استخدام المحاكاة للمقارنة بين بعض مقاييس اختيار رتبة الانموذج ARMA(p,q) مع صيغة مقترحة

أ.م.د.جواد كاظم الموسوي*

المستخلص:

في تحليل السلاسل الزمنية تكون دالة الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) ومعكوس دالة الارتباط الذاتي (IACF) ادوات تستخدم عادة في تشخيص او تحديد النماذج الملائمة . وعندما يوجد هناك العديد من النماذج الملائمة للبيانات المعطاة ، فأن مقياس الاختيار عادة يعتمد على احصاءات من البواقي المحسوبة من الانموذج المطابق . وفي بحثنا هذا تم تقديم بعض مقاييس اختيار الرتبة للانموذج الملائم والمعتمدة على البواقي . كما تم اقتراح مقياس جديد يعتمد على ادوات التشخيص ومقياس Schwartz لختيار الرتبة . كما تضمن البحث على دراسة المحاكاة للمقارنة بين المقاييس المدروسة ، أضافة الى تطبيق النتائج على بيانات حقيقية .

* قسم الاحصاء والمعلوماتية / كلية الرافدين الجامعة

1. المقدمة :

في تحليل السلاسل الزمنية او بعمومية اكثر في تحليل اية بيانات حقيقية فان هناك العديد من النماذج الملائمة والتي من الممكن ان تستخدم لكي تمثل مجموعة البيانات المدروسة . ففي بعض الاحيان يكون من السهل جدا" اختيار الانموذج الافضل لتلك البيانات ، وفي احايين اخرى يكون ذلك صعبا للغاية . وبذلك فان هناك مقاييس كثيرة من خلالها يمكن التحري عن الانموذج الملائم .

ان دراسة السلاسل الزمنية وبالاخص النماذج التي درست من قبل كل من (Box & Jenkins) عام (1976) [4] فان ادوات تحديد الانموذج الملائم كانت محددة بدالة الارتباط الذاتي (Autocorrelation function) ويرمز لها (ACF) ، ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (Partial Autuocorrelation function) ويرمز لها (PACF) ، حيث بين كل منهما ان الانموذج الملائم لاية بيانات يكون انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة (P)أي AR(P) اذا كانت الدالة (ACF) تتناقص آسيا" نحو الصفر او بشكل موجات جيبية (Sine wave) وان دالة (PACF) تنقطع بعد الازاحة (P) . فيما يكون الانموذج الملائم هو انموذج الوسط المتحرك من الرتبة(q) أي MA(q) اذا كانت دالة (PACF) تتناقص آسيا" نحو الصفر او بشكل موجات جيبية وان دالة (ACF) تنقطع بعد الازاحة (q) . ويكون الانموذج الملائم هو الانموذج المختلط ARMA(p,q) اذا سلكت كل من دالة (ACF) ودالة (PACF) سلوك التناقص الاسي نحو الصفر عند الازاحة (q-p) لدالة (ACF) وعند الازاحة (q-p) لدالة (PACF) .

وهناك ادوات تحديد اخرى اضافة الى ماذكر ، نذكر منها معكوس دالة الارتباط الذاتي (Inverse Autocorrelation function) ويرمز لها (IACF) والتي من خلالها يكون الانموذج للسلسلة الزمنية هو

ARMA(p,q) ومعكوس الانموذج هـــو ARMA(q,p) . فعندمـا يكـون الانموذج الملائم هو AR(p) وان دالة (ACF) تتناقص آسيا" نحو الصفر فان معكوس العملية يكون MA(p) وعند ذلك يكون اقيام (ACF) تنقطــع عنـد الازاحة (p) . وعليه فان دالة الارتباط الذاتي المعكوســة (IACF) تمتلـك خصائص مشابهة الى دالة الارتباط الذاتي الجزئي وممكن ان تســتخدم كـأداة لتحديد الانموذج الملائم [10] .

كما ان هناك مقاييس وادوات اخرى تستخدم في التحــري عــن الانمــوذج الملائم ، حيث تدخل في مكوناتها مركبة البواقي (Residuals) الناتجة عـــن مطابقة بعض النماذج الملائمة والتي لا يمكن تمييزها في دوال تحديد النمــاذج (ACF)،(PACF) ، (IACF) . ومن هذه الادوات هي مقاييس (Akaike) في اختيار الرتبة ومقياس (Schwartz) و (Parzen) وغيرها والتي ســيتم تناولها في بحثنا هذا .

2.هدف البحث :-

يهدف البحث الى استخدام اسلوب المحاكاة للمقارنة بين بعض مقاييس اختيار رتبة الانموذج ARMA(p,q) ، اضافة الى المقياس المقترح لمعرفة الامثليــة بين هذه المقاييس في التحري عن الانموذج الملائم مع تحديد رتبته .

3.الجانب النظري :

في عملية اختيار الانموذج الملائم هناك العديد من المقاييس التي ذكرت فــي المصادر ذات العلاقة . وفيما يلي وصفا" لبعض هذه المقاييس مع اقتراح مقياس جديد يعتمد على التحليل اذ انه من المؤكد بان مسالةاختيار الانمــوذج الملائــم لبيانات السلسلة الزمنية تعتمد على المنطق العلمي والمنطق الخبرة والدراية أي العلم والفن في آن واحد .

اولا" :- مقياس Akaike

نفترض ان الانموذج الاحصائي المطبق على مشاهدات السلســــلة الزمنيــة يتالف من $(M=p+q)$ من المعلمات . ولتحديد نوع الانموذج المطبق فقد قدم **(Akaike , 1974)** [1] مقياسا للمعلوماتيـــة اطلــق عليــه **(AIC)** وهــو مختصر كلمة مقيــاس معلومــات اكيكــي **(Akaike's Information Criteria)** والمعرف بالصيغة الآتية :-

$$AIC(M) = -2\,Ln(\text{maximum Likelihood}) + 2M \;....\; (1)$$

وان لوغاريتم الامكان للأنموذج **(ARMA)** ولعدد **(n)** من المشـــاهدات يكون :-

$$Ln\,L = -\frac{n}{2}Ln\left(2\Pi\,\sigma_a^2\right) - \frac{1}{2\sigma_a^2}S(\phi,\theta,\mu)\;.......\;(2)$$

وعند تعظيم الصيغة **(2)** بالنسبة الى ϕ, θ, μ و σ_a^2 فان :-

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{S\left(\hat{\phi},\hat{\theta},\hat{\mu}\right)}{n}$$

$$\therefore Ln\,L = -\frac{n}{2}Ln\,\hat{\sigma}_a^2 - \frac{n}{2}Ln\left(1+2\Pi\right)\;.......(3)$$

وبسبب ان الحد الثاني في الصيغة **(3)** ثابت ، فان مقياس **(AIC)** يقلـــص الى :-

$$AIC(M) = n\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 + 2M\;.......\;(4)$$

وبالتالي فان اختيار الرتبة المثلى **(M)** للانموذج والتي هي دالة بـالمعلمتين **(p,q)** تتحقق بحيث ان المقياس **AIC(M)** يكون اقل مايمكن .

ثانيا :- مقياس Akaike البيزي :

لقد اوضح (Shibata,1976) [7] بان مقياس (AIC) يميل الى الافـــراط في تقدير رتبة الانحدار الذاتي ، وبذلك فقد طور (Akiake ,1978,1979) [3]،[2] عن طريق التوســيع البــيزي (Bayesian Extension) لمقيـــاس (AIC) المصغر واطلق عليه مقياس (BIC) والذي ياخذ الشكل الاتي :-

$$BIC(M) = n \, Ln \, \hat{\sigma}_a^2 - (n - M) Ln \left(1 - \frac{M}{n}\right) + M \, Ln \, n + M_z \, Ln \left[\left(\frac{\hat{\sigma}_z^2}{\hat{\sigma}_a^2} - 1 \right) / M \right] \cdots (5)$$

حيث ان σ_a^2 تمثل تقدير الامكان الاعظـــم لــــ $\hat{\sigma}_z^2$ و M تمثــل عـــدد المعلمات وتباين العينة للسلسلة وقد اثبت (Akaike,1978) [2] ومن خــــلال دراسة المحاكاة ان المقياس (BIC) يمثل اقل افراطا في تقدير الرتبة للانحدار الذاتي.

ثالثا :- مقياس Schwartz's - SBC :

لقد اقترح (Schwartz,1978) [6] بالمثل مع مقيـــاس (Akaike-BIC) المقياس البيزي التالي لاختيار الانموذج الملائم والذي اطلـــق عليـــه (SBC) نسبة الى (Schwartz Bayesian Criterion) :-

$$SBC(M) = n \, Ln \, \hat{\sigma}_a^2 + M \, Ln \, n \;\; \ldots . \; (6)$$

حيث ان (σ_a^2) تمثل تقدير الامكان الاعظـــم لـــــ σ_a^2 و (M)عـــدد معلمات الانموذج و(n) عدد المشاهدات والتي تكافيء عدد البواقي المحســوبة في السلسلة 0

رابعا :- مقياس Parzen's - CAT :

اقترح (Parzen,1977) [6] مقياس الانمـــوذج الافضـــل واطلـــق عليـــه (CAT) نسبة الـــى (Criterion for Autocorrelation Transfer function) والذي صيغته كما ياتي :-

$$CAT(P) = \begin{cases} -\left(1+\frac{1}{n}\right) & , \ p=0 \\ \frac{1}{n}\sum_{g=1}^{p}\frac{1}{\hat{\sigma}_j^2} - \frac{1}{\hat{\sigma}_a^2} & , \ p=1,2,3,\ldots \end{cases} \quad \ldots\ldots(7)$$

حيث ان $\hat{\sigma}_j^2$ يمثل تقدير غير متحيز الى $\hat{\sigma}_a^2$ عندما يكون **AR(j)** هو الانموذج الملائم وان **(n)** تمثل عدد المشاهدات . وان الرتبة **(p)** يتم اختيارها بحيث ان **CAT(p)** يكون اقل مايمكن . كما ان هناك العديد من المقاييس المستخدمة في هذا الخصوص مثل **(Stone,1979)** [9] و**(Hannan,1980)** [5] واخرون .

خامسا :- المقياس المقترح :-

ان المقياس المقترح يعتمد اساسا على مقياس **Schwartz's - SBC** والمعرف بالصيغة (6) والذي يشتمل في مكوناته على مركبة تباين البواقي ومركبة المعلمات الخاصة بالانموذج المراد اختياره . كما يعتمد على دالة الارتباط الذاتي **(ACF)** ودالة الارتباط الذاتي الجزئي **(PACF)** . وهذا يعني ان المقياس المقترح الجديد هو خليط بين اداتين في اختيار الانموذج الملائم .

أ- يتم اضافة المقدار $\frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p}\ln\left|\hat{\phi}_{kk}\right|$ في حالة اختيار الانموذج **AR(p)** لان اضافة هذا المقدار سيؤدي الى تقليص قيمة المقياس عندما يكون الانموذج الملائم من الرتبة نفسها ، فعندما يكون الانموذج الملائم مثلا **AR(1)** فان قيمة معامل الارتباط الجزئي $\hat{\phi}_{11}$ يكون معنوي وقيمته محددة بـ $-1 \le \hat{\phi}_{11} \le 1$ وبذلك فان اضافة لوغاريتم القيمة المطلقة سوف يؤدي الى تقليص قيمة المقياس بقدر معين يكون اقل بالمقارنة مع النماذج الاخرى وعليه فان صيغة المقياس تكون بالشكل الاتي :-

$$SSB(P) = n\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 + p\,Ln\,n - \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} Ln\left|\hat{\phi}_{kk}\right| \ldots\ldots(8)$$

ب- يتم اضافة المقدار $-\frac{1}{q}\sum_{k=1}^{q} Ln\left|\hat{\rho}_k\right|$ في حالة اختيار الانموذج **MA(q)** لان في هذا الانموذج يكون معامل الارتباط الذاتـــي ($\hat{\rho}_k$) معنـــوي وان اضافة لوغاريتم القيمة المطلقة سوف يؤدي الى التقليص في قيمة المقيــاس المقترح وعليه فان الصيغة ستكون :-

$$SSB(q) = n\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 + q\,Ln\,n - \frac{1}{q}\sum_{k=1}^{q} Ln\left|\hat{\rho}_k\right| \ldots\ldots(9)$$

ج- اضافة المقدار في الفقرتين (أ) و (ب) فـــي حالـــة اختيـــار الانمـــوذج المختلط **ARMA(p,q)** وكما ياتي :-

$$SSB(p,q) = n\,Ln\,\hat{\sigma}_a^2 + (p+q)\,Ln\,n - \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} Ln\left|\hat{\phi}_{kk}\right| - \frac{1}{q}\sum_{k=1}^{q} Ln\left|\hat{\rho}_k\right| \ldots (10)$$

وتجدر الاشارة هنا بانه في حالة اختيار الانموذج **ARIMA(p,d,q)** فـــان عدد المشاهدات حينئذ ستكون **(n-d)** ، واضافة الى ذلك فانه سيتم اللجـــوء الى اسلوب المحاكاة في استخلاص كفاءة هذا المقياس وذلـــك بمقارنتـــه مـــع المقاييس الاخرى قيد البحث.

4. دراسة المحاكاة :-

تم تصميم ثلاثة تجارب محاكاة لاختيار المقياس المقترح الجديد من خلال المقارنة مع بعض مقاييس تحديد الرتبة للانموذج **ARMA(p,q)** .

التجربة الاولى:-

لقد تم تصميم تجربة باستخدام اسلوب المحاكاة للمقارنة بين المقياس المقترح والذي سنرمز له بـــ **(SSB)** مع المقاييس **(SBC)،(AIC),(BIC)** عندمـــا

تكون السلسلة (X_t) تتبع انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولـــى AR(1) والذي صيغته :

$$x_t = \phi\, x_{t-1} + a_t \ldots\ldots (11)$$

حيث يتبع الخطا العشوائي a_t التوزيع الطبيعي القياسي N(0,1) .

امـــا قيـــم (ϕ) فقـــد اختـــيرت علـــى النحـــو الاتـــي: $\phi = -0.8, -0.5, -0.3, 0.2, 0.5, 0.9$ ولحجـــوم عينـــات مختلفـــة n= (25,50,100,150) وتم تكرار التجربة (500) مرة . اما توليد المتغيرات فقد تم باستخدام مولد الاعداد العشوائية ومن ثم تحويلها الى متغيرات طبيعية وفـــق اسلوب (Box – muller) . وبعد توليد السلسلة التي تتبع انموذج AR(1) ، تم تقدير معلمات النماذج التالية باستخدام البيانات الخاصة بالانموذج AR(1):-

1. انموذج AR(1)
2. انموذج AR(2)
3. انموذج AR(3)

وبالتالي تم ايجاد تقدير التباين للنماذج الثلاث ومن ثم احتساب المقاييس قيـد البحث لكل تكرار واجراء المقارنة بينهما ، حيث يحدد الانموذج الملائم بـــاقل قيمة لكل مقاييس في التجربة . والجدول رقم (1) يمثل عدد التكـــرارات لكـــل نموذج ولكل مقياس عند قيمة افتراضية للمعلمة (ϕ). ومن خـــلال الجـــدول يتضح ماياتي :-

1- ان المقياس المقترح (SSB) قد اعطى نتائج ايجابية حيث ان اكبر عـــدد للتكرارات كانت تميل لصالحه عند اختيار الانموذج AR(1) .

2- يلاحظ ان المقياس المقترح يكون افضل من المقاييس الاخرى كلما كـــبر حجم العينة .

3- يلاحظ ايضاً من خلال الجـــدول المذكـــور ان المقيـــاس **(SBC)** لـــ **(Schwartz)** هو الاخر اعطى نتائج جيدة .

4- انفـــرد المقيـــاس المقـــترح بالافضليـــة وبخاصـــة عندمـــا $\phi = -0.8, -0.5, 0.9$. وذلك لحجوم العينات كافة

5- لوحظ ان مقياس **(AIC)** افضل بكثير من مقياس **(BIC)** ولكافة حجـــوم العينات .

6- كان المقياس **(SBC)** افضل من المقياس المقترح في حالة حجوم العينــة **(25,50)** وبخاصة عندما $\phi = -0.3, 0.2$

<u>التجربة الثانية :-</u>

تم تصميم تجربة مماثلة للتجربة الاولى وذلك عندما تكون السلسلة الزمنيـــة تتبع انموذج الوسط المتحرك من الرتبة الاولى **MA(1)** والذي صيغته:

$$x_t = a_t - \theta a_{t-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \ (12)$$

حيث يتبع الخطا العشوائي التوزيع الطبيعي **(N(0,1** . وقد اختيرت قيـــم **(** θ **)** الافتراضية بشكل متماثل للتجربة الاولى كذلك حجوم العينـــات . وبعـــد توليد الانموذج **MA(1)** تم تقدير معلمات النماذج التالية باســـتخدام البيانـــات الخاصة به :

1- انموذج **MA(1)**

2- انموذج **MA(2)**

3-انموذج **MA(3)**

والجدول رقم **(2)** يبين عدد التكرارات لكل انموذج ولكل مقياس عند قيمـــة افتراضية للمعلمة θ. ومن خلال الجدول يتضح مايأتي :-

1- ان المقياس المقترح اعطى نتائج افضل بالمقارنة مع المقاييس الاخـــرى وايضا بالمقارنة مع نتائج التجربة الاولى .

2- ان عدد التكرارات للمقياس المقترح كانت هي الاكبر لكل احجام العينــات وللمعلمات الافتراضية كافة الا انه يتساوى بعض الاحيان مع المقيـــاس (SBC)

3- ان عدد التكرارات للمقاييس الاربع كانت الافضـــل فـــي هـــذه التجربـــة وبالاخص فيما يتعلق بالمقاييس (AIC,BIC)

4- في حالة العينة الكبيرة (n=150) كانت النتائج متقاربة للمقاييس كافة .

5- لم يؤشر مطلقا أي عدد من التكرارات للانموذج MA(3) .

<u>التجربة الثالثة :-</u>

تم تصميم تجربة مماثلة للتجربتين السابقتين وذلك عندمـــا تكـــون السلســـلة الزمنية تتبع الانموذج المختلط ARMA(1,1) والذي صيغته :

$$x_t = \phi x_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} \ldots\ldots (13)$$

حيث يتبع الخطا العشوائي التوزيع الطبيعي (N (0,1 .

وقـــد اختـــيرت قيـــم المعلمـــات الافتراضيـــة علـــى النحـــو الاتـــي:

$$(\phi,\theta) = (0.3,0.6),(0.4,-0.5),(0.6,-0.3),(-0.5,0.2),(-0.3,0.5),(-0.6,0.3)$$

وبعد توليد الانموذج ARMA(1,1) تم تقدير معلمات النماذج التالية :

1- الانموذج ARMA(1,1)

2- الانموذج ARMA(1,2)

3- الانموذج ARMA(2,1)

والجدول رقم (3) يبين عدد التكرارات لكل انموذج . ومن خلال هذا الجدول يتضح ماياتي :

1- ان المقياس المقترح اعطى نتائج مشجعة بالمقارنة مع المقاييس الاخرى

2- ان عدد التكرارات للمقياس المقترح كانت بشكل افضل عندما (n= 100,150) بينما كان القياس (SBC) هو الافضل عندما (n= 25,50) في حالة $(\phi,\theta)=(0.3,0.6)$ الا انه يتساوى في العدد عند بعض الحالات مع المقياس المقترح .

3- ان نتائج المقاييس بشكل عام تكون افضل كلما ازداد حجم العينة عدا المقياس (BIC)

5. الجانب التطبيقي :-

تم استخدام البيانات الخاصة بمبيعات الجلود الحيوانية بعدد (55) مشاهدة ((انظر الجدول رقم (7) في المصدر (10))) وذلك لاستخلاص النتائج التطبيقية للمقاييس التي ذكرت في الجانب النظري والتجريبي .

ولاجل بناء الانموذج (ARMA) فقد تم تهيئة البيانات بعد معالجتها بأخذ اللوغاريتم الطبيعي وبالتالي استخراج معاملات دالة (ACF) و (PACF) وذلك لتحديد الانموذج باسلوب (Box – Jenkins) كما في الجدول رقم (4). كما انه تم رسم هاتين الدالتين كما في الشكل (1) وذلك بهدف تحليل السلوك النظري لهما . ومن خلال الرسم يتضح ان دالة (ACF) تملك سلوك (الجيب والجيب تمام) وهذا بدوره يشير الى ان الانموذج هو AR(p) عندما p=>2 . ويتضح من خلال سلوك (PACF) ان هناك ثلاث معاملات معنوية فعلية تكون قيمة (p) تساوي (3) . وبذلك فان الانموذج المرشح هو AR(3) والذي صيغته :

$$\left(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\phi_3\ B^3\right)\left(\operatorname{Ln} x_t-\mu\right)=a_t \ldots\ldots\ldots (14)$$

وبعد تشخيص الانموذج تم الحصول على تقدير معلمات الانموذج المذكــور وكما ياتي :

$$\left(1-0.97\ \ B+0.12 B^2+0.50 B^3\right)\left(\operatorname{Ln} x_t-0.58\right)=a_t \ldots\ldots (15)$$

ان المعلمات المقدرة جميعها معنوية عدا ϕ_2 ، حيث بالامكــان حذفــها اذا كان ذلك ضروريا . وبعد استخراج البواقي وايجاد معاملات دالة (ACF) تبين ان قيمة الاحصاءة (Q) تساوي (26.7) وهي اقل مـــن $\chi^2_{0.05}(21)=32.7$ فعلية فان الانموذج AR(3) يكون ملائما للبيانات المدروسة .

ولنفس البيانات فان التشخيص البديل هو الانموذج (ARMA(2,1 ، حيــث ان الصيغة التقديرية له تكون :-

$$\left(1-1.55 B+0.94 B^2\right)\left(\operatorname{Ln} x_t-0.58\right)=(1-0.59 B) a_t \ldots \ldots (16)$$

وان قيمة الاحصاءة Q تساوي 10.0 . وبذلك فان كـــلا النموذجيـــن AR(3)و (ARMA(2,1 ملائمين بشكل جيد . ولاجـــل اختيـــار الانمـــوذج الامثل تم احتساب المقاييس الاربعة المذكورة لاختيار رتبة الانموذج الملائـــم . والجدول رقم (5) يبين اقيام مقاييس اختيار الرتبة ، حيث تـــم احتســـاب هـــذه المقاييس عندما تكون اقيام المعلمات التجريبية p,q = 0, 1,2,3 ومن خـــلال الجدول يتضح ان المقاييس لاختيار الرتبة كـــانت جميعـــها ترشـــح الانمـــوذج ARMA(2,1) كانموذج مثالي لكونه اعطى اقل قيمة لكل مقياس مـــدروس ، ويلـــي فـــي ذلـــك الانمـــوذج AR(3) كثـــاني اقـــل قيمـــــة للمقـــاييس AIC,BIC,SBC,SSB .

6. الاستنتاجات :-

من خلال الجانب النظري والتجريبي والعملي نستنتج مايأتي :-

1- ان دراسة مقاييس اختيار الرتبة مسالة في غاية الاهمية وخصوصا فـــي الجانب العملي وذلك بسبب ظهور اكثر من مرشح ملائم لمطابقة البيانـــات المدروسة .

2- ان المقياس المقترح (SSB) قد اعطى نتائج ايجابية ومشجعة وكان هـــو المقياس الافضل نسبيا بالمقارنة مع المقاييس المدروسة وذلك من خــــلال النتائج التي اظهرتها دراسة تجارب المحاكاة .

جدول رقم (1) يمثل عدد التكرارات لكل نموذج ومقياس عند توليد الانموذج AR(1)

Par.	n	AIC			BIC			SBC			SSB		
		AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(1)	AR(2)	AR(3)
-.8		440	43	17	382	75	43	479	21	0	483	17	0
-.5		455	39	6	393	66	39	476	23	1	476	23	1
-.3	25	453	34	13	402	61	37	477	21	2	476	21	3
.2		452	38	16	394	71	35	479	20	1	464	32	4
.5		441	38	21	388	68	44	473	20	7	471	21	3
.9		455	31	14	375	77	48	477	18	5	482	15	3
-.8		451	39	10	400	66	34	482	17	1	482	14	1
-.5		450	37	13	384	80	36	491	8	1	491	8	1
-.3	50	452	35	13	403	62	35	485	13	2	483	15	2
.2		447	41	12	383	77	40	482	17	1	474	25	1
.5		443	40	17	401	62	37	491	9	0	492	8	0
.9		457	33	10	381	68	51	482	16	2	487	13	0
-.8		451	38	11	394	68	38	491	6	3	493	5	2
-.5		457	32	11	398	72	40	495	4	1	496	4	0
-.3	100	445	38	17	385	68	47	493	6	1	493	6	1
.2		431	54	15	383	81	36	487	12	1	484	13	3
.5		450	36	14	387	74	39	492	7	1	495	4	1
.9		458	34	8	397	74	29	495	5	0	496	4	0
-.8		455	29	16	410	57	33	496	3	1	499	0	1
-.5		451	25	20	392	55	53	500	0	0	500	0	0
-.3	150	458	33	9	396	67	37	494	6	0	494	6	0
.2		455	27	18	389	65	46	492	5	3	492	5	3
.5		452	33	15	395	61	44	493	5	2	495	3	2
.9		450	36	14	383	72	45	489	9	2	493	5	2

جدول رقم (2) يمثل عدد التكرارات لكل نموذج ومقياس عند توليد الانموذج MA(1)

Par.	n	AIC			BIC			SBC			SSB		
		MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(1)	MA(2)	MA(3)
-.8		494	6	0	493	7	0	496	4	0	494	6	0
-.5		479	21	0	469	31	0	492	8	0	491	9	0
-.3	25	480	20	0	469	31	0	487	13	0	490	10	0
.2		467	33	0	449	51	0	487	13	0	487	13	0
.5		478	22	0	464	36	0	483	17	0	483	17	0
.9		484	16	0	482	18	0	491	9	0	491	9	0
.8		500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
-.5		496	4	0	495	5	0	498	2	0	498	2	0
-.3	50	486	14	0	483	17	0	494	6	0	495	5	0
.2		481	19	0	479	21	0	492	18	0	493	7	0
.5		497	3	0	494	6	0	499	1	0	499	1	0
.9		491	9	0	490	10	0	494	6	0	494	6	0
-.8		500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
-.5		499	1	0	499	1	0	500	0	0	500	0	0
-.3	100	498	2	0	498	2	0	499	1	0	499	1	0
.2		494	6	0	492	8	0	497	3	0	498	2	0
.5		500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
.9		496	4	0	495	5	0	497	3	0	499	1	0
-.8		500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
-.5		500	0	0	500	0	0	500	0	0		0	0
-.3	150	500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
.2		496	4	0	495	5	0	499	1	0	500	0	0
.5		500	0	0	500	0	0	500	0	0	500	0	0
.9		497	3	0	496	4	0	498	2	0	500	0	0

جدول رقم (3) يمثل عدد التكرارات لكل نموذج ومقياس عند توليد الانموذج ARMA(1,1)

Par.	n	AIC			BIC			SBC			SSB		
		ARMA			ARMA			ARMA			ARMA		
		(1,1)	(1,2)	(2,1)	(1,1)	(1,2)	(2,1)	(1,1)	(1,2)	(2,1)	(1,1)	(1,2)	(2,1)
-.8		440	43	17	382	75	43	479	21	0	478	22	0
-.5		455	39	6	395	66	39	476	23	1	478	21	1
.3	25	454	39	13	402	61	37	477	21	2	477	22	1
.2		452	38	10	394	71	35	479	20	1	480	19	1
.5		441	38	21	388	68	44	473	20	7	474	26	0
.9		455	31	14	375	77	48	477	18	5	475	20	5
-.8		451	39	10	400	66	34	482	17	1	490	18	2
-.5		450	37	13	384	80	36	491	8	1	493	6	1
-.3	50	452	35	13	403	62	35	485	13	2	488	11	1
.2		447	41	12	383	77	40	482	17	1	486	11	3
.5		444	40	17	401	62	37	491	9	0	490	10	0
.9		457	33	10	381	68	51	482	16	2	482	15	3
-.8		453	36	11	394	68	38	491	6	3	491	5	4
-.5		457	32	11	398	72	30	495	4	1	496	4	0
-.3	100	445	38	17	395	68	47	493	6	1	493	5	2
.2		431	54	15	381	81	38	487	12	1	488	12	0
.5		450	36	14	387	74	39	492	7	1	492	7	1
.9		458	34	8	397	74	29	495	5	0	495	5	0
-.8		455	29	16	410	57	33	496	3	1	497	3	0
-.5		454	26	20	392	55	53	500	0	0	500	0	0
.3	150	458	33	9	392	67	37	494	6	0	496	4	0
.2		455	27	18	389	65	46	492	5	3	495	4	1
.5		452	33	15	395	61	44	493	5	2	495	5	0
.9		450	36	14	382	72	48	489	9	2	496	4	0

جدول رقم (4) يمثل اقيام معاملات دالة (ACF) ودالة (PACF)

K	ACF	PACF
1	.73	.73
2	.22	-.68
3	-.32	-.36
4	-.69	-.20
5	-.76	-.09
6	-.53	-.08
7	-.08	.13
8	.35	-.08
9	.61	-.06
10	.59	-.07
11	.31	-.13
12	-.06	.05
13	-.41	-.19

14	-.58	.07
15	-.49	-.02
16	-.21	-.04
17	.16	.14
18	.44	-.04
19	.54	.10
20	.40	-.09

جدول رقم (5) يمثل اقيام مقاييس اختيار رتبة الانموذج الملائم مع المقياس المقترح

	AIC				BIC			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	142.1	93.62	70.02	57.82	142.1	96.46	74.08	62.38
1	94.77	69.93	62.22	56.48	97.62	73.99	66.88	61.26
2	31.91	23.78	41.51	49.72	37.31	26.94	45.65	54.61
3	24.05	25.23	43.73	31.12	27.23	28.24	51.75	33.29

	SBC				SSB			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	142.1	95.63	74.03	63.84	142.1	95.94	74.95	64.83
1	96.78	73.94	68.24	64.51	97.10	75.57	69.47	65.81
2	38.00	29.80	49.54	59.76	36.27	30.47	50.81	61.10
3	30.07	33.26	53.77	43.16	30.65	34.15	55.26	44.72

المصادر :-

1. Akaike,H. (1974 A).A New Look At The Statistical Model Identification , IEEE Transations On Automatic Control, AC-19,716-723.

2. Akaike,H. (1978). Abayesian Analysis Of The Minimum AIC Procedure, Ann.Inst.Statist.Math., 30A,9-14

3. Akaike,H. (1979).Abayesian Extension Of The Minimum AIC Of The Autoregressive Model Fitting , Biometrika,66,237-242.

4. Box,G.E.P & .Jenkins,G.M. (1976) .Time Series Analysis: Forecasting And Control , San Francisco , Holden-Day.

5. Hannan ,E.J. (1980).The Estimation Of The Order Of An ARMA Process, Ann.Statist. , 8 , 1071-1081.

6.Parzen , E. (1977). Multiple Time Series Modeling :Determining The Order Of Approximating Autoregressive Schemes, In Multivaiate Analysis IV,283-289 , North-Holland , Amsterdam .

7.Schwartz ,G. (1978). Estimating The Dimension Of A Model , Ann. Statist. , 6 , 461-464 .

8.Shibata , R. (1976). Selection Of The Order Of An Autoregressive Model By Akaike's Information Criterion , Biometrika, 63 , 117-126.

9.Stone , M. (1979). Comments On The Model Selection Criteria Of Akaike And Schwartz , J. Roy.Statist.Soc., Ser.B, 41, 276-278.

10.Wei , W.W.S.(1990). Time Series Analysis:Univariate And Multivariate Methods . Addison– Wesley Publishing Company ,USA .

Using Simulation To Compare Some Of Order Selection Criterions Of ARMA(P,Q) Model With Suggested Formula

Dr. Jawad K. Al-Mossawi*

Abstract :

In time series analysis , the model identification tools such as Autocorrelation Function (ACF), Partial Autocorrelation Function (PACF), and Inverse Autocorrelation Function (IACF) are used only for identifying adequate models. For a given data set, when there are multiple adequate models , the selection criterion is normally based on statistics from residuals computed from a fitted model . In this article , some model selection criteria based on residuals are introduced. A new criteria based on identification tools and Schwartz's criterion SBC(M) is suggested . A simulation study is carried out to compare the suggested criteria with some other criterions . Finally , we apply our results to real data.

*Statistics and information department / Al-Rafidian University College