

## استخدام الاسلوب شبه المعلمي لتقدير انموذج كميات المياه الداخلة

### لنهر دجلة كصنف من عمليات التكامل الكسري الموسمي

ا.م.د. احلام احمد جمعة

[dr\\_ahlam\\_ahmed@yahoo.com](mailto:dr_ahlam_ahmed@yahoo.com)

جامعة بغداد - كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء

#### المستخلص:

اظهرت الكثير من الدراسات بوجود نمطاً من السلاسل الزمنية يهتم بدراسة العمليات طويلة الامل، وهذه العملية يشار لها بالسلاسل الزمنية طويلة الذاكرة، وان هذا النمط من النماذج تتحقق فيه الاستقرارية عند اخذ الفروق الكسرية (d) التي تقع ضمن الفترة المغلقة  $[-0.5, 0.5]$ . وقد تناول البحث دراسة حالة السلاسل الزمنية المختلطة الموسمية المتكاملة كسرياً من خلال التقدير شبه المعلمي.

لذا فان هدف البحث هو استخدام منهجية التقدير شبه المعلمي للعمليات ذات المدى الطويل الموسمية باستخدام عدد من مقاطع عرض الحزمة حول التكرارات الموسمية عن طريق محاكاة المونت كارلو، مع المقارنة بالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطا بالاضافة الى تطبيق هذا الاسلوب لبيانات كميات المياه التي تصب بنهر دجلة في العراق.

الكلمات الرئيسية:  $SARFIMA(0,D,0)s$ ،  $SARFIMA(0,d,0) \times (0,D,0)s$  التقدير شبه المعلمي، محاكاة مونت كارلو.

#### 1. المقدمة وادبيات البحث

ان شرط الاستقرارية (Stationarity) في النماذج المختلطة (ARIMA) لمتوسط السلسلة هو الاداة الرئيسية في بناء هذه النماذج. ولكي تصبح السلسلة مستقرة يتم اخذ الفروق المناسبة للمشاهدات. اذ ان معلمة الفروق (d) تاخذ قيمة صحيحة موجبة. وقد اظهرت الكثير من الدراسات ان هناك نمطاً آخر من السلاسل الزمنية الذي يعني بدراسة العمليات طويلة الامل (Long-Term Processes)، حيث ان الارتباطات الذاتية للسلسلة لا تتناقص أسياً نحو الصفر بل انها تسلك سلوك القطع الناقص (Hyperbolic) وتتناقص ببطء شديد بمعدل متعدد الحدود (Polynomial). هذه العملية يشار لها بالسلاسل الزمنية طويلة الذاكرة (Long-Memory) والتي يطلق عليها احياناً نماذج اعتماد المدى الطويل. ان هذا النمط من النماذج تتحقق فيه

الاستقرارية عند اخذ الفروق الكسرية ( $d$ ) التي تقع ضمن الفترة المغلقة  $[-0.5, 0.5]$ ،  
 وحينئذ يطلق عليها النماذج المختلطة المتكاملة كسريا (Fractional Integrated  
 Mixed Time Series) ، ويشار لها اختصارا  $ARFIMA(p,d,q)$ . اما في حالة  
 السلاسل الزمنية المختلطة المتكاملة كسريا الموسمية Seasonal Fractional  
 Integrated Mixed Time Series، فان الانموذج سوف يشار له اختصارا  
 $SARFIMA(P,D,Q)s$ .

ان عمليات (SARFIMA) درست حديثاً في العديد من البحوث التي تتناول وصفاً  
 لعدد من الظواهر الدورية عندما تبدي اعتماد المدى الطويل. فقد اختبر (Porter-  
 Hudak, 1990) [4] سلسلة الناتج المالي التراكمي باستخدام عملية الفرق الموسمي. كما  
 درس هذا الانموذج من قبل (Hassler, 1994) [3]، وان كلتا الدراستين وظفت اسلوب  
 الانحدار شبه المعلمي لطريقة لوغاريتم مخطط الدورية المقدم من قبل (Geweke and  
 Porter-Hudak, 1983) [2] لتقدير معلمة الذاكرة الطويلة الكسرية للعملية  
 (SARFIMA).

اضافة الى ذلك، قدم كل من (Arteche & Robinson, 2000) [1] عملية الذاكرة  
 الطويلة بدورات منتظمة او دورية، حيث استخدم كل منهما طرائق تقدير الانحدار  
 للوغاريتم المخطط الدوري ومقدر (Whittle) في تقدير معلمات هذا الانموذج.

## 2. هدف البحث

ان الهدف الرئيس لهذا البحث هو استخدام منهجية التقدير شبه المعلمي للعمليات  
 ذات المدى الطويل الموسمية باستخدام عدد من مقاطع عرض الحزمة حول التكرارات  
 الموسمية عن طريق محاكاة المونت كارلو، والمقارنة بينهما بالاعتماد على معيار اقل  
 قيمة لمتوسط مربعات الخطا (MSE) فضلا عن تطبيق هذا الاسلوب لبيانات تخص  
 كميات المياه التي تصب في نهر دجلة للفترة من ( 5 - 6 - 2012 ) ولغاية ( 18 -  
 2012 ) .

## 3. تعاريف ومصطلحات

**تعريف (1):** يعرف عامل الفرق الموسمي بـ  $\nabla_s^D(B)$ ، حيث ان  $S \in \mathbb{N}$  والتي تمثل  
 طول الموسم بشكل ثنائي الحد:

$$\nabla_s^D(B) = (1 - B^S)^D$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{\infty} C_k^D (-B^S)^k \\
&= 1 - DB^S - \frac{D(1-D)}{2!} B^{2S} - \dots \dots (1)
\end{aligned}$$

اذ ان:

$$C_k^D = \frac{\Gamma(1+D)}{\Gamma(1+K) \Gamma(1+D-K)}$$

وان  $\Gamma(\cdot)$  تمثل دالة كاما.

**تعريف (2):** على فرض ان  $\{X_t\}$  عملية عشوائية وتخضع للانموذج المختلط المتكامل كسرياً الموسمي والذي صيغته بالشكل الآتي:

$$\phi(B)\Phi(B^s) \nabla^d \nabla_s^D (X_t - \mu) = \theta(B)\Theta(B^s) \epsilon_t \dots (2)$$

اذ ان:

$\{\epsilon_t\}$  يمثل عملية التشويش الابيض والتي ينبغي ان تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط (صفر) وتباين  $(\sigma_\epsilon^2)$ .

(s) تمثل طول الفترة الموسمية.

(B) يمثل عامل الارتداد الخلفي.

$\nabla_s^D$  الفرق الموسمي و  $\nabla^d$  الفرق غير الموسمي. وان:

$\phi(B), \Phi(B)$  تمثلان متعددات الحدود من المرتبة (p,P) على التوالي.

$\theta(B), \Theta(B)$  تمثلان متعددات الحدود من الرتبة (q,Q) على التوالي.

ويمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$\phi(B) = \sum_{i=0}^P (-\phi_i) B^i$$

$$\theta(B) = \sum_{j=0}^q (-\theta_j) B^j$$

$$\Phi(B) = \sum_{k=0}^P (-\Phi_k) B^k$$

$$\Theta(B) = \sum_{L=0}^Q (-\Theta_L) B^L$$

ويرمز للانموذج اختصاراً  $SARFIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ .

4. الانموذج: SARFIMA (0,0,0) × (0,D,0)<sub>s</sub>

لقد درس هذا الانموذج من قبل (Arteche and Robinson, 2000) [1] ويسمى  
بانموذج التكامل الكسري ويرمز له اختصاراً (SFI) وصيغته:

$$(1 - B^s)^D X_t = \epsilon_t \quad \dots (3)$$

وان تمثيل المتوسط المتحرك للانموذج يكون:

$$X_t = \Psi(B^s) \epsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_k \epsilon_{t-sk}$$

اذ ان:

$$\Psi_k = \frac{\Gamma(k+D)}{\Gamma(D) \Gamma(k+1)}$$

$$\Psi_k \sim \frac{K^{D-1}}{\Gamma(D)} \quad as \quad K \rightarrow \infty \quad \dots (4)$$

وان تمثيل الانحدار الذاتي للانموذج يكون:

$$\pi(B^s) X_t = \epsilon_t$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-sk} = \epsilon_t$$

حيث ان:

$$\pi_k = \frac{\Gamma(K-D)}{\Gamma(-D) \Gamma(K+1)}$$

وان

$$\pi_k \sim \frac{K^{-(D+1)}}{\Gamma(-D)} \quad as \quad K \rightarrow \infty \quad \dots (5)$$

وان دالتي التباين والتباين المشترك الذاتي والارتباط الذاتي يمكن كتابتها:

$$\gamma(sk) = \frac{(-1)^k \Gamma(1-2D)}{\Gamma(K-D+1) \Gamma(1-K-D)} \sigma_{\epsilon}^2, \quad k = 1, 2, \dots \quad \dots (6)$$

$$\rho(sk) = \frac{\Gamma(1-D) \Gamma(K+D)}{\Gamma(D) \Gamma(K-D+1)}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\rho(sk) \sim \frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)} K^{2D-1} \quad as \quad K \rightarrow \infty \quad \dots (7)$$

وان دالة كثافة الطيف:

$$f(\lambda) = \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{2\pi} \left| 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right|^{-2D}, \quad 0 < \lambda \leq \pi \quad \dots (8)$$

اذ ان:

$$f_{\epsilon}(\lambda) = \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{2\pi}$$

وتكون هذه الدالة لا نهائية عند التكرارات  $\left( \frac{2\pi v}{s} \right)$  عندما  $v = 1, 2, \dots, \left[ \frac{s}{2} \right]$ .  
والجدير بالذكر ان هذا الانموذج يكافئ الانموذج SARFIMA (0,D,0)<sub>s</sub>.

### 5. الانموذج SARFIMA (0,d,0) × (0,D,0)<sub>s</sub>

على فرض ان  $\{X_t\}$  تمثل عملية التكامل الكسري الموسمي بمتوسط صفر والتي صيغتها بالشكل الاتي:

$$(1-B)^d (1-B^s)^D X_t = \epsilon_t \quad \dots (9)$$

لكل قيم  $t = 1, 2, \dots, n$  بحيث ان  $d, D \in \mathbb{R}$  وان  $\{\epsilon_t\}$  عملية التشويش الابيض بمتوسط صفر وتباين  $(\sigma_{\epsilon}^2)$ .

وببساطة نفترض ان الفترة (s) تكون عدداً زوجياً فان مركبة التنقية في الصيغة رقم (9) يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$(1-B)^d (1-B^s)^D = \prod_{j=0}^{r-1} \left[ (1 - Be^{i\lambda_j}) (1 - Be^{-i\lambda_j}) \right]^{d_j} \quad \dots (10)$$

اذ ان:  $\lambda_j = \frac{2\pi j}{s}$  ، وان:

$$d_j = D, \quad j = 1, \dots, \frac{s}{2} - 1, \quad d_r = \frac{D}{2} \left( \lambda_r = \pi, \quad r = \frac{s}{2} \right), \quad d_0 = \frac{d+D}{2} \text{ where } (\lambda_0 = 0)$$

وعندما تكون  $d, D \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  ، فان كثافة الطيف للانموذج في الصيغة رقم (9) في

المجال  $(-\pi, \pi)$  تساوي:

$$f(\lambda) = \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^{-2D} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda}{2} \right) \right]^{-2d} f_{\epsilon}(\lambda) \quad \dots (11)$$

وان التكرارات الموسمية  $\left[ \frac{s}{2} \right]$  ،  $\lambda_v = \frac{2\pi v}{s}$  ،  $v = 0, 1, \dots, \left[ \frac{s}{2} \right]$  ،  $d > 0, D > 0$  ، تصبح غير محدودة وتسلق الشكل الاتي:

$$f\left(\lambda + \frac{2\pi v}{s}\right) \sim \frac{\sigma_\epsilon^2}{2\pi} |\lambda s|^{-2D} \eta, \quad \lambda \rightarrow 0$$

اذ ان  $\eta$  دالة بالمعطة (d) وان  $v > 0$  . وعندما  $v = 0$  فان:

$$f(\lambda) \sim |\lambda|^{-2(D+d)} C \quad \text{as } \lambda \rightarrow 0$$

حيث ان C كمية ثابتة موجبة.

## 6. التقدير شبه المعلمي: Semi-Parametric Estimate

### • اولاً: الانموذج SARFIMA(0,0,0)×(0,D,0)<sub>s</sub>

يمكن الحصول على معادلة الانحدار الخطي البسيط لدالة كثافة الطيف المعرفة بالصيغة رقم (8) بالاسلوب نفسه الذي وضع من قبل (Geweke and Porter- (Hudak, 1983 [2] في حالة السلاسل الزمنية غير الموسمية والذي كان يعرف باختصار (GPH) وذلك باخذ اللوغاريتم وكما يأتي:

$$\text{Log } f_x(\lambda) = -D \text{Log} \left| 2 \sin \frac{\lambda s}{2} \right|^2 + \text{Log } f_\epsilon(\lambda)$$

وبإضافة وطرح  $\text{Log } f_\epsilon(0)$  للطرفين ينتج ان:

$$\text{Log } f_x(\lambda) = \text{Log } f_\epsilon(0) - D \log \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2 + \log \left[ \frac{f_\epsilon(\lambda)}{f_\epsilon(0)} \right] \quad \dots (12)$$

وبتعويض التكرارات التوافقية لفوريير والتي تساوي  $\left( \lambda_j = \frac{2\pi j}{s} \right)$  حيث ان

.  $j = 0, 1, \dots, \left[ \frac{s}{2} \right]$  . وإضافة وطرح لوغاريتم المخطط الدوري الاتي:

$$I(\lambda_j) = \frac{1}{2\pi n} \left| \sum_{j=1}^n X_j e^{i\lambda_j} \right|^2$$

للسلسلة  $\{X_t\}$  لطرفي الصيغة رقم (12) ينتج ان:

\* تم الاشتقاق من قبل الباحثة.

$$\log I(\lambda_j) = \log f_\epsilon(0) - D \log \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2 + \log \left[ \frac{f_\epsilon(\lambda)}{f_\epsilon(0)} \right] + \log \left[ \frac{I(\lambda_j)}{f_x(\lambda_j)} \right]$$

وعندما  $\lambda_j \rightarrow 0$  لكل قيم (j) فان:

$$\log \left[ \frac{f_\epsilon(\lambda)}{f_\epsilon(0)} \right] \approx 0$$

وبتعريف:

$$y = \log [I(\lambda_j)]$$

$$\alpha = \log f_\epsilon(0)$$

$$\beta = -D$$

$$X_j = \log \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2$$

$$V_j = \log \left[ \frac{I(\lambda_j)}{f_x(\lambda_j)} \right]$$

وبذلك تكون معادلة الانحدار الخطي:

$$y_j = \alpha + \beta X_j + v_j \quad \dots (13)$$

وبذلك فان مقدر المربعات الصغرى لمعلمة الذاكرة الطويلة (D) ياخذ الصيغة الاتية:

$$\hat{D} = \frac{\sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X})^2} \quad \dots (14)$$

اذ ان:

$$\bar{y} = \sum_{j=1}^k \frac{y_j}{k} \quad , \quad \bar{X} = \sum_{j=1}^k \frac{X_j}{k}$$

• ثانيا: الانموذج SARFIMA(0,d,0)×(0,D,0)s

باتباع الاسلوب نفسه في تقدير الانموذج السابق يمكن الحصول على معادلة الانحدار الخطي المتعدد لدالة كثافة الطيف المعرفة بالصيغة رقم (11) وذلك بعد أخذ اللوغاريتم وكما ياتي:

$$\text{Log}f_x(\lambda) = -D \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2 - d \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda}{2} \right) \right]^2 + \text{Log}f_\varepsilon(\lambda)$$

وبإضافة وطرح  $\text{Log}f_\varepsilon(0)$  للطرفين ينتج ان:

$$\text{Log}f_x(\lambda) = \text{Log}f_\varepsilon(0) - D \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2 - d \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda}{2} \right) \right]^2 + \text{Log} \left[ \frac{f_\varepsilon(\lambda)}{f_\varepsilon(0)} \right] \quad \dots (15)$$

وبتعويض التكرارات التوافقية لفوريير والتي تساوي  $\left( \lambda_j = \frac{2\pi j}{s} \right)$  حيث ان

$$j = 0, 1, \dots, \left[ \frac{s}{2} \right]$$

واضافة وطرح لوغاريتم المخطط الدوري الآتي:

$$I(\lambda_j) = \frac{1}{2\pi n} \left| \sum_{j=1}^n X_j e^{i\lambda_j} \right|^2$$

للسلسلة  $\{X_t\}$  لطرفي الصيغة اعلاه ينتج ان:

$$\text{Log}I(\lambda_j) = \text{Log}f_\varepsilon(0) - D \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda s}{2} \right) \right]^2 - d \text{Log} \left[ 2 \sin \left( \frac{\lambda}{2} \right) \right]^2 + \text{Log} \left[ \frac{f_\varepsilon(\lambda)}{f_\varepsilon(0)} \right] + \text{Log} \left[ \frac{I(\lambda_j)}{f_x(\lambda)} \right]$$

وبتعريف:

$$y_j = \text{Log} [I(\lambda_j)]$$

$$\beta_0 = \text{Log}f_\varepsilon(0)$$

$$\beta_1 = -D$$

$$\beta_2 = -d$$

$$X_{1j} = \text{Log} \left[ 2 \sin \frac{\lambda s}{2} \right]^2$$



$$X_{2j} = \text{Log} \left[ 2 \sin \frac{\lambda}{2} \right]^2$$

$$v_j = \text{Log} \left[ \frac{I(\lambda_j)}{f_x(\lambda_j)} \right] + \text{Log} \left[ \frac{f_\epsilon(\lambda_j)}{f_\epsilon(0)} \right]$$

وبذلك تكون معادلة الانحدار الخطي المتعدد :

$$y_j = \beta_o + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + v_j \quad \dots (16)$$

وبذلك فان مقدر المربعات الصغرى لمعلمتي الذاكرة الطويلة (d) و (D) يكون:

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_o \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_o \\ \hat{D} \\ \hat{d} \end{pmatrix} = (X'X)^{-1} X'y \quad \dots (17)$$

كما اقترح (Reisen et al., 2006a,b) [5] طرائق تقدير مختلفة للمعلمتين

(D,d). حيث بينوا ان مقدرات الانحدار المقترحة في الدراسة تميزت باختيارات مختلفة لعرض الحزمة عند انحدار  $\text{Log}[I(\lambda_j)]$  على كل من  $\cdot \text{Log} \left[ 2 \sin \frac{\lambda}{2} \right]$ ,  $\text{Log} \left[ 2 \sin \frac{\lambda s}{2} \right]$

ان طرائق التقدير المختلطة لـ (D) و (d) يمكن الحصول عليها باختيارات

مناسبة للتكرارات التوافقية ( $\lambda$ ): مثلا اذا كانت ( $s = 4$ ) يمكن الحصول على المقدرات

بإستخدام  $[GPH_o, GPH_1, GPH_2]$  التكرارات على التوالي عندما  $\left[ \lambda_{o,j} = \frac{2\pi j}{n}, \lambda_{1,j} = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi j}{n}, \lambda_{2,j} = \pi - \frac{2\pi j}{n} \right]$

وان اختيار ( $m$ ) يتم وفق المتباينة  $\left[ m < \frac{n}{2s} \right]$ ، وعندما يكون حجم

العينة كبير فان المقدر ( $GPH_o$ ) يتم استخدام التكرار  $\left( \lambda_{o,1} = \frac{2\pi}{n} \right)$  الى التكرار

$$\cdot \lambda_{o,j} \in \left[ 0, \frac{\pi}{s} \right] \text{ بمعنى اخر ان } \left[ \lambda_{o, \frac{n}{2s}} = \frac{\pi}{2} \right]$$

وبالمثل ان مقدر  $GPH_1$  تستخدم التكرارات  $\lambda_{1,j} \in \left[ \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{s} \right]$  وان مقدر  $GPH_2$  تستخدم التكرارات  $\lambda_{2,j} \in \left[ \pi - \frac{\pi}{s}, \pi \right]$ .

## 7. دراسة محاكاة مونت كارلو Monte Carlo Simulation

من اجل تقييم اداء الاساليب المقترحة في البحث فقد اجريت عدد من تجارب المحاكاة باستخدام حجوم عينة مختلفة (250، 500، 1000) وكررت التجربة (500) مرة. وقد افترض ان سلسلة التشويش الابيض  $\{\epsilon_t\}$  تتبع التوزيع الطبيعي القياسي بمتوسط صفر وتباين واحد أي ان  $\epsilon_t \sim N(0,1)$  وان النماذج المستخدمة في هذه التجارب هي  $SARFIMA(0,D,0)_s$  و  $SARFIMA(0,d,0) \times (0,D,0)_s$  وان طول الفترة الموسمية ( $s = 4$ ). حيث تم كتابة البرامج الخاصة بتنفيذ هذه التجارب باستخدام لغة البرمجة (Visual Basic).

### • اولاً: الانموذج $SARFIMA(0,D,0)_s$

تم تطبيق اسلوب التقدير شبه المعلمي والمعرف بالجانب النظري وطبقا للصيغة رقم (13) وحساب المعدل للمقدر في الصيغة رقم (14). والجدول رقم (1) يبين نتائج المحاكاة لهذا الانموذج، حيث تم استخدام القيم الافتراضية للمعلمة (D) وكما ياتي:

D: - 0.45, - 0.30, - 0.15, 0.5, 0.20, 0.30, 0.45

وقد اعتمدت التكرارات  $\left( \lambda_{o,j} = \frac{2\pi j}{n} \right)$  لكل قيم  $j = 1, 2, \dots, \left( \frac{n}{2s} \right)$  عند احتساب المقدر GPH في هذه التجربة.

## جدول رقم (1)

تقدير المعلمة  $D$  لمختلف المعلمات الافتراضية عندما  $(s = 4)$  ولمختلف حجوم العينات  
للانموذج  $SARFIMA(0,D,0)s$

D	n = 250		n = 500		n = 1000	
	Mean	MSE	Mean	MSE	Mean	MSE
-0.45	-0.368	0.064	-0.395	0.055	-0.408	0.013
-0.30	-0.223	0.077	-0.236	0.064	-0.267	0.012
-0.15	-0.095	0.055	-0.112	0.038	-0.138	0.010
0.05	0.086	0.036	0.056	0.006	0.041	0.011
0.20	0.207	0.007	0.201	0.001	0.180	0.013
0.30	0.290	0.010	0.297	0.009	0.269	0.013
0.45	0.409	0.041	0.415	0.035	0.407	0.014

من الجدول اعلاه يلاحظ التذبذب في نتائج MSE عند مختلف قيم  $D$  ولجميع حجوم العينات. إلا ان المعدل لكل المقدرات كانت قريبة بشكل عام من القيم الافتراضية للمعلمة الكسرية ( $D$ ).

• ثانياً: الانموذج  $SARFIMA(0,d,0) \times (0,D,0)s$

تم تطبيق اسلوب التقدير شبه المعلمي وطبقا للصيغتين رقم (16) ورقم (17). حيث تم اختيار القيم الافتراضية للمعلمتين ( $d, D$ ) بالشكل الاتي:

( $d, D$ ): (0.2, 0.4), (0.1, 0.3)

وان المقدرات المستخدمة تتمثل بـ ( $GPH_0, GPH_1, GPH_2$ ) وفقا للتكرارات المحددة في الجانب النظري.

## جدول رقم (2)

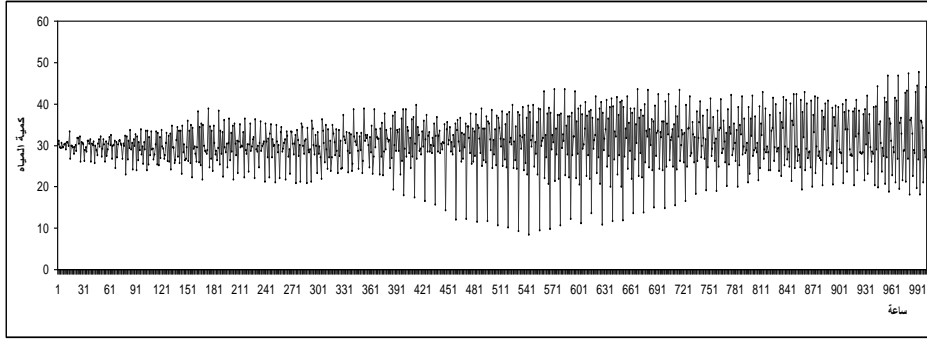
تقدير المعلمتان (d,D) لمختلف المعلمات الافتراضية عندما (s = 4) ولمختلف حجوم العينات للانموذج SARFIMA(0,D,0)×(0,D,0)s

n	d	GPH <sub>0</sub>		GPH <sub>1</sub>		GPH <sub>2</sub>	
	D	Mean	MSE	Mean	MSE	Mean	MSE
250	d=0.2	0.170	1.882	-	-	-	-
	D=0.4	0.462	2.491	0.480	0.198	0.441	0.080
	d=0.1	0.122	1.865	-	-	-	-
	D=0.3	0.288	2.443	0.274	0.203	0.307	0.082
500	d=0.2	0.131	1.034	-	-	-	-
	D=0.4	0.497	1.305	0.462	0.088	0.446	0.034
	d=0.1	0.223	0.760	-	-	-	-
	D=0.3	0.177	1.137	0.321	0.051	0.319	0.029
1000	d=0.2	0.185	0.131	-	-	-	-
	D=0.4	0.481	0.153	0.419	0.010	0.404	0.004
	d=0.1	0.079	0.113	-	-	-	-
	D=0.3	0.324	0.131	0.309	0.007	0.291	0.004

وتجدر الإشارة هنا عند تقدير القيم الافتراضية للمعلمة الكسرية غير الموسمية (d) تم استخدام مقدر (GPH<sub>0</sub>) فقط بينما تم استخدام المقدرات الثلاث المذكورة اعلاه عند تقدير القيم الافتراضية للمعلمة الكسرية الموسمية (D) وذلك باستخدام تكرارات مختلفة ولجميع حجوم العينات.

## 8. الجانب التطبيقي

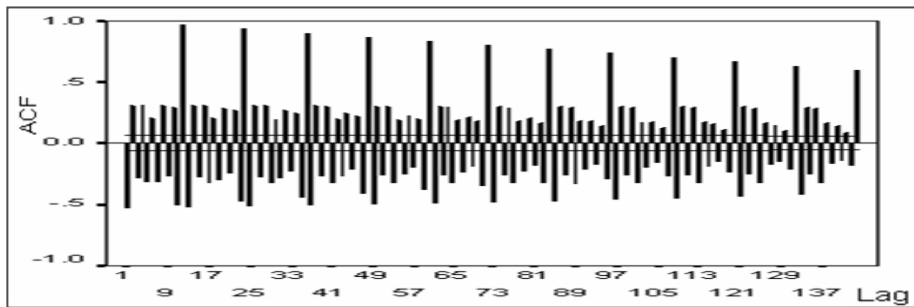
تم استخدام عينة بحجم (1012) تمثل كمية المياه التي تدخل نهر دجلة كل ربع ساعة مقاسة (م / ربع ساعة) وبالتالي تم اخذ المعدل لكل ساعتين، وباستخدام البرنامج الجاهز (SPSS Ver.20) بالتالي تم رسم السلسلة الزمنية، اذ يتضح من خلال الشكل رقم (1) ان السلسلة الزمنية عشوائية.



شكل رقم (1)

### يبين سلسلة كمية المياه الداخلة في نهر دجلة مقاسة (م / ربع ساعة)

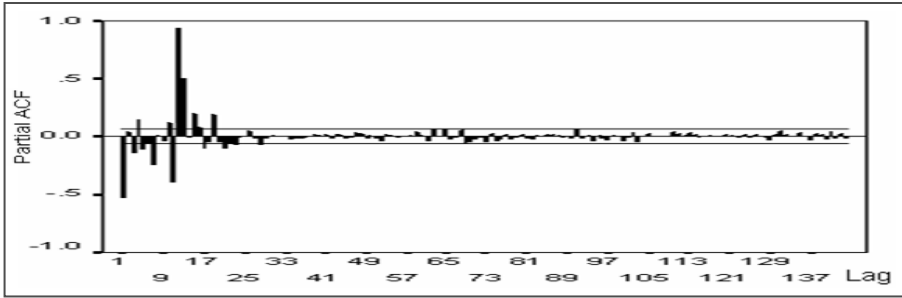
ولاجل معرفة ان مشاهدات السلسلة تخضع للنماذج الكسرية فقد تم حساب معاملات دالتى الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي\* لمعرفة سلوك هاتين الدالتين. وعليه فقد رسمت هذه المعاملات كما في الشكل رقم (2) والشكل رقم (3).



شكل رقم (2)

### معاملات الارتباطات الذاتية لبيانات السلسلة الزمنية

\* عدد المعاملات التي تم اختيارها (k=144).



شكل رقم (3)

### معاملات الارتباطات الذاتية الجزئية لبيانات السلسلة الزمنية

ومن خلال الشكل رقم (2) يتضح ان هذه المعاملات تسلك سلوكاً موسمياً اذ ان اقيام الارتباطات  $r(12)$ ,  $r(24)$ ,  $r(36)$  ، . . . معنوية بدرجة عالية مما يشير الى ان طول الفترة الموسمية تساوي  $(s = 12)$ . فضلاً عن ذلك ان المعاملات لا تتناقص اسياً بل تستمر رغم ان عدد القيم كبير وهي تتناقص ببطء شديد والموضح في الشكل. وهذا يشير الى ان الانموذج الملائم لهذه المشاهدات هو الانموذج الكسري بطول فترة موسمية قدرها (12).

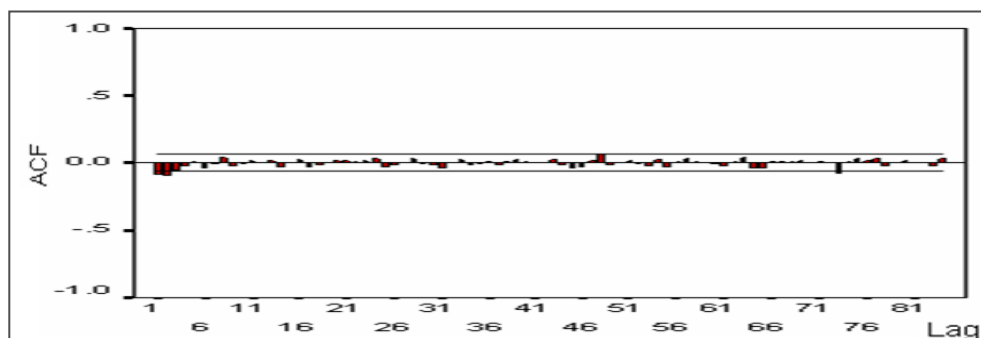
وبعد تطبيق اسلوب التقدير شبه المعلمي الموضح في الجانب النظري باستخدام لغة البرمجة (Visual Basic) وتوفيق مجموعة من النماذج الكسرية غير الموسمية والموسمية والموضحة في الجدول رقم (3) واعتماداً على المعايير التالية: MSE ، MAE ، MAPE . اتضح ان الانموذج الملائم للبيانات هو  $SARFIMA(0,0.441,0)_{12}$  والذي صيغته التقديرية:

$$(1 - B^{12})^{0.441} X_t = a_t$$

## جدول رقم (3)

توفيق مجموعة من النماذج الكسرية غير الموسمية والموسمية لبيانات السلسلة  
الزمنية

الانموذج الكسري	المعايير		
	MSE	MAE	MAPE
ARIMA(0,d,0)	938.8	34.19	1.321
ARIMA(1,d,0)	984.6	35.20	1.443
ARIMA(0,d,1)	1325.7	36.27	1.495
SARFIMA(0,D,0) <sub>12</sub>	747.4	27.25	0.907
SARFIMA(1,D,0) <sub>12</sub>	793.1	28.76	1.008
SARFIMA(0,D,1) <sub>12</sub>	882.6	29.95	1.103
SARFIMA(0,d,0)×(0,D,0) <sub>12</sub>	897.7	30.02	1.098
SARFIMA(1,d,0)×(1,D,0) <sub>12</sub>	1076.4	34.97	1.221



شكل رقم (4)

معاملات ACF لسلسلة البواقي الناتجة من انموذج SARFIMA(0,0.441,0)<sub>12</sub>

ولغرض فحص سلسلة البواقي للانموذج لغرض اختبار عشوائية واستقلالية الانموذج، فقد تم احتساب معاملات دالة الارتباط الذاتي\* لسلسلة البواقي كما في الشكل رقم (4).

ومن خلال الشكل يتبين ان جميع هذه المعاملات تقع ضمن حدي الثقة والمساوية الى  $\{ \pm 0.0617 \}$  عند مستوى ثقة 95% ، اضافة الى ان قيمة الاحصاء (Ljung-Box) كانت تساوي (65.564) وبمقارنتها مع قيمة  $\chi^2$  بدرجة حرية (84) ومستوى معنوية (0.05) والتي تساوي الى (106.386) ، وهذا يشير الى عشوائية البواقي وان الانموذج المشخص ملائم لبيانات الظاهرة المدروسة.

## 9. الاستنتاجات

يمكن التوصل الى الاستنتاجات التالية وللجانبيين التجريبي والتطبيقي:

1. من نتائج الجدول رقم (1) يتضح بشكل عام ان قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) تتناقص بزيادة حجم العينة، ولكن يبدو ان القيم الموجبة الافتراضية تتأثر كثيراً بزيادة حجم العينة، إذ ان قيمة (MSE) للقيم الافتراضية المذكورة تتناقص في حالة حجم العينة (500) ولكنها ترتفع نسبياً مع حجم العينة (1000).
2. يتضح من نتائج الجدول رقم (2) بان قيم (MSE) عند تقدير المعلمة الكسرية غير الموسمية الافتراضية (d) هي مرتفعة نسبياً بالمقارنة مع قيم (MSE) عند تقدير المعلمة الكسرية الموسمية.
3. ومن نتائج الجدول نفسه يتضح ان قيمة (MSE) لمقدر (GPH0) للمعلمة الكسرية الموسمية (D) مرتفعاً جداً بينما يلاحظ ان أقل قيمة لهذا المعيار هو عند المقدر (GPH2) ثم المقدر (GPH1) على التوالي.
4. ويتبين من نتائج الجدول نفسه بان قيم (MSE) تتناقص بزيادة حجم العينة عموماً سواء كانت عند تقدير المعلمة الكسرية غير الموسمية أم المعلمة الكسرية الموسمية.
5. يتضح ان الانموذج الملائم لسلسلة كمية المياه التي تدخل نهر دجلة هو الانموذج الكسري الموسمي SARFIMA(0,0.441,0)12 بالاعتماد على المعايير MSE ، MAE ، MAPE .

\* عدد المعاملات التي تم اختيارها (k=144).



**10. التوصيات**

1. نوصي باستخدام الانموذج  $(0,d,0) \times (0,D,0)_s$  SARFIMA عندما تكون طول الفترة الموسمية  $s$  فردي.
2. نوصي باعتماد نتائج الانموذج SARFIMA(0,0.441,0)12 والذي تم استنتاجه في الجانب التطبيقي.

**المصادر**

- [1] Arteche J. and Robinson P.,M. - "Semi parametric Inference in Seasonal and Cyclical Long Memory Processes" - J. Time Series Analysis, Vol.21, No.1, pp.1-25, 2000.
- [2] Geweke J. and Porter- Hudak S. - " The Estimation and Application of Long Memory Time Series Model" - J. Time Series Analysis, Vol.4, No.4, pp.221- 238, 1983.
- [3] Hassler U. - " (Mis) Specification of Long Memory in Seasonal Time" - J. Time Series Analysis Vol.15, No.1, pp.19- 30, 1994.
- [4] Porter-Hudak S. - "An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to Monetary Aggregates" - JASA, Vol.85, No.410, pp. 338- 344, 1990.
- [5] Reisen V. , Rodrigues A.L. - " Estimation of Seasonal Fractionally Integrated Processes" - Computational Statistics and data analysis, Vol.50, No.2, pp.568- 582, 2006.

## Using Semi-Parametric Approach to Estimate Amounts of Entering Water in Degla's River Model as a Class of Seasonal Integrated Fractional Processes

Assist. Prof. Dr. Ahlam Ahmed Juma

[dr\\_ahlam\\_ahmed@yahoo.com](mailto:dr_ahlam_ahmed@yahoo.com)

University of Baghdad - College of Administration and  
Economics - Department of Statistics

**Abstract:** *Many studies have shown the existence of a pattern of time series that deals with the long-term processes, this process is referred to as long memory time series and that this type of model is verify the stationarity when taking the fractional differences ( $d$ ) which lies within the closed period  $[-0.5, 0.5]$ . This study dealt with the mixed seasonal time series integrated fractionally through the semi-parametric estimation.*

*Therefore, the aim of the research is to use of estimation methodology semi-parametric processes of the seasonal long-term using a number of segments of bandwidth on the seasonal frequencies through simulation Monte Carlo, with a comparison based on the mean squares error criterion. Finally, the amounts of water which flow Degla River in Iraq are used in our application.*

**Keywords:** *SARFIMA(0,d,0) × (0,D,0)s,  
SARFIMA(0,D,0)s, Semi-Parametric Estimate,  
Simulation Monte Carlo.*