أنموذج الأوساط المتحركة غير الطبيعي من الدرجة الثانية

(دراسة محاكاة)

Non- Gaussian moving average model from second order (simulation study)

الأستاذ المساعد

محمد قدوري عبد

كلية المنصور الجامعة

Mqadory@yahoo.com

المدرس المساعد

وضاح صبري إبراهيم

كلية الإدارة والاقتصاد\الجامعة المستنصرية

Hellw_274@yahoo.com

المستخلص : Abstract

هذا البحث يستعرض تأثير (المعلمة المقدرة , حجوم العينات , توزيع الخطأ العشوائي) لأنموذج الأوساط المتحركة غير الطبيعي من الدرجة الثانية MA(2) وتتبع هذا التأثير من خلال احتساب متوسط الخطأ النسبي المطلق المئوي MAPE لمعالم الأنموذج وباستخدام اسلوب المحاكاة.

واهم الاستنتاجات كانت:

أن المعالم المقدرة لأنموذج MA(2) قيم سالبة ومهما كانت إشارة القيمة الأولية لها, وان قيم($\hat{J}_i$) MAPE تتناقص تدريجيا كلما ازدادت حجوم العينات وبغض النظر عن توزيع الأخطاء العشوائية سواء كانت متقطعة او مستمرة وان قيم MAPE($\hat{J}_i$) للأنموذج في حالة توزيع Poisson اكبر من قيم MAPE($\hat{J}_i$) لجميع التوزيعات الاخرى.

أولاً : المقدمة[7],[8],[11],[12] Introduction

تتبع العديد من الظواهر سواء كانت اقتصادية او اجتماعية او حتى من العلوم الصرفة في سلوكها السلاسل الزمنية. فالسلاسل الزمنية هي مجموعة من القيم المشاهدة لظاهرة معينة لمدة من الزمن في فترات زمنية متساوية, أي يمكن اعتبار السلسلة الزمنية علاقة دالية بين متغيرين هما قيمة الظاهرة والزمن على شكل $y=f(t)$ حيث ترمز y إلى قيمة الظاهرة وان t هي الفترة الزمنية.

ادعى Joseph forier في عام 1807 ان اية سلسلة زمنية يمكن تبسيطها على شكل مجموعة حدودها تتضمن الجيب والجيب تمام وسميت بسلسلة Forier ومن هذا التاريخ بدأ الاهتمام بدراسة السلاسل الزمنية.

درس الباحث slatsky في عام 1937 أنموذج الأوساط المتحركة Moving Average Model من الرتبة q .

في حين اقتراح Watts مع Box وكذلك Jenkins مع Box في الفترة (1968-1970) أنماذج السلاسل الزمنية ووضعا صيغاً حسابية لمراحل تحديد وتقدير واختبار هذه الأنماذج والتنبؤ بها.

في بحث لكل من Shimizm واخرون، (2006) قاموا باكتشاف الاسباب الكاملة حول هيكلية قيم البيانات المستمرة، تحت فرضيات معينة من ضمنها متغيرات للتوزيعات غير الطبيعية وتباين لا يساوي صفر.

ثانياً : هدف البحث :

يهدف البحث الى دراسة وتحديد تأثير (المعلمة المقدرة بطريقة Iterative process , حجوم العينات , توزيع الخطأ العشوائي) لأنموذج الأوساط المتحركة غير الطبيعي من الدرجة الثانية باستخدام أسلوب المحاكاة.

ثالثاً: أنموذج الاوساط المتحركة من الدرجة الثانية :

The Second Order Moving Average

MA(2)

1- وصف الأنموذج[1],[2]:

باستخدام عامل الإزاحة الخلفي B في الصيغة الآتية :

$$X_t = J(B)a_t \quad ....(1)$$

وبما أن $J(B)$ يمكن كتابته بالشكل الآتي:

$$(B) = 1 - J_i B^1 - J_2 B^2 \quad ....(2)$$

وبتعويض (2) في (1) ينتج:

$$X_t = (1 - J_i B^1 - J_2 B^2)a_t$$

$$X_t = a_t - J_i B^1 a_t - J_2 B^2 a_t$$

$$\because \; B^j a_t = a_{t-j}$$

إذن تكون الصيغة العامة لأنموذج الأوساط المتحركة من الدرجة الثانية MA(2) بالشكل الأتي :

$$X_t = a_t - J_i a_{t-1} - J_2 a_{t-2} \quad ....(3)$$

حيث ان :

قيم مشاهدات السلسلة الزمنية = X_t

معالم أنموذج الأوساط المتحركة $J_i \quad , i = 1,2$

الخطأ العشوائي $a_{t-i} \quad , i = 0,1,2$

2- الخصائص النظرية للأنموذج[2],[10]:

أ – الانعكاسية Inevitability:

كي تتحقق الانعكاسية يشترط ان تكون جذور المعادلة رقم (2) تساوي صفر خارج دائرة الوحدة Unit Circle أي أن:

$$\left.\begin{array}{l} J_2 + J_1 < 1 \\ J_2 - J_1 < 1 \\ -1 < J_2 < 1 \end{array}\right\} \quad ....(4)$$

ب – التباين المشترك الذاتي Auto covariance:

$$X_t = a_t - J_i B^1 a_t - J_2 B^2 a_t$$

$$E(X_t X_{t-k}) = E(a_t - J_i a_{t-1} - J_2 a_{t-2})(a_{t-k} - J_i a_{t-k-1} - J_2 a_{t-k-2})$$

$$g(B) = s_a^2 (1 - J_i B - J_2 B^2)(1 - J_i B^{-1} - J_2 B^{-2})$$

$$= s_a^2 (-J_2 B^{-2} - J_1(1-J_1)B^{-1} + (1 + J_1^2 + J_2^2) - J_1(1-J_2)B - J_2 B^2)$$

ان الصيغة العامة للتباين المشترك الذاتي لأنموذج الأوساط المتحركة من الدرجة الثانية يمكن كتابتها بالشكل الأتي:

$$g_k = \begin{cases} (1+J_1^2+J_2^2)s_a^2 & ,k=0 \\ -J_1(1-J_2)s_a^2 & ,k=1 \\ -J_2 s_a^2 & ,k=2 \\ 0 & ,k>2 \end{cases} \qquad ....(5)$$

ج – الارتباط الذاتي : **Autocorrelation**

يمكن كتابة الصيغة العامة لدالة الارتباط الذاتي لأنموذج الأوساط المتحركة من الدرجة الثانية بالشكل الأتي:

$$\int_k = \begin{cases} 1 & ,k=0 \\ \dfrac{-J_1(1-J_2)}{1+J_1^2+J_2^2} & ,k=1 \\ \dfrac{-J_2}{1+J_1^2+J_2^2} & ,k=2 \\ 0 & ,k\geq 3 \end{cases} \qquad ....(6)$$

3– تقدير معالم النموذج[(3),(6)] :

لا يمكن استخدام الطرائق التقليدية في تقدير معالم أنموذج الأوساط المتحركة من الدرجة الثانية لأنه غير خطي Non – linear في معالمه.

تم استخدام طريقة Iterative process لتقدير معالم الأنموذج MA(2) وعلى النحو الأتي:

نقدر s_a^2 وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{s}_a^2 = \frac{c_0}{1+J_1^2+J_2^2} \qquad ....(7)$$

ان نعوض في المعادلة (7) قيمة أولية مقدارها صفراَ للمعلمتين J_1, J_2 وهذا يعني إننا نجعل $\hat{s}_a^2 = c_0$ ومن ثم نقدر المعالم وفق الصيغ الآتية:

$$\hat{J}_1 = -\left[\frac{c_1}{\hat{s}_a^2} - \hat{J}_1 \hat{J}_2\right] \qquad \text{..........(8)}$$

$$\hat{J}_2 = -\left[\frac{c_2}{\hat{s}_a^2}\right] \qquad \text{..........(9)}$$

حيث أن:

$$C_k = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-k} X_t X_{t-k} \qquad \text{.............(10)}$$

ونستمر بعملية التكرار حتى نحصل الى مرحلة الاستقرار في قيم المعالم (J_1, J_2).

رابعاً: المحاكاة[(5),(9)] Simulation

تم تصميم (6) تجارب للمحاكاة لتكرار 1000 مرة ولإحجام عينات (n=50 , 100 , 150) وتم تقدير معالم أنموذج MA(2) بطريقة Iterative process وان الأخطاء العشوائية للأنموذج MA(2) تتوزع توزيعا متقطعاَ (ثنائي الحدين Binomial, بواسون Poisson) او توزيعاَ مستمراَ (كاماGamma, بيتا Beta, لوجستك Logistic, لابلاس Laplace) وبعد تقدير المعالم تم احتساب متوسط الخطأ النسبي المطلق المئوي MAPE (Mean Absolute Percentage Error) لمعالم الأنموذج المقدرة لان هذا المقياس يفضل استخدامه في حالة عدم تساوي العينات ووفق الصيغة الآتية:

$$MAPE(\hat{J}_t) = \frac{1}{k}\sum_{k=1}^{k}\left|\frac{J - \bar{J}_k}{J}\right| * 100 \qquad ....(11)$$

وتم استخدام لغة فجول بيسك (Visual Basic) لكتابة البرنامج للمحاكاة.

جدول (1)

يبين صيغ توليد الأخطاء العشوائية a_t للتوزيعات المتقطع والتوزيعات والمستمرة[4]

Distribution	Formula
Binomial (n,p)	$a_t = \begin{cases} 1 & if \quad 0 < u \le p \\ 0 & if \quad p < u \le 1 \end{cases}$
(l) Poisson	$a_t = \begin{cases} 1,2,...... & if \quad -\ln\prod_{i=1}^{n} u_i < l \le -\ln\prod_{i=1}^{n+1} u_i \\ 0 & if \quad -\ln u > l \end{cases}$
(a, b) Gamma	$a_t = -b \ln(\prod_{i=1}^{n} u_i)$
(a, b) Beta	$a_t = y_1/(y_1 + y_2)$ $y_1 = u_1^{\frac{1}{a}}$, $y_2 = u_2^{\frac{1}{b}}$, $y_1 + y_2 < 1$
(a, b) Logistic	$a_t = a - b \ln(\frac{1}{u} - 1)$
(a, b) Laplace	$a_t = a - b \ln[2(1-u)]$

وكانت النتائج المحاكاة كما في الجدول الآتي :

جدول (2)

يبين قيم MAPE لمعالم أنموذج MA(2) وحسب حجوم العينات والتوزيعات الإحصائية للأخطاء العشوائية وقيم المعالم الأولية المختلفة

n	$\hat{J}$	Binomial p=0.5		Poisson $l = o.5$		Gamma $a = 1, b = 2$		Beta $a = 1, b = 2$		Laplace $a = 1, b = 2$	
		$\hat{J}$	MAPE	$\hat{J}$	MAPE	$\hat{J}$	MAPE	$\hat{J}$	MAPE	$\hat{J}$	MAPE
50	$\hat{J}_1$	-.4413688	4.708744	-.4237301	23.48922	-.4421795	3.928445	-.4598638	3.079886	-.4320021	6.244084
	$\hat{J}_2$	-.8158567	5.19279	-.7170129	10.75573	-.8165697	4.514241	-.8817189	2.484909	-.7647222	6.33507
100	$\hat{J}_1$	-.4375271	2.740399	-.4299929	6.594653	-.4379008	2.757794	-.4623812	2.301987	-.4305743	4.114976
	$\hat{J}_2$	-.8309259	3.316353	-.7585607	6.454877	-.8318098	3.101192	-.8993562	1.465471	-.7839383	4.150723
150	$\hat{J}_1$	-.436199	2.169585	-.4295333	5.319707	-.43573	2.204368	-.4642513	1.987597	-.4318882	3.029287
	$\hat{J}_2$	-.840515	2.462955	-.7710792	4.840992	-.8393415	2.507644	-.9048452	1.141152	-.7874376	3.41006

<u>خامساً: ألاستنتاجات</u> **Conclusion**

1- إن جميع القيم التقديرية للمعالم الأنموذج MA(2) $\left(\hat{J}_1 , \hat{J}_2\right)$هي قيم سالبة مهما كانت إشارة المعالم للقيم الأولية.

2- إن قيم MAPE للمعالم الأنموذج MA(2) $\left(\hat{J}_1 , \hat{J}_2\right)$تتناقص تدريجياَ كلما ازداد حجم العينة ومهما كانت إشارة المعالم موجبة او سالبة ولجميع التوزيعات المتقطعة والمستمرة المذكورة في البحث.

3- وان قيم MAPE$\left(\hat{J}_i\right)$ للأنموذج في حالة توزيع Poisson اكبر من قيم MAPE$\left(\hat{J}_i\right)$ لجميع التوزيعات الاخرى.

سادساً: المصادر References

1- Box ,G. E. P & Jenkins, G. M.& Reinsel, G.C.(1994)“Time Forecasting and Control”, 3rd ed., Prentice- Series Analysis Hall, New Jersey.

2- Brockwell, P. J. & Davis, R. A.(1996)”Introduction to Time Series and Forecasting”, Spninger-Verlag, Berline, Germany.

3- Hamilton, J. D. (1994)”Time Series Analysis”, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

4- Nielsen, Henrik Aalborg and Madsen, Henrik – 2000 – (Heat Consumption in District Heating Predicting the Forecasts) – LATEX, IMM, Systems Using Meteorological DTU, Lyngby, http://www.imm.dtu.dk / ~han / pub / efp98.pdf-similar pages. PP.(29-41).

5- Morgan, B. J. T.(1984)”Elements of Simulation”, Chapman and Hall, London.

6- R. J. Hyndman. Time series data library, 2005. URL http://www-personal.buseco.monash.edu.au/˜hyndman/TSDL/. [June 2005].

7- S. Shimizu, A. Hyv¨arinen, Y. Kano, and P. O. Hoyer. Discovery of non-gaussian linear causal models using ICA. In Proc. the 21st Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-2005), pages 526–533, 2005.

8- Shohei Shimizu, Patrik O. Hoyer , Aapo Hyv¨arinen & Antti Kerminen, (2006) “A Linear Non-Gaussian Acyclic Model for Causal Discovery” Journal of Machine Learning Research 7 (2006)

9- Statistical Software Information, 2005. URL http://www-unix.oit.umass.edu/˜statdata/. [June 2005].

10- Wei, W. W. S.(1990)”Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods”, Addison Wesley Publishing Company Fnc., U.S.A.

11- Yaffee, R. A. & McGreen, M.(2000)” Introduction to Time Series and Forecasting”, Academic Press, San Diego.

12- Young, D. H. & Al-Soadi, S. DH.(1983) “Statistical Theory and Method, Vol.1, Al-Risala Presses, Al-Kwait.

Non- Gaussian moving average model from second order (simulation study)

Abstract :

This research aims to study a simulation for a non - Gaussian moving average model from second order MA(2) and to follow the influence of (parameter's estimated , samples’ size , and random error distribution) through the mean absolute percentage error MAPE for the sample's parameters.

The basic conclusions are :

The estimated parameters for the sample MA(2) are negative values whatever the sign of the initial value for it and the values MAPE ($\hat{J}_i$) are decreasing gradually whenever samples'sizes are increasing and regardless about the random errors distribution whether they are separated or continuous and the values MAPE ($\hat{J}_i$) for sample in Poisson distribution are bigger than the values MAPE ($\hat{J}_i$) of all the other distributions.