حول التقدير الحصين لانموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولــى

أ.م.د.جواد كاظم الموسوي*

المستخلص

بعض الاحيان تتأثر السلسلة الزمنية بمؤثرات خارجيــة تنعكس على بناء الانموذج المدروس مثل التغيرات الفجائيــة للاسعار والبضائع ونشوب الحروب والضربات العسكرية وغيرها. الامر الذي يجعل مشاهدات السلسلة الزمنية تحتوي على شوارد من نوع معين.

ان وجود الشوارد يؤثر في مقدرات المربعات الصغرى ومقدرات الامكان الاعظم امعلمات الانموذج للانحدار الذاتي. وبالتالي فقد درست نوعين من الشوارد هما : شوارد البواقي (IO) والشوارد المضافة (AO). اضافة الى ذلك ،فقد تم التركيز على مقدرات حصينة واخرى مقترحة لانموذج الانحـدار الذاتـي مـن الرتبـة الاولى AR(1) وايضا مســألة اختبــار وجــود الشــوارد والتمييز بينهما. وقد تم التوصـل مـن خـلال دراسـة المحاكاة الى ان المقدر الحصين المقترح (GMA) والذي يعتمـد علـى دالـة Anderws قد اعطى اقل قيمة لقياس (MSE) بالمقارنة مع بقية المقدرات الحصينة المدروسة.

* قسم الاحصاء والمعلوماتية / كلية الرافدين الجامعة

1. المقدمة :

احياناً تكون السلسلة الزمنية متأثرة ببعض المتغيرات الخارجية والتي لـــها تأثير فعال على بناء الانموذج مثل التغيرات الفجائيـــة للاســعار والبضــائع ، نشوب الحروب ، الضربات العسكرية ، التغيرات غير المتوقعة لحالات معينـــة في منظومة فيزياوية ... الخ ، الامر الذي يجعل مشاهدات السلســلة الزمنيــة المدروسة تتضمن شوارد من نوع معين.

ان وجود الشوارد في السلاسل الزمنية يمكن ان يؤثر سلباً علـــى مقـــدرات المربعات الصغرى (LS) ومقدرات الامكان الاعظم (M) لمعلمات الانحـــدار الذاتي. حيث غالباً ما تتولد هذه الشوارد عند توافر بعض التقلبات العرضية عند نقاط زمنية غير معلومة. وبناءاً عليه فقد درست نوعين مـــن الشـــوارد همـــا: شوارد البواقي (التشويش) (Innovational Outliers) والتي ســنرمز لـــها (IO) والشوارد المضافة (Additional Outliers) والتـــي ســنرمز لـــها (AO). وبالتالي سيتم التركيز هنا في الحصول على مقدرات حصينة لمعلمـــة انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولـــى AR(1) للسلســلة الزمنيـــة X_t ، وتتمثل بتقديرات (M) و تقديرات (GM) وبالتالي اقتراح ثلاث دوال وزنيـــة هـــي دالـــة (Anderws , 1972) و (Huber , 1973) و (Beaton & Tukey) , 1974)اضافة الى مسألة اختبار وجود هذه الشوارد لكلا النوعين مع التمييز بينهما. وذلك بالاستعانة بالقاعدة الموضحة مـــن قبـــل (Fox , 1972) في التميز بين الشوارد المذكورة.

2. الجانب النظري :

نفترض ان x_t تمثل عملية تصادفية تخضع للانمـــوذج AR(1) الطبيعـــي الآتي:

$$x_t = (I - \phi B)^{-1} a_t \;\; .... \;\; (1)$$

حيث ان $\{a_t\}$ تمثل متسلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة والتي تتبـــع التوزيع الطبيعي المتماثل أي ان $a_t \sim N(0,\sigma_a^2)$

ان المتغيرات الخارجية والتي تدخل على السلسلة الزمنيـــة يمكـــن تمثيلـــها بالانموذج الحركي والمقترح من قبـل (Box – Tiao , 1975) [6] وكمـــا يأتي:-

$$Z_t = x_t + \frac{w\,(B)}{\Omega\,(B)} \in_t^{(T)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

حيث ان x_t تتبع الانموذج (1) وان :

$$\delta_t = \begin{cases} 1 & , \quad t = T \\ 0 & , \quad t \neq 0 \end{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

وان النسبة $\frac{w\,(B)}{\Omega\,(B)}$ تصف السلوك الحركي للمتغيرات الداخلة في السلسـلة وهي تمثل متعدد الحدود للبسط $w\,(B) = 1 - w_1\,B - \ldots - w_s\,B^s$ وللمقـــام $\Omega\,(B) = 1 - \Omega_1\,B - \ldots - \Omega_r\,B^r$.

لقد اوضح كل من (Guttman & Tiao 1978) [10] , (Miller, 1980) [12] , ان تأثير مثل هذه التقلبات ربما تسبب تحيزاً كبيراً في تقدير معلمـــات انموذج AR(1) وايضاً معاملات دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتبـــاط الذاتـــي الجزئي.

كما بين كل من (Denby & Martin, 1979) [8] , (Abraham & Box, 1979) [2] , (Fox , 1972) [9].

ان النماذج الخاصة للسلاسل الزمنية في حالة وجود الشوارد ولكلا النوعيـــن تكون كما يأتي :-

الانموذج IO : شوارد البواقي Innovation Outliers

وصيغته:

$$Z_t = x_t + (1-\phi B)^{-1} w\delta_t \quad \ldots\ldots\ldots(4)$$

حيث ان $|\phi| < 1$ وان **(w)** تمثل القيمة العشوائية للبواقي في حالة تواجـــد قيمة شاردة في الزمن **t=T**.

ان الشوارد من هذا النوع تظهر عندما تكون دالة الكثافة الاحتمالية للبواقـــي تتبع التوزيع الطبيعي ذو اطراف حادة **(heavy – tailed)**. فعلى سبيل المثـــال تكون الدالـــــة $F(\cdot)$ للبواقـــي (a_t) متمثلـــة بـــالتوزيع الطبيعـــي الملـــوث **(contaminated Normal desity)** كما يأتي :-

$$CN(\,/\gamma, \sigma^2) = (1-\gamma)N(0,1) + \gamma N(0, \sigma^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

حيث ان $0 < \gamma$, $1 < \sigma^2$. حينئذ تمتلك x_t شوارد من نـــوع **(IO)** وعندمـــا تكون $F(\cdot)$ تتبع التوزيع الطبيعي فأن هذه الشوارد سوف لاتظهر وسيشارك عند ذلك لهذا الانموذج بالانموذج الطبيعي من نوع **(IO)**.

الانموذج AO : شوارد التأثيرات المضافة Additive Effects Outliers

وصيغته :

$$Z_t = x_t + w\delta_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

حيث تتبع البواقي التوزيع الطبيعي بمتوســـط صفـــر وتبـــاين σ_a^2 أي ان $f(\cdot) = N(\cdot/0, \sigma_a^2)$ وبالامكان اعادة كتابة الانموذج **(6)** بشكل آخر وكمـــا يأتي :-

$$Z_t = x_t + v_t \ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

حيث ان **(v_t)** يفترض انها مستقلة عن **(a_t)** وذات توزيع متماثل بدالة كثافـة تتبع التوزيع الطبيعي الملوث (المختلط) الآتي:

$$CN\left(\cdot / \gamma, \sigma^2\right) = (1-\gamma)\,\delta(\cdot) + \gamma\, N\left(\cdot / 0, \sigma^2\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ \textbf{(8)}$$

حيث ان هذا التوزيع يحتوي على مركبـــة ذات انحـــلال **(Degenerate Component)** ومركبة التلوث الطبيعي وبذلك فأن (v_t) تســـمى التـــأثيرات المضافة على الاخطاء وان (γ) كمية صغيرة.

مقياس الكشف عن الشوارد

يتم اولاً تقدير التأثير **(w)** للانموذج **(IO)** فـــي الصيغـــة **(4)** وللانمـــوذج **(AO)** في الصيغة **(6)** وذلك في حالة فرض ان معلمـــات السلســـلة الزمنيـــة وتباين الخطأ معلومـــة. ونفـــترض ان $\Pi(B) = \phi(B) = 1 - \Pi_1 B - \Pi_2 B^2 - \ldots$ وكذلك أن $e_t = \Pi(B) Z_t$ لكل قيم $t = 1,\ldots,n$ وبذلـــك يمكـــن اعـــادة كتابـــة الصيغتين**(4)** و **(6)** على التوالي كما يأتي :-

$$\begin{aligned} &(IO) \quad e_t = w\,\delta_t + a_t \\ &(AO) \quad e_t = w\,\Pi(B) + a_t \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

وعلى فرض ان $\hat{\sigma}_a^2, \hat{\phi}$ تمثلان مقدرات الامكـــان الاعظـــم للمعلمتيـــن σ_a^2, ϕ على التوالي وان $\hat{e}_t$ تمثل البواقي المحســـوبة مـــن الانمـــوذج وان $\hat{\Pi}(B) = \hat{\phi}(B)$ فأن المقدرات للتأثير **(w)** في حالة الانموذجين تكون :-

$$\begin{aligned} \hat{w}_I &= \hat{e}_T \\ \hat{w}_A &= \hat{\rho}^2 (1 - \hat{\Pi}_1 F - \hat{\Pi}_2 F - \ldots - \hat{\Pi}_{n-T} F^{n-T})\, \hat{e}_T \end{aligned}$$

وان :

$$\hat{\rho}^2 = (1 + \hat{\Pi}_1^2 + \hat{\Pi}_2^2 + \ldots + \hat{\Pi}_{n-T}^2)^{-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ \textbf{(10)}$$

وان $(F e_t = e_{t+1})$.

وعلى افتراض ان H_0 تمثل الفرضية **w=0** في الصيغتيــــن **(4)** و**(6)** وان H_1 تمثل حالة **w # 0** في الصيغة (4) وH_2 تمثل حالة **w # 0** في الصيغـــة **(6)** فانه يمكن اختبار فرضية واحدة ضد اخرى وكما يأتي :-

$$H_o \quad vs. \quad H_1 \quad : \lambda_{1,T} = \frac{w_I}{\sigma_a}$$

$$H_o \quad vs. \quad H_2 \quad : \lambda_{2,T} = \frac{w_A}{\rho\,\sigma_a}$$

$$H_1 \quad vs. \quad H_2 \quad : \lambda_{3,T} = \frac{\left(\rho^{-2}\, w_A^2 - w_I^2\right)}{2\sigma_a^2\,(1-\rho^2)^{1/2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(11)}$$

وللكشف عن **(IO)** و **(AO)** في الزمن غير المعلوم **فانه يمكن** الاختبار من خلال سلسلة $\hat{\lambda}_{1,t}$ او $\hat{\lambda}_{2,t}$ عندما **t=1,2,...,n** على التوالي. وبمعنى آخـــر ان احتمالية وجود **(IO)** و **(AO)** يمكن ان يختبر بالشكل الآتي :

$$\hat{\tau}_{IO} = \max\ \left|\hat{\lambda}_{1,t}\right| > c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(12)}$$

$$\hat{\tau}_{AO} = \max\ \left|\lambda_{2,t}\right| > c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{(13)}$$

حيث ان **(c)** عدد ثابت اختياري موجب.

<u>التمييز بين (IO) و (AO)</u> : [7]

في التطبيق لاتتوفر معلومات كافية عن نوعية الشوارد التي مـــن الممكـــن ظهورها وان علمت النقطة الزمنية التي ظهرت عندها ، كما انه ليس من السهل ازالة تأثيرها. الا ان الاحصاءة $\hat{\lambda}_{3,T}$ في الصيغة **(11)** ممكن ان تســـتخدم للتمييز بين **(IO)** و **(AO)** عند النقطة المعطاة **T**. فعندما يكون موقع القيمـــة الشاردة غير معلوماً يتم اللجوء لانجاز هذا الاختبار وبالتكرار عنـــد مختلـــف النقاط الزمنية. ولتبسيط الفكرة ، نستعين بالقاعدة الموضحة من قبل **(Fox [9]** **1972)** , كطريق ممكن للتمييز بين **(IO)** و **(AO)**. فعند ايه نقطة مشـــكوك

فيـــها ولتكـــن T ، فـــــأن الشـــــوارد تصنــــف الـــــى **(IO)** اذا كـــــان $\left|\hat{\lambda}_{1,T}\right| > \left|\hat{\lambda}_{2,T}\right|$ وتصنف الى **(AO)** اذا كان $\left|\hat{\lambda}_{1,T}\right| \le \left|\hat{\lambda}_{2,T}\right|$.

<u>مراحل الكشف عن الشوارد</u> : [7]

1. يقدر الانموذج ثم تحسب البواقي $(\hat{e}_t)$ وبالتالي حســـاب $\hat{\sigma}_a^2 = \frac{\sum \hat{e}_t^2}{n}$. وكتقرير حصين بديل ممكن ان تكون قيمة $\hat{\sigma}_a$ تعتمد على الوسيط للقيــم المطلقة للبواقي.

2. حساب $\hat{\lambda}_{1,T}$, $\hat{\lambda}_{2,T}$ وعلى افراض ان $\tau_t = \max\left\{\left|\hat{\lambda}_{1,t}\right|, \left|\hat{\lambda}_{2,t}\right|\right\}$ عندمـــا **t =1,2,…,n** فاذا كان $\max \tau_t = \left|\hat{\lambda}_{1,T}\right| > c$ فأن ذلك يشير الـــى وجـــود **(IO)** عند النقطة **(T)** وان تأثير **(w)** تقدر بـــ $(\hat{w}_I)$. ثم تتم ازالة تـــأثير ذلك بتعريف بواقي جديدة $\tilde{e}_T = \hat{e}_T - \hat{w}_I = 0$ عند النقطـــة **(T)** واذا كـــان $\max \tau_t = \left|\hat{\lambda}_{2,T}\right| > c$ فان ذلك يشير الى وجود **(AO)** عـــند النقطـــة **(T)** وان تأثير **(w)** تقدر بـــ $(\hat{w}_A)$. ثم تتم ازالة تأثير ذلك بتعريـــف بواقـــي جديدة $\tilde{e}_t = \hat{e}_T - \hat{w}_A \hat{\Pi}(B)\delta_t$ لكل قيم $t \le T$. وفي كلا الحالتين يتـــم حساب تقدير جديد للتباين $\tilde{\sigma}_a^2$ حيث يحسب من البواقي المعدلة.

3. عند تحديد **(IO)** و **(AO)** في الخطوة الثانية يتم اعـــادة حســـاب $\hat{\lambda}_{1,T}$, $\hat{\lambda}_{2,T}$ اعتماداً على نفس المقدرات الاولية لمعلمات السلسلة الزمنية ولكـــن باستخدام البواقي المعدلة $(\tilde{e}_t)$, $(\tilde{\sigma}_a^2)$، ثم تكرر الخطوة الثانية.

4. يتم الاستمرار بتكرار الخطوتين الثانية والثالثة لغاية اختفاء الشوارد.

مرحلة التقدير:

على افتراض وجود (k) من النقاط الزمنية $(T_1, T_2, ..., T_K)$ قد حددت للشوارد (IO) و (AO). فانه يتم تقدير معلمات الشوارد $(w_1, w_2, ..., w_k)$ وايضاً معلمات السلسلة الزمنية ومن ثم استخدام الانموذج الاتي :-

$$Z_t = \sum w_j L_j(B) \in_t^{(T)} + (1 - \phi B)^{-1} a_t \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{(14)}$$

حيث ان $L_j(B) = I$ اذا كانت الشوارد من نوع (AO) وان $L_j(B) = (I - \phi B)^{-1}$ اذا كانت الشوارد من نوع (IO) عند الزمن $t = T_j$. ثم تبدأ مرحلة الكشف عن الشوارد مرة اخرى ، وعند اختفاءها تتوقف مرحلة التقدير.

تقديرات (M) وتقديرات (GM) : M-estimates and generalized M-estimates

الآتي يمثل انموذج (Huber , 1973)[1] للتقدير الحصين لمعلمة الانموذج AR(1) في حالة وجود (IO) و (AO) والمعرف بتقدير – M (ϕ_M) وذلك بجعل الصيغة الاتية اصغر ما يمكن :-

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{n-1} L(Z_{t+1} - Z_t \phi) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{(15)}$$

حيث ان $L(\cdot)$ تمثل دالة خسارة التحصين المتماثلة. وان ϕ_M تمثل حل معادلة تقدير – M وكما يأتي :

$$\sum Z_t \psi\left(Z_{t-1} - Z_t \hat{\phi}_M\right) = 0 \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \text{(16)}$$

حيث ان $\psi(\cdot) = L'(\cdot)$ وهي دالة محدودة بـ $(t\psi(t) \geq 0)$ وان $\psi'(0) = 1$.

ان المقدر $\hat{\phi}_M$ حصين بدرجة عالية في حالة الانموذج (IO) ولكن يمتلـــك تحيزاً كبيراً كما في تقدير (LS) للانموذج (AO). وللتغلب على حالة التحـــيز فقد اقترح استخدام تقديرات – M العامـــة والتـــي يرمـــز لهـــا بـــ (GM). وللحصول على المقدر $\hat{\phi}_{GM}$ يتم تصغير المعادلة الآتية :-

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{n-1} w(Z_t)\, L\, (Z_{t+1} - Z_t\, \phi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (17)$$

حيث ان $w(\cdot)$ تمثل دالة وزنية غير سالبة متماثلة حيث يتم اختيارهـــا بالشكل $w(t) = \frac{g(t)}{t}$ وان $g(\cdot)$ محددة وان $tg(t) > 0$. وبذلك فان $\hat{\phi}_{GM}$ هو حل معادلة تقديرات – GM

$$\sum g(Z_t)\, \psi\, (Z_{t+1} - Z_t\, \hat{\phi}_{GM}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (18)$$

والجدير بالذكر انه يمكن الحصول على تقديـــرات (LS) وذلـــك بإســـقاط الافتراضات الخاصة بحدود الدوال عن طريق وضع

$g(t) = \psi\,(t) = t$

لقد اقـــترحت ثـــلاث دوال وزنيـــة هـــي دالـــة **(Huber,1973)[11]** و **(Beaton and Tukey,1974)[4]** و **(Andrews,1972)[3]** وهي كمـــا يأتي :-

$$\psi_H(t) = \begin{cases} t & , \ |t| \le 1 \\ \text{sign}\,(t) & , \ |t| > 1 \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (19)$$

$$\psi_B(t) = \begin{cases} t\,(1 - t^2)^2 & , \ |t| \le 1 \\ 0 & , \ |t| > 1 \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

$$\psi_A(t) = \begin{cases} \sin\,(t) & , \ |t| \le c\Pi \\ 0 & , \ |t| > c\Pi \end{cases} \quad \ldots\ldots\ \ (21)$$

حيث ان قيمة(c) تكون اما (1.5) او (1.8) عند وجود الشوارد.

دراسة المحاكاة :

صممت تجربة محاكاة للكشف عن وجود الشوارد وتحديد نوعها ، وذلك في حالة وجود قيمة شاردة واحدة وحالة وجود قيمتين شاردتين من نوع واحد او نوعين مختلفين. ومن خلال هذه التجربة تم توليد الانموذج AR(1) عندما $\sigma_a^2 = 1, \phi = 0.7$. وقد اختيرت الشوارد من نوع (IO) و (AO) في حجمين مختلفين $w = 6\sigma_a , w = 3\sigma_a$ وبثلاث حجوم عينات (n=50,100,150). كما ان مواقع القيم الشاردة قد اختيرت في وسط المشاهدات وفي المواقع T=26 عندما n=50 و T=51 عندما n=100 و T=76 عندما n=150. اضافة الى ذلك فقد تضمنت التجربة ثلاث انواع من الشوارد المزدوجة وهي (اثنان من IO) و (اثنان من AO) و (واحدة IO واخرى AO) ، حيث افترض ان الشوارد هذه تظهر في الثلث الاول من المشاهدات وفي الثلث الاخير فيها أي ان T=17 , T=34 عندما n=50 و T=34 , T=66 عندما n=100 و T=51 , T=101 عندما n=150.

وفي عملية التقدير تم استخدام اسلوب الامكان الاعظم (ML) لتقدير معلمة السلسلة وبالتالي استخراج البواقي (e_t). وبالاعتماد على المعلمات والبواقي المقدرة يتم القيام بمكرر واحد لتتبع خطوات كشف الشوارد عندما C=4 وبالتالي كررت العملية (1000) مرة. والجدول رقم (1) يعطي عدد التكرارات التي اكتشفت وصححت فيها الشوارد.

التقدير في وجود الشوارد:

ان التقديرات لمعلمة الانموذج AR(1) التي تم الحصول عليها وفق الاسلوب المقترح تقارن مع تقديرات (M) و (GM) المقترحة من قبل

(Denby and Martin,1979)[8]. ان التقديرات الآتية لمعلمات الانمـــوذج AR(1) كانت كما يأتي :-

1. تقديرات	LS		
2. تقديرات	MH	وتمثـــــل تقديرات M	المعتمدة علـــى دالـــة Hubber كدالـــة وزنيـــة للبواقي
3. تقديرات	MB	وتمثـــــل تقديرات M	المعتمدة على دالة Tukey كدالة وزنية للبواقي
4. تقديرات	MA	وتمثـــــل تقديرات M	المقترحة والمعتمدة على دالة Andrews كدالـــة وزنية للبواقي
5. تقديرات	GMH	وتمثـــــل تقديـــرات GM	المعتمدة على دالة Huber
6. تقديرات	GMB	وتمثـــــل تقديـــرات GM	المعتمدة على دالة Tukey
7. تقديرات	GMA	وتمثـــــل تقديـــرات GM	المقترحة والمعتمدة على دالة Andrews

ولكل نموذج شوارد كررت التجربة (500) مرة عندما $\sigma_a^2=1$ وايضـــا للنموذج الذي يحوي على شوارد مختلفة $\sigma_v^2=1$ ولحجوم عينات (50,75). كما تم احتساب الوسط للمقدرات المدروسة ومتوسط مربعات الاخطاء (MSE) لتقديرات المعلمة (ϕ). والجدول رقم (2) يبين النتائج في حالة $\phi=0.7$. حيث نلاحظ من خلال النتائج ان التحيز لتقديرات (M) في حالة (AO) تكون غالبـــاً افضل من (LS). ومن جانب آخر ان تقديرات (GM) اقل كفاءة فـــي حالـــة غياب الشوارد وحـــالات وجـــود (IO). ان التقديـــرات المقترحـــة (MA) و

(GMA) والمعتمدة على دالة **Andrews** اعطت اقل **(MSE)** فـــي اغلـــب الحالات المدروسة وذلك بالمقارنة مع بقية المقدرات الحصينة قيد البحث.

التطبيق:

تم الاعتماد على بيانات بعض المواد المخزنية لمنشآت الطاقـــة الكهربائيـــة وهي استهلاكات **(32)** فصلاً من كانون الثاني عـــام **(1980)** ولغايـــة كـــانون الاول عام **(1987)** ، لمواد مخزنية مختلفة **[1]**. ومن خلال دراسة هذه السلسلة اتضح ان الانموذج المقترح هو انموذج الانحدار الذاتي مـــن الرتبـــة الاولـــى **AR(1)** وبالتالي تم الحصول على التقديرات الاولية للانموذج المذكور. وذلـــك بافتراض عدم وجود الشوارد. والنتائج مبينة في الجدول رقـــم **(3)**. وبتطبيـــق الخطوتين الاولى والثانية للاسلوب المقترح وباستخدام **C=4** واعتمـــاداً علـــى التقديرات الاولية فقد تم تحديد وجود شوارد من نـــوع **(IO)** عندمـــا **(T=13)** وبعد تعريف البواقي الجديدة تمت ازالة تأثير **(IO)**. وبعد تطبيق الخطوة الثالثة باستخدام البواقي المحدثة $(\tilde{e}_t)$ وايضاً $\tilde{\sigma}_a^2$ فقد وجد ان هناك شوارد مـــن نوع **(AO)** عندما **(T=21)**. وبعد تكرار الخطوتين الثانية والثالثة تبيـــن انـــه لاوجود للشوارد. فعليه معلمات السلسلة الزمنية ومعلمات الشوارد (w_1) و(w_2) تقدر سوية كما موضح ذلك في مرحلة التقـــدير. والجـــدول رقـــم **(3)** يبيـــن التقديرات النهائية التي تم الحصول عليها في الدورة الثانية من مرحلة التقديـــر. ثم تم تكرار مرحلة كشف الشوارد بالاعتماد على المعلمات المقـــدرة الجديـــدة والبواقي وتبين انه لاوجود للشوارد. ان ازالة تأثير هذه الشوارد ادى الى تغـــير في تقديرات المعلمة للانموذج اضافة الى انه حصل تقليص في قيمة σ_a^2.

جدول رقم (3) يبين كشف الشوارد وتقدير المعلمات

Estimation Parameters				Outliers			
Cycle	μ	$\hat{\phi}$	$\hat{\sigma}_a^2$	Time Point	Type	$\hat{w}$	$\hat{\lambda}$
1	152.1	0.955 (0.04)	163.582	13	IO	1.27	3.68
2	152.1	0.824 (0.04)	148.371	21	AO	-1.01	-3.59

وبذلك يكون الانموذج النهائي كما يأتي :-

$$Z_t = w_1 \frac{I^{(13)}}{1-\phi B} + w_2 I^{(21)} + (1-\phi B)^{-1} a_t$$

$$\therefore Z_t = w_2 I^{(21)} + \frac{1}{1-\phi B}\left(w_1 I^{(13)} + a_t\right)$$

$$Z_t = -1.01 I^{(21)} + \frac{1}{1-0.824 B}(1.27 I^{(13)} + a_t)$$

الاستنتاجات:

1. ان الاسلوب المتبع في كشف الشوارد وازالة تأثيراتها يعد اسلوبا مرنا وسهلا للتفسير وممكن تنفيذه تطبيقيا وبذلك نقترح هذا الاسلوب في التطبيق وتطوير هذا الاسلوب في ان يربط مع ادوات التشخيص في تحليل السلاسل الزمنية لاستخلاص افضل النتائج للانموذج الحصين.
2. ان نتائج المحاكاة قد بينت ان عدد التكرارات التي تكتشف وتصحح فيها الشوارد تزداد مع ازدياد حجم العينة اضافة الى القيمة الشاردة حيث نجد انه في حالة $w = 6\sigma_a$ كانت عدد التكرارات اكبر بكثير من حالة $w = 3\sigma_a$ وبالاخص في حالة وجود شوارد من نوع (AO) بمفردة واحدة او مفردتين. اما فيما يخص المقدرات المستخدمة فان المقدر GMA والمعتمد على دالة (Anderws) قد اعطى نتائج ايجابية سواء في مقدار التحيز او في اقيام متوسط مربعات الاخطاء (MSE).

3. وفي الجانب التطبيقي فان تطبيق الاسلوب الحصين ادى الى انخفاض قيمة التباين للانموذج من (163.582) الى (148.371) أي بنســبة تقليــص مقدارها 9% وذلك بعد ازالة تأثيرها الشوارد من الانموذج المدروس.

جدول رقم (2) يبين الاوساط ومتوسط اخطاء المربعات لتقديرات AR(1)

عندما $\phi = 0.7$

	n	LS	MH	MB	MA	GMH	GMB	GMA
Null	50	.6884 (.0142)	.6883 (.0145)	.6885 (.0143)	.6886 (.0142)	.6941 (.0180)	.6933 (.0161)	.6935 (.0146)
1IO , T=24 , W=4	50	.6805 (.0137)	.6808 (.0111)	.6813 (.0109)	.6814 (.0108)	.6813 (.0140)	.6755 (.0172)	.6934 (.0104)
1AO , T=24 , W=4	50	.5457 (.0409)	.5748 (.0334)	.5723 (.0351)	.6725 (.0352)	.6445 (.0209)	.6726 (.0182)	.6812 (.0184)
2AO's , T=17,34 , W=-3,4	50	.5014 (.0592)	.5241 (.0512)	.4212 (.0514)	.4220 (.0515)	.6124 (.0273)	.6615 (.0215)	.6499 (.0231)
2IO's , T=17,34 , W=-3,4	50	.6811 (.0145)	.6850 (.0106)	.6851 (.0107)	.6852 (.0105)	.6889 (.0134)	.6857 (.0145)	.6999 (.0100)
3AO's , T=20,41,60	75	.4902 (.0591)	.5075 (.0507)	.5001 (.0519)	.5002 (.0520)	.6076 (.0193)	.6542 (.0141)	.6702 (.0140)

- ملاحظة : الارقام بين الاقواس تمثل اقيام متوسط مربعــات الاخطـاء MSE

جدول رقم (1) يبين عدد التكرارات التي اكتشفت وصممت فيها الشوار.

C=4

	$W = 3\sigma_a$			$W = 6\sigma_a$		
n	50	100	150	50	100	150
1 AO	241	263	280	844	953	958
1 IO	193	188	169	781	871	825
2 AO's	42	68	79	674	848	839
1st Outlier	128	213	253	787	932	907
2nd Outlier	146	200	254	761	920	925
2 IO's	22	23	35	571	730	688
1st Outlier	118	141	167	691	827	802
2nd Outlier	107	134	163	667	840	842
IO & AO	55	43	46	693	774	790
1st Outlier	131	144	129	711	820	831
2nd Outlier	179	211	259	840	933	939

المصادر:

1. المرزوك ، عصرية ردام ، (1991) , "الانحدار الذاتي غير الطبيعي من الرتبة الاولى مع تطبيق عملي", رسالة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد / قسم الاحصاء.

1. A Braham, B, And Box, G.E.P. (1979). "Bayesian Analysis Of Some Outlier Problems In Time Series," Biometrika, 66, 229-236.

3. Andrews, D. F. , Bickel , P.J. , Hample , F.R. , Huber, P. J. Rogers, W.H. , And Tukey, J.W. (1972) , Robust Estimates Of Location : Survey And Advances , Princeton University Press.

4. Beaton, A.E. , And Tuckey , J. W. (1974) , "The Fitting Of Power Series, Meaning Polynomials , Illustrated On Band Spectroscople Data," Technometrics , 16 , 147-185.

5. Box, G.E.P., And Jenkins, G.M. (1976), Time Series Analysis, Forecasting And Control, San Francisco. Holden-Day.

6. Box, G.E.P. , And Tiao , G.C. (1975), "Intervention Analysis With Applications To Economic And Environmental Problems," JASA , 70, 70-79.

7. Chang, I., Tiao , G.C., And Chen , C. (1988), "Estimation Of Time Series Parameters In The Presence Of Outliers," , Technometrics Vol.30 , 193-204.

8. Denby, L. , And Martin , R.D. (1979), "Robust Estimation Of First – Order Autoregressive Parameter ,"JASA , 74,140-146.

9. Fox , A.J. (1972), "Outliers In Time Series," J. Of Royal Stst. Soc. , Ser. B, 43, 350-363.

10. Guttman , I. , And Tiao , G.C. (1978)," Effect Correlation On The Estimation Of A Mean In The Presence Of Supurious Observations," Canadian Journal Of Statistics , 6, 229-247.

11. Huber , P>J> (1973), "Robust Regression : Asymptotics, Conjectors And Monte Crlo," Annals Of Statistics , 1, 799-821.

12. Miller , R.B. (1980), Comment On "Robust Estimation Of Autoregressive Models," In Direction In Time Series, Eds. D. R. Brillinger And G.C. Tiao , Hayward , CA : Institute Of Mathematical Statistics.

About Robust Estimate Of First Order Auto regressive Model AR(1)

Dr. Jawad K. Al-Mossawi*

Abstract

Time Series are frequently affected by certain external events such as strikes, outbreak of wars, sudden changes of market structure of commodity, unexpected changes of certain conditions in a physical system, and so forth – and as a result some observations become outliers.

Outliers in time series can adversely affect both the least squares estimates and Maximum likelihood estimate. Two special cases, innovational outlier (IO) and additive outlier (AO), are studied in this article. The Robust estimators and another suggested of AR(1) are studied , The testing of detecting and distinguishing of an outlier are considered.

*Statistics And Information Department / Al-Rafidian University College