الانموذج الخطي العشوائي غير المتزن ذو الاتجاهين مع وجود التفاعل (العراق كدراسة تطبيقية)

المدرس المساعد فاطمة هاشم فلحي*

قسم الإحصاء/ كلية الإدارة والاقتصاد

جامعة البصرة

المستخلص :

يتناول هذا البحث الاختبارات الدقيقة الأنموذج الخطي العشوائي غير المتزن ذي الاتجاهين مع وجود التفاعل وتقدير مكونات التباين، التي يمكن ان تستخلص باستخدام جدول تحليل التباين ANOVA باستخدام تحليل التباين الجزئي على وجه الدقة استنادا الى توزيع F المركزي . اعتمد الجانب التطبيقي على بيانات حقيقية لإحدى التجارب الزراعية لتطوير محصول الذرة الصفراء في العراق لسنة 2005 اختيرت خمس معالجات تسميد بصورة عشوائية وزعت على اربعة مواقع مختلفة اختيرت بشكل عشوائي وكانت احجام العينات في كل وحدة تجريبية تختلف من معالجة الى اخرى وكذلك من موقع لآخر وبذلك حصلت حالة عدم الاتزان. وقد كان التوصل الى نتائج التحليل بعد ما استخدم مقياس الوسط التوافقي لمعالجة حالة عدم الاتزان واستخدام الطريقة الموزونة في التحليل بدلا من الطريقة الاعتيادية .

الكلمات الدالة :

الانموذج الخطي غير المتزن ذي الاتجاهين، تحليل التباين.

* E-mail : alnoor1974@yahoo.com

1- المقدمة :

نظراً لما للبحوث الاحصائية التطبيقية من اهمية كبيرةً في المجالات العلمية وكذلك لأهمية النماذج الخطية واستخداماتها في تصميم التجارب وتحليلها تناول العديد من الباحثين النماذج الخطية لاسيما في المجال الزراعي، ولكن هذه الانموذج اخذت بنظر الاعتبار ان الانموذج الخطي المستخدم في تصميم التجربة ذو تأثيرات ثابته ومن ناحية اخرى ان البيانات المستخدمة في تحليل التجارب باستخدام النماذج الخطية كانت متزنة اي بمعنى ان التكرار لكل معالجه من المعالجات يكون متساوياً، وفي حالة فقدان قيمة او اكثر يكون تقديرها باستخدام الصيغ المتبعة وفقا للتصميم المستخدم من اجل الحصول على بيانات متكاملة . ولكن حالة عدم الاتزان في النماذج الخطية ذات التأثيرات العشوائية اذا تم بحثها من الناحية العملية فكيف يكون تحليلها، لذلك أن هذا البحث يتناول الانموذج الخطي العشوائي غير المتزن يسعى الى توضيح الاجراء العلمي الصحيح الذي يساعد في تحليل البيانات وحساب مكونات التباين التي يتطلبها تحليل التباين وبعد ذلك توضيح الاختبارات الدقيقة باستخدام اختبار F .

هدف البحث :

يسعى البحث الى تقدير مكونات تحليل التباين لتأثيرات العوامل والتفاعلات الخاصة بالأنموذج الخطي العشوائي غير المتزن ذي الاتجاهين مع وجود التفاعل للوصول الى نتائج دقيقة في الاختبارات الاحصائية للفرضيات ذات الصلة بالأنموذج قيد الدراسة .

مشكلة البحث :

صعوبة تحليل البيانات غير المتزنة في النماذج الخطية ذات التأثيرات العشوائية والحصول على اختبارات دقيقة .

فرضية البحث :

تباينات تأثيرات المعاملات والمواقع (القطاعات) والتفاعل بين المعاملة والقطاع يساوي صفراً اي بمعني اختبار عدم اختلاف التباين بين المعاملات من جهة ، وبين القطاعات من جهة أخرى ، فضلاً عن عدم اختلاف التباين للتفاعل بين المعاملات والقطاعات.

اي ان

$$H_{01}: \sigma_{\tau}^{2} = 0$$
$$H_{02}: \sigma_{\beta}^{2} = 0$$
$$H_{03}: \sigma_{\tau\beta}^{2} = 0$$

3- الجانب النظري

النماذج الخطية :- Linear models

تعريف النموذج الخطي:- هو عبارة عن المعادلة التي تصف التجربة اي التي توضح مكونات اي مشاهدة في التجربة، بحيث ان اضافة بعض هذه المكونات الى بعضها الاخر تعطي قيمة المشاهدة المسجلة من اي وحدة تجريبية. ففي الانموذج الخطي ذي الاتجاهين مع وجود التفاعل، فأن قيمة كل مشاهده في التجربة تتكون من خمسة مكونات وهي المتوسط العام وتأثير المعاملة (المعالجة) وتأثير القطاع (الموقع) وتأثير التفاعل بين المعالجة والقطاع وقيمة الخطأ العشوائي[المشهداني 1989] .

هناك ثلاثة انواع من النماذج الخطية هي

1- I :- الانموذج التأثيرات الثابتة Fixed Effect model

في هذا الانموذج يكون الباحث مهتماً فقط بعدد المعالجات الموجودة بالتجربة فقط. ويكون الغرض من التجربة هو تقدير تأثير المعالجة او مقارنة تأثير المعالجات ومن ثم مقارنة متوسطات المعالجات .

2-الانموذج II :- الانموذج التأثيرات العشوائية Random Effect model

في هذا الانموذج يكون الباحث مهتماً في مجتمع من المعالجات وان المعالجات الموجودة في التجربة ما هي الا عينة عشوائية من هذا المجتمع . ويكون الغرض من التجربة هو تقدير مكون التباين وليس مقارنة متوسطات المعالجات .

3-الانموذج III:- الانموذج التأثيرات المختلطة Mixed Effect model

هو الانموذج الذي تكون فيه مكونات بعض المشاهدة ذات تأثيرات ثابتة والجزء الاخر ذات تأثيرات عشوائية [الجمال 2012].

في الورقة البحثية الحالية كان تناول الانموذج العشوائي غير المتزن ذي الاتجاهين مع وجود التفاعل . والذي تمثله المعادلة الرياضية الاتيه:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + e_{ijk} \qquad \text{........ (1)}$$

اذ ان $i=1,\dots,a$

$J=1,\dots,b$

$K=1,\dots n_{ij}$

اذ ان a عدد المعاملات العالمية و bعدد المواقع وn_{ij}عدد التكرارات لكل من المعاملات والمواقع .

μ المتوسط العام للمشاهدات .

τ_iتأثير المعاملة i.

β_j تأثير الموقع (القطاع)j .

$\tau\beta_{ij}$ تأثير التفاعل بين المعاملة iوالقطاع j.

y_{ijk} المشاهدة k في المعاملة iوالقطاع j .

e_{ijk} الخطأ العشوائي للمشاهدة y_{ijk} .

اذ ان

$$Y_{ij} = (Y_{ij1}, Y_{ij2}, \dots, Y_{ijn_{ij}})'$$

$$Y = (Y'_{11}, Y'_{12}, \dots, Y'_{1b}, Y'_{21}, Y'_{22}, \dots, Y'_{2b}, Y'_{a1}, Y'_{a2}, \dots, Y'_{ab})$$

$$\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_a)'$$

$$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_b)'$$

$$\tau\beta = ((\tau\beta)_{11}, (\tau\beta)_{12}, \dots, (\tau\beta)_{1b,\dots}, (\tau\beta)_{21}, (\tau\beta)_{22}, \dots,$$

$$(\tau\beta)_{2b}, \dots, (\tau\beta)_{a1}, (\tau\beta)_{a2}, \dots, (\tau\beta)_{ab})'$$

ونفترض ان τ_i و β_j و $(\tau\beta)_{ij}$ و e_{ijk} متغيرات عشوائية مستقله وتتوزع توزيعا طبيعيا وتباين $\sigma_\tau^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\tau\beta}^2, \sigma_e^2$ على التوالي

وتسمى $\sigma_\tau^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{\tau\beta}^2, \sigma_e^2$ مكونات التباين (مركبات التباين) للمشاهدة y_{ijk} ان $var(y_{ijk}) = \sigma_\tau^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_{\tau\beta}^2 + \sigma_e^2$

وان $n = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} n_{ij}$

يجب ان تكون n_{ij} اكبر من 1 وكذلك n اكبر من 2ab-1 .

فالأنموذج في معادلة *(1)* تمكن كتابته بطريقة المصفوفات بالشكل **الاتي**

$$\boldsymbol{Y = 1_n\mu + x_1\tau + x_2\beta + x_3\tau\beta + e \dots\dots (2)}$$

اذ 1_n ترمز الى متجه واحدي من درجة $nx1$

τ متجه التأثير العشوائي للمعاملة (المعالجة)

β متجه التأثير العشوائي للقطاع

τβ متجه التأثير العشوائي للتفاعل

$x_3 x_1, x_2$, تمثل مصفوفات التصميم وتكون معرفة بالشكل التالي

اذ ان x_1 مصفوفة قطريه معرفه بالشكل الآتي :-

$$x_1 = diag(1_{n_{1.}}, \ldots, 1_{n_{..}})$$

وان $n_{i.} = \sum_{j=1}^{b} n_{ij}$

والمصفوفة x_2 قطاعية قطريه معرفة بالشكل الاتي :-

$$x_2 = [diag(1'_{n_{11}}, \ldots, 1'_{n_{1b}}) : diag(1'_{n_{21}}, \ldots, 1'_{n_{2b}}) : diag(1'_{n_{a1}}, \ldots, 1'_{n_{ab}})]'$$

وكذلك المصفوفة x_3 هي مصفوفة قطرية معرفة بالشكل الاتي :-

$$x_3 = diag(1_{n_{11}}, \ldots, 1_{n_{1b}}, 1_{n_{21}}, \ldots, 1_{n_{2b}}, 1_{n_{a1}}, \ldots, 1_{n_{ab}})$$

ووفق فرضيات النموذج الخطي العشوائي فأن متجهات التأثيرات اعلاه تتوزعاً توزيعاً اطبيعياً وبصوره مستقله الواحدة عن الاخرى. وكما في الشكل

$$\tau \sim N(0, \sigma_\tau^2 I_a)$$

$$\beta \sim N(0, \sigma_\beta^2 I_b)$$

$$\tau\beta \sim N(0, \sigma_{\tau\beta}^2 I_{ab})$$

والمتغير العشوائي e يتوزعًا توزيعًا طبيعياً

$e \sim N(0, \sigma_e^2 I_n)$

فأن شكل المتجه للنموذج الخطي العشوائي ذو الاتجاهين يمكن كتابته بالشكل التالي :-

$$Y = H_0\beta_0 + H_1\beta_1 + H_2\beta_2 + H_3\beta_3 + H_4\beta_4 \quad \text{..............(3)}$$

حيث ان المصفوفات H_i تحسب بحاصل ضرب كرونيكر وكما يلي :-

$$H_0 = 1_a \otimes 1_b \otimes 1_n \qquad , \beta_0 = \mu$$

$$H_1 = I_a \otimes 1_b \otimes 1_n \qquad , \beta_1 = (\tau_1, \dots, \tau_a)'$$

$$H_2 = 1_a \otimes I_b \otimes 1_n \qquad , \beta_2 = (\beta_1, \dots, \beta_b)'$$

$$H_3 = I_a \otimes I_b \otimes 1_n \qquad , \beta_3 = (\tau\beta_{11}, \dots, \tau\beta_{ab})'$$

$$H_4 = I_a \otimes I_b \otimes I_n \qquad , \beta_4 = (e_{111}, e_{112}, \dots, e_{abn})'$$

نلحظ ان الانموذج في المعادلة (3) غير متزن في حالة اذا كان عدد المشاهدات في كل خلية داخل كل معاملة وقطاع غير متساوٍ لذلك ان التحليل الاحصائي للانموذج وحساب مجاميع المربعات لكل مركبة من مركبات التباين لن يكون كما هو الحال في التأثيرات الثابتة وانما سيكون اعتماد الطريقة الموزونة وذلك عن طريق استخدام الوسط التوافقي (Harmonic mean)، وذلك لان احجام الخلايا غير متساوية لكل معالجة في التجربة . ومن ثم فأن التجربة التي تمتلك خلاياها قطعاً تجريبية غير متساوية يجب تحليلها بالطريقة التي تؤدي الى نتائج دقيقة ويكون استخدام طريقة التحويل باستخدام المتوسط لكل خلية . اي بمعنى اننا نجعل كل خلية تحتوي قياسا واحدا للحصول على مجاميع المربعات لكل من المعاملات والقطاعات والتفاعل بينهما .

وان صيغة الوسط التوافقي كما هي موضحة في العلاقة ادناه [المشهداني والقصاب 2009[

$$\bar{n}_h = \frac{ab}{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{1}{n_{ij}}} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

وبذلك يتم استخدام الوسط التوافقي لتصحيح مجموع المربعات لكل من الصفوف والاعمدة والتفاعل بينهما بعد اجراء تحويلات للخلايا .

من الممكن التعبير عن المتوسطات الخاصة بالمعاملات والقطاعات والتفاعل بينهما بالشكل الاتي :-

$$Y^{(0)} = \bar{Y}_{\ldots}$$

$$Y_{(i)}^{(1)} = \bar{Y}_{i..}$$

$$Y_{(j)}^{(2)} = \bar{Y}_{.j.}$$

$$Y_{(ij)}^{(3)} = \bar{Y}_{ij.}$$

$$Y_{(ijk)}^{(4)} = Y_{ijk}$$

فالمركبات الناتجة تكون بالصيغة الاتية

$$C^{(0)} = Y^{(0)} = \bar{Y}_{\ldots}$$

$$C_{(i)}^{(1)} = Y_{(i)}^{(1)} - Y^{(0)}$$

$$C_{(j)}^{(2)} = Y_{(j)}^{(2)} - Y^{(0)}$$

$$C_{(ij)}^{(3)} = Y_{(ij)}^{(3)} - Y_{(i)}^{(1)} - Y_{(j)}^{(2)} + Y^{(0)}$$

$$C_{(ijk)}^{(4)} = Y_{(ijk)}^{(4)} - Y_{(ij)}^{(3)}$$

وبالاعتماد على الصيغ اعلاه فأن مجموع المربعات المرتبطة ب ith من التأثيرات للانموذج رقم (1) يمكن التعبير عنها بالشكل التربيعي ادناه

$$\acute{Y} P_i Y \;\; ; (i = 0,1, \dots, v+1)$$

اي ان

$$\acute{Y} P_i Y = \sum_{\theta} [C^{(i)}_{(\theta i)}]^2; \;\; i = 0,1, \dots, v+1$$

اذ P_i مصفوفة صماء وان $P_iP_j=0$ عندما $i \neq j$ وكذلك $\sum_{i=0}^{v+1} P_i = I_n$

وبالاعتماد على الصيغ اعلاه نستطيع ان نعبر عن مجموع المربعات الخاصة بمركبات التباين باستخدام الطريقة الموزونة بعد عملية تحويل المشاهدات وكما هي موضحه في الخطوات الاتية:

1- احتساب معامل التصحيح للمشاهدات المحولة هي:

$$C.F = \frac{\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \bar{Y}_{ij.}}{ab}$$

2- احتساب مجموع مربعات المعالجات وفق الصيغة:

$$SS\tau = \bar{n}_h [\sum_{i=1}^{a} C^{(1)}_{(i)}]^2$$

وبعد تبسيطها نحصل على العلاقة ادناه:

$$SS\tau = \bar{n}_h [\frac{(\sum_{j=1}^{b} \bar{Y}_{1j.})^2 + \cdots + (\sum_{j=1}^{b} \bar{Y}_{aj.})^2}{b} - C.F]$$

3- احتساب مجموع مربعات القطاعات وفق الصيغة:

$$SS\beta = \bar{n}_h [\sum_{j=1}^{b} C^{(2)}_{(j)}]^2$$

وبعد تبسيطها نحصل على ان

$$SS\beta = \bar{n}_h \left[\frac{(\sum_{i=1}^{a} \bar{Y}_{i1.})^2 + \cdots + (\sum_{i=1}^{a} \bar{Y}_{ib.})^2}{a} - C.F \right]$$

4- احتساب مجموع مربعات التفاعل بين المعالجات والقطاعات وفق الصيغة

$$SS\tau\beta = \bar{n}_h[\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} C_{(ij)}^{(3)}]^2$$

ويمكن تبسيط العلاقة اعلاه للحصول على مجموع مربعات التفاعل بأسهل صيغه:

$$SS\tau\beta = \bar{n}_h[\bar{Y}_{11.}^2 + \bar{Y}_{12.}^2 + \cdots + \bar{Y}_{ab.}^2 - C.F\,] - SS\tau - SS\beta$$

5- احتساب مجموع مربعات الخطأ وفق الصيغة ادناه

$$SSE = [\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n_{ij}} C_{(ijk)}^{(4)}]^2$$

وبعد التوضيح يمكن الحصول على مجموع مربعات الخطأ من الصيغة الاتية:

$$SSE = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$

ولاختبار الفرضيات $H_{01}: \sigma_\tau^2 = 0 \;\; , H_{02}: \sigma_\beta^2 = 0$ في حالة اذا كان الانموذج الخطي عشوائي والبيانات غير متزنة، فان احصاءة الاختبار F الناتجة من العلاقات:

$$F_\tau = \frac{MS\tau}{MSE}$$

وكذلك

$$F_\beta = \frac{MS\beta}{MSE}$$

تكون غير دقيقة، وذلك لوجود ثلاثة مركبات عشوائية في الانموذج فضلاً عن مركبة الخطأ العشوائي . ونتيجة لذلك يكون مقارنة متوسط مربعات كل من المعالجات والقطاعات بمركبة التفاعل للحصول على اختبارات اكثر دقة (مضبوطة) [Andre and Thomas 1998] وكما في العلاقات الاتية:-

$$F_{\tau} = \frac{MS\tau}{MS\tau\beta}$$

$$F_{\beta} = \frac{MS\beta}{MS\tau\beta}$$

ولكن بالنسبة للمختبر الاحصائي F المستخدم لاختبار الفرضية

$$H_{03}:\ \sigma^2_{\tau\beta} = 0$$

نستخدم الإحصائية F الناتجة من العلاقة الاتية :-

$$F_{\tau\beta} = \frac{MS\tau\beta}{MSE}$$

نستنتج من ذلك ان مركبة التفاعل فقط هي التي تقارن مع بمركبة الخطأ العشوائي . ويمكن ان نلخص ذلك في جدول تحليل التباين الاتي :-

الجدول رقم (1)

جدول تحليل التباين للأنموذج الخطي العشوائي غير المتزن ذي الاتجاهين مع وجود التفاعل

S.O.V	d.f	SS	MS	F
بين المعالجات	a-1	$SS\tau$	$MS\tau$	$\frac{MS\tau}{MS\tau\beta}$
بين القطاعات	b-1	$SS\beta$	$MS\beta$	$\frac{MS\beta}{MS\tau\beta}$
التفاعل بين المعالجات والقطاعات	(a-1)(b-1)	$SS\tau\beta$	$MS\tau\beta$	$\frac{MS\tau\beta}{MSE}$
الخطأ	n-ab	SSE	MSE	
الكلي	n-1	SST		

المصدر :

- اعداد الباحث بالاعتماد على [Andrei & Mathew 1998]

4- الجانب التطبيقي

اعتمد الجانب التطبيقي على تطبيق ما جرى الحصول عليه من النتائج في الجانب النظري للانموذج على بيانات حقيقية مصدرها تجارب نفذت من البرنامج الوطني لتطوير زراعة الذرة الصفراء في العراق لسنة 2005، فقد اوضحت البيانات خمس معاملات تسميد اختيرت بشكل عشوائي ولأربعة مواقع(حقول) مختلفة اختيرت بشكل عشوائي ايضا، وفي نهاية الموسم اختيرت عينات عشوائية غير متساوية في الحجم (ثلاث قطع غير موحدة المساحة) من كل قطعة تجريبية وسجلت منها كمية حاصل كل عينة (وحده تجريبية) وقد كان استخدام برنامج الاكسل للحصول على النتائج وتوضيح الخطوات بالطريقة اليدوية وكما يلي:-

الجدول رقم (2)

جدول بيانات التجربة

<table>
<tr><th>الأصناف / الواقع</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th></tr>
<tr><td>1</td><td>80
96
97</td><td>73
81
83
30</td><td>96
93
88</td><td>91</td><td>85</td></tr>
<tr><td>2</td><td>86
66
79
45</td><td>40
51
27
42</td><td>89
71</td><td>95</td><td>48
46</td></tr>
<tr><td>3</td><td>40
56
71
48</td><td>41
64
31</td><td>91
66
66
45</td><td>40
43
50</td><td>27
25</td></tr>
<tr><td>4</td><td>58
53
96
30</td><td>30
42</td><td>92
85
65
80</td><td>36</td><td>52</td></tr>
</table>

المصدر:

- قسم الإرشاد الزراعي في محافظة بغداد لسنة 2005

الجدول رقم (3)

قيم $\frac{1}{n_{ij}}$ المحسوبة لكل خلية

الأصناف / المواقع	1	2	3	4	5
1	0.333	0.25	0.333	1	1
2	0.25	0.25	0.5	1	0.5
3	0.25	0.333	0.25	0.333	0.5
4	0.25	0.5	0.25	1	1

المصدر:

- إعداد الباحث

ومن جدول رقم (3) يكون حساب الوسط التوافقي وفق الصيغة ادناه:

$$\bar{n}_h = \frac{ab}{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{1}{n_{ij}}} = 2.7272$$

ومن ثم يكون حساب جدول بالأوساط الحسابية لكل خلية حتى نتعامل مع الانموذج وكأنه انموذج متزن

الجدول رقم (4)

الأوساط الحسابية لكل خلية

	1	2	3	4	5	∑
1	91	66.75	92.33	91	85	426.08
2	69	40	80	95	47	331
3	53.75	45.33	67	44.33	26	236.41
4	59.25	36	80.5	36	52	263.75
∑	273	188.08	319.83	266.33	210	1257.24

المصدر:

- إعداد الباحث من بيانات جدول (2) وبالاعتماد على المعادلة (4)

فرضيات الاختبار هي:-

$$H_{01}: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = 0$$

$$H_{02}: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = 0$$

$$H_{03}: \sigma_{11}^2 = \sigma_{12}^2 = \sigma_{13}^2 = \sigma_{14}^2 = \cdots = \sigma_{54}^2 = 0$$

ومن ثم نقوم بخطوات حساب مركبات تحليل التباين وبحسب الخطوات الاتية :-

1- حساب معامل التصحيح

$$C.F = \frac{(Y_{...})^2}{a.b} = \frac{(1257.24)^2}{20} = 79032.62$$

2- حساب مجموع مربعات المعالجات

$$SS\tau = \bar{n}_h \left[\frac{(273)^2 + \cdots + (210)^2}{4} - C.F \right]$$

$$\therefore SS\tau = 7564.914$$

3- حساب مجموع مربعات القطاعات

$$SS\beta = \bar{n}_h \left[\frac{(426.0)^2 + \cdots + (263.75)^2}{5} - C.F \right]$$

$$SS\beta = 11670.13$$

4- حساب مجموع مربعات التفاعل

$$SS\tau\beta = \bar{n}_h[(91)^2 + \cdots + (52)^2 - C.F] - SS\tau - SS\beta$$
$$SS\tau\beta = 5556.851$$

5- حساب مجموع مربعات الخطأ

$$\begin{aligned} SSE = (80-91)^2 + \cdots + (85-85)^2 + (86-69)^2 + \cdots \\ + (46-47)^2 + (40-53.75)^2 + \cdots \\ + (25-26)^2 + (58-59.25)^2 + \cdots \\ + (52-52)^2 \end{aligned}$$

SSE=8429.26

ومن مجاميع المربعات اعلاه التي حصلنا عليها نستطيع حساب قيمة المختبر الاحصائي F الخاص بكل مركبة وتلخيص النتائج في جدول تحليل التباين .

الجدول رقم (4)

جدول تحليل التباين للتجربة الخاصة بالانموذج المدروس

S.O.V	d.f	SS	MS	F
بين المعالجات	4	7564.914	1891.228	4.084
بين القطاعات	3	11670.13	3890.04	8.4005
التفاعل بين المعالجات والقطاعات	12	5556.851	463.07	1.813
الخطأ	33	8429.26	255.432	

المصدر: - إعداد الباحث

من نتائج جدول تحليل التباين عند مقارنة قيمة F المحسوبة لاختبار الفرضية $\sigma_{\tau}^{2} = 0$ نجد ان قيمة *F* المحسوبة عند مستوى معنوية *0.05* ودرجة حرية *4* للبسط *12* للمقام والتي تساوي $F(4,12)=3.49$ نجد ان المحسوبة اكبر من الجدولية وهذا يدل على وجود فروقاً جوهرية بين تباينات المعالجات وبذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة اي بمعنى ان هناك فروق جوهرية بين تباين اصناف التسميد الخمسة التي استخدمت في حقول زراعة الذرة الصفراء.

وكذلك عند اختبار الفرضية $\sigma_{\beta}^{2} = 0$ فأن قيمة *F* التي حصلنا عليها اكبر من قيمة *F* الجدولية عند مستوى *0.05* ودرجة حرية *3* للبسط و*12* للمقام التي تساوي $F(3,12)=3.26$ اي اننا نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة وهذا يدل على وجود فروقات جوهرية بين تباينات القطاعات بمعنى اخر اختلاف التباين للحقول الاربعة المستخدمة في التجربة وذلك لان عدد الوحدات التي تنتمي للمعالجة نفسها تختلف من قطاع الى اخر.

ولكن عند مقارنة *F* المحسوبة لاختبار الفرضية $\sigma_{\tau\beta}^{2} = 0$ بقيمة *F* الجدولية $F(12,33)$ عند درجة حرية *12* للبسط و *33* للمقام التي تساوي $F(12,33)=2.09$ نقبل فرضية العدم اي لا توجد فروقات معنوية بين تباينات العينات داخل الموقع نفسه.

5- الاستنتاجات والتوصيات

1- من نتائج جدول تحليل التباين عند مقارنة قيمة F المحسوبة لاختبار الفرضية $\sigma_{\tau}^{2} = 0$ نجد ان قيمة *F* المحسوبة والتي تساوي (4.084)عند مستوى معنوية *0.05* اكبر من قيمة Fالجدولية التي تساوي (3.26) وهذا يدل على وجود فروق جوهرية بين تباينات المعالجات وبذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة اي بمعنى: ان هناك فروقاً جوهرية بين تباين اصناف التسميد الخمسة التي استخدمت في حقول زراعة الذرة الصفراء.

وكذلك عند اختبار الفرضية $\sigma_{\beta}^{2} = 0$ فأن قيمة *F*التي حصلنا عليها والتي تساوي (8.4005) اكبر من قيمة *F* الجدولية عند مستوى التي تساوي *F(3,12)=3.26* اي اننا نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، وهذا يدل على وجود فروقات جوهرية بين تباينات القطاعات بمعنى اخر اختلاف التباين للحقول الاربعة المستخدمة في التجربة، وذلك لان عدد الوحدات التي تنتمي للمعالجة نفسها تختلف من قطاع الى اخر.

ولكن عند مقارنة *F* المحسوبة لاختبار الفرضية $\sigma_{\tau\beta}^{2} = 0$ بقيمة *F* الجدولية التي تساوي*(2.09)*نقبل فرضية العدم اي لا توجد فروقات معنوية بين تباينات العينات داخل الموقع نفسه .

2- اظهر تحليل التباين ان تقدير مركبات التباين في حالة الانموذج العشوائي غير المتزن بالطريقة الموزونة يعطي نتائج دقيقة، لانه يأخذ بنظر الاعتبار الوزن لكل خلية .

3- وجود فروقات جوهرية بين التباينات في كل من المعالجات والقطاعات ويتضح ذلك من خلال رفض فرضية البحث الاولى والثانية H_{02}&H_{01} .

4- يكون اختبار مركبة المعالجات وكذلك مركبة القطاعات وذلك باعتماد صيغة الاحصاءه F الناتجة من العلاقة $F = \frac{MS\tau}{MS\tau\beta}$ و $F = \frac{MS\beta}{MS\tau\beta}$ في حالة الانموذج العشوائي غير المتزن .

5- قبول فرضية العدم في حالة التفاعل بين المعالجات والقطاعات (قبول فرضية البحث الثالثة H_{03}) .

6- ان المشكلة الرئيسية في البيانات غير المتزنة هي وجود الاختلافات بين تباين تأثير المعاملات (المعالجات) وبين المواقع المختلفة وللتخلص من هذه المشكلة نستخدم الطريقة الموزونة في التحليل بدلا من الطريقة المباشرة .

7- امكانية استخدام الطريقة الموزونة في حالة الانموذج العشوائي المتداخل ونماذج عاملية اخرى .

8- يمكن تطبيق الانموذج الخطي العشوائي على بيانات ناتجة من دراسات زراعية او هندسية او طبية او بيئية .

قائمة المصادر

1- الجمال ، يحيى زكريا ((اختيار الانموذج في نماذج البيانات الطويلة الثابته والعشوائية)) المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (21) ((2012)) ص ص [285-266] كلية علوم الحاسبات والرياضيات / جامعة الموصل .

2- المشهداني ، محمود حسن وكمال علوان ((تصميم وتحليل التجارب))(1989) ، مطبعة التعليم العالي ، بغداد .

3- المشهداني ، كمال علوان و القصاب ، اسامة محمد جاسم ((حول التحليل الاحصائي للتجربة (axb) غير المتزنه)) مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية (4) ((2009)) / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة القادسية .

4- قاسم ، محمد نذير اسماعيل و يحيى ، نجلاء صديق ((تقدير بيز للأنموذج الخطي العشوائي ثنائي التقسيم)) كلية التربية / جامعة الموصل ((المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات – الاحصاءوالمعلوماتية)) ((2009)) ،

5- قاسم ، محمد نذير اسماعيل و فتحي ، ايمان طارق ((حول تقدير بيز في النماذج الخطية المختلطة باستخدام معاينة جبس)) المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (13) ((2008)) ص ص [34-10] ، كلية العلوم والرياضيات / جامعة الموصل .

1- Albarran , pedro,Requelcarrasco, Jesusm.carro((Estimation of dynamic non linear random effects models with un balanced panels)) (1) ((2015)) department of Economics , Unversidadcarlos III de Madrid , jcarro. Eco.uc3m,es.

2- Andrei .Khuri, Thomas Dhonas, Mathew Bimalk,Simha ((statistical tests for mixed linear model)) ((1998)) John. Wely and Sons . inc .

Unbalanced of random linear models

(Case study unbalance of random two way classification linear model with interaction)

Assistant Lecturer. Fatima Hashim Falhi

Department of Statistics / Faculty of Management and Economics

University of Basrah

Abstract :

This study deals with the exact tests of the randomized unbalanced linear model with the interaction and the estimation of the components of the variance , which can be derived using ANOVA table using the analysis of the partial variance precisely based on the central F distribution .

The applied side based on real data of one of the agricultural experiments for the development of the yellow corn crop in Iraq in 2005.Five random fertilization treatments were randomly selected and distributed to four randomly selected sites .The sample size in each experimental unit differed from one treatment to another and from one location to another unbalance . The results of the analysis were obtained after the harmonic mean scale was used to address the unbalanced and use the weighted method in the analysis rather than normal method.

Key words :

linear, nonlinear linear model, variance analysis