تحليل الحساسية في البرمجة الخطية

إضافة متغيرات جديدة وقيود جديدة في نفس الوقت

ا.م.د.عواد كاظم شعلان

تـــقديـــم

يعتبر تحليل الحساسية الحلقة الأهم في موضوع البرمجة الخطية ويهتم بتحديد المديات التي يبقى عندها الأساس(basis) لجدول الحل الامثل بدون تغيير لكل من الحالات الآتية (تغير الامكانات أو الموارد المتاحة (حدود القيود) تغير معاملات دالة الهدف (الأرباح أو الخسائر)، تغير المعاملات الفنية (معاملات المتغيرات في القيود)، إضافة متغيرات جديدة، إضافة قيود جديدة)[1] . ولم تناقش هذه المواضيع بصورة مجتمعة فيما ناقشت الدراسات موضوع التغيرات في معاملات دالة الهدف والتغيرات في حدود القيود في آن واحد[2] .

مشكلة البحث والهدف من البحث:

غالبا ما تتغير أكثر من معلمة من معلمات المشكلة وقد تدخل على المشكلة متغيرات جديدة مثل الحاجة إلى إنتاج منتج جديد أو حصول تغيرات

تستوجب استخدام الموارد المتاحة في مرافق إنتاجية قائمة أو مستحدثة وهو ما يستوجب دراسة هذه التغيرات مجتمعة لمعرفة الحاجة إلى تغيير أساس (basis) جدول الحل الامثل أو إبقاءه على ما هو عليه ويهدف هذا البحث إلى دراسة إضافة متغيرات جديدة وفرض قيود جديدة في نفس الوقت على مشكلة البرمجة الخطية.

الجانب النظري:

بغية عدم الإسهاب في هذا الموضوع لنفرض أن المطلوب هو تعظيم دالة الهدف لمشكلة البرمجة الخطية (١)؛

$$\begin{aligned} &\max z = \underline{C}^T \underline{X} \\ &s.t \qquad A\underline{X} \le b \qquad (1) \\ &\underline{X} \ge \underline{0} \end{aligned}$$

حيث؛

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ..... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ..... & a_{2n} \\ ..... & ..... & ..... & ..... \\ a_{m1} & a_{m2} & ..... & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\underline{X}^T = (X_1, X_2, ..., X_n)$$
$$\underline{C}^T = (C_1, C_2, ..., C_n)$$
$$\underline{b}^t = (b_1, b_2, ..., b_m)$$

والجدول ١ يوضح جداول الSimplex لهذه المشكلة؛

الجدول a-1 الصيغة المعيارية لجدول الSimplex لمشكلة تعظيم دالة الهدف

Z	1	$\underline{X}^T$	$\underline{S}^T$	$sol.$
$\underline{0}$	$\underline{S}$	A	I	$\underline{b}$
$Z_j -$	C_j	$-\underline{C}^T$	$\underline{0}^T$	0

والتي تعاد صياغتها بطريقة التجزئة كما في الجدول b-1

الجدول b-1 الصيغة المعيارية لجدول ألSimplex لمشكلة تعظيم دالة الهدف بعد التجزئة

Z	1	$\underline{X}_1^T$	$\underline{X}_2^T$	$\underline{S}_1^T$	$\underline{S}_2^T$	$sol.$
$\underline{0}_1$	$\underline{S}_1$	A_{11}	A_{12}	I_1	0	$\underline{b}_1$
$\underline{0}_2$	$\underline{S}_2$	A_{21}	A_{22}	0	I_2	$\underline{b}_2$
$Z_j -$	C_j	$-\underline{C}_1^T$	$-\underline{C}_2^T$	0_1^T	$\underline{0}_2^T$	0

حيث؛

X_1 المتغيرات الأساسية في جدول الحل الامثل،

X_2 المتغيرات الغير أساسية في جدول الحل الامثل.

وقد قسمت معلمات المشكلة بما يتناسب وتجزئة المتجه $\underline{X}$ إلى المتجهين $\underline{X}_1$ و$\underline{X}_2$.

وبضرب الجدول b-1 بالمصفوفة H_1 [3] ،

$$H_1 = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & 0 & 0 \\ -A_{21}A_{11}^{-1} & I_1 & 0 \\ \underline{C}_1^T A_{11}^{-1} & \underline{0}_1^T & 1 \end{bmatrix}$$

نحصل على الجدول ٢ الذي يمثل الحل الامثل (إن وجد) لهذه المشكلة.

الجدول ٢ الحل الامثل لمشكلة تعظيم دالة الهدف إن وجد

Z	1	$\underline{X}_1^T$	$\underline{X}_2^T$	$\underline{S}_1^T$	$\underline{S}_2^T$	$sol.$
$\underline{C}_1$	$\underline{X}_1$	I_1	$A_{11}^{-1}A_{12}$	A_{11}^{-1}	0	$A_{11}^{-1}\underline{b}_1$
$\underline{0}_2$	$\underline{S}_2$	0	$A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}$	$-A_{21}A_{11}^{-1}$	I_2	$\underline{b}_2 - A_{21}A_{11}^{-1}\underline{b}_1$
$Z_j -$	C_j	$\underline{0}_1^T$	$-\underline{C}_2^T + \underline{C}_1^T A_{11}^{-1}A_{12}$	$\underline{C}_1^T A_{11}^{-1}$	$\underline{0}_2^T$	$Z = \underline{C}_1^T A_{11}^{-1}\underline{b}_1$

وبعد الحصول على الحل الامثل كما في الجدول ٢ ظهرت مشكلتان هما: الحاجة إلى إدخال متغيرات جديدة $\underline{X}_3$ وإضافة قيود جديدة بنفس الوقت بحيث يمكن صياغة هذه المشكلة بشكلها الجديد كما في الجدول a-3 بطريقة التجزئة.

الجدول 3-a الصيغة القياسية لمشكلة البرمجة الخطية بعد إضافة متغيرات جديدة وقيود جديدة

Z	1	$\underline{X}_1^T$	$\underline{X}_2^T$	$\underline{X}_3^T$	$\underline{S}_1^T$	$\underline{S}_2^T$	$\underline{S}_3^T$	$sol.$
$\underline{0}_1$	$\underline{S}_1$	A_{11}	A_{12}	A_{13}	I_1	0	0	b_1
$\underline{0}_2$	$\underline{S}_2$	A_{21}	A_{22}	A_{23}	0	I_2	0	b_2
$\underline{0}_3$	$\underline{S}_3$	A_{31}	A_{32}	A_{33}	0	0	I_3	b_3
$Z_j -$	C_j	$-\underline{C}_1^T$	$-\underline{C}_2^T$	$-\underline{C}_3^T$	$\underline{0}_1^T$	$\underline{0}_2^T$	$\underline{0}_3^T$	0

في جدول ال Simplex

وبضرب الجدول 3-a بالمصفوفة H_2

$$H_2 = \begin{bmatrix} A_{11}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ -A_{21}A_{11}^{-1} & I_1 & 0 & 0 \\ -A_{31}A_{11}^{-1} & 0 & I_2 & 0 \\ \underline{C}_1^T A_{11}^{-1} & \underline{0}_2^T & \underline{0}_3^T & 1 \end{bmatrix}$$

نحصل على الجدول 3-b وهو ما يمثل تطبيقا لخطوات الحل بطريقة أل Simplex التي طبقت على الجدول ٢ مع توسيعها بما يتلاءم وتطبيقها على الجدول 3-a، وهذه المرحلة من الجدول 3-b ستكون المحور الذي يعتمده هذا البحث.

لا يختلف الجدول 3-b عن الجدول 2 سوى بوجود الحالات التالية:

١. الصف $\underline{S}_3$
٢. العمود $\underline{X}_3^T$
٣. العمود $\underline{S}_3^T$

وبذلك فأن تأثير إضافة قيود جديدة أو متغيرات جديدة يعالج من خلال تحليل الحساسية لهذه الأختلافات.

نتيجة ١ **

البرهان:جه الحاجة إلى تغيير أساس basis الحل الأمثل (تأثير القيود). $\underline{b}_{3.1} = \underline{b}_3 - A_{31} A_{11}^{-1} \underline{b}_1$

البرهان :

إذا كان تطبيق خطوات الحل بطريقة ألSimplex قد تم بصورة صحيحة يجب أن تكون جميع عناصر المتجه $\underline{b}_{3.1} \geq 0$ فإذا وجدت أحد القيم أقل من الصفر $b_{3.1j} < 0$ فهذا يعني إن هنالك خطا في تطبيق قاعدة (اصغر نسبة موجبة) التي يعتمد عليها في تحديد الصف الامثل (المتغير الخارج)، أي إن احد القيود الجديدة تؤثر على أساس basis الحل الامثل وهو ما يوجب إعادة الحل من جديد

نتيجة ٢:

** الباحث

يحدد المتجهان $\underline{b}_{3.1} \geq \underline{0}$ و $\underline{C}_{3.1} < \underline{0}$ - الحاجة إلى توسيع أساس basis الحل الامثل

حيث؛

$$\underline{b}_{3.1} = \underline{b}_3 - A_{31} A_{11}^{-1} \underline{b}_1$$

$$\underline{C}_{3.1} = \underline{C}_3 + \underline{C}_1^T A_{11}^{-1} A_{13}$$

البرهان:

إذا كانت عناصر المتجه $\underline{b}_{3.1} \geq \underline{0}$ (غير سالبة)؛ وكانت جميع عناصر المتجه $\underline{C}_{3.1} \geq \underline{0}$ - (غير سالبة)، فان الحل هو الحل الامثل.

اما إذا كان احد عناصر المتجه $\underline{C}_{3.1}$ - سالبة $C_{3.1j} < 0$ - فهذا يعني إن الحل غير امثل وان هنالك فرصة لدخول متغيرات جديدة من المتجه $\underline{X}_3$ في أساس basis الحل الأمثل .

من خلال [illegible] من ملاحظة الجدول b-3 يجدو واضحا وجوب حساب المتجهين $\underline{b}_{3.1}$ و $\underline{C}_{3.1}$ - ، فإذا كانت جميع عناصر المتجهين غير السالبة فان الجدول b-3 يمثل جدول الحل الامثل لمشكلة البرمجة الخطية بعد إضافة القيود الجديدة والمتغيرات الجديدة في نفس الوقت ويبقى أساس الحل الأمثل هو $\underline{X}_1$ وان جميع المتغيرات الجديدة $\underline{X}_3$ لا تدخل الحل الامثل، أي إن قيم هذه المتغيرات تساوي صفرا.

الجدول b-3 شكل جدول ألSimplex بعد تنفيذ الخطوات التي طبقت على الجدول b-1 على الجدول a-3.

Z	1	$\underline{X}_1^T$	$\underline{X}_2^T$	$\underline{X}_3^T$	$\underline{S}_1^T$	$\underline{S}_2^T$	$\underline{S}_3^T$	$sol.$
$\underline{C}_1$	$\underline{X}_1$	I_1	$A_{11}^{-1}A_{12}$	$A_{11}^{-1}A_{13}$	A_{11}^{-1}	0	0	$A_{11}^{-1}\underline{b}_1$
$\underline{0}_2$	$\underline{S}_2$	0	$A_{22}-A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}$	$A_{23}-A_{21}A_{11}^{-1}A_{13}$	$-A_{21}A_{11}^{-1}$	I_2	0	$\underline{b}_2-A_{21}A_{11}^{-1}\underline{b}_1$
$\underline{0}_3$	$\underline{S}_3$	0	$A_{32}-A_{31}A_{11}^{-1}A_{12}$	$A_{33}-A_{31}A_{11}^{-1}A_{13}$	$-A_{31}A_{11}^{-1}$	0	I_3	$\underline{b}_3-A_{31}A_{11}^{-1}\underline{b}_1$
Z_j-	C_j	0	$-\underline{C}_2^T+\underline{C}_1^TA_{11}^{-1}A_{12}$	$-\underline{C}_3^T+\underline{C}_1^TA_{11}^{-1}A_{13}$	$\underline{C}_1^TA_{11}^{-1}$	$\underline{0}_2^T$	$\underline{0}_3^T$	$\underline{C}_1^TA_{11}^{-1}\underline{b}_1$

إما إذا كانت بعض قيم المتجه $\underline{b}_{3.1}$ سالبة يجب إعادة الحل لان للقيود الجديدة تاثيرا على أساس الحل الامثل. إما إذا كانت بعض قيم المتجه $-\underline{C}_{3.1}$ سالبة وكانت جميع قيم المتجه $\underline{b}_{3.1} \geq \underline{0}$ موجبة فان بعض أو جميع المتغيرات الجديدة ستدخل الحل مما يؤدي إلى توسيع أساس basis الحل الامثل .

مثال ١:

مصنع ينتج ثلاث منتجات A, B, C يمر كل منتج بثلاث مراحل. الجدول ٤ يوضح عدد الساعات اللازمة لكل منتج في كل مرحلة، عدد الساعات المخصصة لكل مرحلة وربحية الوحدة الواحدة من كل منتج. والمطلوب تعظيم أرباح الإنتاج

الجدول ٤: الوقت اللازم للوحدة الواحدة من كل منتج الوقت المخصص لكل مرحلة وربيحة الوحدة الواحدة من كل منتج

المرحلة	المنتج			الوقت المخصص للمرحلة
	A	B	C	
١	٢	٢	٤	٨٤
٢	١	٠	٥	٩٠
٣	٢	٤	١	٥٦
ربحية الوحدة	١٠	٥٠	٣٠	

تصاغ هذه المشكلة كما في (٢)؛

$$
\begin{aligned}
&Max\ Z = 10X_1 + 50X_2 + 30X_3 \\
&s.t \qquad 2X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 84 \\
&\qquad\quad X_1 + 0X_2 + 5X_3 \leq 90 \qquad (2) \\
&\qquad\quad 2X_1 + 4X_2 + X_3 \leq 56 \\
&\qquad\quad X_1, X_2, X_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

والجدول a-5 يمثل جدول ألSimplex لهذه المشكلة فيما يمثل الجدول b-5 الحل الامثل لها.

الجدول 5-a جدول ألSimplex للمشكلة (٢)

	1	-10	-50	-30	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	b
0	S_1	2	2	4	1	0	0	84
0	S_2	1	0	5	0	1	0	90
0	S_3	2	4	1	0	0	1	56
Z-C		-10	-50	-30	0	0	0	0

الجدول 5-b جدول الحل الامثل للمشكلة ٢

	1	-10	-50	-30	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	B
30	X_3	0.29	0	1	0.29	0	-0.14	16
0	S_2	-0.43	0	0	-1.43	1	0.71	10
50	X_2	0.43	1	0	-0.07	0	0.29	10
Z-C		20	0	0	5	0	10	980

بعد الوصول إلى الحل الأمثل تقرر أن تكون هناك مرحلة إنتاجية رابعة للمنتجات أعلاه، بالإضافة إلى دراسة إمكانية إنتاج منتج جديد X4 يمر بأربعة مراحل إنتاجية. وفيما يلي أمثلة توضيحية للحالات التي تواجه هذه المتغيرات.

مثال ٢:

افرض إن المشكلة بصيغتها العامة كما في (٣):

$$
\begin{aligned}
Max\ Z &= 10X_1 + 50X_2 + 30X_3 + 32X_4 \\
s.t \quad & 2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2X_4 \le 84 \\
& X_1 + 0X_2 + 5X_3 + 4X_4 \le 90 \qquad (3) \\
& 2X_1 + 4X_2 + X_3 + 2X_4 \le 56 \\
& X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 \le 67 \\
& X_1, X_2, X_3, X_4 \ge 0
\end{aligned}
$$

الجدول 6-a يمثل جدول ألSimplex لهذه المشكلة والجدول 6-b يمثل حل هذه المشكلة كما لو أن X٤ والقيد الرابع لم يدخل في الحل الامثل ويظهر من الجدول 6-b إن المتغير X٤ سيدخل في أساس الحل الأمثل فيما يمثل الجدول 6-c الحل الامثل لها.

الجدول 6-a جدول ألSimplex للمشكلة (٣)

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
0	S_1	2	2	4	2	1	0	0	0	84
0	S_2	1	0	5	4	0	1	0	0	90
0	S_3	2	4	1	2	0	0	1	0	56
0	S_4	1	2	2	2	0	0	0	1	67
Z-C		-10	-50	-30	-32	0	0	0	0	0

الجدول 6-b جدول الحل قبل معالجة القيد الجديد والمتغير X4 للمشكلة (٣).

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
30	X_3	0.29	0	1	0.29	0.29	0	-0.14	0	16
0	S_2	-0.43	0	0	2.57	-1.43	1	0.71	0	10
50	X_2	0.43	1	0	0.43	-0.07	0	0.29	0	10
0	S_4	-0.43	0	0	0.57	-0.43	0	-0.29	1	15
Z-C		20	0	0	-2	5	0	10	0	980

الجدول c-6 جدول الحل الامثل للمشكلة (٣).

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
30	X_3	0.33	0	0	0	0.44	-0.11	-0.22	0	14.89
32	X_4	-0.17	0	0	1	-0.56	0.39	0.28	0	3.89
50	X_2	0.50	1	0	0	0.17	-0.17	0.17	0	8.33
0	S_4	-0.33	0	0	0	-0.11	-0.22	-0.44	1	12.78
Z-C		19.67	0	0	0	3.89	0.78	10.56	0	987.78

مثال ٣: افرض إن المشكلة بصيغتها العامة كما في (٤)؛

$$
\begin{aligned}
Max\ Z &= 10X_1 + 50X_2 + 30X_3 + 29X_4 \\
s.t \quad & 2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2X_4 \le 84 \\
& X_1 + 0X_2 + 5X_3 + 4X_4 \le 90 \qquad (4) \\
& 2X_1 + 4X_2 + X_3 + 2X_4 \le 56 \\
& X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 \le 45 \\
& X_1, X_2, X_3, X_4 \ge 0
\end{aligned}
$$

الجدول a-7 يمثل جدول الSimplex لهذه المشكلة و الجدول b-7 يمثل حل هذه المشكلة كما لو أن X، والقيد الرابع لم يدخل في الحل الامثل. ويظهر من الجدول b-7 إن للقيد الرابع تأثيرا على الحل الامثل إذ لم يتم تطبيق قاعدة اقل نسبة موجبة لتحديد الصف الامثل (المتغير الخارج)كما في الجدول c-7 الذي يمثل الحل الامثل.

الجدول 7-a جدول أل Simplex للمشكلة (٤)

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
0	S_1	2	2	4	2	1	0	0	0	84
0	S_2	1	0	5	4	0	1	0	0	90
0	S_3	2	4	1	2	0	0	1	0	56
0	S_4	1	2	2	2	0	0	0	1	45
Z-C		-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0

الجدول 7-b جدول الحل قبل معالجة القيد الجديد والمتغير X4 للمشكلة (٤)

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
30	X_3	0.29	0	1	0	0.29	0	-0.14	0	16
0	S_2	0	0	0	3	-1	1	1	0	10
50	X_2	0	1	0	0	0	0	0	0	10
0	S_4	0	0	0	1	0	0	0	1	-7
Z-C		20	0	0	0	5	0	10	0	980

الجدول7-c جدول الحل الامثل للمشكلة (٤)

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
0	S_1	1	0	0	-1.33	1	0	0.67	-2.33	16.33
0	S_2	1	0	0	0.67	0	1	1.67	-3.33	33.33
50	X_2	1	1	0	0.33	0	0	0.33	-0.17	11.17
30	X_3	0	0	1	0.67	0	0	-0.33	0.67	11.33
Z-C		40	0	0	7.67	0	0	6.67	11.67	898.33

مثال ٤ : افرض إن المشكلة بصيغتها العامة كما في (٥)؛

$$
\begin{aligned}
Max\, Z &= 10X_1 + 50X_2 + 30X_3 + 32X_4 \\
s.t \quad & 2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2X_4 \le 84 \\
& X_1 + 0X_2 + 5X_3 + 4X_4 \le 90 \qquad (5) \\
& 2X_1 + 4X_2 + X_3 + 2X_4 \le 56 \\
& X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 2X_4 \le 45 \\
& X_1, X_2, X_3, X_4 \ge 0
\end{aligned}
$$

الجدول a-8 يمثل جدول ألSimplex لهذه المشكلة، والجدول b-8 يمثل حل هذه المشكلة كما لو إن X4 والقيد الرابع لم يدخل في الحل الامثل، ويظهر من الجدول b-8 إن للقيد الرابع تأثيرا على الحل الامثل إذ لم يتم تطبيق قاعدة اقل نسبة موجبة لتحديد الصف الامثل (المتغير الخارج) وان المتغير X4 لا يدخل إلى أساس الحل الأمثل؛ كما في الجدول c-8 الذي يمثل الحل الامثل.

الجدول a-8 جدول ألSimplex للمشكلة (٥)

	1	-10	-50	-30	-32	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
0	S_1	2	2	4	2	1	0	0	0	84
0	S_2	1	0	5	4	0	1	0	0	90
0	S_3	2	4	1	2	0	0	1	0	56
0	S_4	1	2	2	2	0	0	0	1	45
Z-C		-10	-50	-30	-32	0	0	0	0	0

الجدول 8-b جدول الحل قبل معالجة القيد الجديد والمتغير X4 للمشكلة (٥)؛

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
30	X_3	0.29	0	1	0.29	0.29	0	-0.14	0	16
0	S_2	-0.43	0	0	2.57	-1.43	1	0.71	0	10
50	X_2	0.43	1	0	0.43	-0.07	0	0.29	0	10
0	S_4	-0.43	0	0	0.57	-0.43	0	-0.29	1	-7
Z-C		20	0	0	-2	5	0	10	0	980

الجدول 8-c جدول الحل الامثل للمشكلة (٥)؛

	1	-10	-50	-30	-29	0	0	0	0	0
	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	b
0	S_1	1	0	0	-1.33	1	0	0.67	-2.33	16.33
0	S_2	1	0	0	0.67	0	1	1.67	-3.33	33.33
50	X_2	0.50	1	0	0.33	0	0	0.33	-0.17	11.17
30	X_3	0	0	1	0.67	0	0	-0.33	0.67	11.33
Z-C		15	0	0	4.67	0	0	6.67	11.67	898.33

الأستنتاجات:

من خلال ما تقدم، وبالأستعانة بالجدول3-b نجد إن إضافة قيود جديدة إلى مشكلة البرمجة الخطية في الوقت الذي نرغب فيه بإنتاج منتج جديد يتحدد بالمتجهين $-\underline{C}_{3.1}$ و $\underline{b}_{3.1}$ حيث

$$\underline{b}_{3.1} = \underline{b}_3 - A_{31}A_{11}^{-1}\underline{b}_1$$

$$-\underline{C}_{3.1} = -\underline{C}_3 + \underline{C}_1^T A_{11}^{-1} A_{13}$$

فإذا كان:

أ_جميع قيم $-\underline{C}_{3.1}$ و $\underline{b}_{3.1}$ موجبة فليس للقيود الجديدة تأثير على الحل الأمثل ، ولا توجد فرصة أقتصادية لإنتاج منتج جديد ،أي لا توجد حاجة لإعادة الحل من جديد .

ب_إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $-\underline{C}_{3.1}$ وكانت جميع قيم المتجه $\underline{b}_{3.1}$ غير سالبة، يجب توسيع أساس الحل الأمثل بإدخال عناصر جديدة من المتجه $\underline{X}_3$.

ج_إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $\underline{b}_{3.1}$ وقيم سالبة في المتجه $-\underline{C}_{3.1}$ يجب إعادة الحل من جديد .

د:إذا وجدت قيم سالبة في المتجه $\underline{b}_{3.1}$ وكانت جميع قيم المتجه $-\underline{C}_{3.1}$ غير سالبة ،يجب إعادة الحل من جديد ، وتغيير أساس الخل الأمثل ،لأن للقيود الجديدة تأثيرا على أساس الحل الأمثل.

ملاحظة:

إذا كانت دالة الهدف Min سنتكلم عن $\underline{C}_{3.1}$ بدلا من $-\underline{C}_{3.1}$ أينما وردت في البحث وذلك عند أستخدام طريقة M-tech. حيث سنضع قيمة كبيرة جداً لـ M .

المصادر:

١_ جزاع، عبد ذياب، بحوث العمليات، بغداد ١٩٨٥

٢_ سلمان، ضوية، أستخدام أسلوب البرمجة العلمية في تخطيط الإنتاج، مجلة العلوم الأقتصادية والإدارية، المجلد٨، العدد٢٨، ٢٠٠١.

٣_ شعلان، عواد كاظم، أسلوب جديد لمعالجة مشكلة برمجة الأعداد الصحيحة في البرمجة الخطية، المجلة العراقية للعلوم الإدارية، المجلد١، العدد٣، اذار ٢٠٠٢، جامعة كربلاء.