استعمال اسلوب المحاكاة لمقارنة انموذجي دالة التحويل المعلمية واللامعلمية

أ.د. مناف يوسف حمود / قسم الاحصاء/ كلية الادارة والاقتصاد /جامعة بغداد
الباحث/ يقين خليل برهان

تاريخ التقديم:2017/8/16
تاريخ القبول:2017/10/10

المستخلص :

في هذا البحث تم تقدير انموذج دالة التحويل في السلاسل الزمنية بأستعمال طرائق مختلفة منها معلميه متمثلة بطريقة طريقة دالة الترجيح الشرطية Conditional Likelihood Function فضلاً عن استعمال مقدرات لا معلميه تتمثل بطريقتين الانحدار الخطي الموضعي Local Linear Regression وطريقة الشريحة التمهيدية التكعيبيةcubic spline smoothing والهدف من هذا البحث هو مقارنة تلك المقدرات مع انموذج دالة التحويل اللاخطية المعلمية باستعمال اسلوب المحاكاة و بدراسة انموذجين كمتغير مخرجات و انموذج واحد كمتغير مدخلات بالإضافة الى توليد الخطأ العشوائي في أنموذج دالة التحويل الذي يتبع انموذج (ARMA) عن طريق دالتين وبتباين (0.5) عند حجوم عينات (n=100,150,200) اذ اظهرت النتائج تفوق انموذج دالة التحويل اللامعلمية عند مقدر الشريحة التكعيبية على انموذج دالة التحويل اللاخطية المعلمية .

المصطلحات الرئيسة للبحث/ انموذج دالة التحويل اللامعلمية ، انموذج دالة التحويل المعلمية ، سلسلة فولتيرا، الانحدار الخطي الموضعي ، الشريحة التمهيدية التكعيبية .

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
العدد 104 المجلد 24
الصفحات 298ـ 313

* البحث مستل من رسالة ماجستير

1-المقدمة :

ان معظم الدراسات كانت متعلقة باستعمال نماذج السلاسل الزمنية احادي المتغير (ARMA,AR,MA...) الا ان هذه النماذج في بعض الاحيان تكون غير ملائمة وذلك لوجود عوامل خارجية تؤثر في متغير السلسلة الزمنية. لذا ازداد اهتمام الباحثين في دراسة نماذج دالة التحويل Transfer Function(TF) اذ يتم الاعتماد عليه في حالة السلاسل الزمنية المتعددة المتغيرات، اما بالنسبة الى تصميم هذا الأنموذج فانه يعتمد على البيانات المتوفره في السلسلة الزمنية نفسها وعلى العوامل الخارجية التي تؤثر فيها بهدف زيادة الاستشراف المستقبلي بالظاهره المدروسة، حيث استعمل كل من (1979,1994,2008 Box& Jenkis) نماذج دالة التحويل الخطية في تطبيقات متعددة منها (الاقتصاد – الهندسة – علم الاحياء...) ، ومع ذلك فان أنموذج دالة التحويل الخطية ليس سوى الخطوة الاولى لاكتشاف العلاقة بين المتغيرات المدخلات (Input) ومتغيرات المخرجات (Output) ،ولكن هنالك الكثير من الظواهر اللاخطية التي تواجهنا في الحياة العملية التي لا يمكن ان تقترب بشكل جيد من النماذج الخطية . و لمعالجة هذه المشكلة تم إستعمال نماذج دالة التحويل اللاخطية Function NLTF Nonlinear Transfer المقترحه من قبل (Tsay and Chen1996) اذ تتمثل هذه النماذج بوجود عدد لا نهائي من النماذج اللاخطية لدالة التحويل مما ستشكل هذه صعوبة في اختيار الأنموذج الملائم فضلاً عن الاختيار العشوائي للأنموذج غير المستند على طبيعة البيانات وعلاقة المتغيرات الداخلة مع المتغيرات الخارجة بشكلها الفعلي ، لذا اعتمد الكثير من الباحثين على فكرة (السماح للبيانات تتحدث عن نفسها) ولهذا تم اقتراح فئة من نماذج دالة التحويل اللامعلمية لنمذجة العلاقة اللاخطية بين المدخلات والمخرجات في السلاسل الزمنية .وان استعمال هذه النماذج سيكون اكثر مرونة في التنبؤ مع امكانية تطبيقها في السلاسل الزمنية التي تعاني من اللاخطية العالية، وفي هذا البحث يتم دراسة دالة التحويل اللاخطية المعلمية اذ سيتم بناؤها حسب مراحل بناء نماذج Box – Jenkis في السلاسل الزمنية ويتم تقدير المعالم بواسطة طرائق التقدير المعلمية وفي هذا البحث تم إستعمال طريقة دالة الترجيح الشرطية Conditional Likelihood Function وكذلك دالة التحويل اللاخطية اللامعلمية والتي يتم تقديرها من خلال طرائق التمهيد اللامعلمي ومنها طريقة الانحدار الخطي الموضعي Local Linear Regression(LLR) وطريقة الشرائح Spline Smoothing Cubic (CSS) .

2- هدف البحث :

يهدف هذا البحث الى تقدير دالة التحويل مستعملين بذلك طرائق معلميه متمثلة بطريقة المربعات الصغرى الشرطية واللامعلمية متمثلة بطريقة الانحدار الخطي الموضعي local linear regression وطريقة الشريحة التمهيدية التكعيبية spline smoothing cubic ثم مقارنة المقدرات المذكورة انفا مع بعضها لمعرفة اي من هذه المقدرات هي الافضل في تمثيل دالة التحويل .

3- دالة التحويل المعلمية اللاخطية[21][10] :

وهو إنموذج احصائي يصف العلاقة بين متغير واحد واكثر من سلسلة المدخلات (input series) مع متغير واحد واكثر من سلسلة المخرجات (output series) من اجل الاستشراف للقيم المستقبلية لسلسلة زمنية معينة مستنده الى القيم السابقة للسلسلة الزمنية نفسها او على المتغيرات المرتبطة بالسلسلة المخرجات ويتميز انموذج دالة التحويل المعلمية اللاخطية بانه اكثر شمولاً من دالة التحويل المعلمية الخطية لانه يحتوي على كلاً في دالتي التحويل الخطية واللاخطية من خلال اضافة مركبة تربيعية الى دالة التحويل الخطية لسلسلة المدخلات وتتم عن طريق استعمال سلسلة فولتيرا (volterra series) , وان الصيغة العامة لأنموذج دالة التحويل المعلمية اللاخطية تكون كالأتي:

$$Y_t = g(X_{t-d}\ X_{t-d-1} \dots \dots X_{t-d-p}; \theta) + e_t \qquad \dots (1)$$

اذ ان

Y_t : يمثل متغير سلسلة المخرجات output series

X_t : يمثل متغير سلسلة المدخلات input series

$g(.)$: دالة معلميه يمكن التعبير عنها من خلال سلسلة فولتيرا

d : الزمن المتأخر (time delay)

e_t : الخطأ العشوائي وهو عباره عن سلسلة زمنية ثابته ومستقلة عن سلسلة X_t ، وسلسلة الخطأ ويمكن ان تكون هذه السلسلة خطية او لاخطية مع إفتراض ان الخطأ يتبع إنموذج {ARMA} [5] وذلك لكون سلسلة الخطأ مترابطة في ما بينها وبحسب الصيغة الاتية :

$$e_t = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} \varepsilon_t \qquad \dots(2)$$

ε_t: الخطأ العشوائي (iid) يتوزع توزيع كاوس الطبيعي بمتوسط صفر وتباين $\sigma^2 > 0$

$\theta(B)$: عامل المتوسط المتحرك **Moving Average**

$\varphi(B)$: عامل الانحدار الذاتي **Autoregressive**

3-1 **سلسلة فولتيرا** Volterra series [19][14]

وهي عباره عن إنموذج رياضي يصف العلاقة بين سلسلة المدخلات وسلسلة المخرجات للأنظمة الديناميكية اللاخطية ، وان اول من أستعمل هذا الأنموذج هو[فولتيرا 1930] الذي يبين القدرة على استعمال "الذاكرة "memory" " اي ان مخرجات النظام اللاخطي تعتمد على مدخلات النظام في جميع الاوقات الاخرى، وتكون بحسب الصيغة الاتية :

$$g(X_t X_{t-1} \dots) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k X_{t-k} + \sum_{k,l=0}^{\infty} g_{kl} X_{t-k} X_{t-l} + \dots \qquad \dots(3)$$

ومن ثم يصبح أنموذج دالة التحويل المعلمية اللاخطية بالشكل التفصيلي الآتي[31] :

$$Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k X_{1t} + \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty} g_{kl} B^k B^l X_{1t} X_{2t} \dots + e_t \qquad \dots(4)$$

اذ ان

$g_k, g_{kl}, \dots$: اذ تمثل معالم دالة التحويل اللاخطية

$X_{1t} X_{2t}$: تمثل السلسلة X_t بإرتداد زمني مختلف

$B^K B^l$: يمثل مشغل الازاحة الى الوراء او مشغل التحويل **back shift**

3-2 **مراحل بناء دالة التحويل المعلمية اللاخطية**

تتم عملية بناء إنموذج دالة التحويل اللاخطيه بالاعتماد على نماذج **Box – Jenkis** في السلاسل الزمنية وكالأتي :

1- **التشخيص** identification

وهي من المراحل المهمة في عملية بناء إنموذج دالة التحويل المعلمية اللاخطية اذ تعتمد على بيانات السلاسل الزمنية وهذا يتطلب معرفة داله الارتباط الذاتي (ACF) وايضاً معرفة دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) [3] ، واذ تحتوي هذه المرحلة على مراحل فرعية وكالأتي :

A. تهيئة سلسلتي الادخال والاخراج:

تتضمن هذه المرحلة معرفة فيما اذا كانت سلسلتا الادخال والاخراج في حالة استقرارية في المتوسط والتباين ويتم ذلك من خلال رسم البيانات الاصلية للسلسلتين وكذلك رسم الارتباطات الذاتية .

B. تنقية سلسلة الادخال [5] [4] prewhiten the input series

في هذه المرحلة يتم بناء انموذج ARMA وتمثيله وتطبيقه على X_t للحصول على سلسلة البواقي وبما ان سلسلة الادخال تتكون من جزء خطي وجزء لاخطي ويتم تنقية الجزئين كل على انفراد

$$\because Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k X_{t-k} + \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty} g_{kl} X_{t-k} X_{t-l} \dots + e_t$$

$$Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k X_t + \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty} g_{kl} B^k B^l X_{1t} X_{2t} \quad \dots + e_t \qquad \dots (5)$$

ففي حالة المركبة الخطية تكون عملية التنقية

$$d_t = \theta_X(B)^{-1} \varphi_X(B) X_t \qquad \dots (6)$$

d_t: يمثل الخطأ العشوائي للسلسلة X_t $N(0, \sigma_d^2)$
بالنسبة الى المركبة التربيعية

$$\varphi_{(X)}(B) X_{1t} X_{2t} = \theta_X(B) z_t$$
$$z_t = \theta_X(B)^{-1} \varphi_X(B) X_{1t} X_{2t} \qquad \dots (7)$$

z_t : يمثل الخطأ العشوائي للسلسلة $X_{1t}X_{2t}$ $(0, \sigma_z^2)$
وهكذا مع المركبات من الدرجات الاخرى .

C. تنقية سلسلة الاخراج[4] prewhiten the out put series

وتتم بنفس الطريقة التي استعملت في حالة تنقية سلسلة الادخال X_t اي بناء انموذج ARMA للـ Y_t

$$\varphi_X(B) Y_t = \theta_X(B) €_t$$
$$€_t = \theta_X(B)^{-1} \varphi_X(B) Y_t \qquad \dots (8)$$

$€_t$: يمثل الخطأ العشوائي لسلسلة الاخراج المتمثلة ب Y_t وتكون بمتوسط حسابي 0 وتباين σ_Y^2

D. حساب دالة الارتباط الذاتي المتقاطع لسلسلتي الادخال والاخراج بعد التنقية [4]

في هذه المرحلة يتم حساب دالة الارتباط الذاتي المتقاطع ودالة الارتباط المتقاطع الجزئي بين سلسلة الادخال وسلسلة الاخراج بعد التنقية وهذه الخطوة تساعد على تحديد رتبة دالة التحويل .

E. التقدير المباشر لاوزان دالة التحويل[2] [5]
Direct Estimation for the Weights of the transfer function

في هذه المرحلة يتم تقدير اوزان دالة التحويل بحسب الاسلوب المقترح لكل من طريقة بوكس- جنكيز من خلال الاعتماد على دالة الارتباط المتقاطع (Cross Correlations Function) بعد التنقية وتستعمل هذا الطريقة في حالة هناك متغير ادخال واحد .

فعند ملاحظة الصيغة (4) غير المنقاة والتي تكون كالاتي :

$$Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k X_t + \sum_{k,l=0}^{\infty} g_{kl} B^k B^l X_{1t} X_{2t} \dots . + e_t$$

فبعد تنقيتها تصبح بالشكل الاتي :

$$\frac{\varphi(B)}{\theta(B)}Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k \frac{\varphi(B)}{\theta(B)}X_t + \sum_{k,l=0}^{\infty} g_{kl}B^kB^l \frac{\varphi(B)}{\theta(B)}X_{1t}X_{2t} \ \dots + \frac{\theta(B)}{\varphi(B)}\varepsilon_t \qquad \dots(9)$$

وبالتعوض في المعادلة (9) المعادلة رقم (6) و (7)و (8) ويكون بالشكل الاتي :

$$€_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k d_t + \sum_{k,l=0}^{\infty} g_{kl}B^kB^l z_t + \dots + \varepsilon_t$$

يمكن اعادة كتابة المعادلة السابقة بشكل اكثر تفصيلاً و كالاتي :

$$€_t = g_0 d_t + g_1 d_{t-1} \dots g_k d_{t-k} + g_{00} z_t + g_{01} z_{t-1} \dots g_{kk} z_{t-k} + \dots + \varepsilon_t \qquad \dots.(10)$$

من اجل ايجاد g_k يتم ضرب طرفي المعادلة المذكورة انفاً بـ (d_{t-k}) و بعدها يتم اخذ التوقع ليصبح كالاتي:

$$E€_t\, d_{t-k} = g_0 Ed_t d_{t-k} + g_1 Ed_{t-1} d_{t-k} \dots g_k\, Ed_{t-k} d_{t-k} + g_{00}\, Ed_{t-k} z_t + g_{01} Ed_{t-k} z_{t-1} \dots g_{kk} Ed_{t-k} z_{t-k} + E\, d_{t-k}\varepsilon_t \qquad \dots(11)$$

اذ ان

$$E€_t d_{t-k} = \gamma_{d€}(k)$$

وبما ان d_{t-k} تكون مستقله عن كل من $z_t, €_t$ ، وكذلك هنالك استقلاليه بين $d_t d_{t-k}$ و $\dots\dots.d_{t-1} d_{t-k}$ و ε_t يكون مستقل عن d_{t-k} ، وبهذا فان جميع حدود الطرف الايمن اصفار ما عدى $d_{t-k} d_{t-k}$ فهي عباره عن تباين d مضروب في g_k وعليه يكون الاتي :

$$\gamma_{d€}(k) = g_k \sigma_d$$

$$g_k = \frac{\gamma_{d€}(k)}{\sigma_d} \qquad \dots(12)$$

اما في حال ايجاد g_{kk} يتم ضرب المعادلة (10) بـ z_{t-k} مع اخذ التوقع

$$E€_t\, z_{t-k} = g_0 Ed_t z_{t-k} + g_1 Ed_{t-1} z_{t-k} \dots g_k\, Ed_{t-k} z_{t-k} + g_{00}\, Ez_{t-k} z_t + g_{01} Ez_{t-k} z_{t-1} \dots g_{kk} Ez_{t-k} z_{t-k} + \dots + E\, z_{t-k}\varepsilon_t \qquad \dots(13)$$

حيث ان

$$E€_t z_{t-k} = \gamma_{z€}(k)$$

وبما ان z_{t-k} تكون مستقلة عن $d_{t-k}, €_t,$ ، وكذلك هناك استقلالية بين $z_{t-1} z_{t-k}$, $z_t z_{t-k}$ .... و ε_t يكون مستقل عن z_{t-k} وبهذا فان جميع حدود الطرف الايمن اصفار ما عدا $z_{t-k} z_{t-k}$ فهي عباره عن تباين z مضروب بـ g_{kk} وعليه يكون الاتي :

$$\gamma_{z€}(k) = g_{kk}\sigma_z$$

$$g_{kk} = \frac{\gamma_{z€}(k)}{\sigma_z} \qquad \dots(14)$$

ويتم اتباع نفس الاجراء مع الدرجات العليا

F- التقدير الابتدائي للخطأ [16]

يتم تقدير الخطأ بشكل ابتدائي e_t من خلال جعل المعادلة (4) بدلالة الاخطاء وكا لاتي :

$$e_t = Y_t - \sum_{k=0}^{p} g_k X_{t-k} - \sum_{k=0}^{p}\sum_{l=0}^{p} g_{kl} X_{t-k} X_{t-l} \qquad \dots (15)$$

اذ ان

P : تمثل عدد الاوزان وتحدد من قبل الباحث (في هذا البحث تم تحديد عدد الاوزان ***15***)

2- تقدير دالة التحويل المعلمية اللاخطية

بعد ان تم التعرف على انموذج دالة التحويل الاخطية يتم في هذه المرحلة تقدير المعلمات من خلال المعادلة (2.12) وتكون حسب الاسلوب الاتي :

$$Y_t = \sum_{k=0}^{\infty} g_k B^k X_t + \sum_{k,l=0}^{\infty} g_{kl} B^k B^l X_{1t} X_{2t} + \frac{\theta(B)}{\varphi(B)}\varepsilon_t$$

يتم التعبير عن المعادلة اعلاه بالصيغة الاتية :

$$Y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} X_t + V_2(B) X_{1t} X_{2t} + \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} e_t \qquad \dots(16)$$

اذ تبسط المعادلة (2.24) وبذلك يتم الحصول على الصيغة الاتية[1] :

$$\delta(B)\varphi(B)Y_t = \varphi(B)\omega(B)X_t + \delta(B)\varphi(B)V_2(B)X_{1t}X_{2t} + \delta(B)\theta(B)e_t \qquad \dots(17)$$

يمكن كتابة المعادلة (17) بالاسلوب الاتي :

$$e_t = Y_t - d_0 X_t - d_1 B X_t - \cdots - d_{p+s} B^{p+s} X_t - T_0 X_{1t} X_{2t} + T_1 B X_{1t} X_{2t} + \cdots + T_{r+s+k} B^{r+s+k} X_{1t} X_{2t} + \cdots + e_1 B e_t + \cdots + e_{r+q} B^{r+q} e_t \qquad \dots(18)$$

اذ ان

c : متعددة حدود لل δ, φ

d : متعددة حدود لل φ, ω

T : متعددة حدود لل δ, φ, V

اذ ان حد الخطأ العشوائي يتوزع توزيع طبيعي $(0, \sigma_e^2)$ يتم تقدير المعلمات باستعمال طريقة دالة الترجيح الشرطية **Conditional Likelihood Function** وهي احدى طرائق التقدير وكالاتي [15] :

$$L(\varphi, \theta,, \sigma_e^2, w_0, \dots, \delta_1, \dots, g_1, \dots / b, X, Y, X_0, e_0)$$
$$= (2\pi\sigma_e^2)^{-n/2} . \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_e^2}\sum_{t=1}^{n} e_t^2\right] \qquad \dots(19)$$

4- **أنموذج دالة التحويل اللامعلمية** Nonparametric Transfer Function Mode

يعرف انموذج دالة التحويل اللامعلمية بأنه العلاقة بين دالة التحويل لـ **Box – Jenkis** مع التمهيد اللامعلمي و التي من خلاله يتم تقدير كل من دالة التحويل اللامعلمية مع معالم أنموذج **ARMA** بواسطة الاسلوب التكراري[18] ويكون شكل الدالة في هذا الانموذج غير معروف لكن يتسم بكونه دالة تمهيدية ، ويمكن تعريف هذا الانموذج كالأتي[17] [23] :

$$Y_t = g(X_t) + e_t \qquad \dots(20)$$

اذ ان

$g(.)$: دالة تمهيدية غير معروفه ويتم تقديرها وفق احدى طرائق التمهيد

Y_t: متغير المخرجات **output variable**

X_t: متغير المدخلات **input variable**

e_t: التشويش الابيض **white noise** ، والذي من المفترض ان يتبع عملية **ARMA(p,q)** الثابتة والمعكوسة

$$\varphi(B)e_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

اذ ان

$$\varphi(B) = 1 - \sum_{i=1}^{p} \varphi_i B^i \qquad \dots(21)$$

$$\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots \dots \dots . \varphi_p)^T$$

$$\theta\,(B) = 1 - \sum_{j=1}^{q} \theta_j B^j \qquad \dots(22)$$

$$\theta = (\theta_1, \theta_2 \dots \dots \dots \theta_q)^T$$

وهذا يؤدي الى

$$\beta = (\varphi_1, \varphi_2, \dots \dots \varphi_p, \theta_1, \theta_2, \dots \dots \theta_q)^T$$

ويفترض ان يكون كلا المتغيرات e_t و X_t مستقلين ، وهذا يضمن الاستقلالية بين e_t و Y_t .

ومن خلال افتراض e_t بانه يسلك عملية **ARMA(p,q)** يتم ازالة الارتباط الذاتي من البيانات بحيث يمكن تقدير $g(.)$ بشكل اكثر كفاءة .

وان كلا من $g(.)$ و β يمكن تقديرها من خلال الحل التكراري والعددي للدالة اللاخطية الاتية[18]

$$\inf_{g,\beta} \sum_{t=1}^{n} \{Y_t - g(X_t) + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1\right] [Y_t - g(X_t)]\}^2 \qquad \dots.(23)$$

اذ ان

$\beta \in R^{p+q}$ و g تحقق شروط الاستقرارية والأنعكاسية

4-1 **طرائق تقدير دالة التحويل اللامعلمية**

يتم تقدير دالة التحويل من خلال طرائق التمهيد اللامعلمية وكالاتي :

1- طريقة التقدير بأستعمال ممهد الانحدار الخطي الموضعي

Local Linear Regression Estimation Method

يمثل ممهد الانحدار الخطي الموضعي من الممهدات اللامعلمية التي تمتلك عدة مميزات تجعلها مميزه عن بقية الممهدات ومنها قدرته على التكيف مع التصاميم العشوائية والثابته وكذلك قدرته التقاربيه العاليه بين جميع مقدرات **kernel** والسلاسل المتعامدة وطرائق الشرائح التمهيدية [8]. ان بناء متعدد الحدود الموضعي وبأفتراض ان المشتقة الثانية لـ $g(X_t)$ موجودة وهذا يتطلب ايجاد قيم a, b التي تعمل على تقليل المعادلة[9]:

$$\sum_{t=1}^{n} \{Y_t - a - b(X_t - x\}^2 K_h(X_t - x) \qquad \dots(24)$$

اذ ان

b : هو مقدر المشتقه الاولى لدالة $g(X_t)$

a : مقدر دالة $g(X_t)$

$$\hat{g}(X_t) = \hat{a} = \frac{\sum_{t=1}^{n} W_t Y_t}{\sum_{t=1}^{n} W_t} \qquad \dots(25)$$

اذ ان

$$K_h(.) = h^{-1} K(\cdot/_h)$$

$k(.)$: هي دالة **kernel**

و ان

$$w_n = K\left(\frac{x - X_t}{h}\right) \; [s_{n,2} - (x - X_t) s_{n,1}] \qquad \dots(26)$$

اذ ان

h : معلمة التمهيد او معلمه عرض الحزمة

$$s_{n,u}(x) = \sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x - X_t}{h}\right)(x - X_t)^u \qquad u = 1,2 \qquad \dots (27)$$

بعد ذلك يتم تعويض المعادلة (24) في المعادلة (23) فيتم الحصول على:

$$\inf_{g,\beta} \sum_{t=1}^{n} \{[Y_t - a - b(X_t - x)] + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1\right][Y_t - g(X_t)]\}^2 \; k_h(X_t - x)$$

... (28)

اما معلمات انموذج **ARMA** اللاخطي والمتمثلة بـ (θ , φ) فيتم حلها بشكل تكراري وعددي [18] على اساس خوارزمية **Gauss-Newton** وبذلك يتم الحصول على صيغة نهائية التي من خلال تقليلها يتم تقدير كلا من β و $g(X_t)$ و كالاتي:-

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=m}^{n}\Bigg[Y_t - a - b(X_t - x_j) + \sum_{L=1}^{t-1} \pi_{i=1}^{0} e_{t-L} \sum_{i=1}^{\rho}\sum_{L=0}^{t-i-1} \zeta_i^0 \; e_{t-j-L}\,\Delta\varphi_i + \sum_{i=1}^{q}\sum_{L=0}^{t-i-1} \psi_i^0 \; e_{t-j-L}\,\Delta\theta_i\Bigg]^2 k_h(X_t - x_j) \qquad \dots. (29)$$

ويمكن ان نتوصل الى صيغة عامه لتقدير أنموذج دالة التحويل اللامعلمية وحسب الاتي :

$$\hat{Y}_t = g(X_t) + \varepsilon_t - \sum_{i=t}^{\infty} \pi_i e_{t-i} + \sum_{i=1}^{t-1} \pi_i \,[g(X_{t-i}) - \hat{g}(X_{t-i})] + \sum_{i=1}^{t-1} (\hat{\pi}_i - \pi_i)[g(X_{t-i}) - \hat{g}(X_{t-i}) + e_{t-i}] \qquad \dots (30)$$

يمكن تقدير متجه معلمات β اللاخطية و $g(X_t)$ باستعمال الخوارزمية التالية للتقدير اللاخطي باستعمال ممهد الانحدار الخطي الموضعي وعلى النحو الاتي [18]:

1- الحصول على تقدير اولى $\hat{g}(X_t)$ بأستعمال طريقة الانحدار الخطي الموضعي **LLR** مع تجاهل الارتباط المتسلسل في e_t

2- الحصول على تقدير اولى لـ $\hat{\beta} = (\hat{\varphi}, \hat{\theta})$ من خلال تقليل المقدار الاتي :

$$\sum_{t=1}^{n} \left\{\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} [Y_t - \hat{g}(X_t)]\right\}^2$$

بالنسبة الى θ و φ

3- يتم تقدير (a, b) من خلال تقليل المقدار الاتي :

$$\sum_{t=1}^{n}\left\{Y_t - a - b(X_t - X_j) + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1\right][Y_t - \hat{g}(X_t)]\right\}^2 K_h(X_t - X_j)$$

4- بعد الحصول على $(\hat{a}, \hat{b})$ يتم تقدير β من خلال تقليل المقدار الاتي :

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{n}\left\{Y_t - \hat{a} - \hat{b}(X_i - X_j) + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1\right][Y_t - \hat{g}(X_t)]\right\}^2 K_h(X_t - X_j)$$

2 - طريقة التقدير بأستعمال ممهد الشريحة التكعيبية [6] [13] :

وهي من الطرائق التي تستعمل لإيجاد تقدير الدوال المراد تمهيدها. والفكرة الاساسية لهذا المقدر هو ايجاد مقدر دالة تمهيدي الذي يعمل على تقليل مجموع مربعات البواقي الجزائية (**penalized residual sum of squares**) مضاف اليها حد الجزاء (**roughness penalty**) وتكون بالشكل الاتي:-

$$\sum_{t=1}^{n}[Y_t - g(X_t)]^2 + \lambda\int_a^b [\acute{g}(X)]^2 d_x \qquad \dots(31)$$

اذ ان

الجزء الاول من المعادلة المذكورة اعلاه يشير الى مجموع مربعات البواقي (**Rss**)

λ: معلمة التمهيد او معلمة الجزء $\lambda > 0$

والجزء الثاني من المعادلة يشير الى حد الجزاء غير الممهد (**roughness penalty**) ويكون مرجح λ يزداد مع زيادة معلمة التمهيد، اذ يصبح كبير عندما $\lambda \to \infty$ فان المقدر يكون عباره عن مجموع مربعات البواقي وبذلك فأن تقدير الشريحة سوف يكون ثابت [7] ، اما عندما $\lambda \to 0$ فأن مجموع مربعات البواقي سيوضح البيانات اي ان حد الجزاء سيختفي ومنها فان معلمة التمهيد تلعب دوراً رئيساً في السيطرة على المفاضلة بين حسن المطابقة (**the goodness of fit**) والمتمثل بواسطة (**smoother**) والذي تم قياسه بواسطة المقدار الاتي :

$$\left[\int_a^b [\acute{g}(X_t)]^2 d_X\right]$$

وان الشرط الضروري لدالة (**g**) ان تكون قابلة للاشتقاق مرتين وامكانية التكامل لمربع المشتقة الثانية .

اذ يكون الفرق بين شرائح التمهيد **Smoothing Spline** و شرائح الانحدار**Regression Spline** في الشرائح التمهيدية تكون العقد هي عدد مشاهدات السلسلة المدروسة اي ان (**knot =n**) اما شرائح الانحدار يتم استعمالها عندما تكون عدد المشاهدات كبير اذ يكون من الصعب تطبيق شرائح التمهيد و يكون اختيار العقد بشكل اختيار اذ تكون العقد اقل من المشاهدات قيم السلسلة الزمنية بسبب حذف العقد غير الاساسية (**knot< n**) [7] [12]، ان طريقة حل الجزء غير الممهد تم اقتراح كل من **SILVERMAN & GREEN** [13] (**1994**) طريقة لحساب الجزء غير ممهد وكما يأتي[22]:

نفرض لدينا **n** من مشاهدات قيم السلسلة الزمنية $(X_1, X_2, \dots X_n)$ في الفترة الزمنية **[a, b]** ، فان g تشير الى الشريحة التكعيبية اذا تحقق الشرطين الآتيين :

1.في الفترة $(a, X_1), (X_1, X_2) \dots (X_n, b)$ **فان الدالة g تكون شريحة تكعيبية متعددة الحدود Spline polynomial cubic .**

2.ان متعددة الحدود القطعية polynomial pieces تكون مناسبة عند النقطة X_t للمشتقة الاولى والثانية للدالة g ومستمرة في نقاط X_t ، اي ان g تكون مستمرة عند $[a, b]$

والتقدير دالة التحويل اللامعلمية تعوض المعادلة (28) بالمعادلة (36) فنحصل على الصيغة الاتية:-

$$inf_{g,\beta} \sum_{t=1}^{n} \left[[Y_t - g(X_t)]^2 + \lambda \int_a^b [g(X_t)'']^2 \, d_x + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1 \right] [Y_t - g(X_t)]^2 \right] \dots (32)$$

اما بالنسبة الى معلمات (ARMA) فيتم تقديرها بطريقة كاوس نيوتين كما في الطريقة السابقة وتكون صيغتها النهائية بالشكل الاتي:-

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{t=m}^{n} \left[[Y_t - g(X_t)]^2 + \lambda \int_a^b [\acute{g}(X)]^2 d_x + \sum_{L=1}^{t-1} \pi_{i=1}^{0} e_{t-L} \sum_{i=1}^{p} \sum_{L=0}^{t-i-1} \zeta_i^0 \, e_{t-j-L} \, \Delta\varphi_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{L=0}^{t-i-1} \psi_i^0 \, e_{t-j-L} \, \Delta\theta_i \right]^2$$

اذ نعمل على تقليل المعادلة اعلاه من اجل تقدير $g(.), \beta$

يمكن تقدير متجه معلمات β اللاخطية و $g(X_t)$ باستعمال الخوارزمية التالية للتقدير اللاخطي باستعمال ممهد الشريحة التكعيبية وعلى النحو الاتي:

1- الحصول على تقدير اولي $\hat{g}(X_t)$ بأستعمال طريقة الشريحه التمهيدية مع تجاهل الارتباط المتسلسل في e_t

2- الحصول على تقدير اولي للـ $\hat{\beta} = (\hat{\varphi}, \hat{\theta})$ من خلال تقليل المقدار الاتي :

$$\sum_{t=1}^{n} \left\{ \frac{\varphi(B)}{\theta(B)} [Y_t - \hat{g}(X_t)] \right\}^2$$

بالنسبة الى θ و φ

3- يتم تقدير كلا من $g(X_t)$, β من خلال تقليل المقدار الاتي :

$$\sum_{t=1}^{n} \left[[Y_t - g(X_t)]^2 + \lambda \int_a^b [g(X_t)'']^2 \, d_x + \left[\frac{\varphi(B)}{\theta(B)} - 1 \right] [Y_t - g(X_t)]^2 \right]$$

5-الجانب التجريبي (المحاكاة)

تم في هذا المبحث استعمال الاسلوب التجريبي (المحاكاة) في مقارنة طرائق التقدير المعلمية واللامعلمية لانموذج دالة التحويل لبيان افضل الطرائق المستعملة والتي تمثل البيانات تمثيلا" سليما" .

5-1وصف تجربة المحاكاة

تم اعداد البرنامج بلغة **R** ، لغرض محاكاة التجارب المطلوب دراستها اذ تم تنفيذ تجارب المحاكاة بأستعمال ثلاث حجوم لعينات **(n=40,60,100)** وبتكرار مقداره **500** لكل تجربة وتم توليد البيانات بافتراض ان $X_0 = Y_0 = e_0 = 0$ وكما يأتي[18] :

1.متغير المدخلات X_t تم توليده على اساس الانموذج الاتي :

$$x_t = 0.3x_{t-1} + a_t$$
$$a_t \sim N(0,1)$$

2.الخطأ العشوائي الذي يتبع انموذج **ARMA** يتم توليده وفق النماذج الاتية :

الدالة الاولى $$e_t = 0.18e_{t-1} + \varepsilon_t + 0.2\varepsilon_{t-1}$$

الدالة الثانية $$e_t = 0.5e_{t-1}\exp(-e_{t-1}^2) + \varepsilon_t$$

اذ ان

ε_t : متغير عشوائي يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط (0) وتباين (0.5)

$$\varepsilon_t \sim N(0,0.5)$$

3.متغير المخرجات تم توليده وفق النماذج الاتية :

$$1- \quad Y_t = X_t + X_{t-1}\exp(-X_{t-1}^2) + e_t$$
$$2- \quad Y_t = 2\cos(X_{t-1}) + e_t$$

4. يتم اختيار معلمة التمهيد الخاصة بمقدر الانحدار الخطي الموضعي **Local Linear Regression Estimator (LLR)** باستعمال طريقة **(plugin)**اما مقدر الشريحة التمهيدية التكعيبية **Smoothing Cubic Spline (C.S.S)** فقد تم اختيار معلمة التمهيد بأستعمال طريقة **(GSV)**

5-2 نتائج تجارب المحاكاة

التجربة الاولى: وفي هذه التجربة يتم توليد الخطأ العشوائي حسب الدالة الاولى عند حجم عينة **(n=100,150,200)** ولجميع نماذج توليد متغير وتكون النتائج كما في الجداول الاتية :

جدول رقم (1) يبين متوسط مربعات الخطأ **MSE** لانموذج الاول للتجربة الاولى

N	N.F.T	L.L.R	C.S.S
100	5.20515	1.572403	1.442139
150	5.50874	3.90814	1.153635
200	4.75264	0.904941	1.29797

جدول رقم (2) يبين متوسط مربعات الخطأ MSE لانموذج الثاني للتجربة الاولى

n	N.F.T	L.L.R	C.S.S
100	6.706282	1.557092	1.329751
150	2.463101	1.681587	0.9428134
200	3.661123	1.92439	1.739879

- تفسير نتائج التجربة الاولى :

تفسيرات جدولين (1) (2) الخاص بقيم (MSE) لكل من المقدرات ولجميع احجام العينات في حال توليد الخطأ العشوائي حسب الدالة الاولى للانموذجين الاول والثاني : -

1- اظهرت النتائج ان مقدر C.S.S في الجدول رقم (1) هو افضل عند حجم العينات (100,150) اما عند حجم عينة (200) فان مقدر (LLR) هو الافضل اما في الجدول رقم (2) اثبت ان المقدر (CSS) كفاءته عند مقارنته مع بقية المقدرات ولجميع احجام العينات المستعملة يليه مقدر L.L.R

2- كما اظهرت النتائج بان انموذج دالة التحويل اللامعلمية عند استعمال مقدر C.S.S هو الافضل من انموذج دالة التحويل المعلمية N.F.T ولجميع العينات المستعملة .

التجربة الثانية:وفي هذه التجربة يتم توليد الخطأ العشوائي حسب الدالة الثانية عند حجم عينة (n=100, 150, 200) ولجميع نماذج توليد متغير كما في الجداول الاتية:

جدول رقم (3) يبين متوسط مربعات الخطأ MSE لانموذج الاول للتجربة الثانية

n	N.F.T	L.L.R	C.S.S
100	5.39251	3.504908	1.130312
150	4.50962	0.9030895	0.9271312
200	4.82642	1.50824	1.427951

جدول رقم (4) يبين متوسط مربعات الخطأ MSE لمقدرات الانموذج الثاني

n	N.F.T	L.L.R	C.S.S
100	6.082426	1.439135	1.091632
150	7.254441	1.505705	1.105043
200	6.889626	1.482624	1.040659

- تفسير نتائج التجربة الثانية :
تفسيرات جدولين (3) (4) الخاص بقيم (MSE) لكل من المقدرات ولجميع احجام العينات في حال توليد الخطأ العشوائي حسب الدالة الثانية للانموذجين الاول والثاني :-
1- اظهرت النتائج في الجدول رقم (3) ان مقدر C.S.S هو افضل عند حجوم العينات (100,200) بينما عند حجم عينة (50) فان مقدر (LLR) هو الافضل اما في الجدول رقم (4) حقق المقدر (CCS) افضليته عند جميع احجام العينات المستعملة يليه مقدر R.L.L .
2- اثبتت النتائج بان انموذج دالة التحويل اللامعلمية عند استعمال مقدر C.S.S هو الافضل من انموذج دالة التحويل المعلمية N.F.T ولجميع العينات المستعملة .
3- يوجد تذبذب في قيمة MSE لجميع المقدرات مع تزايد حجم العينات لجميع المقدرات المستعملة .

6-الاستنتاجات

بناءا على ما تم تحليله من نتائج المحاكاة وفقا لانموذج دالة التحويل اللاخطية لامعلميه ودالة التحويل اللاخطية معلميه ولجميع الحالات الاخرى تم التوصل الى الاستنتاجات الاتية :-
1- مقدر الشريحة التكعيبية C.S.S هو الافضل عند مقارنته مع بقية المقدرات ولمعظم العينات المدروسة .
2- عند المقارنة بين انموذج دالة التحويل اللاخطية لامعلمية ودالة التحويل اللاخطية معلمية تبين ان انموذج دالة التحويل اللاخطية لامعلمية باستعمال مقدر C.S.S هي الافضل .
3- تم التوصل من خلال ملاحظة نتائج المحاكاة ان هنالك تفاوت في قيم (MSE) للمقدرات المدروسة ولمعظم احجام العينات ويعود ذلك الى ان التقدير يكون للنموذج وليس للمعلمات.

المصادر

مصادر عربية

1- ابراهيم ، محمد ابراهيم (2015) " دارسة مقارنة للتنبؤ بالسلاسل الزمنية متعددة المتغيرات بإستخدام نموذجي دالة التحويل و الشبكات العصبية الاصطناعية " إطروحة دكتوراه في الاحصاء التطبيقي، كليه الدارسات العليا ، جامعة السودان للعلوم والتكنلوجيا
2- عيسى ، جمان عمران (2014) "استعمال دالة التحويل غير الخطية للتنبؤ بكدرة مياه نهر دجلة في مدينة بغداد " رسالة ماجستير في الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .
3- محمد، منعم عزيز، (2011) "التحميل و التنبؤ بأستخدام السلاسل الزمنية" جامعة السليمانية .

المصادر الانكليزية

4- Chris Chatfield ,(2000) " TIME-SERIES FORECASTING " International Standard Book Number 1-58488-063-5 , Library of Congress Card Number 00-050843 Printed in the United States of America

5- DOUGLAS C. M, CHERYL L. J, MURAT. K (2008). " Introduction to Time Series Analysis and Forecasting" by John Wiley & Sons. Inc.

6- Dursun Aydin , Memmedaga Memmedli &, Rabia Ece Omay (2013) "Smoothing Parameter Selection for Nonparametric Regression Using Smoothing Spline" EUROPEAN JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS , Vol. 6, No. 2, PP.222-238

7- Dursun Aydin, (2007) " A Comparison of the Nonparametric Regression Models using Smoothing Spline and Kernel Regression" International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering Vol:1, No: 12. PP 588- 592.

13. Fan,J.(1992)." Design Adaptive Nonparametric Regresson". Journal of the American Statistical Association، Vol. 87, No. 420.PP,998-1004
8- Fan,J.(1993). " Local Linear Regresson Smoothers and Their Minimax Efficiency ".The Annals of Statistics, vol. 21-pp 196-216.
9- Gde Palguna . R and Suhartono , (2015) " Inflow and outflow forecasting of currency using multi-input transfer function" , Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, vol.11, NO.11, PP1265-1279
10- George E. P. Box ,Gwilym M. Jenkins and Gregory C. reinsel (2008) "Time Series Analysis,Forcasting and Control" ajonywiley & sons,inc.,.
11- Germ´an Rodríguez (2001) “Smoothing and Non-Parametric Regression” Princeton University
12- GREEN.P.J & SILVERMAN. B. W. (1994) " Nonparametric Regression and Generalized Linear Models " A ROUGHNESS PENALTY APPROACH , CHAPMAN & HALL, London.
13- Henrik Madsen and Jan Holst (2006) "Modelling Non-Linear and Non Stationary Time Series".
14- Jeh-Nan Pan , Pin. K , Abraham. B, Jia-Xiang Lu (2014) " Prediction of energy’s environmental impact using a three-variable time series model" Expert Systems with Applications ,vol.41 ,PP1031–1040.
15- John Carlo P. Daquis and Erniel B. Barrios (2013) "Nonparamatric Transfer function Models with Localized Temporal Effect" ,vol.62 , No.1, pp.1-
16- Jun M. Liu (2009) "Nonlinear Forecasting Using Nonparametric Transfer Function Models" WSEAS Transactions on Business and Economics, Vol,6. Is.5 PP.208-218 .
17- Jun M.Liu,Rong Chen,and Qiwei Yao (2011) "Nonparametric Transfer Function Models" Vol.157, No .1, PP.151–164.
18- Luigi Carassale, M.ASCE and Ahsan Kareem, Dist.M.ASCE (2010)" Modeling Nonlinear Systems by Volterra Series" Journal of Engineering Mechanics, Vol. 136, No. 6, PP. 801-818.
19- Pong-wai Lai , (1979) " TRANSFER FUNCTION MODELLING RELATIONSHIP BETWEEN TIME SERIES VARIABLES " ISSN 0306 6142, ISBN 0 86094 029 2.
20- Rong Chen & Ruey S. Tsay (1996)" Nonlinear transfer functions", Journal of Nonparametric Statistics,Vol. 6, PP.193-204.
21- NOOR AKMA IBRAHIM, SULIADI(2009) “Nonparametric Regression for Correlated Data” Issue 7, Volume 8 , ISSN: 1109-2769.
22- Xiao lei Zhang and Zhen He (2012) " An Integrated SPC-EPC Study Based on Nonparametric Transfer Function Model" Applied Mathematics & Information Sciences An International Journal , Vol.6 , No.3 ,PP.795-786

Using simulation to compare between parametric and nonparametric transfer function model

ABSTRACT

In this paper, The transfer function model in the time series was estimated using different methods, including parametric Represented by the method of the Conditional Likelihood Function, as well as the use of abilities nonparametric are in two methods local linear regression and cubic smoothing spline method، This research aims to compare those capabilities with the nonlinear transfer function model by using the style of simulation and the study of two models as output variable and one model as input variable in addition to generating random error in the model of the transfer function model that follows the ARMA model by two functions and a variation (0.5) at sample sizes (n = 100,150,200) The results showed the superiority of the nonparametric transfer function model at the cubic smoothing spline estimator C.S.S On the nonlinear and nonparametric transfer function model.

Key words: nonparametric transfer function model , parametric transfer function model, voltera series ,local linear regression ,cubic smoothing spline

المحلق

علما ان تفسير الرموز في الجداول كانت :

N.F.T	**Nonlinear Transfer Function**	**دالة التحويل اللاخطية**
L.L.R	**Local Linear Regression Estimator**	**مقدر الانحدار الخطي الموضعي**
C.S.S	**Cubic Smoothing Spline**	**مقدر الشريحة التكعيبية**