

# مقارنة بين طرائق تقدير معالم الانحدار عند وجود مشكلة عدم تجانس التباين مع التطبيق العملي

م. د. طه حسين علي  
م. تارا احمد حسن  
جامعة صلاح الدين/ اربيل - كلية الادارة والاقتصاد- قسم الاحصاء

## الملخص

تم في هذا البحث تقدير الأوزان المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذا فئتين (الذي يؤدي إلى وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي) باستخدام أسلوب بيز المتسلسل بدلاً من الأسلوب الاعتيادي المستخدم سابقاً، حيث أن أسلوب بيز المتسلسل يوفر آلية تناول المشاهدات الواحدة تلو الأخرى وبشكل متسلسل أي أن كل مشاهدة جديدة سوف تضيف معلومة جديدة في تقدير معلمة التوزيع الاحتمالي لظاهرة معينة من محاولات برنولي التي تمثل المتغير المعتمد في معادلة الانحدار الخطي البسيط فضلاً عن المعلومات المتأتية من الخبرة أو التجارب السابقة أو الاعتماد الشخصي، وتضمن البحث إجراء مقارنة بين الأسلوبين من خلال التطبيق العملي لهذين الأسلوبين في تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين الدخل القابل للتصرف وحالة تملك الدار الساكن فيه لموظفي كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة صلاح الدين/ اربيل.

## Abstract

In this research weights, which are used, are estimated using General Least Square Estimation to estimate simple linear regression parameters when the depended variable, which is used, consists of two classes attributes variable (for Heteroscedastic problem) depending on Sequential Bayesian Approach instead of the Classical approach used before, Bayes approach provides the mechanism of tackling observations one by one in a sequential way, i.e each new observation will add a new piece of information for estimating the parameter of probability estimation of certain phenomenon of Bernoulli trials who research the depended variable in simple regression linear equation. in addition to the information deduced from the past experiences or self dependence. the research also contains a comparison between both approaches using practical application of both approaches for estimating the simple linear regression between the income and the state of having a house living in for the official in college of Administration and Economics in Salah-Alden University/Erbil .



## 1 : المقدمة

في بعض الأحيان يكون لدينا مسألة إيجاد العلاقة الخطية بين متغيرين أحدهما كمي يمثل المتغير المستقل والآخر نوعي ذا فئتين يمثل المتغير المعتمد في نموذج الانحدار الخطي البسيط، وبما أن المتغير المعتمد من النوع النوعي وله توزيع برنولي أي أن كل مشاهدة لها تباين (تباين توزيع برنولي) ربما يختلف عن المشاهدات الأخرى مما سوف يؤدي إلى عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي وأحد طرق معالجة هذه المشكلة هو استخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS)، للمزيد من المعلومات أنظر [Draper & Smith, 1981, pp.108-116, {6}], والتي تستخدم أوزان نستطيع تقديرها باستخدام مقلوب التباين الذي يمثل مقلوب تباين توزيع برنولي (خاشع الراوي، تحليل الانحدار، 1987، ص 438، {2}) والذي يمثل الأسلوب الاعتيادي المستخدم من قبل العديد من الباحثين .

من ناحية أخرى يعتبر تحليل بيز المتسلسل (Bayesian Sequential Analysis) الذي قدمه الباحث Wald, {8} عام (1946) من المواضيع المهمة التي اعتمدت في أسلوبها في تقدير معالم التوزيع الاحتمالي على المعلومات التي توفرها المشاهدات وبشكل متسلسل أي (أن كل مشاهدة جديدة سوف تضيف معلومة جديدة في تقدير معلمة التوزيع الاحتمالي لتلك الظاهرة) فضلاً عن المعلومات التي نحصل عليها من الخبرة أو التجارب السابقة أو الاعتماد الشخصي حول معلمة هذا التوزيع الاحتمالي وهذا ما يميزها عن المدرسة الكلاسيكية أو المعاينة (Classical or Sampling Inference) التي تعتمد على مشاهدات العينة فقط في تقدير معلمة التوزيع الاحتمالي .

لذلك سوف يتناول البحث استخدام الأسلوب الاعتيادي في تقدير تباين المشاهدات (تباين توزيع برنولي) والتي من خلالها يتم تقدير الأوزان المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار للحصول على نموذج الانحدار الخطي البسيط، وكذلك استخدام أسلوب بيز المتسلسل في إيجاد تباين التوزيع النهائي (توزيع بيتا) والتي من خلالها يتم تقدير الأوزان المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار للحصول على نموذج الانحدار الخطي البسيط، متضمناً تطبيق عملي يوضح كيفية استخدام أسلوب بيز في تقدير الأوزان ومقارنتها مع الأسلوب الاعتيادي (وليس لدراسة حالة في المجتمع وتحليلها بشكل كامل) وذلك من خلال دراسة العلاقة بين الدخل القابل للتصرف وحالة تملك الدار الساكن فيه لموظفي كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة صلاح الدين/ اربيل، باستخدام مجموعة من البرامج الإحصائية الجاهزة للحاسبة الكترونية وأجراء مقارنة بين النموذجين من خلال إيجاد متوسط مربعات الخطأ MSE لكلا النموذجين .

2 : تقدير معالم الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذا فئتين باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة (الاعتيادي) :

هنالك حالات كثيرة يكون فيها المتغير المعتمد لدالة الانحدار الخطي البسيط عبارة عن متغير نوعي له قيمتان (Two Possible Outcomes) فمن الممكن في مثل هذه الحالات استخدام المتغير الوهمي  $y$  تعبيراً عن المتغير النوعي المعتمد (خاشع الراوي، 1987، ص 402، {2}) حيث إذا كان المتغير النوعي  $K$  من المستويات (Levels) أو الأقسام أو المجاميع أو الفئات (Classes) فإنه يمكن تمثيله بـ  $(K-1)$  من المتغيرات الوهمية وهنا سوف نفرض أن لدينا مستويين فقط أي أن  $(K=2)$  فسوف يكون لدينا متغير معتمد واحد يأخذ القيم واحد أو صفر حيث أن :

$$y = \begin{cases} 1 & \text{إذا كانت الصفة المدروسة موجودة} \\ 0 & \text{إذا كانت الصفة المدروسة غير موجودة} \end{cases}$$



إن المشكلة الرئيسية في تحليل الانحدار باستخدام المتغيرات الوهمية هنا هو كون تباين الخطأ لا يتوزع توزيعاً طبيعياً، حيث أن المتغير المعتمد الوهمي  $y$  يتوزع توزيع برنولي (Bernoulli Distribution) لذا فإن احتمال  $(y=1)$  هو  $p_i$  أي أن :

$$p(y=1) = p_i$$

حيث أن :-

$i = 1, 2, 3, \dots, n$  و  $n$  تمثل حجم العينة.

وأن احتمال  $(y=0)$  هو  $q_i$  و أن :

$$q_i = 1 - p_i$$

أي :-

$$p(y=0) = 1 - p_i$$

لذا فإن تباين الخطأ وبالاعتماد على تباين توزيع برنولي هو:

$$V(e_i / x_i) = V(y_i / x_i) = p_i(1 - p_i)$$

حيث أن  $x_i$  تمثل المتغير المستقل في معادلة الانحدار الخطي البسيط .

فإذا عوضنا عن  $p_i$  بالمقدار  $(\beta_0 + \beta_1 x_i)$  نجد أن :-

$$V(e_i / x_i) = (\beta_0 + \beta_1 x_i)(1 - \beta_0 - \beta_1 x_i)$$

لذا فإن تباين الخطأ غير متجانس مما يدعو إلى استخدام المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares) لمعالجة هذه المشكلة، ويمكن الحصول على الوزن  $w_i$  من خلال إيجاد معكوس التباين، (محمد وأموري، 1990، ص136، {4} وكالاتي:-

$$\begin{aligned} w_i &= \frac{1}{V(e_i / x_i)} = \frac{1}{V(y_i / x_i)} = \\ &= \frac{1}{P_i(1 - P_i)} = \frac{1}{(\beta_0 + \beta_1 x_i)(1 - \beta_0 - \beta_1 x_i)} \end{aligned}$$

وبما أن أقيام  $(\beta_0$  و  $\beta_1)$  غير معلومة، فيمكن تقديرهما بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وإيجاد  $\beta_0$  و  $\beta_1$  ومن ثم إيجاد قيم  $\hat{y}_i$  التقديرية وعليه فإن الأوزان  $w_i$  يمكن أن نحصل عليها من خلال الصيغة الآتية وكما يأتي :

$$\hat{w}_i = \frac{1}{\hat{y}_i(1 - \hat{y}_i)}$$



وعلى هذا الأساس يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معلمات الانحدار ( $\hat{\beta}_1$  و  $\hat{\beta}_0$ ) المعدلة وكما يأتي :-

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \hat{w}_i & \sum \hat{w}_i x_i \\ \sum \hat{w}_i x_i & \sum \hat{w}_i x_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum \hat{w}_i y_i \\ \sum \hat{w}_i x_i y_i \end{bmatrix}$$

يمكن إيجاد الانحراف القياسي لمعلمات الانحدار واختبار مدى معنويتهم باستخدام اختبار t، للمزيد من المعلومات أنظر أموري وسعيد، القياس الاقتصادي التطبيقي، (1990)، {1} حيث أن:

$$S_{\hat{\beta}_1} = \left( \frac{1}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2}$$

$$S_{\hat{\beta}_0} = \left( \frac{1}{\sum \hat{w}_i} + \bar{x}^2 S_{\hat{\beta}_1}^2 \right)^{1/2}$$

3 : تقدير معلمات الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذا فئتين باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة بالاعتماد على أسلوب بيز المتسلسل : لدينا المتغير المعتمد  $y$  يتوزع توزيع برنولي بالمعلمة  $p$  (خاشع الراوي، 1987، ص 437، {2}) أي أن :

$$y \sim \text{Ber}(p)$$

وباستخدام تحليل بيز المتسلسل والنموذج الحركي العام لتوزيع برنولي، فإن دالة الترجيح (Likelihood Function) للمشاهدة الأخيرة  $y_n$  (Harrison & Stevens , (1971), pp.341- {7}, 362 تكون كالآتي :

$$p(y_n/p) = p^{y_n} (1-p)^{1-y_n} \quad \dots (3.1)$$

حيث أن  $y_i = 0,1$  وأن  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ويمكن كتابة دالة الترجيح للمشاهدة الأخيرة  $y_n$  وصفاً كما يأتي :

$$(y_n/p) \sim \text{Ber}(p)$$

وأن التوزيع الأولي (Prior Distribution) للمشاهدة قبل الأخيرة  $y_{n-1}$  هو عبارة عن توزيع بيتا بالمعلمات  $a_{n-1}$ ،  $b_{n-1}$  أي أن :

$$p(p / y_1, y_2, \dots, y_{n-1}) \propto p^{a_{n-1}-1} (1-p)^{b_{n-1}-1} \quad \dots (3.2)$$

وباستخدام نظرية بيز لدينا [Wald , 1947 , p.42 , {8}] :

$$p(p / y_1, y_2, \dots, y_n) \propto p(p / y_1, y_2, \dots, y_{n-1}) (y_n / p)$$



أي أن التوزيع النهائي (Posterior Distribution) للمعلمة  $p$  (طه، 2005، ص248، {3}) يكون كالآتي :

$$p(p / y_1, y_2, \dots, y_n) \propto p^{a_{n-1}-1} (1-p)^{b_{n-1}-1} p^{y_n} (1-p)^{1-y_n}$$

$$= p^{(a_{n-1}+y_n)-1} (1-p)^{(b_{n-1}-y_n+1)-1}$$

والتي هي نواة توزيع بيتا (The Kernel of Beta Distribution)، لذلك فإن التوزيع النهائي الكامل (The complete posterior distribution) يكون كالآتي :

$$p(p / y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{\Gamma(a_n+b_n)}{\Gamma(a_n)\Gamma(b_n)} p^{a_n-1} (1-p)^{b_n-1} \quad \dots(3.3)$$

حيث أن :

$$a_n = a_{n-1} + y_n$$

$$b_n = b_{n-1} - y_n + 1$$

عندما  $n = 1$  فإن :

$$a_1 = a_0 + y_1$$

$$b_1 = b_0 - y_1 + 1$$

وعندما  $n = 2$  فإن :

$$a_2 = a_1 + y_2$$

$$b_2 = b_1 - y_2 + 1$$

وبتعويض القيم  $a_1$  و  $b_1$  نحصل على ما يأتي :-

$$a_2 = a_0 + y_1 + y_2 = a_0 + \sum_{i=1}^2 y_i$$

$$b_2 = b_0 - y_1 + 1 - y_2 + 1 = b_0 - \sum_{i=1}^2 y_i + 2$$

وهكذا إلى  $n$  من المشاهدات، فنحصل على المعادلتين الآتيتين :

$$a_n = a_0 + \sum_{i=1}^n y_i \quad \dots \quad (3.4)$$

$$b_n = b_0 - \sum_{i=1}^n y_i + n \quad \dots \quad (3.5)$$



حيث أن قيم المعلمات  $a_0$  و  $b_0$  هي قيم أولية يمكن أن نحصل عليها من خلال الخبرة والتجارب السابقة حول المشاهدات التي يستخدم فيها هذا التوزيع .  
وعلى هذا الأساس يمكن الحصول على معدل وتباين توزيع بيتا [Box & Tiao , (1973) , p.12 , {5}]  
وكما يأتي :

$$\mu_{B_y} = \left( \frac{a_n}{a_n + b_n} \right) = \left( \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n y_i}{a_0 + b_0 + n} \right) \quad \dots (3.6)$$

$$\sigma_{B_y}^2 = \frac{a_n b_n}{(a_n + b_n)^2 (a_n + b_n + 1)} \quad \dots (3.7)$$

لذلك فإن أوزان بيز المقدرة وبالا اعتماد على قيم  $\hat{y}_i$  المقدرة من النموذج الخطي الذي اعتمد على طريقة المربعات الصغرى تكون كما يأتي :-

$$\hat{w}_{B_n} = \frac{1}{\sigma_{B_y}^2} = \frac{1}{\left( a_0 + \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \right) \left( b_0 - \sum_{i=1}^n \hat{y}_i + n \right) (a_0 + b_0 + n)^2 (a_0 + b_0 + n + 1)}$$

إذن :

$$\hat{w}_{B_n} = \frac{(a_0 + b_0 + n)^2 (a_0 + b_0 + n + 1)}{\left( a_0 + \sum_{i=1}^n \hat{y}_i \right) \left( b_0 - \sum_{i=1}^n \hat{y}_i + n \right)} \quad \dots (3.8)$$

تكون كالاتي وهذا يعني أن وزن المشاهدة الأولى هو :

$$\hat{w}_{B_1} = \frac{(a_0 + b_0 + 1)^2 (a_0 + b_0 + 2)}{(a_0 + \hat{y}_1) (b_0 - \hat{y}_1 + 1)}$$



ووزن المشاهدة الثانية هو :

$$\hat{w}_{B_2} = \frac{(a_0 + b_0 + 2)^2 (a_0 + b_0 + 3)}{\left( a_0 + \sum_{i=1}^2 \hat{y}_i \right) \left( b_0 - \sum_{i=1}^2 \hat{y}_i + 2 \right)}$$

وهكذا إلى أن نحصل على وزن المشاهدة الأخيرة  $y_n$  كما في المعادلة (3.8)، ونلاحظ مما تقدم أن كل وزن اخذ بنظر الاعتبار المعلومات الأولية والتي نحصل عليها من الخبرة أو التجارب السابقة فضلا عن معلومات المشاهدات، أي من المشاهدة الأولى والثانية... وحتى المشاهدة التي يقدر وزنها، وهذه الأوزان يمكن الاعتماد عليها لتقدير معالم الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة، أي أن :

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_{B_0} \\ \hat{\beta}_{B_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} & \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} x_i \\ \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} x_i & \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} x_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} y_i \\ \sum_{i=1}^n \hat{w}_{B_i} x_i y_i \end{bmatrix} \quad \dots(3.9)$$

وبذلك نحصل على نموذج خط الانحدار البسيط باستخدام أسلوب بيز المتسلسل، وكما يأتي :

$$\hat{y}_{B_i} = \hat{\beta}_{B_0} + \hat{\beta}_{B_1} x_i \quad \dots(3.10)$$

#### 4: الجانب التطبيقي

لغرض توضيح كيفية استخدام أسلوب بيز المتسلسل ومقارنتها مع الطريقة الاعتيادية في تقدير أوزان المشاهدات المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذا فئتين، (وليس لدراسة مشكلة معينة في المجتمع وتحليلها بشكل كامل والتي هي خارج نطاق هدف البحث) قام الباحثان بدراسة العلاقة بين الدخل القابل لتصرف  $x$  وحالة تملك الدار الساكن فيه لعينة عشوائية تتألف من سبعين موظفاً في جامعة صلاح الدين كلية الإدارة والاقتصاد، وكانت النتائج كما يأتي:-



## الجدول رقم (1)

بيانات الدخل القابل للتصرف لموظفي كلية الإدارة والاقتصاد وحالة تملكهم للدار

| No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) | No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) | No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) |
|-------------|------------|----------|-------------|------------|----------|-------------|------------|----------|
| 1           | 706800     | Yes      | 25          | 200650     | No       | 49          | 679800     | Yes      |
| 2           | 576600     | No       | 26          | 153350     | No       | 50          | 509850     | Yes      |
| 3           | 355200     | Yes      | 27          | 4337750    | Yes      | 51          | 501200     | Yes      |
| 4           | 266900     | No       | 28          | 346550     | Yes      | 52          | 434000     | Yes      |
| 5           | 337900     | No       | 29          | 449300     | No       | 53          | 419600     | Yes      |
| 6           | 273600     | Yes      | 30          | 533800     | No       | 54          | 469600     | No       |
| 7           | 273600     | Yes      | 31          | 1833000    | No       | 55          | 412900     | No       |
| 8           | 273600     | Yes      | 32          | 1846000    | Yes      | 56          | 474300     | Yes      |
| 9           | 200650     | Yes      | 33          | 1040000    | No       | 57          | 419600     | Yes      |
| 10          | 211200     | Yes      | 34          | 800000     | Yes      | 58          | 357200     | Yes      |
| 11          | 266900     | No       | 35          | 852800     | Yes      | 59          | 352400     | Yes      |
| 12          | 273600     | No       | 36          | 1040000    | Yes      | 60          | 352400     | Yes      |
| 13          | 253450     | Yes      | 37          | 1040000    | Yes      | 61          | 362950     | No       |
| 14          | 164400     | No       | 38          | 852800     | No       | 62          | 518700     | No       |
| 15          | 177200     | No       | 39          | 808650     | Yes      | 63          | 606800     | No       |
| 16          | 177200     | No       | 40          | 606800     | Yes      | 64          | 934200     | Yes      |
| 17          | 164350     | Yes      | 41          | 884200     | Yes      | 65          | 352400     | Yes      |
| 18          | 164350     | No       | 42          | 679850     | Yes      | 66          | 346650     | Yes      |
| 19          | 135900     | Yes      | 43          | 952800     | Yes      | 67          | 506150     | No       |
| 20          | 136600     | Yes      | 44          | 474300     | Yes      | 68          | 751450     | Yes      |
| 21          | 101000     | No       | 45          | 629850     | Yes      | 69          | 346650     | Yes      |
| 22          | 96000      | Yes      | 46          | 509850     | No       | 70          | 426300     | Yes      |
| 23          | 96000      | Yes      | 47          | 419600     | No       |             |            |          |
| 24          | 96000      | Yes      | 48          | 524300     | No       |             |            |          |

المصدر: تم جمع البيانات من قبل الباحثان في وحدة الحسابات/ كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة صلاح الدين/ أربيل. لعام 2005 .

إن المتغير المعتمد  $y$  يمثل حالة التملك وهو متغير نوعي له فئتان وعليه يمكن تمثيله بمتغير وهمي يأخذ القيم صفر وواحد وكالاتي :-

$$y = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

للموظف الذي يملك الدار

للموظف الذي لا يملك الدار



وعلى هذا الأساس يمكن إعطاء القيمة (1) للموظف الذي يملك الدار وصفر للموظف الذي لا يملك الدار، وعليه نحصل على الجدول الآتي :-

الجدول رقم (2)

تمثيل المتغير المعتمد (الوهمي) بما يعادلها (0,1)

| No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) | No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) | No. of Imp. | Income (X) | Cases(Y) |
|-------------|------------|----------|-------------|------------|----------|-------------|------------|----------|
| 1           | 706800     | 1        | 25          | 200650     | 0        | 49          | 679800     | 1        |
| 2           | 576600     | 0        | 26          | 153350     | 0        | 50          | 509850     | 1        |
| 3           | 355200     | 1        | 27          | 4337750    | 1        | 51          | 501200     | 1        |
| 4           | 266900     | 0        | 28          | 346550     | 1        | 52          | 434000     | 1        |
| 5           | 337900     | 0        | 29          | 449300     | 0        | 53          | 419600     | 1        |
| 6           | 273600     | 1        | 30          | 533800     | 0        | 54          | 469600     | 0        |
| 7           | 273600     | 1        | 31          | 1833000    | 0        | 55          | 412900     | 0        |
| 8           | 273600     | 1        | 32          | 1846000    | 1        | 56          | 474300     | 1        |
| 9           | 200650     | 1        | 33          | 1040000    | 0        | 57          | 419600     | 1        |
| 10          | 211200     | 1        | 34          | 800000     | 1        | 58          | 357200     | 1        |
| 11          | 266900     | 0        | 35          | 852800     | 1        | 59          | 352400     | 1        |
| 12          | 273600     | 0        | 36          | 1040000    | 1        | 60          | 352400     | 1        |
| 13          | 253450     | 1        | 37          | 1040000    | 1        | 61          | 362950     | 0        |
| 14          | 164400     | 0        | 38          | 852800     | 0        | 62          | 518700     | 0        |
| 15          | 177200     | 0        | 39          | 808650     | 1        | 63          | 606800     | 0        |
| 16          | 177200     | 0        | 40          | 606800     | 1        | 64          | 934200     | 1        |
| 17          | 164350     | 1        | 41          | 884200     | 1        | 65          | 352400     | 1        |
| 18          | 164350     | 0        | 42          | 679850     | 1        | 66          | 346650     | 1        |
| 19          | 135900     | 1        | 43          | 952800     | 1        | 67          | 506150     | 0        |
| 20          | 136600     | 1        | 44          | 474300     | 1        | 68          | 751450     | 1        |
| 21          | 101000     | 0        | 45          | 629850     | 1        | 69          | 346650     | 1        |
| 22          | 96000      | 1        | 46          | 509850     | 0        | 70          | 426300     | 1        |
| 23          | 96000      | 1        | 47          | 419600     | 0        |             |            |          |
| 24          | 96000      | 1        | 48          | 524300     | 0        |             |            |          |

المصدر: تم تصميم الجدول من قبل الباحثان.

وباستخدام مجموعة من البرامج الإحصائية الجاهزة منها Excel , Mnitab , SPSS تم الحصول على ما يلي :-

أولاً تم اختبار تجانس تباين الخطأ وكانت النتيجة متفقة مع النظرية الإحصائية وهي وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ (لان قيمة P أكبر من 0.05 ، كما يلاحظ ذلك في الملحق A) ومن ثم تم تطبيق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية لتقدير معالم الانحدار الخطي البسيط الذي يوضح العلاقة بين الدخل القابل للتصرف وحالة تملك الدار الساكن فيه وحصلنا على النموذج الآتي :

$$\hat{y}_i = 0.574334 + 9.95694E - 8 x_1$$



وعند تقدير أوزان المشاهدات بطريقة الأسلوب الاعتيادي وإيجاد المشاهدات الموزونة تم اختبار تجانس تباين الخطأ وكانت النتيجة عدم وجود مشكلة تجانس تباين الخطأ العشوائي (لان قيمة P أقل من 0.05، كما يلاحظ ذلك في الملحق A) والتي تم من خلالها تقدير معلمات الانحدار الخطي البسيط، وحصلنا على النموذج الآتي :

$$\hat{y}_i = 16.69312108 - 2.7058E-05 x_i \quad \dots(4.1)$$

وأخيرا تم تقدير أوزان المشاهدات بطريقة أسلوب بيز المتسلسل باستخدام الصيغة (3.8) وعلى افتراض أن القيم الأولية (  $a_0 = b_0 = 0.5$  )، والحصول على مشاهدات جديدة تم من خلالها اختبار تجانس تباين الخطأ وكانت النتيجة عدم وجود مشكلة تجانس تباين الخطأ العشوائي (لان قيمة P أقل من 0.05 ، كما يلاحظ ذلك في الملحق A) ومن ثم استخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة لإعادة تقدير معلمات النموذج أعلاه، وحصلنا على النموذج الآتي:-

$$\hat{y}_{B_i} = 1.083989903 - 9.02245E-08 x_i \quad \dots(4.2)$$

من خلال النماذج أعلاه يمكن المقارنة بين الأسلوب الاعتيادي وأسلوب بيز المتسلسل لاختيار أفضل طريقة لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي البسيط الملائم للبيانات أعلاه، ولهذا الغرض تم إيجاد متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولكل النماذج أعلاه، باستخدام القانون الآتي :

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$$

أو يمكن الحصول على قيم MSE للنماذج أعلاه من خلال جداول تحليل التباين المكونة لاختبار معنوية معامل الانحدار وكما يلاحظ ذلك من خلال الملحق A ومن ثم تلخيص هذه القيم في الجدول الآتي :

الجدول رقم (3)

متوسط مربعات الخطأ (MSE)

| MSE    | الطريقة المستخدمة   |
|--------|---|
| 0.2370 | طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية  |
| 0.1429 | طريقة المربعات الصغرى الموزونة باستخدام الأسلوب التقليدي في تقدير الأوزان         |
| 0.0908 | طريقة المربعات الصغرى الموزونة باستخدام طريقة أسلوب بيز المتسلسل في تقدير الأوزان |

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أن أسلوب بيز المتسلسل في تقدير الأوزان أدى إلى الحصول على متوسط مجموع مربعات خطأ أقل، مما يؤكد على أفضلية هذا الأسلوب في تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي البسيط عند وجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ العشوائي .



## الاستنتاجات والتوصيات

- 1- إمكانية استخدام أسلوب بيز المتسلسل في تقدير الأوزان المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذاتين.
- 2- أسلوب بيز المتسلسل أدى إلى حصولنا على تقدير لمعاملات انحدار أفضل من الأسلوب التقليدي بالنسبة لدراسة العلاقة بين الدخل القابل للتصرف وحالة تملك الدار الساكن فيه لموظفي كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة صلاح الدين/ أربيل .
- 3- يوصي الباحثان باستخدام أسلوب بيز المتسلسل في تقدير الأوزان المستخدمة في طريقة المربعات الصغرى الموزونة لتقدير معالم الانحدار الخطي البسيط عندما يكون المتغير المعتمد متغيراً نوعياً ذاتين عندما تتوفر معلومات أولية حول قيم المعلمات المقدرة.
- 4- يوصي الباحثان بأجراء دراسات مماثلة وذلك بأخذ قيم أولية مختلفة لاستخدامها كمعلومات أولية في تقدير معالم الانحدار الخطي البسيط للعلاقة أعلاه للحصول على أفضل تقدير ممكن لمعاملات الانحدار الخطي البسيط.
- 5- يوصي الباحثان بتناول دراسة مماثلة ولكن في تقدير معالم الانحدار الخطي المتعدد .
- 6- يوصي الباحثان بتناول دراسة مماثلة ولكن في تقدير معالم الانحدار غير الخطي بدلاً من الانحدار الخطي البسيط الذي تناوله البحث.

## المراجع

### أولاً- المراجع باللغة العربية

- 1- د. أموري هادي كاظم ود. سعيد علي هادي، (1990)، "القياس الاقتصادي التطبيقي"، جامعة بغداد .
- 2- د. خاشع محمود الراوي، (1987) ، "المدخل إلى تحليل الانحدار"، جامعة الموصل .
- 3- طه حسين علي، "نمذجة سلاسل ماركوف لعمليات برنولي"، بحث منشور في مجلة زانكو جامعة صلاح الدين/ أربيل، العدد (26)، كانون الأول (2005) .
- 4- د. محمد مناجد الدليمي ود. أموري هادي كاظم، (1990)، "تحليل الانحدار بالأمثلة"، جامعة بغداد .

### ثانياً- المراجع باللغة الأجنبية

- 1- Box & Tiao , (1973) , " Bayesian Inference in Statistical Analysis " Addison-Wesley publishing company , California , London , p.12 .
- 2- Draper N.R. & Smith H. , (1981) , " Applied Regression Analysis " , John Wiley & Sons , Inc. Published simultaneously in Canada .
- 3- Harrison P. J. & Stevens C. F. (1971) , " A Bayesian approach to short – term forecasting " , Operation Research ,Vol. 22 , No.2 , pp. 341-362 .
- 4- Wald A. , (1947) , " Sequential Analysis " , Wiley & Sons , Inc. , Newyork .



عدم تجانس التباين مع التطبيق العملي

الملحق A

اختبار التجانس للملاحظات الأصلية

| Test of Homogeneity of Variances<br>الملاحظات الأصلية |     |     |      |
|---|-----|-----|------|
| Levene Statistic                                      | df1 | df2 | Sig. |
| 6.723   | 1   | 68  | .012 |

| ANOVA<br>الملاحظات الأصلية |                |    |             |       |      |
|----------------------------|----------------|----|-------------|-------|------|
|                            | Sum of Squares | df | Mean Square | F     | Sig. |
| Between Groups             | .514           | 1  | .514        | 2.169 | .142 |
| Within Groups              | 16.116         | 68 | .237        |       |      |
| Total                      | 16.630         | 69 |             |       |      |

اختبار التجانس للملاحظات الموزونة بالطريقة الاعتيادية

| Test of Homogeneity of Variances<br>ynew |     |     |      |
|--|-----|-----|------|
| Levene Statistic                         | df1 | df2 | Sig. |
| 7.079                                    | 1   | 68  | .04  |

| ANOVA<br>ynew  |                |    |             |        |       |
|----------------|----------------|----|-------------|--------|-------|
|                | Sum of Squares | df | Mean Square | F      | Sig.  |
| Between Groups | 2.337          | 1  | 2.337       | 16.354 | .0132 |
| Within Groups  | 9.7172         | 68 | 0.1429      |        |       |
| Total          | 12.0542        | 69 |             |        |       |

اختبار التجانس للملاحظات الموزونة بالطريقة المقترحة

| Test of Homogeneity of Variances<br>ysug |     |     |       |
|--|-----|-----|-------|
| Levene Statistic                         | df1 | df2 | Sig.  |
| 8.059                                    | 1   | 68  | .0016 |

| ANOVA<br>ynew  |                |    |             |        |       |
|----------------|----------------|----|-------------|--------|-------|
|                | Sum of Squares | df | Mean Square | F      | Sig.  |
| Between Groups | 2.337          | 1  | 2.337       | 25.738 | .0018 |
| Within Groups  | 6.1744         | 68 | 0.0908      |        |       |
| Total          | 8.5114         | 69 |             |        |       |