0.1110999313
32	0.1110288043	0.1111095948
64	0.1110906501	0.1111109134
128	0.1111060103	0.1111110859
256	0.1111098377	0.1111111079
512	0.1111107930	0.1111111107
1024	0.1111110316	0.1111111111

جدول (1-19)

جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ **باستخدام قاعدة شبه المحرف مع طريقة ايتكن العمودية**

نلاحظ من الجدول ان القيمة صحيحة الى ست مراتب عشرية عندما n=1024 لقاعدة شبه المحرف ويعود سبب التباطئ في الاقتراب الى القيمة التحليلية لكون المكامل معتل اعتلالا لوغارتيميا عند النهاية السفلى للتكامل , اما تعجيل ايتكن بالاسلوب العمودي فان القيمة مطابقة الى القيمة التحليلية مقربة لعشر مراتب عشرية

N	قيم قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف	قيم ايتكن الافقية باستخدام قاعدة شبه المنحرف
1	0.0000000000			
2	0.0866433976			
4	0.1054378396	0.1106439780		
8	0.1097502358	0.1110343611		
16	0.1107781990	0.1110999313	0.1111131680	
32	0.1110288043	0.1111095948	0.1111112651	
64	0.1110906501	0.1111109134	0.1111111217	0.1111111101
128	0.1111060103	0.1111110859	0.1111111118	0.1111111111

جدول (1-20)

جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ باستخدام قاعدة شبه المحرف مع طريقة ايتكن الافقية

من الجدول(1-20) يتضح ان القيمة صحيحة فقط لأربع مراتب عشرية عندما n=128 لقاعدة شبه المنحرف وهي صحيحة لعشر مراتب عشرية ومطابقة للقيمة التحليلية عندما n=128 باستخدام تعجيل ايتكن بالاسلوب الثاني(طريقة ايتكن الافقية) .

يتضح من الجدولين ان الاسلوب الثاني هو الافضل من حيث الدقة في النتائج وعدد الفترات الجزئية المستخدمة (n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل .

قاعدة سمبسون

ان مكامل التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ والذي قيمته التحليلية (1) مستمر في فترة التكامل والجدولين (1-21) و (1-22) ادناه يوضحان النتائج .

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن العمودية
2	1.0026207283	
4	1.0001690471	
8	1.0000106501	0.9999997097
16	1.0000006670	0.9999999954
32	1.0000000417	1.0000000000

جدول (1-21)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن العمودية

نلاحظ من الجدول(1-21) ان القيمة لقاعدة سمبسون صحيحة لسبع مراتب عشرية عندما n= 32 بينما تكون صحيحة لعشر مراتب عشرية ومطابقة للقيمة التحليلية بطريقة تعجيل ايتكن العمودية لنفس n المذكورة وبالاسلوب الاول .

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن الأفقية	قيم ايتكن الأفقية
2	1.0026207283		
4	1.0001690471		
8	1.0000106501	0.9999997097	
16	1.0000006670	0.9999999954	
32	1.0000000417	1.0000000000	1.0000000000

جدول (1-22)

جدول لحساب قيمة التكامل $\int_0^1 xe^x dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن الافقية

و من الجدول نلاحظ انه القيمة لقاعدة سمبسون عندما n= 32 صحيحة الى سبع مراتب عشرية بينما تكون صحيحة لعشر مراتب عشرية ومطابق للقيمة التحليلية لنفس n بالاسلوب الثاني أي (طريقة ايتكن الافقية) .

هنا تطابقت قيم n في الأسلوبين وأيضا عدد المر اتب العشرية الصحيحة لكون قاعدة سمبسون أدق من قاعدتي النقطة الوسطى وشبه المنحرف اضافة الى ذلك ان المكامل دالة مستمرة في فترة التكامل

اما مكامل التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x\,dx$ والذي قيمته التحليلية 0,6366197723 مقربة عشر مراتب عشرية مستمر في فترة التكامل والجدولين (1-23) , (1-24) يوضحان النتائج المحصل عليها

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن العمودية
2	0.6380711875	
4	0.6367054518	
8	0.6366250535	0.6366200245
16	0.6366201013	0.6366197762
32	0.6366197929	0.6366197724

جدول (1-23)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x\,dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن العمودية

يتبين من الجدول(1-23) ان القيمة الصحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما n= 32 لقاعدة سمبسون و صحيحة لتسع مراتب عشرية باستخدام تعجيل ايتكن ولنفس n .

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
2	0.6380711875		
4	0.6367054518		
8	0.6366250535	0.6366200245	
16	0.6366201013	0.6366197762	
32	0.6366197929	0.6366197724	0.6366197724

جدول (1-24)

جدول لحساب قيمة التكامل $\int_0^1 \cos\frac{\pi}{2}x\,dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن الافقية

كذلك من الجدول(24-1) واضح ان القيمة لقاعدة سمبسون صحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما n= 32 اما مع تعجيل ايتكن وبالاسلوب الثاني(طريقة ايتكن الافقية) فصحيحة لتسع مراتب عشرية.

هنا ايضا تطابقت قيم n في الأسلوبين وأيضا عدد المر اتب العشرية الصحيحة لكون قاعدة سمبسون أدق من قاعدتي النقطة الوسطى وشبه المنحرف اضافة الى ذلك ان المكامل دالة مستمرة في فترة التكامل .

ان مكامل التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ والذي قيمته التحليلية غير معروفة مستمر في فترة التكامل والنتائج في الاسلوبين مدونة في الجدولين (25-1) و (26-1)

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن العمودية
2	3.0606634554	
4	3.0592391928	
8	3.0591248855	3.0591149110
16	3.0591170742	3.0591165013
32	3.0591165733	3.0591165389

جدول (25-1)

جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن العمودية

بالنظر لان التكامل اعلاه غير معروف القيمة التحليلية الاّ انه يتضح من الجدول من خلال العمود الاول بان القيمة صحيحة الى خمس مراتب عشرية عندما n= 16 و n=32 لقاعدة سمبسون, اما بالنسبة للعمود الثاني والذي يشير الى استخدام تعجيل ايتكن فان القيمة تبدوا صحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما n= 16 , n= 32 بالاسلوب الاول .

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
2	3.0606634554		
4	3.0592391928		
8	3.0591248855	3.0591149110	
16	3.0591170742	3.0591165013	
32	3.0591165733	3.0591165389	3.0591165399

جدول (26-1)

جدول لحساب التكامل $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن الافقية

يتضح من الجدول(26-1) عندما n= 16 , n= 32 ان القيمة صحيحة الى خمس مراتب عشرية لقاعدة سمبسون اما مع تعجيل ايتكن فان القيمة صحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما n= 16 و n=32

هنا تطابقت قيم n في الأسلوبين وأيضا عدد المر اتب العشرية الصحيحة لكون قاعدة سمبسون أدق من قاعدتي النقطة الوسطى وشبه المنحرف اضافة الى ذلك ان المكامل دالة مستمرة في فترة التكامل.

ان مكامل التكامل $\int_0^1 x^{\frac{1}{2}}(1-x)^{\frac{1}{2}}dx$ **والذي قيمته التحليلية 0.3926990817 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتلة المشتقة اعتلالا جذريا في نهايتي فترة التكامل والجدولين (27-1) , (28-1) يوضحان النتائج المحصل عليها.**

قيم ايتكن العمودية	قيم قاعدة سمبسون	N
	0.3333333333	2
	0.3720084679	4
0.3926086641	0.3854493944	8
0.3926748176	0.3901486462	16
0.3926940123	0.3917997086	32
0.3926981182	0.3923815272	64
0.3926989056	0.3925868845	128
0.3926990501	0.3926594274	256
0.3926990761	0.3926850641	512
0.3926990807	0.3926941262	1024
0.3926990815	0.3926973297	2048

جدول (27-1)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 x^{\frac{1}{2}}(1-x)^{\frac{1}{2}}dx$ **باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن العمودية**

من خلال العمود الاول في الجدول (27-1)والذي يشير الى استخدام قاعدة سمبسون من دون تعجيل ايتكن ان قيم التكامل تتقارب ببطئ الى القيمة التحليلية والسبب يعود الى مشكلة اعتلاله في كلتا نهايتي فترة التكامل فعندما n=1024 , n=2048 فان القيمة صحيحة فقط الى خمس مراتب عشرية في حين باستخدام تعجيل ايتكن تكون صحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما n=2048 .

قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية	قيم قاعدة سمبسون	N
		0.3333333333	2
		0.3720084679	4
	0.3926086641	0.3854493944	8
	0.3926748176	0.3901486462	16
0.3927018583	0.3926940123	0.3917997086	32
0.3926992354	0.3926981182	0.3923815272	64
0.3926990924	0.3926989056	0.3925868845	128
0.3926990825	0.3926990501	0.3926594274	256

جدول (1-28)

جدول لحساب التكامل $\int_0^1 x^{1/2}(1-x)^{1/2}dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن الافقية

نلاحظ الجدول عندما $n=256$ فان القيمة صحيحة الى اربع مراتب عشرية باستخدام قاعدة سمسون وصحيحة الى تسع مراتب عشرية عندما $n=256$ و باستخدام تعجيل ايتكن وبالاسلوب الثاني .
ومن خلال الجدولين يتبين ان الاسلوب الثاني هو الافضل قياسا الى عدد الفترات الجزئية المستخدمة (n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل .

أما مكامل التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ والذي قيمته التحليلية 0.1111111111 مقربة لعشرة مراتب عشرية معتل اعتلال لوغارتيميا عندما $x=0$ والنتائج موضحة في الجدولين (1-29) و (1-20)

قيم ايتكن العمودية	قيم قاعدة سمبسون	N
	0.1155245301	2
	0.1117026536	4
0.1111075131	0.1111877012	8
0.1111108810	0.1111208533	16
0.1111110969	0.1111123395	32
0.1111111102	0.1111112653	64
0.1111111111	0.1111111304	128

جدول (1-29) جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن العمودية

نلاحظ من الجدول ان القيمة صحيحة الى سبع مراتب عشرية عندما $n=128$ لقاعدة سمبسون ويعود سبب التباطئ في الاقتراب الى القيمة التحليلية لكون المكامل معتل اعتلالا لوغارتميا عند النهاية السفلى للتكامل , اما تعجيل ايتكن فان القيمة مطابقة الى القيمة التحليلية مقربة لعشر مراتب عشرية بالاسلوب الاول(طريقة ايتكن العمودية)

N	قيم قاعدة سمبسون	قيم ايتكن الافقية	قيم ايتكن الافقية
2	0.1155245301		
4	0.1117026536		
8	0.1111877012	0.1111075131	
16	0.1111208533	0.1111108810	
32	0.1111123395	0.1111110969	0.1111111116
64	0.1111112653	0.1111111102	0.1111111111

جدول (20-1)

جدول لحساب التكامل $-\int_0^1 x^2 \ln x dx$ **باستخدام قاعدة سمبسون مع طريقة ايتكن الافقية**

يتضح من الجدول ان القيمة صحيحة فقط لست مراتب عشرية عندما n=64 لقاعدة سمبسون وهي صحيحة لعشر مراتب عشرية ومطابق للقيمة التحليلية عندما n=64 باستخدام تعجيل ايتكن بالاسلوب الثاني .

يتضح من الجدولين ان الاسلوب الثاني هو الافضل من حيث الدقة في النتائج وعدد الفترات الجزئية المستخدمة (n) وسرعة التقارب الى القيمة التحليلية للتكامل .

المناقشة:

نستلخص من الجداول اعلاه بان الاسلوب الافقي لطريقة ايتكن هو أفضل من الاسلوب العمودي من حيث الدقة وعدد الفترات الجزئية (n) وسرعة التقارب الى القيم التحليلية للتكاملات.

المصادر

[1] Authony Ralston " A First course in Numerical Analysis " Mc Grow – Hill Book company 1965 , pp-87-94 , 114-133 , 347.

[2] J.A .Shanks . " Romberg tables for singular Integrands " compute J.15(1972) ,pp.360-361

[3] James S. Vandergraft , " Introduction to Numerical Computation Academic

[4] Kendall E. Atkinson "An Introduction to Numerical Analysis " John Wiley and Sons ,Inc. 1978, chapter 5

[5] L.Fox . "Romberg integration for a class of singular Integrands " compute – J – 10(1967) .pp.87-93 .

[6] L.Fox and Linda Hayes "On the definite integration of singular integrands " SIAM REVIEW. ,12(1970) , pp.449-457 .

[7] Philip J.Davis and Philip Rabinowitz "Methods of Numerical Integration " BLAISDELL Publising company , 1975 , pp 1-2 , 599 , 113 , chapter 5 .

[8] WIKIPEDIA . The Free Encyclopedia .[online] available from WWW:< URL :http:// en . wikipedia.org / wiki / Alexander_Aitken .

[9] الطائي , علية شاني , " بعض الطرائق العددية لحساب تكاملات أحادية وثنائية معتلة " , **اطروحة ماجستير غير منشورة**,2005

[10] ضياء , عذراء محمد , " بعض الطرائق العددية لحساب تكاملات أحادية وثنائية وثلاثية باستخدام لغة Matlab " , **اطروحة ماجستير غير منشورة**, 2009 .

[11] **عكار** , بتول حاتم , " بعض الطرائق العددية لحساب التكاملات الثنائية والثلاثية " , **اطروحة ماجستير غير منشورة** , 2010

[12] محمد ، علي حسن " ايجاد قيم تكاملات معتلة المكامل " اطروحة ماجستير غير منشورة (1983)