دراسة حول حصانة معيار بيز

م. د. دريد حسين بدر / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة البصرة / قسم الاحصاء

تاريخ التقديم:2017/10/18
تاريخ القبول:2018/1/21

المستخلص

في هذا البحث تمت المحاولة للتحري عن حصانة معيار بيز (Bayesian Information Criterion) (BIC) في تقدير درجة انموذج الانحدار الذاتي عند خضوع خطأ هذا الانموذج لتوزيعات معينة ولحالات مختلفة للسلسلة الزمنية واحجام مختلفة من العينات وذلك باستخدام المحاكاة ، حيث تم دراسة هذا المعيار بالاعتماد على عشرة توزيعات هي [التوزيع الطبيعي ،التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي،التوزيع المنتظم المستمر، توزيع كاما، التوزيع الاسي، توزيع كامبل،توزيع كوشي، توزيع بواسون، توزيع ذي الحدين،التوزيع المنتظم المتقطع] ومن ثم التوصل الى انه عند خضوع متغير بواقي السلسلة لكل من توزيع بواسون ، ثنائي الحدين ، الأسي ، المنتظم المستمر ، المنتظم المتقطع ، اللوغارتمي الطبيعي فان حصانة معيار بيز لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي عالية في حالة كون السلسلة غير مستقرة على أن هذا المعيار حصين كلما قل حجم العينة عند السلسلة الزمنية غير المستقرة ويبدأ بالتناقص كلما قل كبر حجم العينة بتلك التي تخضع لمسار عشوائي ، في حين عند خضوع متغير بواقي السلسلة لكل من توزيع كاما ، كامبل ، كوشي فان معيار بيز حصين كلما قل حجم العينة عند السلسلة الزمنية غير المستقرة ويزداد حصانة كلما كبر حجم العينة بتلك التي تخضع لمسار عشوائي .

المصطلحات الرئيسة للبحث/ أنموذج الأنحدار الذاتي، معيار بيز، دالة الأرتباط الذاتي ، دالة الأرتباط الجزئي ، طريقة الأمكان الأعظم ، طريقة المربعات الصغرى ، طريقة العزوم .

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
العدد 106 المجلد 24
الصفحات 420ـ445

1. **المقدمة** : (Introduction)

فقد طور الباحث اكياكي (Akaike) عام 1978معيارا سمي بمعيار معلومات بيز (Criterion Bayesian) واصطلح على تسمية في الادبيات العلمية بـبيز (BIC) والذي يعتبر من المعايير المهمة في تحديد درجة الانموذج الاحصائي نظرا لكون عملية تحديد درجة انموذج الانحدار الذاتي في السلاسل الزمنية مهمة ومفيدة جدا لعملية بناء الانموذج باعتبارها احد المشكلات الاحصائية التي يعاني منها الكثير من الباحثين وخاصة في السلاسل الزمنية ، وان سياق العمل بهذا المعيار هو عمل توليفة من النماذج وبدرجات مختلفة من انموذج الانحدار الذاتي AR(P) والذي يكون احد هذه النماذج هو الانموذج الحقيقي للسلسلة الزمنية قيد الدراسة ، ومن ثم حساب قيم BIC لكل انموذج فيكون الانموذج المطلوب هو الذي يعطي اقل قيمة من قيم BIC . ويتميز هذا المعيار بانه يمكن استخدامه في السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة .

هدف البحث :

الهدف من هذا البحث هو دراسة حصانة معيار بيز (Bayesian Criterion) لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي من خلال دراسة خواص وفروض هذا المعيار ومن ثم أستعمال المحاكاة لتحقيق هذا الهدف ، وذلك من خلال توليد سلاسل زمنية مختلفة تخضع لانموذج الانحدار الذاتي فمنها ما هو مستقر ومنها ما هو غير مستقر وكذلك عمليات المسار العشوائي ، ولحجوم عينات مختلفة ، ومن ثم أجراء التجريب على المعيار لتتم المفاضلة فيما بعد على أساس مقياسين هما :

1- نسبة الاختيار الصحيح لدرجة الأنموذج TSR.
2- متوسط مربعات الخطأ في تقدير درجة الأنموذج MSE .

2 . **الجانب النظري**

بعض التعاريف والمفاهيم الاساسية في تحليل السلاسل الزمنية

1.2 **السلسلة الزمنية** Time series [4]، [6]، [9] :

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات المرتبطة مع بعضها يتم تسجيلها في فترات زمنية متعاقبة لظاهرة معينة وتكون على نوعين سلاسل زمنية متقطعة (Discrete time series) وسلاسل زمنية مستمرة (Continuous time series) ولكن السلاسل الزمنية الاكثر استخداماً في المجال التطبيقي هي السلاسل الزمنية المتقطعة التي تكون الفترة الزمنية بين مشاهدة واخرى متساوية وهذه يمكن الحصول عليها إما عن طريق تسجيل قيم الظاهرة في ازمنة ثابتة او عن طريق تجميع قيم الظاهرة لفترة زمنية ثابتة.

واذا استطعنا من المشاهدات السابقة للسلسلة الزمنية التنبؤ بصورة دقيقة عن السلوك المستقبلي للظاهرة التي تمثلها السلسلة الزمنية فإننا نسميها سلسلة زمنية غير احصائية (non stochastic time series)، اما اذا استطعنا التعرف على الهيكل الاحتمالي للسلوك المستقبلي للظاهرة فقط فتسمى في هذه الحالة بالسلسلة الزمنية الاحصائية (stochastic time series).

ان السلسلة الزمنية يمكن عدها سلسلة من القيم المتحققة للعملية العشوائية (Stochastic Process)، اي أنّ قيمة السلسلة الزمنية في فترة زمنية معينة Y_t هي قيمة متحققة للمتغير العشوائي Y_t وبدالة كثافة احتمالية $P(Y_t)$ وإنّ اية مجموعة من قيم السلسلة الزمنية ولتكن $(Y_{t1}, Y_{t2}, \ldots, Y_{tr})$ لها دالة كثافة احتمالية مشتركة $P(Y_{t1}, \ldots, Y_{tr})$.

2.2 **الاستقرارية التامة والاستقرارية الضعيفة في السلاسل الزمنية** :

Strictly stationarity and Weakly stationary in Time Series

هناك مجموعة خاصة من السلاسل الزمنية تدعى بالسلاسل الزمنية المستقرة التي تكون مبنية على اساس افتراض أن السلسلة في حالة خاصة أي امتلاكها وسطاً حسابياً وتبايناً ثابتين مع استمرار الزمن، عندها يقال أن السلسلة الزمنية مستقرة في الوسط والتباين. وتكون السلسلة الزمنية مستقرة اذا لم يكن هناك اتجاه إلى الاعلى أو إلى الاسفل في المعدل عبر الزمن أو عدم ظهور اختلاف حول الوسط عبر الزمن.

المقصود بأستقرارية السلسلة الزمنية إنّ مشاهداتها تتذبذب بشكل عشوائي حول المتوسط ، وتكون على نوعين :

1. الاستقرارية التامة Strictly stationarity :

يقال للسلسلة الزمنية $(Y_t \;;\; t=1,2,\dots,n)$ بانها مستقرة استقرارية تامة إذا كان التوزيع المشترك لاية مجموعة من المشاهدات لايتأثر بازاحة كل الفترة الزمنية للمشاهدات الى الامام او الى الخلف بأية كمية صحيحة اي ان :

$$\Pr(Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_m}) = \Pr(Y_{t_1+k}, Y_{t_2+k}, \dots, Y_{t_m+k}) \qquad \text{.........(2.1)}$$

إذ t_m تمثل اية فئة زمنية و k مقداراً ثابتاً. وبمعنى اخر أن تغير الزمن بمقدار (k) ليس له تأثير في التوزيع الاحتمالي المشترك للسلسلة، بل يعتمد التوزيع المشترك على الزمن $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ فقط.

2. الأستقرارية الضعيفة Weakly stationary :

يقال للسلسلة الزمنية $(Y_t \;;\; t=1,2,\dots,n)$ بأنّها ذات استقرارية من الدرجة الثانية اذا تحققت الشروط الآتية :

1) $$E(Y_t) = \mu \qquad \text{.........(2.2)}$$

إذ ان μ هو متوسط العملية العشوائية ويكون ثابتاً ولا يعتمد على قيم t والذي يقدر من مشاهدات السلسلة الزمنية كما هو آتٍ :

$$\hat{\mu} = \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Y_t \qquad \text{.........(2.3)}$$

2) وتباين السلسلة الزمنية يكون ثابتاً

$$\operatorname{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma_y^2 = \gamma_o \qquad \text{.........(2.4)}$$

إذ ان γ_o هو تباين العملية العشوائية ويكون ثابتاً ولا يعتمد على قيم t والذي يقدر من مشاهدات السلسلة الزمنية كما هو آت :

$$\hat{\gamma}_o = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2 \qquad \text{.........(2.5)}$$

3) التباين المشترك للسلسلة الزمنية او (التغاير الذاتي)

$$\operatorname{cov}(Y_t, Y_{t+k}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu) = \gamma_k \qquad \text{.........(2.6)}$$

إذ ان γ_k هو التغاير الذاتي Auto covariance للعملية العشوائية عند الازاحة k (Lag k) ويكون ثابتاً لا يعتمد على قيم t لجميع القيم الصحيحة الى k والذي يقدر من مشاهدات السلسلة الزمنية كما هو آت:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n}\sum_{t+1}^{n}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y}) \qquad \text{.........(2.7)}$$

حيث $$\bar{Y}_t = \frac{\sum_{t=1}^{T} Y_t}{T}$$

إنّ المجموعة $(\gamma_k \,;\, k=0,\pm1,\ldots)$ تسمى بدالة التغاير الذاتي **Auto covariance function.**

وقد سميت السلسلة ذات الاستقرارية الضعيفة بالسلسلة ذات الاستقرارية من الدرجة الثانية،لانّ كلاً من العزمين الاول والثاني يكونا موجودين وثابتين مع الزمن وإنّ التغاير الذاتي يعتمد على الازاحة (**k**) فقط.

3.2 دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (1) ، (3) ، (7)

Auto Correlation Function and Partial Auto Correlation Function

تعد الارتباطات الذاتية صفة مميزة للعملية العشوائية، فلها اهمية كبيرة لأنها احدى أساليب تحديد فيما اذا كانت العملية العشوائية مستقرة ام لا، فاذا كانت كذلك فانه يتم اختيار احد النماذج المناسبة من مجموعة نماذج العمليات العشوائية المستقرة. فدالة الارتباط الذاتي (**Autocorrelation Function**) والتي يشار اليها اختصارا (**ACF**) تعتبر مقياس لدرجة واتجاه العلاقة بين مشاهدات قيم السلسلة الزمنية نفسها عند الازاحات المختلفة ، اذ يمكن تقدير دالة الارتباط الذاتي من سلسلة المشاهدات $X_1, X_2, \ldots, X_T$ لتكون :

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \qquad \ldots(2.8)$$

أن لدالة الارتباط الذاتي اهمية كبيرة في عملية تحديد الأنموذج ولكنها لا تمكننا دائما من تحديد الأنموذج المناسب. أن هناك دالة اخرى تسهم في تشخيص الأنموذج المناسب، تعرف هذه الدالة بدالة الارتباط الذاتي الجزئي (**Partial Autocorrelation Function**) ويشار اليها اختصاراً (**PACF**)، وتكشف هذه الدالة الارتباط بين X_t , X_{t+k} ، بثبوت المتغيرات الاخرى.

اذ انه بضرب الصيغة الاتية :

$$X_{t+k} = \phi_{k1}X_{t+k-1} + \phi_{k2}X_{t+k-2} + \ldots + \phi_{kk}X_t \qquad \ldots(2.9)$$

في X_{t+k-j} ومن ثم اخذ التوقع ينتج

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \ldots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \qquad \ldots(2.10)$$

وبقسمة الدالة اعلاه على (γ_0) ، نحصل على :

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\,\rho_{j-2} + \ldots + \phi_{kk}\,\rho_{j-k} \quad , \quad j=1,2,\ldots,k \qquad \ldots(2.11)$$

لقد تم افتراض المعادلة (**2.9**) في أعلاه معادلة انحدار ، فيها X_{t+k} هو المتغير المعتمد و $X_t, \ldots, X_{t+k-1}$ كمتغيرات توضيحية (تفسيرية) ، وان ϕ_{ki} تمثل معلمة انحدار. أن بالإمكان تمثيل المعادلة (**2.11**) أعلاه بمنظومة تتمثل لكل معادلة فيها بإحدى قيم(**j**) وعلى النحو آلاتي:

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{k-1} \\
\rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{k-2} \\
&. \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots(2.12) \\
&. \\
\rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_0
\end{aligned}$$

وباستخدام قاعدة كريمر لحل المعادلات في اعلاه سنحصل على :

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \qquad \ldots(2.13)$$

4.2 النماذج العشوائية للسلاسل الزمنية المستقرة :

Stochastic models for stationary time series :

إنّ هذه النماذج تستخدم لتمثيل السلاسل الزمنية التي تكون اصلاً مستقرة إذ نستطيع التعرف على السلاسل الزمنية المستقرة عن طريق دالتي الارتباط الذاتي ACF والارتباط الذاتي الجزئي PACF وبحسب نوع الأنموذج المستخدم في الدراسة او الملائم للبيانات:

1.4.2 أنموذج الانحدار الذاتي العام General Autoregressive model :

في هذا الأنموذج القيمة الحالية للسلسلة الزمنية Y_t يعبر عنها بدلالة المجموع الموزون للقيم السالبة للسلسلة الزمنية $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots)$ مضافاً اليها قيمة الخطأ الحالي (u_t).

ان الصيغة العامة لأنموذج الانحدار الذاتي من الدرجة [AR(p)]p يمكن التعبير عنها بما هو آت:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + u_t \qquad \ldots\ldots\ldots(2.14)$$

إذ أنّ u_t كالسابق يمثل سلسلة الاخطاء العشوائية بمتوسط مقداره صفراً وتباين ثابت σ_u^2.

$$i.e\ u_t \approx N(0, \sigma_u^2)$$

و $(Z_t, Z_{t-1},\ldots, Z_{t-p})$ تمثل انحرافات قيم السلسلة الزمنية $(Y_t,Y_{t-1},\ldots, Y_{t-p})$ عن وسطها الحسابي عند الفترات $(t , t-1 , \ldots, t-p)$ على التوالي:

إنّ الأنموذج يحتوي على $p+2$ من المعالم هي σ_u^2 و $\phi_1,\phi_2,\ldots\phi_p$ و μ والتي تمّ تقديرها من مشاهدات السلسلة الزمنية .

وباستخدام عامل الازاحة للخلف (β) يمكن تحويل المعادلة (2.14) الى الصيغة الاتية :

$$\Phi_{(p)}(\beta)Z_t = u_t \qquad ....(2.15)$$

إذ أنّ $\Phi_{(p)}(\beta) = \left(1-\phi_1\beta-\phi_2\beta^2-\ldots-\phi_p\beta^p\right)$ وهي دالة متعددة حدود **(polynomial function)** من الدرجة p في المتغير β .

إنّ شرط الاستقرارية **Stationary** للأنموذج (2.15) هو أنّ جذور المعادلة $\Phi(\beta)=0$ يجب أنّ تكون خارج دائرة الوحدة **(out side the unit circle)**.

خواص الأنموذج :

1. إنّ المتوسط للأنموذج هو

$$\mathrm{E}(Z) = 0 \qquad ....(2.16)$$

2. التباين هو

$$\operatorname{var}(Z_t) = \frac{\sigma_u^2}{1-\phi_1\ell_1-\phi_2\ell_2-\ldots-\phi_p\ell_p} \qquad ....(2.17)$$

3. دالة التغايرات الذاتية

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1}+\ldots+\phi_p\gamma_{k-p} \qquad , k>0 \qquad ....(2.18)$$

إنّ دالة الارتباطات الذاتية للأنموذج **AR(p)** تكون متناقصة بشكل أسي او بشكل موجات جيبية متضائلة، أمّا دالة الارتباطات الجزئية فإنها تنقطع بعد الازاحة **p**.

ومن انواع نماذج الانحدار الذاتي :

1.1.4.2 الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى AR(1):

First-order Autoregressive model :

عندما $p=1$ في أنموذج الانحدار الذاتي فإنّ الأنموذج الناتج يطلق عليه أنموذج الأنحدار الذاتي من الرتبة الاولى او أنموذج ماركوف ، **(Markov model)** أي:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t \qquad ....(2.19)$$

وإنّ المشاهدة عند الزمن (t) تعتمد على المشاهدة عند الزمن فقط (t-1) وبواسطة عامل الازاحة للخلف نكتب الأنموذج كما هو آت:

$$\phi(\beta)Y_t = u_t$$

$$\phi(\beta) = 1-\phi_1\beta$$

$$(1-\phi_1\beta)Y_t = u_t$$

لذلك فإنّ $\left(Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t\right)$ هو أنموذج ماركوف، عندما $\phi_1 = 1$ يصبح الأنموذج كما هو آت:

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad ....(2.20)$$

ويدعى بانموذج المسار العشوائي **(Random walk model)** .

ولضمان الاستقرارية لهذا الأنموذج، يتطلب ان تكون جذور المعادلة $\phi(\beta) = 1 - \phi_1 \beta = 0$ خارج حدود الدائرة الاحادية أي أنّ:

$$-1 \ < \ \phi_1 \ < \ 1$$

ففي هذا الأنموذج

$$E\,u_t = 0$$

$$E(u_{ti}\,.u_{tj}) = 0 \qquad \forall \ \ i \neq j$$

$$= \sigma_u^2 \qquad i = j$$

واذا اخذنا التوقع للأنموذج :

$$E\,Y_t = \phi_1\, EY_{t-1} + E\,u_t$$

$$\mu_Y = \phi_1\, \mu_Y + 0$$

$$\mu_y - \phi_1\, \mu_y = 0$$

$$\mu_y = \frac{0}{1-\phi_1} = 0$$

واذا اخذنا التباين للأنموذج:

$$\operatorname{var}(Y_t) = \phi_1^2 \operatorname{var}(Y_{t-1}) + \operatorname{var}(u_t) + 2\phi_1 \operatorname{cov}(u_t\,, Y_{t-1})$$

$$\sigma_Y^2 = \phi_1^2\, \sigma_Y^2 + \sigma_u^2 + Zero$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sigma_u^2}{1-\phi_1^2}$$

نرى أنّ التباين خالٍ من الزمن؛ لأنّ السلسلة في حالة الاستقرارية.

كما أنّ دالة الارتباط الذاتي للأنموذج تكون كالاتي :

$$\rho_k = \phi_1\, \rho_{k-1} \qquad , k > 0 \qquad ....(2.21)$$

2.1.4.2 **أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الثانية** AR(2):

Second – order Autoregressive model :

عندما *p=2* فإنّ الصيغة العامة للأنحدار الذاتي تصير كما هو آت:

$$Y_t = \phi_1\, Y_{t-1} + \phi_2\, Y_{t-2} + u_t \qquad ....(2.22)$$

ويمكن كتابة الأنموذج بواسطة عامل الرجوع :

$$\phi(\beta)Y_t = u_t$$

$$(1-\phi_1\,\beta-\phi_2\,\beta)\,Y_t = u_t$$

$$1-\phi_1\,\beta-\phi_2\,\beta^2 = 0$$

$$\therefore\ \phi_2\,\beta^2+\phi_1\,\beta-1 = 0 \qquad ....(2.23)$$

ولكي يكون الأنموذج مستقراً، ينبغي ان تكون جذور المعادلة $(\phi(\beta)=0)$ خارج حدود الدائرة الاحادية. وباستخدام معادلة الدستور يتمّ استخراج جذور المعادلة المميزة من معادلة (2.23) وايجاد قيمة بحيث تحقق المعلمتان $\phi_1\,,\phi_2$ الشروط الآتية:

1. $\phi_1+\phi_2 < 1$
2. $\phi_1-\phi_2 < 1$
3. $|\phi_2| < 1$
4. $-2 < \phi_1 < 2$

ولأيجاد الارتباط الذاتي لهذا الأنموذج :

$$Y_t = \phi_1\,Y_{t-1}+\phi_2\,Y_{t-2}+u_t$$

نضرب المعادلة بـ Y_{t-k} ونأخذ التوقع

$$E\,Y_t\,Y_{t-k} = \phi_1\,E\,Y_{t-1}\,Y_{t-k}+\phi_2\,E\,Y_{t-2}\,Y_{t-k}+E\,u_t\,Y_{t-k}$$

$$\gamma_k = \phi_1\,\gamma_{k-1}+\phi_2\,\gamma_{k-2} \qquad k=1,2,... \qquad ....(2.24)$$

وبقسمة الطرفين على γ_0 :

$$\frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1\,\frac{\gamma_{k-1}}{\gamma_0}+\phi_2\,\frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_0}$$

نحصل على :

$$\rho_k = \phi_1\,\rho_{k-1}+\phi_2\,\rho_{k-2} \qquad ,k=1,2,... \qquad ....(2.25)$$

ونطلق على المعادلتين رقم (2.24) و (2.25) بالمعادلات الآنية لـ (Yule – Walker (Yule – Walker equations) وإذا كان $k=1$ و $\rho_0 = 1$ و $\rho_{-1} = \rho_1$ نحصل على :

$$\rho_1 = \phi_1+\phi_2\,\rho_1$$

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1-\phi_2} \qquad ....(2.26)$$

بالتعويض في المعادلة رقم (2.25) لـ ρ_0 و ρ_1 نحصل على:

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \qquad ....(2.27)$$

$$\rho_2 = \frac{\phi_1^2}{(1-\phi_2)} + \phi_2 \qquad ....(2.28)$$

إنّ الارتباط الذاتي لـ AR(2) عبارة عن موجات جيب متضائلة كما أنّها تتضائل أسياً (Exponential tailed off).

5.2 **طرائق تقدير معالم نماذج الانحدار الذاتي** (1) ، (5) ، (9)

Parameters Estimation Methods of the Auto regression Models

تعد مرحلة التقدير من المراحل المهمة في تحليل السلاسل الزمنية بعد مرحلة التشخيص او بعد تحديد الانموذج المناسب للسلسلة الزمنية قيد الدراسة ولكي يؤدي الانموذج ابرز الاغراض التي يبنى من اجلها الا وهو التنبؤ، فانه علينا اولاً ان نضمن جودة تقديره وملائمته للسلسلة المدروسة، وهناك عدة طرائق لتقدير معالم انموذج الانحدار الذاتي وابرزها هي :

1.5.2 **طريقة الإمكان الأعظم** Maximum Likelihood Method

تعتمد هذه الطريقة على تعظيم دالة الإمكان وذلك بجعل مجموع مربعات الاخطاء اقل ما يمكن ، بإعادة كتابة صيغة الإنموذج AR(1) ($Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + u_t$)

إذ أن $\overset{\circ}{Y_t} = (Y_t - \mu)$ ، وأن $|\phi_1|<1$، وأن u_t هي $i.i.d.N.(0,\sigma_u^2)$

وعند كتابة العملية بصيغة (الاوساط المتحركة) يكون لدينا: $Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_1^j u_{t-j}$

من الواضح أن Y_t تتوزع طبيعياً بمتوسط صفر، وتباين يساوي $\frac{\sigma_U^2}{1-\phi_1^2}$ ، وبما أنّ Y_t لها إرتباطات عالية، ولإشتقاق دالة الكثافة الإحتمالية المشتركة $p(Y_1,Y_2,\ldots,Y_n)$ الى $(Y_1,Y_2,\ldots,Y_n)$، ومن ثم دالة الإمكان للمعلمات، لنأخذ

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \sum_{j=0}^{\infty} \phi_1^j a_{1-j} = Y_1 \\ u_2 &= Y_2 - \phi_1 Y_1 \\ u_3 &= Y_3 - \phi_1 Y_2 \\ &\vdots \\ u_n &= Y_n - \phi_1 Y_{n-1} \end{aligned}\right\}$$

وبملاحظة أن e_1 تتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma_u^2/(1-\phi_1^2))$ ، وعندما $2\le t\le n$ فأن u_t تتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma_u^2)$ وأنّ هذه المتغيرات مستقلة الواحدة عن الأخرى لذلك تكون صيغة دالة الإمكان الأعظم تكون على النحو الاتي :

$$L(\phi,\sigma_a/Y)=(2\pi\sigma_a^2)^{\frac{-T}{2}}\left|M_T^{(p)}\right|^{\frac{1}{2}}\ \exp\left[\frac{-S(\phi)}{2\sigma_a^2}\right]$$

وعند أخذ اللوغاريتم سيكون :

$$Ln\ L(\phi,\sigma_a/Y)=-(\frac{T}{2})Ln(2\pi)-(\frac{T}{2})Ln\sigma_a^2+(\frac{1}{2})Ln\left|M_T^{(p)}\right|-\left[\frac{S(\phi)}{2\sigma_a^2}\right]\ldots(2.29)$$

أذ أن :

$$S(\phi)=\sum_{t=p+1}^{T}(a_t/Y,\phi)^2$$

$$=\sum_{t=p+1}^{T}(a_t)^2$$

$$S(\phi,\mu)=(Y_1-\mu)^2(1-\phi^2)+\sum_{t=2}^{n}[(Y_t-\mu)-\phi(Y_{t-1}-\mu)]^2$$

وهي دالة مجموع المربعات حدودها عبارة عن دالة الى ϕ و μ فقط .

وان $M_T^{(p)}$ مصفوفة التباين والتباين المشترك (Var-Cov. Matrix) والتي تساوي:

$$M_T^{(p)}=\sigma_a^2\begin{bmatrix}\gamma_0 & \gamma_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \gamma_{p-1}\\ \gamma_1 & \gamma_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \gamma_{p-2}\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \gamma_{p-1} & \gamma_{p-2} & \cdot & \cdot & \cdot & \gamma_0\end{bmatrix}^{-1}$$

وباشتقاق المعادلة (2.29) بالنسبة لـ ϕ ومساواتها للصفر وتبسيطها نحصل على تقدير ϕ المطلوب .

2.5.2 **طريقة المربعات الصغرى** (Least squares method) :

تقوم هذه الطريقة على مبدأ تقليص مجموع مربعات خطأ التقدير وجعله في نهايته الصغرى، وذلك من خلال اشتقاق المعادلة (2.30) ادناه بالنسبة لـ α_i (i=1,2,3,….,p) ومساواتها بالصفر للحصول على قيم $\hat{\alpha}_i$ التقديرية وكالاتي .

$$s(\hat{\alpha})=\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\hat{\alpha}_1X_{t1}-\hat{\alpha}_2X_{t2}-\ldots-\hat{\alpha}_pX_{tp})^2 \qquad (2\text{-}30)$$

إن تقدير المربعات الصُغرى في المعادلة (2-30) يمكن الحصول عليه كذلك باسلوب الخطوتين الآتيتين (Two-Step Procedure): ليكن: $\overline{\alpha} = (\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, ..., \overline{\alpha}_p)'$ هي القيمة المفترضة الأولية الى $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p)'$.

ويمكن إعادة كتابة مجموع مربعات البواقي الأصغر في المعادلة (2-30) كالآتي:

$$S(\delta) = S(\hat{\alpha}) = \sum_{t=1}^{n} (\overline{e}_t - \delta_1 X_{t1} - ... - \delta_p X_{tp})^2$$

إذ أن:

$\overline{e}_t = Y_t - \overline{Y}_t$: هي البواقي المقدرة بناءً على القيم المعطاة $\overline{\alpha}$ يحسب عن طريق $\overline{Y}_t = \overline{\alpha}_1 X_{t1} + ... + \overline{\alpha}_p X_{tp}$.

وأن:

$$\delta = (\hat{\alpha} - \overline{\alpha})$$

، لذلك فأن قيمة مقدرات المربعات الصُغرى الى δ هي :

$$\delta = (\underline{X}' \, \underline{X})^{-1} \underline{X}' \, \overline{e}$$

إذ أن: $\overline{e} = (\overline{e}_1, ..., \overline{e}_n)'$

تحسب القيم $\delta = (\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p)$ أولاً، وان تقديرات المربعات الصُغرى المحدثة تعطى كالآتي:

$$\hat{\alpha} = \overline{\alpha} + \delta$$

يمثل (تخمين) إفتراض أولي الى معادلة الإنحدار التي تم الحصول عليها بإستعمال الإنموذج الأصلي، والقيم الأولية المعطاة $\overline{\alpha}_i 's$.

3.5.2 طريقة العزوم (معادلات Yule – Walker) :

إنَّ هذه الطريقة تعتمد على دالة الارتباط الذاتي للانموذج مثلاً في حالة النموذج AR(p)

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + ... + \phi_p \rho_{k-p} \quad ....(2.31)$$

وبالتعويض عن قيم (k=1,…,p) نحصل على p من المعادلات الخطية التي تحتوي على p من المجاهيل.

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + ... + \phi_p \rho_{p-1}$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + ... + \phi_p \rho_{p-2}$$

.

.

$$\rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + ... + \phi_p$$

وبصيغة المصفوفات :

$$\phi_k = \rho^{-1}\,\rho_k \qquad ....(2.32)$$

وتقديرات **Yule-Walker** كمعلمات ϕ_k نحصل عليها عن طريق التعويض عن معامل الارتباط الذاتي النظري ρ_k بمعامل الارتباط الذاتي التقديري $\wp_k$ كالآتي:

$$\phi_k = R^{-1}\,r_k \qquad ....(2.33)$$

إذ ان **R** تمثل مصفوفة الارتباط الذاتي التقديري :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & . & . & r_{p-1} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ r_{p-1} & . & . & . & . & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad r_k = \begin{bmatrix} r_1 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ r_p \end{bmatrix}$$

6.2 معيار معلومات بيز Bayesian information criterion (BIC) : [7] ، [10]

أن مسالة التنبؤ ودقتها تعتمد أساسا على مدى صحة اختيار الأنموذج الملائم لتمثيل بيانات سلسلة زمنية ، وكذلك على دقة تقدير هذا الأنموذج ، وعلى ذلك فان لمعرفة الأنموذج الملائم أهمية خاصة باعتبار أن أي خطأ في تحديد الأنموذج يقود إلى تقديرات خاطئة ومن ثم تنبؤات لا يعتمد عليها ، أن مشكلة تحديد نماذج الانحدار الذاتي تعتمد أساسا على الاختيار الصحيح لقيمة **p** ، وغالباً ما تعالج هذه المشكلة من خلال دراسة وتحليل سلوك دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي، ولكن عملياً فان ذلك ليس بالأمر اليسير، و لا هو غالبا بالصحيح، كما يشير لذلك العديد من الباحثين لأن تقدير هاتين الدالتين يعتمد في الواقع على سلوك تباين الخطأ ذي الصيغة التالية :

$$S_a^2 = \sum_{t=1}^{T-p} (X_t - \hat{\phi}_1 X_{t-1} - .... - \hat{\phi}_p\, X_{t-p})^2 \Big/ T \qquad ...(2.34)$$

فتكون النتائج المستخلصة وفق هذا الأسلوب غير دقيقة لأن الدالة S_a^2 تتناقص نسبيا بتزايد قيمة **p** لذلك فان زيادة عدد المعلمات في الأنموذج يؤدي إلى تقيده ومن هذا المنطلق اهتم العديد من الباحثين بدراسة تحديد درجة أنموذج الانحدار الذاتي من خلال إيجاد صيغ تقلل من صعوبة تحديد تلك الدرجة والتعامل مع الأنموذج عند زيادة عدد المعلمات ، واقترحوا، ومن ثم اشتقوا طرائق أخرى عديدة لتحديد درجة الأنموذج ، لقد أوضح (Shibata , 1976) أن الباحث أكياكي (Akaike) طور معيار أكياكي (Akaike) بمعيارأقل تحيز من خلال دراسة المحاكاة حيث وضع عام 1978 معيار جديد باسم معيار بيز(Bayesian Information Criterion) (BIC) وصيغته (Shibata , 1976) :

$$BIC = N\,Ln\left(\hat{s}_a^2\right) - (N-M)\,Ln\left(1-\frac{M}{N}\right) + M\,Ln(N) + M\,Ln\left\{\left(\frac{\hat{s}_z^2}{\hat{s}_a^2}-1\right)/M\right\}$$

أذ أن :

$\hat{s}_z^2$: تقدير تباين السلسلة الزمنية .

$\hat{s}_a^2$: تقدير تباين سلسلة البواقي .

N : عدد مشاهدات السلسلة الزمنية .

M : العدد الكلي لمعلمات الأنموذج .

وباهمال بعض الحدود يتم الحصول على الصيغة النهائية للمعيار وكالاتي :

$$BIC = N\,Ln\left(\hat{s}_a^2\right) + M\,Ln(N) \qquad ....(2.35)$$

ووفق هذا المعيار فإنّ الأنموذج الافضل هو الأنموذج الذي يعطي اقل قيمة لمعيار **BIC(M)** .

3 . الجانب التجريبي *Experimental Part*

سنقوم بتوضيح الجانب التجريبي الذي يمثل الثقل الاساس في موضوع هذا البحث وذلك على نحو فقرات يتبين منها بالتفصيل ما نريد ان تذهب اليه هذه الفقرات وهي على التوالي، المحاكاة والتي تمثل الاساس العملي ، اما في الفقرة التالية فسنقوم بالتقديم لتجربتنا وتفاصيلها المختلفة من حيث النماذج المستخدمة فيها وحجوم العينات المستخدمة لمقارنة النتائج والتوزيعات المقترحة وبما يحقق الهدف المرجو الا وهو البحث والتحري عن حصانة معيار معلومات بيز قيد الاهتمام ، اما في الفقرة التالية والاخيرة من هذا الجانب فسنقوم بعرض النتائج التجريبية مع شرح تفصيلي عن واقع تلك النتائج وما آلت اليه.

3-1 المحاكاة *Simulation* (1) ، (2) ، (8)

تعرف المحاكاة بإنها أسلوب رياضي يتعامل مع المعضلات المعقدة والتي تتداخل فيها العلاقات الرياضية والمنطقية لوصف نظام معين ومحاولة ايجاد الحلول المناسبة له. ومن مميزات أسلوب المحاكاة هو انه يعد مهماً في دراسة وتنفيذ التجارب لمعضلات معقدة لإنظمة مختلفة وانه يساعد في ملاحظة التغيرات التي تطرأ عليها مما يؤدي إلى تطوير أنموذج النظام وكذلك يساعد اسلوب المحاكاة في الحصول على معلومات لمواقف مستقبلية لا تعرف طبيعتها او ماهيتها وذلك بتكرار التجارب لتلك المواقف ، ورغم هذه المميزات فإنه يجب الأخذ بنظر الاعتبار بإن أسلوب المحاكاة يستخدم كملجأ أخير وبعد فشل كل الطرائق الأخرى لحل المشكلة ولغرض تطبيق أسلوب المحاكاة فإننا نحتاج إلى متغيرات عشوائية وقد يتطلب الأمر إعادة التجربة عدة مرات وأن الحصول على هذه المتغيرات يكون صعبا لذلك نلجأ إلى مفهوم تكوين المتغيرات العشوائية، ولأجل الحصول على هذه المتغيرات العشوائية، فإننا نتبع خطوتين أساسيتين هما:

- الخطوة الأولى تكوين الأرقام العشوائية من خلال التوزيع المنتظم حيث توجد عدة أساليب لتوليد ارقام عشوائية كاذبة، منها أسلوب وسط مربع العدد (Mid Square Technique) وأسلوب فيبونكسي (Fibonacci Technique) وأسلوب كونكرينشل (Congraential Technique)، ولكن هذه الطرائق أصبحت قديمة وخاصة بعد تطور الحاسوب الإلكتروني حيث انه في وقتنا الحاضر يمكن توليد الأرقام العشوائية بالاستعانة بالظواهر الفيزياوية المتعلقة بالدائرة الكهربائية بصورة عشوائية ومن ثم تحويل شكل الإشارة هذه إلى شكل رقمي واستخدامه كقيمة عشوائية.
- والخطوة الثانية هي تحويل تلك الأرقام العشوائية إلى شكل متغيرات عشوائية وذلك باستعمال طرائق صيغ تحولها إلى متغير عشوائي يتبع توزيعا إحصائيا معيناً.

وهناك طريقة مهمة تستخدم إلى جانب أسلوب المحاكاة في مجالات متعددة وحسب طبيعة المشكلة، يطلق عليها محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo) كونها توصف الأنظمة العشوائية التي تستخدم في استخراج القيم التي يصعب استخراجها بطريقة رياضية، وبصورة عامة تستخدم هذه الطريقة عينات ارقام عشوائية ويستخرج في ضوئها النتائج معتمدة قيم ارقام العينات وعليه فأن النتائج نفسها ايضا تستخرج من عينات معتمدة على توزيعات احتمالية (Probability Distribution). ويمكن توضيح فكرة هذه الطريقة كالآتي: ليكن $\underline{Y}$ متجه عشوائي يمثل $\underline{Y}'=Y_1,Y_2,\ldots\ldots,Y_T$ حيث أن Y_i و (i = 1,2,….,T) متغيرات عشوائية لها دالة كثافة احتمالية $f(\underline{Y}_i)$. وعلى فرض اننا نريد ايجاد توقع أي دالة ما بدلالة $\underline{\mathbf{Y}}$ أي $E[h(\underline{Y})]$ وتعذر علينا ايجاد قيمة التوقع المذكور من خلال المعادلة التالية:

$$E[h(\underline{Y})]=\int\ldots\int h(Y_1,Y_2,\ldots\ldots,Y_T)\ f(Y_1,\ldots\ldots,Y_T)\ dY_1dY_2\ldots dY_T$$

ففي هذه الحالة يمكن استخدام أسلوب المحاكاة التقريبية وكما يلي:

نقوم بتوليد المتجه العشوائي $\underline{Y}^{(1)}=(Y_1^{(1)},\ldots\ldots,Y_T^{(1)})$ الذي يمتلك دالة كثافة احتمالية $f(\underline{Y})$ ومن ثم احتساب $\underline{X}^{(1)}=h(\underline{Y}^{(1)})$ وتأتي بعدها خطوة توليد متجه عشوائي آخر هو $\underline{Y}^{(2)}=(Y_1^{(2)},\ldots\ldots,Y_T^{(2)})$ بشرط أن تكون هذه المتجهات مستقلة بعضها عن البعض الآخر وتمتلك دالة الكثافة الاحتمالية نفسها ونحسب له $\underline{X}^{(2)}=h(\underline{Y}^{(2)})$ وهكذا نستمر بتكرار العملية إلى r من الحالات فتصبح لدينا $\underline{X}^{(i)}=h(\underline{Y}^{(i)})$ ومن خلال القاعدة القوية للاعداد الكبيرة (Strong Rule of The Large Number) فأنه يمكن كتابة

$$\lim_{r\to\infty}\frac{\sum_{i=1}^{r}\underline{X}^{(i)}}{r}=E(\underline{X})=E[h(\underline{Y})]$$

3-2 وصف تجربة المحاكاة Simulation Experiment Description

لغرض التحري عن حصانة معيار معلومات بيز المستخدم لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي ، فقد تم بناء تجربة المحاكاة ذات الفروض والمواصفات الاتية :

1. تم استعمال احجام العينات (T =250،100،50،27،18،9) .
2. تم استعمال أنموذج ماركوف في المعادلة (2.19) بقيم المعالم التي تجعل السلسلة في حالات مختلفة، مستقرة (ϕ = -0.1، -0.5، 0.9) وغير مستقرة (ϕ = -1.2،1.1)، وسلاسل تخضع لأنموذج مسار عشوائي (ϕ =1).
3. تم افتراض التوزيعات الآتية كتوزيعات للخطأ (الطبيعي بالمعلمتين $\sigma^2=1,\ \mu=0$ ، اللوغارتم الطبيعي بالمعلمتين $\sigma^2=1,\ \mu=0$ ، الاسي بالمعلمة $\lambda=1$ ، كاما بالمعلمتين $\beta=1,\alpha=2$ ،المنتظم المستمر بالمعلمتين $\beta=1,\alpha=0$ ، كوشي بالمعلمتين $\beta=1,\alpha=0$ ،كامبل بالمعلمتين $\beta=1,\alpha=0$ ، بواسون بالمعلمة $\lambda=\frac{1}{3}$ والمنتظم المتقطع بالمعلمة (T) وذي الحدين بالمعلمة (d= 0.7،0.3) والمعلمة T، حيث T يمثل حجم العينة) .

4.تم اجراء تجريبات مختلفة لجميع التوافيق الممكنة للفروض الواردة اعلاه وبحجم مكرر مقداره N=1000 لكل مرة.

5.سيتم استعمال المقاييس الآتية لغرض التحري عن جودة معيار معلومات بيز في تقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي .

a - نسبة الاختبار الصحيح من كل التجارب الـ (1000) ولكل حالة مدروسة ويحسب وفق الصيغة التالية :

$$TSR = \frac{\text{عدد مرات توافق الدرجة المقدرة مع الدرجة الفعلية للأنموذج}}{1000}$$

b- متوسط مربعات الخطأ في تقدير درجة الأنموذج وبحسب وفق الصيغة التالية:

$$MSE = \sum_{i=1}^{1000} (\hat{p}_i - p)^2 \Big/ 1000$$

حيث أن $\hat{p}_i$ تمثل درجة أنموذج الانحدار الذاتي المقدر على وفق معيار بيز .

6. أن تحليل النتائج بعد اجراء هذه التجربة سيتم بعد ادراكنا لحقيقة اننا قد قمنا بتوليد أنموذج انحدار ذاتي من الدرجة الاولى (p=1)، (أي توليد مشاهدات تخضع لهذا الأنموذج) ، اننا من خلال تجربة المحاكاة نفسها سنقوم بتكرار هذا التوليد لـ (1000) مرة لكل حجم عينة (T) وكل قيمة مأخوذة من قيم ϕ ، ونلاحظ في كل مرة من هذه الـ(1000) مرة ما الذي ستؤول اليه نتائج تقدير p من خلال المقياسين السابق ذكرهما في الفقرة (5).

3-3 محاكاة أنموذج انحدار ذاتي من الدرجة (P) :

The Auto regressive Model Simulation of Order P

لغرض محاكاة أنموذج انحدار ذاتي من الدرجة (P)، المذكورة صيغته في المعادلة (2.14) فاننا نستند بذلك على توليد مشاهدات التوزيع المفترض للخطأ العشوائي للأنموذج كما ذكر في الفقرة السابقة وكما يلي:

افتراض قيمة لحجم العينة المطلوب ، ولتكن T.

1.يتم افتراض قيم حقيقية معينة لمعالم الأنموذج $\phi_1, \phi_2, \ldots\ldots, \phi_p$ (كما في الفقرة 3.2) .

2.يتم اعطاء قيم افتراضية للمتغيرات $X_{t-1}, X_{t-2}, \ldots\ldots X_{t-p}$.

3.يتم استخراج قيمة المشاهدات على وفق المعادلة (2.14).

4.يتم تكرار العملية اعلاه (T) من المرات لنحصل على عدد المشاهدات المطلوبة.

3-4 توليد المشاهدات للتوزيعات المستخدمة :

Generating Observation for the Distribution Used

في ادناه سندرج كيفية توليد مشاهدات تخضع للتوزيعات المفترضة للخطأ وذلك باستخدام الارقام العشوائية المولدة من خلال الحاسبة الإلكترونية والتي تخضع للتوزيع المنتظم على الفترة (1،0) حيث تكون هذه الارقام مستقلة عن بعضها البعض. وقد تم الحصول على هذه النتائج باعتماد برنامج كتب بلغة Visual Basic من قبل الباحث (ملحق) .

3-4-1 توليد مشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي :

أن عملية توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع تعتمد على اساس توليد مشاهدتين u_2, u_1 تتبعان التوزيع المنتظم المستمر $U(0,1)$ وللحصول على متغيرين مستقلان X_2, X_1 يتبعان التوزيع الطبيعي المعياري على وفق طريقة (بوكس-مولر) فانه يتم استخدام المعادلتين :

$$X_1 = (2\, LoG\,(1/u_1))^{1/2} \quad Cos\,(2\pi u_2)$$

$$X_2 = (2\, LoG\,(1/u_1))^{1/2} \quad Sin\,(2\pi u_2)$$

ويمكن توليد مشاهدات تخضع للتوزيع الطبيعي بالمتوسط μ والتباين σ^2 باستعمال العلاقة $X=(a-\mu)/\sigma$ ، فاذا كان $X \sim N(0,1)$ فان $a \sim N(\mu,\sigma^2)$ ولغرض توليد T من المشاهدات فانه يتم تكرار العملية اعلاه T/2 من المرات .

3-4-2 **توليد مشاهدات تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي** :

أن توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع يتم من خلال العلاقة التي تربط التوزيع الطبيعي بالتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي ، حيث انه اذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعي فان $a=e^X$ متغيرا عشوائياً يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

3-4-3 **توليد مشاهدات تتبع التوزيع الاسي** :

توليد مشاهدات تخضع وفق أسلوب التحويل المعكوس عند مساواة دالة التوزيع التجميعية $F(a)=1-e^{-\lambda a}$ بقيمة المشاهدة U التي تخضع للتوزيع المنتظم المستمر $U(0,1)$، وبالشكل $U=F(a)=1-e^{-\lambda a}$ ، لنحصل على $a=F^{-1}(U)=-Ln(1-U)/\lambda$ حيث أن a متغير عشوائي يخضع للتوزيع الاسي .

3-4-4 **توليد مشاهدات تتبع توزيع كاما** :

هناك العديد من الطرائق لتوليد مشاهدات تتبع هذا التوزيع، من اهمها استعمال علاقة هذا التوزيع بالتوزيع الاسي، حيث انه اذا كانت المتغيرات $w_1, w_2, ..., w_T$ تخضع للتوزيع الاسي بالمعلمة λ فان مجموع هذه المتغيرات $a=\sum_{i=1}^{T} w_i$ سيتبع توزيع كاما بالمعلمتين (T,λ) بمعنى أن :

$$a=\sum_{i=1}^{T} w_i = -(1/\lambda)\sum_{i=1}^{T} Ln(1-u_i)$$

3-4-5 **توليد مشاهدات تتبع التوزيع المنتظم المستمر** :

لتوليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع فاننا نستعمل أسلوب التحويل المعكوس ، فنساوي قيمة دالة التوزيع التجميعية F(a) الذي نرغب بتوليد مشاهدات تخضع له والتي تقع بين الصفر والواحد دائماً، بقيمة المشاهدة التي تخضع للتوزيع المنتظم على الفترة (1،0)، وكالآتي F(a)=u ، فيمكن توليد المشاهدات بالشكل $a=F^{-1}(u)$ ولتوليد مشاهدات تخضع للتوزيع المنتظم المستمر على الفترة (α,β) بالتوزيع $F(a)=[(a-\alpha)/(\beta-\alpha)]$ ، فإننا نقوم بمساواة هذه الدالة بقيمة u المولدة من خلال الحاسوب والتي تخضع للتوزيع المنتظم على الفترة (1،0) ليكون

$$u=F(a)=(a-\alpha)/(\beta-\alpha)$$

ومن ثم لنحصل على المشاهدات المطلوبة بالشكل

$$a=F^{-1}(u)=(\beta-\alpha)u+\alpha$$

3-4-6 **توليد مشاهدات تتبع التوزيع المنتظم المتقطع** :

باستعمال أسلوب التحويل المعكوس يمكن توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع وذلك بمساواة دالة توزيع المتغير w الخاضع للتوزيع المنتظم المتقطع التالية :

$$p(w \le a)=F(w)=\sum_{w=1}^{a} 1/T = a/T$$

بقيمة المشاهدة الخاضعة للتوزيع المنتظم المستمر على الفترة (1،0) والمولدة من خلال الحاسوب ، فيكون a=T*u وبما أن المتغير a متقطع، فان عملية التوليد ستتم بان يؤخذ الجزء الصحيح من الرقم المولد a=T*u أي أن a=INT (T*u) .

3-4-7 توليد مشاهدات تتبع لتوزيع كوشي

يمكن توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع وذلك باستعمال أسلوب التحويل المعكوس $u = F(a) = (1/2) + (1/\pi)\tan^{-1}((a-\alpha)/\beta)$. حيث أن F(a) تمثل الدالة التجميعية لتوزيع كوشي. ومن ثم تكون .

$$a = F^{-1}(u) = \beta \tan[\pi(u-(1/2))] + \alpha$$

عبارة عن مشاهدات تخضع لتوزيع كوشي بالمعلمتين β, α .

3-4-8 توليد مشاهدات تتبع توزيع كامبل :

يمكن توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع ايضا باستعمال أسلوب التحويل المعكوس وذلك بمساواة دالة توزيع هذا المتغير $F(a) = \exp\,[-\exp\{-(a-\alpha)/\beta\}]$ بقيمة مشاهدة مولدة من خلال الحاسبة وتخضع للتوزيع المنتظم المستمر u (0,1) لنحصل على $a = F^{-1}(u) = -\beta\, Ln\,(-Ln(u)) + \alpha$ والتي تمثل مشاهدات تخضع لهذا التوزيع ليمكن الحصول بتكرار هذه العملية على العدد المطلوب من المشاهدات التي تخضع لهذا التوزيع .

3-4-9 توليد مشاهدات تتبع توزيع بواسون :

بالاعتماد على العلاقة التي تربط هذا التوزيع بالتوزيع الاسي والقائلة بانه (اذا كان متغير عدد الحوادث التي تقع ضمن فترة زمنية معينة يخضع لتوزيع بواسون فان متغير الفترة الزمنية الفاصلة بين حادثتين متتاليتين سيخضع للتوزيع الاسي فانه يمكن توليد مشاهدات a تخضع لهذا التوزيع بتحقيق المتراجحة التالية : $\sum_{i=1}^{a} Y_i \le 1 \le \sum_{i=1}^{a+1} Y_i$

حيث أن $Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_{a+1}$ هي مشاهدات لمتغير يتبع التوزيع الاسي مولدة باسلوب التحويل المعكوس ، واذا اردنا T من المشاهدات فيمكن تكرار العملية المذكورة اعلاه T من المرات.

3-4-10 توليد مشاهدات تتبع لتوزيع ثنائي الحدين :

يمكن توليد مشاهدات تخضع لهذا التوزيع باتباع ما يلي :

1. نقوم بتوليد T من المشاهدات التي تخضع للتوزيع المنتظم المستمر بالمعلمات $\alpha = 0$ و $\beta = 1$ بواسطة الحاسبة .
2. نحسب المشاهدات من الخطوة (1) التي تكون اقل أو تساوي d (حيث d يمثل احتمال نجاح محاولة برنولي). فيكون العدد المحسوب في الخطوة (2) عبارة عن مشاهدة تخضع لتوزيع ثنائي الحدين بالمعلمات d ،T .
3. تكرار الخطوات اعلاه للحصول على العدد اللازم من مشاهدات تخضع لهذا التوزيع .

3-5 استعراض النتائج التجريبية : Demonstration of Experiment Results

سيتم فيما يلي استعراض النتائج التي تم الحصول عليها من التجريب ومناقشتها لكل توزيع خطأ على حدة :

3-5-1 عند خضوع متغير الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي :

نلاحظ من النتائج الواردة في الجدول (1) بان

a) هناك ثبوتا في نسبة الاختبار الصحيح (TSR) ومتوسط مربعات الخطأ في تقدير درجة الأنموذج (MSE) عند كون السلسلة الزمنية مستقرة وذلك لحجوم العيينات كافة ، ولو أن هناك تزايدا طفيفا في قيم TSR وانخفاضا طفيفا في قيم MSE ، كلما ابتعدت عن الصفر اكثر .

b) كلما ازدادت عدم استقرارية السلسلة الزمنية ، ينخفض بالمقابل متوسط مربعات الخطأ في تقدير درجة الأنموذج MSE وتزداد نسبة الاختبار الصحيح TSR مما يعني اداء افضل لمعيار بيز في تقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي .

c) اداء المعيار على وفق مقياسي MSE، TSR افضل في حالة قيم ϕ الموجبة وبشكل عام فان هناك جودة اداء واضحة لمعيار بيز عند خضوع الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي وقد يكون هذا عائد لكون التوزيع الطبيعي اساس اشتقاق المعادلة قيد التحري لهذا المعيار.

3-5-2 عند خضوع الخطأ للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي :

نلاحظ من النتائج الواردة في الجدول (2) بان :

a) اداء معيار بيز متميز جدا على وفق معياري TSR،MSE في حجوم العينات الصغيرة مما يدفع للقول بحصانته ، الا أن هذا الاداء تتدنى جودته بزيادة حجوم السلاسل المستقرة بينما يبقى محافظا على تلك الجودة اكثر كلما ازدادت عدم استقرارية السلسلة اكثر حتى لو ازدادت حجوم العينات.

b) يمكن القول بان حصانة معيار بيز افضل للحالات الواردة في (a) اعلاه وعلى وفق مقياسي TSR،MSE في حالة قيم ϕ الموجبة منها في حالة ϕ السالبة .

جدول (1) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع الطبيعي القياسي .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.950	0.934	0.868	0.774	0.996	1
	MSE	1.398	0.878	0.613	0.394	0.156	0
-0.5	TSR	0.868	0.892	0.872	0.878	0.908	0.918
	MSE	0.500	0.496	0.467	0.454	0.388	0.384
-0.1	TSR	0.860	0.868	0.888	0.866	0.890	0.800
	MSE	0.598	0.512	0.502	0.474	0.421	0.401
0.9	TSR	0.992	0.940	0.930	0.912	0.952	0.899
	MSE	0.528	0.379	0.372	0.321	0.309	0.227
1	TSR	0.972	0.974	0.928	0.882	0.812	0.813
	MSE	0.995	0.983	0.810	0.500	0.348	0.223
1.2	TSR	0.968	0.988	0.998	1	1	1
	MSE	0.184	0.128	0.118	0	0	0

جدول (2) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.971	0.875	0.919	0.775	0.999	1
	MSE	1.405	0.720	0.612	0.598	0.433	0
-0.5	TSR	0.939	0.837	0.875	0.783	0.719	0.647
	MSE	1.012	0.915	0.833	0.773	0.623	0.499
-0.1	TSR	0.933	0.881	0.891	0.807	0.761	0.687
	MSE	1.109	0.860	0.749	0.566	0.432	0.421
0.9	TSR	1	0.951	0.931	0.825	0.701	0.663
	MSE	1.817	1.683	1.163	0.988	0.932	0.876
1	TSR	1	0.999	0.950	0.941	0.993	0.883
	MSE	0.613	0.533	0.420	0.410	0.399	0.381
1.2	TSR	0.993	0.994	0.993	0.995	0.983	0.989
	MSE	0.513	0.464	0.458	0.432	0.343	0.221

3-5-3 **عند خضوع متغير الخطأ للتوزيع الاسي** :

نلاحظ من النتائج الواردة في الجدول (3) ما يلي :

a) على وفق مقياسي متوسط مربعات الخطأ لتقدير درجة الأنموذج ونسبة الاختبار الصحيح نلاحظ اداء متميز وواضح في حجوم العينات الصغيرة للسلاسل المستقرة والسلاسل التي تخضع لعملية مسار عشوائي الا أن هذا الاداء يتضاءل بزيادة حجم العينة وبالطبع فان حصانة معيار بيز ستخضع لهذا السلوك .

b) اداء المعيار وبالنتيجة حصانة ممتازة في حالة السلاسل غير المستقرة ولكافة حجوم العينات .

جدول (3) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع الأسي بالمعلمة $\lambda = 1$.

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.963	0.965	0.849	0.747	0.998	1
	MSE	0.513	0.481	0.422	0.400	0.322	0
-0.5	TSR	0.941	0.911	0.851	0.741	0.623	0.537
	MSE	1.403	1.197	0.863	0.555	0.456	0.400
-0.1	TSR	0.925	0.905	0.851	0.757	0.657	0.581
	MSE	1.365	1.229	0.895	0.765	0.654	0.567
0.9	TSR	0.999	0.965	0.931	0.789	0.709	0.645
	MSE	1.877	1.597	1.331	0.998	0.876	0.006
1	TSR	1	0.999	0.959	0.921	0.924	0.973
	MSE	0.613	0.493	0.469	0.309	0.299	0
1.2	TSR	0.933	0.194	0.393	0.295	0.583	0.989
	MSE	0.515	0.474	0.458	0.322	0.300	0.291

3-5-4 **عند خضوع متغير الخطأ للتوزيعات المنتظم المستمر والمنتظم المتقطع وبواسون**:

نلاحظ من النتائج الواردة في الجداول (4) ، (5) ، (6) على التوالي ، اداء وبالنتيجة حصانة لمعيار بيز ممتازة في حجوم العينات الصغيرة ولكافة حجوم العينات ولمختلف انواع السلاسل ، على أن هذه الحصانة :

a) تبدأ بالتضاءل بازدياد حجوم العينات في حالة السلاسل الزمنية المستقرة الا أن هذا التضاءل اقل في حالة السلاسل ذات قيم ϕ الموجبة.

b) تزداد في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة كلما ازدادت حجوم العينات وازدادت عدم استقرارية السلسلة ، على انها تشهد انخفاضا قليلاً جداً لايعتد به في حالة السلاسل التي تخضع لعملية مسار عشوائي وذلك عند حجوم العينات الكبيرة .

جدول (4) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع المنتظم المستمر .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.972	0.965	0.815	0.757	1	1
	MSE	1.487	0.956	0.592	0.433	0	0
-0.5	TSR	0.969	0.825	0.737	0.671	0.553	0.355
	MSE	1.537	1.453	1.177	0.997	0.877	0.671
-0.1	TSR	0.981	0.849	0.778	0.625	0.595	0.571
	MSE	1.447	1.387	1.130	0.987	0.625	0.221
0.9	TSR	0.999	0.998	0.998	0.797	0.673	0.637
	MSE	1.915	1.771	0.987	0.877	0.654	0.009
1	TSR	0.341	0.345	0.234	0.212	0.112	0.222
	MSE	0.598	0.383	0.354	0.229	0.222	0.124
1.2	TSR	0.566	0.666	0.565	0.211	0.333	0.111
	MSE	0.513	0.464	0.458	0.383	0.321	0.213

جدول (5) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع المنتظم المتقطع .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.965	0.953	0.819	0.751	0.999	1
	MSE	1.459	0.924	0.876	0.255	0.011	0
-0.5	TSR	0.989	0.833	0.739	0.643	0.551	0.533
	MSE	1.545	1.467	1.100	0.906	0.467	0.322
-0.1	TSR	0.991	0.853	0.771	0.671	0.593	0.571
	MSE	1.446	1.389	1.125	0.815	0.766	0.317
0.9	TSR	0.997	0.986	0.997	0.795	0.669	0.639
	MSE	1.909	1.797	1.313	0.844	0.432	0.010
1	TSR	1	1	1	1	1	0.992
	MSE	0.098	0	0	0	0	0
1.2	TSR	0.234	0.989	0.997	0.992	0.977	0.223
	MSE	0.999	0.888	0.566	0.432	0.321	0.106

جدول (6) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع بواسون بالمعلمة $\lambda = \frac{1}{3}$.

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.956	0.939	0.885	0.771	0.999	1
	MSE	1.409	0.802	0.552	0.222	0.002	0
-0.5	TSR	0.987	0.903	0.845	0.679	0.593	0.491
	MSE	1.490	1.287	0.995	0.615	0.435	0.267
-0.1	TSR	0.967	0.826	0.861	0.689	0.643	0.583
	MSE	1.526	1.195	0.999	0.825	0.549	0.267
0.9	TSR	0.999	0.991	0.909	0.781	0.727	0.677
	MSE	1.719	1.543	1.327	0.987	0.787	0.117
1	TSR	1	0.999	0.987	0.976	0.982	0.943
	MSE	0.732	0.565	0.428	0.236	0.118	0
1.2	TSR	0.998	0.997	0.992	0.995	0.983	0.980
	MSE	0.655	0.654	0.532	0.321	0.379	0.281

3-5-5 عند خضوع متغير الخطأ لتوزيع كاما وتوزيع كامبل :

نلاحظ من الجداول (7) ، (8) على التوالي ، وعلى وفق معياري متوسط مربعات خطأ لتقدير درجة الأنموذج MSE ونسبة الاختبار الصحيح TSR بأن معيار بيز قد عكس حصانة عالية لمختلف انواع السلاسل وذلك عند حجوم العينات الصغيرة وتلك الحصانة :

a) تضعف كلما ازداد حجم العينة في حالة السلاسل الزمنية المستقرة وهذا الضعف اقل عند كون ϕ النظرية موجبة وكذلك عند كون $|\phi|$ النظرية اكبر .

b) تزداد قوةٍ بزيادة حجم العينة وزيادة عدم استقرارية السلسلة وخصوصاعند ϕ الموجبة.

c) ضعف نسبي بزيادة حجم العينة في حالة السلاسل الزمنية التي تخضع لعملية مسار عشوائي وهذا الضعف اكبر منه في حالة خضوع متغير الخطأ لتوزيع كامبل .

جدول (7) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع كاما .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.997	0.947	0.859	0.741	0.998	1
	MSE	1.499	0.835	0.440	0.184	0.043	0
-0.5	TSR	0.989	0.821	0.777	0.671	0.589	0.461
	MSE	1.568	1.230	0.999	0.803	0.436	0.243
-0.1	TSR	0.998	0.873	0.807	0.711	0.629	0.533
	MSE	1.502	1.185	0.991	0.782	0.587	0.251
0.9	TSR	0.999	0.994	0.969	0.809	0.731	0.657
	MSE	1.847	1.507	1.227	0.610	0.243	0.002
1	TSR	1	1	0.999	0.994	0.992	0.996
	MSE	0.476	0.373	0.325	0.032	0	0
1.2	TSR	0.921	0.987	0.993	0.995	0.975	0.989
	MSE	0.644	0.533	0.460	0.400	0.321	0.269

جدول (8) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع كامبل .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.981	0.959	0.877	0.749	0.999	1
	MSE	1.485	0.955	0.532	0.422	0.045	0
-0.5	TSR	0.957	0.933	0.951	0.883	0.799	0.689
	MSE	0.963	0.696	0.595	0.510	0.439	0.377
-0.1	TSR	0.943	0.933	0.945	0.867	0.797	0.649
	MSE	0.994	0.740	0.628	0.498	0.401	0.385
0.9	TSR	0.996	0.995	0.937	0.853	0.757	0.685
	MSE	1.753	1.435	0.996	0.556	0.310	0.254
1	TSR	0.995	0.998	0.987	0.934	0.875	0.851
	MSE	1.102	0.994	0.767	0.567	0.289	0.100
1.2	TSR	0.996	0.998	0.999	1	1	0.996
	MSE	0.074	0.006	0.003	0.002	0	0

3-5-6 **عند خضوع متغير الخطأ لتوزيع كوشي** :

نلاحظ من النتائج الواردة في الجدول (9) ثبوتاً نسبيا في قيم TSR،MSE ولمختلف حجوم العينات وانواع السلاسل الزمنية وبما يعكس قوة حصانة معيار بيز عند خضوع متغير الخطأ لهذا التوزيع .

جدول (9) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع كوشي .

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.997	0.995	0.977	0.881	0.996	1
	MSE	0.951	0.548	0.432	0.339	0.237	0
-0.5	TSR	0.939	0.994	0.991	0.990	0.998	0.998
	MSE	0.395	0.287	0.237	0.234	0.211	0.210
-0.1	TSR	0.935	0.975	0.989	0.971	0.989	0.996
	MSE	0.391	0.353	0.333	0.333	0.303	0.241
0.9	TSR	0.994	0.977	0.905	0.992	0.996	0.992
	MSE	0.433	0.317	0.309	0.305	0.303	0.273
1	TSR	0.993	0.994	0.993	0.995	0.983	0.989
	MSE	0.513	0.458	0.411	0.344	0.287	0.211
1.2	TSR	0.996	0.998	0.996	0.999	1	1
	MSE	0.056	0.043	0.023	0.001	0	0

7-5-3 **عند خضوع متغير الخطأ لتوزيع ثنائي الحدين** :

يمكن على وفق الجدولين (10) ، (11) على التوالي والقيم التجريبية للمقياسين MSE، TSR القول بما يأتي :

a) حصانة كبيرة لمعيار بيز في حجوم العينات الصغيرة وهذه الحصانة تكبر بازدياد قيمة $|\phi|$، على انها افضل في حالة قيم ϕ الموجبة ، لنتوصل إلى أن معيار بيز حصين جداً عند كون السلاسل الزمنية غير مستقرة وكذلك عند خضوعها لعملية مسار عشوائي حتى في حالة حجوم العينات الكبيرة.

b) تزداد حصانة معيار بيز بانخفاض قيمة معلمة النجاح d عند حجوم العينات الصغيرة ويحدث العكس في حالة حجوم العينات الكبيرة والمتوسطة.

c) تنخفض حصانة معيار بيز بازدياد حجم العينة في حالة السلاسل الزمنية المستقرة.

جدول (10) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع ثنائي الحدين بالمعلمة $d = 0.7$.

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.996	0.911	0.840	0.947	1	1
	MSE	0.704	0.518	0.400	0.222	0	0
-0.5	TSR	0.919	0.662	0.578	0.611	0.519	0.503
	MSE	1.580	1.552	1.322	0.997	0.765	0.487
-0.1	TSR	0.973	0.740	0.763	0.671	0.609	0.461
	MSE	1.536	1.351	1.158	0.877	0.543	0.287
0.9	TSR	1	1	1	0.998	0.887	0.767
	MSE	1.437	0.957	0.245	0	0	0
1	TSR	1	1	1	1	1	1
	MSE	0	0	0	0	0	0
1.2	TSR	0.976	0.988	0.925	0.996	0.934	0.999
	MSE	0.614	0.478	0.467	0.410	0.312	0.290

جدول (11) يمثل القيم التجريبية لنسبة الاختيار الصحيح TSR وقيم متوسط مربعات الخطأ التجريبي MSE لتقدير درجة الانموذج وذلك عند استخدام معيار بيز لتحديد درجة الانموذج ، عند احجام عينات مختلفة T وقيم مختلفة لمعلمة انموذج ماركوف ϕ ، وذلك عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع ثنائي الحدين بالمعلمة $d = 0.3$.

Φ	T	9	18	27	50	100	250
-1.1	TSR	0.998	0.921	0.877	0.761	0.997	1
	MSE	0.750	0.655	0.522	0.076	0.015	0
-0.5	TSR	0.971	0.815	0.665	0.637	0.547	0.469
	MSE	1.656	1.500	1.135	1.000	0.987	0.363
-0.1	TSR	0.999	0.825	0.739	0.697	0.631	0.527
	MSE	1.573	1.311	0.997	0.912	0.765	0.293
0.9	TSR	1	0.997	0.998	0.901	0.775	0.695
	MSE	1.713	1.405	0.901	0.798	0.554	0
1	TSR	0.994	0.995	0.992	0.996	0.984	0.987
	MSE	0.558	0.543	0.467	0.422	0.378	0.223
1.2	TSR	1	1	1	1	1	1
	MSE	0.995	0.994	0.993	0.993	0.989	0.983

4. الاستنتاجات: *Conclusions*

1- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع كاما فان حصانة معيار بيز لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي عالية في حالة كون السلسلة غير مستقرة على أن هذا المعيار حصين كلما قل حجم العينة عند السلسلة الزمنية غير المستقرة ويزداد حصانة كلما كبر حجم العينة بتلك التي تخضع لمسار عشوائي .

2- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لانموذج الانحدار الذاتي لتوزيع بواسون فان معيار بيز قد عكس حصانة عالية عند حجم العينات الصغيرة على أن هذه الحصانة تتضاءل بزيادة حجم العينة وتتزايد كلما ابتعدت قيمة المعلمة عن الصفر .

3- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع ثنائي الحدين فان معيار بيز قد عكس حصانة عالية عند حجم العينات الصغيرة علما أن هذه الحصانة تقل عندما تكون (ϕ) سالبة عند عدم الاستقرارية .

4- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لانموذج الانحدار الذاتي للتوزيع الأسى فان معيار بيز حصين في حالة حجم العينات الصغيرة وتبدأ بالتناقص كلما كبر حجم العينة .

5- عند خضوع بواقي السلسلة لانموذج الانحدار الذاتي لتوزيع كامبل فان حصانة معيار بيز تزداد عند كون السلاسل الزمنية غير المستقرة .

6- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لأنموذج الانحدار الذاتي لتوزيعي المنتظم المستمر والمنتظم المتقطع فان حصانة معيار بيز بالنسبة لـ (ϕ) الموجبة افضل من (ϕ) السالبة ولجميع حجم العينات على أن هذه الحصانة تتضاؤل بزيادة حجم العينة .

7- عند خضوع متغير بواقي السلسلة لتوزيع كوشي ، فان معيار بيز قد عكس حصانة عالية في حجم العينات الكبيرة عدا في حالة المسار العشوائي عند ϕ الموجبة فان الأداء يتضاءل بازدياد حجم العينة .

8- عند خضوع متغير بواقي السلسلة للتوزيع اللوغارتمي الطبيعي فان معيار بيز قد عكس حصانة عالية عند حجم العينة الصغير وتكبر بزيادة قيمة (ϕ) وخصوصا (ϕ) الموجبة في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة .

5. التوصيات: Recommendation

1- نوصي باستخدام معيار بيز لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي ،عند خضوع متغير الخطأ لهذا الأنموذج ، لتوزيعات الطبيعي ، كوشي وبشكل عام ولكافة حجوم العينات وأنواع السلاسل الزمنية، وللتوزيعات :

i- الاسي ، بزيادة القيمة المطلقة لمعلمة أنموذج ماركوف النظرية.

ii- ذي الحدين ، بزيادة القيمة المطلقة لمعلمة أنموذج ماركوف النظرية وكذلك بزيادة حجم العينة في حالتي السلسلة الزمنية غير المستقرة وتلك التي تخضع لعملية مسار عشوائي .

2- عموما نوصي باستخدام معيار بيز لتقدير درجة أنموذج الانحدار الذاتي في حالة حجم العينات الصغيرة والسلاسل الزمنية غير المستقرة .

3- نوصي بدراسة حصانة معيار بيز في حالة السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات .

6. المصادر References

1. الحسن ، اياد جواد ، (2002) ، "استخدام المحاكاة للتحري عن حصانة معيار معلومات اكياكي لتحديد درجة عملية الانحدار الذاتي"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية .

2. الجزاع ، عبد ذياب (1988) ، " بحوث العمليات " ، جامعة بغداد" .

3. الخاقاني ، طاهر ريسان (2000) ، " استخدام المحاكاة للتحري عن تقدير التنقية الموائمة (Adaptive Filtering) لنماذج الانحدار الذاتي مع تطبيق عملي ، رسالة ماجستير في الاحصاء ، الجامعة المستنصرية ، كلية الادارة والاقتصاد .

4. الشديدي ، سعد محمد (1994) ، " دراسة تقويمية لطرق تحديد رتبة الانحدار الذاتي " ، رسالة ماجستير في الاحصاء ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد .

5.Box , G.E.P , and G.M.Jenkins (1976) “ Time series analysis , Forcasting and control , Holden day , Sanfrancisco “ .

6.Koriesha , N. and Pukkila , T. (1998) “ Atwo step approach for identifying seasonal autoregressive time series forecasting models “ , Intronational Journal of forecasting , vol. 14 , p. 484-496 .

7.Gryer , J. (1992) “ Time series Analysis “, Doxbury press .

8.Shibata , R. (1976) , “ Selection of the order on an autoregressive model by Akaka's information criterion “ , Biometrika , 63 , 117 – 126 .

9.Parzen , E. (1974) “ Some recent advance in time series modeling “ , IEEE transactions on automatic control , vol. Ac-19 , No. 6 , December , p. 723-730 .

10. Wei , W.W.S. (1990) , “ Time series analysis univariate methods “ , Addison . Wesely publishing company .

Study About The Robustness Of The Bayesian Criterion

ABSTRACT

In this research work an attempt has been made to investigate about the Robustness of the Bayesian Information criterion to estimate the order of the autoregressive process when the error of this model ،Submits to a specific distributions and different cases of the time series on various size of samples by using the simulation ،This criterion has been studied by depending on ten distributions, they are (Normal, log-Normal, continues uniform, Gamma، Exponential, Gamble, Cauchy, Poisson, Binomial, Discrete uniform) distributions, and then it has been reached to many collection and recommendations related to this object ، when the series residual variable is subject to each) Poisson ، Binomial ، Exponential ، Discrete uniform ، continues uniform, log-Normal (distributions ، then robust Bayesian criterion to estimate the order of the autoregressive process high if the Non- stationary Time ، began decreases as the sample size increases those subject to a random path and when the series residual variable is subject to each they are (Gamma, Gamble, Cauchy) distributions then robust Bayesian criterion if the decreases as the sample size at Non- stationary Time Series and increases as the sample size increases, and the greater robust the size of the sample of those subject to a random path .

Keyword/ Autoregressive mode , Bayesian criterion, Auto Correlation Function, Partial Auto Correlation Function, Maximum Likelihood Method, Least squares method , Moment method .