استخدام البرمجة الهدفية (Goal programming) للتوصل الى حل نموذج النقل(Transportation model) ثنائي الهدف

م.م. علي خليل ذيبان
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جهاز الاشراف والتقويم العلمي

المقدمة

يعتبر نموذج النقل أحد الاساليب المهمة في عملية اتخاذ القرار للمسائل التي تتضمن توزيع الانتاج من عدة مصادر للعرض الى عدة مواقع للطلب باقل كلفة ، نموذج النقل ثنائي الهدف يأخذ بنظر الاعتبار تحقيق هدفين وهما تقليل الكلفة وتقليل الوقت وعلى هذا الاساس فهو يعتبر أكفا من نموذج النقل الذي يهتم بتحقيق تقليل الكلفة فقط لأنه يؤدي الى تحقيق هدفين معاً ولذلك فان التوصل الى حل نموذج النقل ثنائي الهدف بوساطة البرمجة الرياضية يتطلب استخدام اسلوب البرمجة الهدفية .

الملخص

عندما نواجه مسألة توزيع انتاج معين من عدد من مصادر العرض النعدد من مواقع الطلب بحيث كلفة التوزيع (النقل) من أي من مصادر العرض الى مواقع الطلب تختلف من موقع الى اخر او ان زمن وصول الانتاج من أي من المصادر الى المواقع يختلف من موقع الى اخر فان هذا ما نطلق عليه بمسألة النقل التي تعمل على نقل الانتاج من المصادر الى المواقع بأقل كلفة او وقت ممكن ، لذلك فان نماذج النقل تمثل اما نموذج تقليل كلفة او نموذج تقليل الزمن وهناك نماذج تمثل تعظيم الربح .

نموذج النقل ثنائي الهدف يأخذ بنظر الاعتبار كل من الكلفة والوقت معاً ويعمل على نقل الانتاج من المصادر الى المواقع باقل كلفة ووقت ممكنين ، وهناك عدة طرائق لحل نماذج النقل غير ثنائية الهدف منها طريقة البرمجة الخطية (Liner programming)لكن هذه الطريقة لا يمكن استخدامها في نموذج النقل ثنائي الهدف لان البرمجة الخطية (L.P) تعمل على تعظيم او تدنية هدف واحد فقط لذلك نلجا الى استخدام البرمجة الهدفية(GO.P) للتوصل الى حل نموذج النقل ثنائي الهدف .

اولاً: هدف البحث

يهدف البحث الى

١. التعريف بنموذج النقل ثنائي الهدف .

٢. التعريف بالجانب النظري للبرمجة الهدفية .

٣. الكيفية التي يتم بها استخدام البرمجة الهدفية للتوصل الى حل نموذج النقل .

ثانياً: نموذج نقل ثنائي الهدف

ينشا هذا النموذج في حال نقل انتاج معين من عدد من المصادر الى عدد من المواقع مع الاخذ بنظر الاعتبار الكلفة والوقت معاً ، ولذلك سوف تكون هناك نماذج نقل متساوية في الاهمية من حيث تقليل الكلف والوقت او قد تكون غير متساوية في الاهمية أي ان تقليل الكلف اهم من تقليل الوقت بنسبة معينة او تقليل الوقت اهم من تقليل الكلفة بنسبة معينة وهذا يعتمد على طبيعة المادة المنقولة وخير مثال على ذلك المواد الغذائية فان عملية نقل المواد الغذائية سريعة التلف يكون فيها عامل الوقت اهم من عامل الكلفة بينما نقل المواد الغذائية غير سريعة التلف يكون فيها عامل الكلفة اهم من عامل الوقت .

يعبر عن نموذج النقل ثنائي الهدف بالجدول الاتي :

الى / من	I	II	III	العرض
A	c_{11} X_{11} t_{11}	c_{12} X_{12} t_{12}	c_{13} X_{13} t_{13}	a_1
B	c_{21} X_{21} t_{21}	C_{22} X_{22} t_{22}	c_{23} X_{23} t_{23}	a_2
C	c_{31} X_{31} t_{31}	c_{32} X_{32} t_{32}	c_{33} X_{33} t_{33}	a_3
الطلب	b_1	b_2	b_3	$\sum b_j = \sum a_i$

حيث ان :

A,B,C : مصادر العرض .

I,II,III : مواقع الطلب .

a_i : الكمية المعروضة في المصدر i

b_j : الكمية المطلوبة في الموقع j

c_{ij} : كلفة نقل وحدة واحدة من المصدر i الى الموقع j

t_{ij} : الوقت اللازم لنقل وحدة واحدة من المصدر i الى الموقع j

x_{ij} : عدد الوحدات المنقولة من المصدر i الى الموقع j

ثالثاً: البرمجة الخطية[٢]

نفرض نموذج النقل في الفقرة ثانياً يمثل نموذج نقل لتقليل الكلفة فقط أي استبعاد الزمن وعليه فان تكوين نموذج برمجة خطية (L.P) لحل نموذج النقل يكون بالصورة الاتية :

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} C_{ij} x_{ij}$$

$$s.t$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{ij} \le a_i \qquad i = 1,2,3$$ (قيود العرض)

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} \ge b_j \qquad j = 1,2,3$$

$$x_{ij} \ge 0$$

رابعاً : البرمجة الهدفية [١] [٣]

مسألة البرمجة الخطية (L.P) التي تملك دوال هدف معقدة أي انها لا تمثل بهدف واحد للتعظيم او التدنية بدلاً من التقليل وانما تهدف الى تحقيق عدة اهداف في ان واحد يطلق عليها البرمجة الهدفية (GO.P)، والفكرة الاساسية لهذا النوع من البرمجة يقوم على اساس صياغة دالة هدف لكل هدف ومن ثم البحث عن هدف يصغر مجموع انحرافات هذه الدوال عن اهدافها الخاصة بها ، ورياضياً تكون كالاتي :

نفرض مسألة برمجة خطية تتمثل بعدة اهداف بحيث

x_j : متغيرات القرار

k : عدد الاهداف

g_k : الهدف الخاص لدالة الهدفk (k=1,2…..s

c_{jk} : معاملات متغيرات القرار في دالة الهدف k (k=1,2…..s

والاهداف تكون $\sum_{j=1}^{n} c_{j1} X_j = g_1\ , \sum_{j=1}^{n} c_{j2} x_j = g_2 ...., \sum_{j=1}^{n} c_{js} x_j = g_s$

دالة الهدف لنموذج البرمجة الخطية هي $Min\ z = \sum_{k=1}^{s} \left| (c_{jk} x_j - g_k) \right|$

وبادخال المتغير d_k بحيث

$$d_k = \sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - g_k \ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

لذلك فان دالة الهدف تتحول الى

$$z = \sum_{k=1}^{s} \left| d_k \right| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -1-$$

ان المتغيرات d_k تعرف بالمتغيرات المساعدة (Auxiliary varibles) وهي تلك المتغيرات التي تضاف الى النموذج للملائمة بالاضافة الى متغيرات القرار الاصلية للمسألة وهذه المتغيرات ممكن ان تكون سالبة او موجبة لذلك فان كل من هذه المتغيرات سوف يستبدل بمتغيرين مساعدين غير سالبين(d_k^+ و d_k^-) بحيث المعادلة –١– تصبح بالصورة الاتية :

$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - (d_k^+ - d_k^-) = g_k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -2-$$

المعادلة في اعلاه تضاف الى النموذج على انها قيود مساواة بالاضافة الى قيود المسألة الاصلية وحيث ان

$$\left| d_k \right| = d_k^+ + d_k^-$$

فان نموذج البرمجة الهدفية (GO.P) يصبح بالصورة الاتية :

$$Min\ Z = \sum_{k=1}^{s} (d_k^+ + d_k^-) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -3-$$

$$S.T$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - (d_k^+ - d_k^-) = g_k$$

$$d_k^+, d_k^-, x_j \geq 0$$

هذا بالاضافة الى قيود النموذج الاصلية بحيث يمكننا الان ان نستخدم طريقة Simplex للحصول على الحل الامثل لمتغيرات المسألة وبضمنها متغيرات القرار وبعد ذلك يمكن اهمال (d_k^+ و d_k^-) لانها ادت الغرض منها .

في حالة كون مسألة البرمجة الهدفية (GO.P) تتمثل بعدة اهداف ليست مهمة بالتساوي أي ان هناك اهداف اكثر اهمية من غيرها فان ذلك يوجب علينا استخدام اوزان مختلفة w_k^-, w_k^+ للمتغير (d_k^+ و d_k^-) على التوالي والمتغير الوحيد في نموذج البرمجة الهدفية (GO.P) هو في دالة الهدف التي تصبح بالصورة الاتية :

$$Min\ Z = \sum_{k=1}^{s} (w_k^+ d_k^+, w_k^- d_k^-) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - 4 -$$

وحل النموذج بطريقة (Simplex) يتم باستخدام طريقة M الكبيرة ، وان ظهور (d_k^+ و d_k^-) في دالة الهدف يعتمد على طبيعة الهدف g_k حيث اذا كان g_k هدف حد ادنى هذا يعني

$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j \geq g_k$$

علماً ان أي انحراف اقل من g_k يجب تجنبه وهذا يؤدي الى ان d_k^+ تحذف من دالة الهدف ، اما اذا كانت الهدف g_k يمثل هدف حد اعلى أي $\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j \geq g_k$ فان أي انحراف فوق g_k يجب تجنبه وهذا يؤدي الى حذف d_k^- من دالة الهدف .هناك حالة اخرى للبرمجة الهدفية (GO.P) في حالة كون الاهداف تكون مفتوحة النهاية حيث ان متخذ القرار يرغب في احراز تقدم قدر الامكان أي انه لا يوجد معيار ادنى او اعلى هدف وذلك يتضح جلياً في القرارات الادارية بشان تعظيم الارباح اضافة الى ذلك فان متخذ القرار يرغب في احراز تقدم لجميع الاهداف وبذلك فان القرار سوف يأخذ صورة تعظيم الادنى من الاهداف او تقليل الاعظم من الاهداف وصياغة هذه الحالة رياضياً تكون كالاتي بفرض وجود الاهداف :

$$Z_1 = \sum_{j=1}^{n} c_{j1} x_j, Z_2 = \sum_{j=1}^{n} c_{j2} x_j \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, Z_s = \sum_{j=1}^{n} c_{js} x_j$$

وعندما نرغب بتحقيق تقدم لجميع الاهداف لذلك فان دالة الهدف تكون :

$$Min\ Z = Max\{Z_1, Z_2, \ldots\ldots Z_S\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - 5 -$$

وان تحويل النموذج في اعلاه الى نموذج برمجة خطية (L.P) يكون كالاتي :

$$Max\ Z = T$$
$$S.T$$
$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - T \le 0 \qquad k = 1,2,....,s$$
$$x_j \ge 0 \qquad j = 1,2,....,n$$

اضافة الى قيود النموذج الاصلي وهذا النموذج يؤدي الى ان تعظيم Z يجب ان يساوي الادنى أي تعظيم الادنى هذا في حالة تعظيم الاهداف اما في حالة $Z_K = \sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j$ تدنية الاهداف فان دالة الهدف للنموذج تكون

$$Min\ Z = Max\{Z_1, Z_2, ...Z_S\}$$

نموذج البرمجة الخطية (L.P)المكافى يكون :

$$Min\ \ Z = T$$
$$S.T$$
$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - T \ge 0 \qquad k = 1,2,....,s$$
$$x_j \ge 0 \qquad j = 1,2,....,n$$

اضافة الى قيود النموذج الاصلي والنموذج يمثل تقليل الاعظم وممكن التوصل الى حله بواسطة طريقة Simples وان T يعتبر متغير قرار اضافي الى النموذج .

خامساً: تطبيق افتراضي

نفرض ان شركة لتصنيع المواد الغذائية لها ثلاثة معامل (A,B,C)هذه المعامل تقوم بتجهيز المواد الغذائية المصنفة الى اربعة مواقع للطلب بحيث ادارة الشركة تدرس التوزيع الامثل للمواد الغذائية من المعامل الى المواقع اخذة بنظر الاعتبار عنصري الكلفة (الف دينار) والوقت (يوم) وكذلك الطاقة الانتاجية للمعامل الثلاثة وحجم الطلب في المواقع للحالتين الاتيتين :

١. تساوي عنصري الكلفة والوقت من حيث الاهمية وان دوال الهدف الخاصة بالكلفة والوقت هي دوال مفتوحة النهاية .

٢. ترى الشركة بان الوقت اهم من الكلفة لذلك تم ايجاد اوزان جزاء بحيث تتمثل ب٧ لكل يوم زيادة و٣ لكل الف دينار زيادة بحيث ان الشركة تريد ان تحصل على نقل بحد اعلى يمثل ٤٠٠ يوم و٤٢٥ الف دينار لكل المواد الغذائية .

الجدول في ادناه يمثل الوقت والكلفة والعرض والطلب للمسألة :

الى / من	I	II	III	IV	العرض
A	٢ ٨	٣ ٨	٦ ٣	٧ ٢	٤٠
B	١ ٨	٨ ٤	١٠ ٥	١١ ١٠	٣٠
C	٥ ٣	٥ ٧	٣ ٦	٢ ٥	٢٠
الطلب	١٠	٢٥	٢٥	٣٠	٩٠

الحالة الاولى : يطلق النموذج الاتي :

$$Min\ Z = T$$

$$S.T$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - T \geq 0 \qquad k = 1,2,....,s$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1,2,....,n$$

على مسألة النقل فيصبح بالصورة الاتية :

Min Z= T

S.T

1- $2X_{11}+3X_{12}+6X_{13}+7X_{14}+X_{21}+8X_{22}+10X_{23}+11X_{24}+5X_{31}+5X_{32}+3X_{33}+2X_{34}-T \leq 0$

2- $8X_{11}+8X_{12}+3X_{13}+2X_{14}+8X_{21}+4X_{22}+5X_{23}+10X_{24}+3X_{31}+7X_{32}+6X_{33}+5X_{34}-T \leq 0$

3- $X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14} \leq 40$

4- $X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24} \leq 30$

5- $X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34} \leq 20$

6- $X_{11}+X_{22}+X_{31} \geq 10$

7- $X_{12}+X_{22}+X_{31} \geq 25$

8- $X_{13}+X_{23}+X_{33} \geq 25$
9- $X_{14}+X_{24}+X_{34} \geq 30$
10- $X_{ij} \geq 0$
(I=1,2,3 , j=1,2,3,4)

وباستخدام البرنامج الجاهز QSB تم التوصل الى الحل الامثل لنموذج النقل ثنائي الهدف كالاتي :

الحل	المتغير
٥	X_{12}
٢٥	X_{13}
١٠	X_{14}
١٠	X_{21}
٢٠	X_{22}
٢٠	X_{23}
٤٤٥	T

الحل في اعلاه يمثل الحل الامثل بتقليل كلفة مقداره ٤٤٥ الف دينار وتقليل وقت مقداره ٣٩٥ يوم وهو الحل لنموذج تقليل الاعظم للبرمجة الهدفية (GO.P).

الحالة الثانية : نطبق النموذج الاتي:

$$Min\, Z = \sum_{k=1}^{s} (w_k^{+} d_k^{+} + w_k^{-} d_k^{-})$$

$$S.T$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{jk} x_j - (d_k^{+} - d_k^{-}) = g_k \qquad k = 1,2,....s$$

$$d_k^{+}, d_k^{-}, x_j \geq 0$$

على مسألة النقل فيصبح بالصورة الاتية :

$$Min\ \ Z = 3d_1^{+} + 7d_2^{+}$$

S.T

1- $2X_{11}+3X_{12}+6X_{13}+7X_{14}+X_{21}+8X_{22}+10X_{23}+11X_{24}+5X_{31}+5X_{32}+3X_{33}+2X_{34}-d_1^{+}+d_1^{-} = 425$

2- $8X_{11}+8X_{12}+3X_{13}+2X_{14}+8X_{21}+4X_{22}+5X_{23}+10X_{24}+3X_{31}+7X_{32}+6X_{33}+5X_{34}-d_2^{+}+d_2^{-} = 400$

3- $X_{11}+X_{12}+X_{13}+X_{14} \leq 40$
4- $X_{21}+X_{22}+X_{23}+X_{24} \leq 30$
5- $X_{31}+X_{32}+X_{33}+X_{34} \leq 20$
6- $X_{11}+X_{22}+X_{31} \geq 10$
7- $X_{12}+X_{22}+X_{31} \geq 25$
8- $X_{13}+X_{23}+X_{33} \geq 25$
9- $X_{14}+X_{24}+X_{34} \geq 30$
10- $d_1^+ , d_1^- , d_2^+ , d_2^+ , x_{ij} \geq 0$ $(I=1,2,3 , j=1,2,3,4)$

وباستخدام البرنامج الجاهز QSB تم التوصل الى الحل الامثل لنموذج النقل ثنائي الهدف كالاتي :

الحل	المتغير
٥	X_{12}
٢٥	X_{13}
١٠	X_{14}
١٠	X_{21}
٢٠	X_{22}
٢٠	X_{34}
٢٠	d_1^+
٥	d_2^-
٦٠	Z

ان الحل في اعلاه يمثل تحقيق هدف تقليل الوقت والحصول على اقل انحراف(خسارة) في هدف تقليل الكلفة .

سادساً: الاستنتاجات

١- قيمة دالة الهدف لنموذج البرمجة الهدفية تمثل امثل انحراف لتحقيق هدف تدنية الكلفة عن هدف تدنية الوقت .

٢-نموذج النقل ثنائي الهدف هو افضل من نموذج النقل العادي لانه يأخذ بنظر الاعتبار الكلفة والوقت معاً.

٣- استخدام البرمجة الهدفية (GO.P) في حل نموذج النقل يساعد متخذ القرار على التوصل الى الحل الامثل وكذلك معرفة مدى انحراف دوال الهدف عن اهدافها الخاصة بها أي مدى تحققها .

المصادر

1. Liebrman ,Gerald J.& Hillier,Frederick S.-1990-Introduction to operational Research –Holden-Day,Inc

2- phillips ,Don T.& Ravindran ,A.solberg, James J.-1976-operations Research –John WILEY& Sons,Inc.

3- Swanson ,Leoard W.-1987-Linear programming ,Basic Theory and applications-Mc Graw-Hill International Editions .

Using Goal programming for solving bivariet Goal Transportation Model

Abstract

The bivariet Goal Transportation Model has its origin in devising aschedule for shipping products From m origins to n destination , where the product from any origin to any destination is known. Furthermore, the quantity available at each origin and the quantity required at each destination is known .For solving bivariet Goal Transportation Model use Goal programming approach.