

# دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

م.د. لمياء محمد علي / كلية الإدارة والإقتصاد / جامعة بغداد  
الباحث / ايثار حسين جواد / كلية القانون / جامعة بغداد

تاريخ التقديم: 2017/1/3  
تاريخ القبول: 2017/3/2

## المستخلص

يهدف هذا البحث الى دراسة أهم العوامل التي تؤثر على ظاهرة زيادة أعداد وفيات الأمهات (Maternal Mortality) وذلك من خلال دراسة واقع المؤسسات الصحية في بغداد للوقوف على أهم الأسباب التي تؤثر في زيادة وفيات الأمهات عبر استخدام أنموذجين في الإنحدار: الأول أنموذج إنحدار بواسون العادي (Poisson Regression Model) والثاني أنموذج إنحدار بواسون الهرمي (Hierarchical Poisson Regression Model) وتمت دراسة ذلك المؤشر (الوفيات) عن طريق إجراء مقارنه طرائق التقدير للأنموذجين، إستخدمنا طريقة الإمكان الأعظم (Maximum likelihood) لتقدير أنموذج بواسون، اما بالنسبه لتقدير أنموذج بواسون الهرمي استخدمنا طريقة الإمكان الأعظم الكاملة (Full Maximum likelihood) .

تمت المقارنة من خلال اسلوب المحاكاة وباستخدام أحجام عينات مختلفة (120 , 60 , 30) وتكرارات مختلفة (5000 , 1000) للتجارب إذ تم اعتماد معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين أفضلية طرائق التقدير ومن ثم إختيار أفضل أنموذج يمثل البيانات أفضل تمثيل وتوصلنا الى ان أنموذج بواسون الهرمي بحجم عينة (30) هو الأفضل لتمثيل بيانات وفيات الأمهات، لذا تم تطبيقه على البيانات الحقيقية التي تم الحصول عليها من وزارة الصحة حيث تم تسجيل عدد وفيات الأمهات على مدى خمس سنوات وبشكل فصلي ، وتم إختيار ثلاث دوائر صحة في بغداد .

**المصطلحات الرئيسية للبحث:** وفيات الأمهات، أنموذج إنحدار بواسون الهرمي، الإمكان الأعظم الكاملة، المحاكاة، متوسط مربعات الخطأ .





## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 1-1 المقدمة Introduction

سيتم التطرق في هذا البحث الى طبيعة نماذج الإنحدار متعدد المستويات (Multilevel regression models) من حيث آلية البناء والهدف من اعتمادها في التحليل الإحصائي ، ومن ثم نبين أحد أهم أنواع تلك النماذج وهو أنموذج إنحدار بواسون بهينته الإعتيادية (Poisson regression model) وأنموذج إنحدار بواسون الهرمي (Hierarchical Poisson regression model) ، كون أنموذج إنحدار بواسون هو ذات الأنموذج ولكن بصوره هيكليه اللذان يعدان الأدوات الملائمه لتحليل البيانات التي تكون بشكل معدلات أو بيانات معدوده ، كذلك تم التطرق الى تقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون بصيغته الإعتيادية والهيكليه عبر طرائق التقدير المتاحة وهي طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) بالنسبة لأنموذج إنحدار بواسون وطريقة الإمكان الأعظم الكامله (Full Maximum Likelihood Method) بالنسبة لأنموذج إنحدار بواسون الهرمي ، كما تم اعتماد معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) لأجل المقارنه بين طرائق التقدير تلك لاحقاً .

إهتم العديد من الكتاب والباحثين بموضوع نماذج الإنحدار بشكل عام والإنحدار الهرمي بشكل خاص وهناك من تناول موضوع إنحدار بواسون الهرمي ، ففي عام (1978) م قدم الباحثون (Leigh وآخرون)<sup>(13)</sup> دراسة حول تأثير المعلم والمدرسة على مستوى أداء الطالب استخدموا فيه أنموذج الإنحدار الهرمي في تحليل البيانات حيث تم التركيز على المشاكل التي تنشأ حينما ترتبط نتائج الإنحدارات داخل المجموعة مع خصائص المعلم/المدرسة ، حيث طبقوا تحليل متعدد المستويات بمستوى واحد لتحليل بيانات افتراضيه متعددة المستويات والتي تباينت العلاقه المنهجيه بين نوعية المعلم/الصف وعدم تجانس الإنحدارات داخل المجموعه ، وتوصلوا الى ان تحليل متعدد المستويات بمستوى واحد المقترح يمكن ان يعطي تقديرات مضلله لتأثيرات المعلم/المجموعه على متوسط نتائج المجموعه وان اسلوب متعدد المستويات المحدد توفر بعض المؤشرات على سوء المواصفات ويمكن تحديد اتجاه التحيز في تقدير تأثيرات المعلم/المجموعه على متوسط نتائج المجموعه ، أما في عام (1987)م قدم الباحث (Lawless)<sup>(12)</sup> بحثاً حول الأورام الخبيثه باستخدام أنموذج إنحدار بواسون الخطي المعمم تم من خلاله تحليل التأثيرات العشوائيه حيث استخدم طريقة الإمكان الأعظم- اللوغاريميه لتقدير معلماته ، وفي عام (1992)م قدم الباحثان (Bernardinelli & Monotomoli)<sup>(8)</sup> بحثاً قاموا من خلاله بتحليل معدلات حالات المرض والوفيات باستخدام طرائق جيبس (Gibbs methods) ، وطرائق بواسون البيزيه التجريبيه ، تم تطويرها من قبل الباحثين (Clayton & Kaldor) ، وفي العام (1997)م كان الباحث (Long)<sup>(15)</sup> من أوائل من تطرقوا الى أنموذج إنحدار بواسون من حيث اساسيات بناء الأنموذج وعملية تقدير المعلمات حيث كانت مواصفات المتغير المعتمد (Dependent Variable) بهينه متغيرات وصفية، في عام (2007)م قدم الباحث (Andrew)<sup>(7)</sup> بحثاً استخدم فيه نماذج متعددة المستويات (الهرمي) حيث ذكر ان هذه النماذج هي تعميم لنماذج الإنحدار الإعتيادية إلا ان معاملات الإنحدار فيها تكون متغيرة وليس ثابتة ولها نموذج خاص بها ، كما بين نقاط الضعف والقوة في هذه النماذج من خلال مثال تطبيقي للتنبؤ بمستويات غاز الرادون في المنزل على عينه من مقاطعات الولايات المتحدة وتوصل الى ان أنموذج متعدد المستويات هو أنموذج فعال للغاية للتنبؤات على المستويين (المستوى-1 او المستوى-2) ولكن يمكن بسهولة ان يُساء تفسيرها .

### 2-1 مشكلة البحث

على الرغم من كل الجهود التي تبذلها وزارة الصحة العراقيه من إقامة البرامج الصحية وتدريب الملاكات وغيرها من اجل النهوض بالواقع الصحي للبلد (ولاسيما بعد 2003) لكن يلاحظ تراجع الوضع الصحي للمواطن ناهيك عن انتشار الأمراض الإنتقاليه والأوبئة بين الحين والآخر، يتضح ذلك من خلال ارتفاع عدد الوفيات بشكل عام ووفيات الأمهات بشكل خاص لذا وجبت دراسة أهم العوامل المؤثرة في تلك الظاهرة من خلال استعمال أنموذجين للإنحدار وفق معايير عدة .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 3-1 هدف البحث

يهدف البحث الى دراسة أهم العوامل التي تؤثر في ظاهرة زيادة أعداد وفيات الأمهات في بغداد عبر استخدام أنموذجين في الإنحدار ومن ثم مقارنة طرائق تقدير الأنموذجين وفق معيار متوسط مربعات الخطأ وتحديد أفضلها للوقوف على اسباب الزيادة هذه.

### 4-1 النماذج متعددة المستويات Multi-level Models

شكلت نماذج الإنحدار بصيغتها الإعتيادية المعروفة كما في النموذج المبين في الصيغة (1-1) والذي يمكن كتابته كما يلي (7)p.387:

$$y = X\beta + u \quad (1-1)$$

إذ أن  $u$

$y$ : موجه المتغير المعتمد (متغير الإستجابة) بدرجة  $nx1$ .

$X$ : مصفوفة المتغيرات المستقلة (المتغيرات التوضيحية) ذات الدرجة  $n \times (p+1)$ .

$\beta$ : موجه المعلمات ذو الدرجة  $(p+1) \times 1$ .

$u$ : موجه الأخطاء العشوائية ذو الدرجة  $nx1$ .

شكلت تلك النماذج وسيله يلجأ إليها كثير من الباحثين من أجل دراسة تأثير المتغيرات التوضيحية بشكل عام في متغير الإستجابة وأخذت مكانة متميزة في تطبيقات متنوعة في جوانب علوم مختلفة كالعلوم الإنسانية والإقتصادية والصحية وغيرها.

وبشكل مبسط لو تطرقنا الى أنموذج الإنحدار الخطي العام في حالته البسيطة (Simple Linear Model) ليكون وفق الصيغة الآتية (5):

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + u_i \quad (1-2)$$

إذ أن:

$y_i$ : يمثل متغير الأستجابة.

$x_{i1}$ : يمثل المتغير التوضيحي.

$\beta_1$ : معلمة الميل الحدي (معلمة الإنحدار) Regression parameter.

$\alpha$ : معلمة الحد الثابت (معلمة التقاطع) Intercept parameter.

$u_i$ : حد الخطأ العشوائي.

فان هذه المعادلة تدرس مدى تأثير المتغير التوضيحي في متغير الأستجابة بشكل عام أي لمجموعة واحده فقط كأن تكون (مستشفى معين، ظاهره معينه، بلد معين) مع إغفال التأثيرات الداخلية المضمنة في المتغير التوضيحي، إذ ان من المعلوم وفق الظروف الطبيعية وجود تفاوت واختلاف بين المستشفيات أو البلدان أو المؤسسات التعليمية، لذا وجب التفكير جدياً بمعرفة وتجزئة تلك التأثيرات الخاصة بالمتغير التوضيحي في المتغير المعتمد (متغير الإستجابة) مع ثبوت للظروف الأخرى أو الأجزاء الأخرى في ذات المتغير التوضيحي(2)، من هنا انطلقت وتبلورت فكرة النماذج الهيكلية أو النماذج متعددة المستويات لتكون وسيلة لدراسة التأثيرات الجزئية المذمورة آنفاً، إذ يمكن إعادة كتابة النموذج الخطي البسيط المبين في الصيغة (1-2) ليكون كالآتي (14)p.7:

$$y_i = \alpha_j + \beta_j x_{ij} + u_i \quad (1-3)$$



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

إذ ان :

$\alpha_j$  : تمثل معلمة إنحدار بشكل متغير عشوائي .

$J=1,2,\dots,n_j$  والذي يشير الى عدد المجموعات الجزئية في النموذج التي يتم دراسة تأثيرها بشكل منفصل واحده عن الأخرى .

وبتحول المعلمة  $\alpha_j$  الى متغير عشوائي يمكن بناء ( $j$ ) من نماذج الإنحدار الجزئية كما في الصيغة الاتية (2) .

$$= \eta_{00} + u_{0j}\alpha_j \quad (1-4)$$

إذ ان :

$\eta_{00}$  : معلمة الحد الثابت للمستوى-2 (مستوى المجموعة) .

$u_{0j}$  : خطأ المستوى -2 يتوزع بواسون بمعلمة ( $\mu$ ) .

الصيغة (1-4) المذكورة آنفاً تسمى أنموذج مستوى المجموعة (المستوى-2) تشمل الحد الثابت  $\eta_{00}$  وحد الخطأ  $u_{0j}$  ، ومن خلال تعدد المستويات داخل الأنموذج لأكثر من مستويين يصبح لدينا مجموعة هيكلية من المعادلات او النماذج الجزئية ضمن النموذج الرئيس لتشكل بمجملها نموذج هرمي متعدد المستويات.

### 5-1 توزيع بواسون Poisson Distribution :

يعد توزيع بواسون واحدا من ابرز التوزيعات المتقطعة المهمة جداً في الكثير من التطبيقات الإحصائية، ويسمى في بعض الأحيان توزيع الحوادث نادرة الحصول كحوادث تصادم السفن او الوحدات المعيبة في دفعة انتاجية معينة او الاخطاء المطبعية في كتاب معين (4)P.279 .

إذا وجد متغير عشوائي متقطع وليكن ( $y_i$ ) يمثل عدد الأوقات لحصول حدث ما خلال مدة زمنية معينة ، فإن ذلك المتغير يتبع توزيع بواسون بمعلمة قدرها ( $\mu$ ) ، كما ان دالة الكتلة الاحتمالية للتوزيع هي (6)P.15

$$p(Y_i/\mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^{y_i}}{y_i!} \quad Y_i = 0,1,2,\dots \quad (1-5)$$

0

Otherwise

إذ ان :

$\mu$  : تمثل معلمة التوزيع وهي ذات قيمة موجبه ( $\mu > 0$ ) .

### 6-1 أنموذج إنحدار بواسون Poisson Regression Model

يُعد إنموذج إنحدار بواسون أحد أنواع النماذج الخطية- اللوغاريتمية (Log-Linear Models)، وهو النموذج الملائم لتحليل البيانات التي تكون بهيئة بيانات معدودة (Count Data) أو معدلات (Rate Data)، وجاءت هذه التسمية لأنموذج نتيجة لإمتلاك الخطأ العشوائي فيه توزيع بواسون ومن ثم يتوزع متغير الإستجابة ( $y_i$ ) وفقاً لذات التوزيع، أما كونه خطياً- لوغاريتمياً فذلك يعني ومن خلال أخذ اللوغاريتم الطبيعي لصيغة النموذج فإنها تتحول الى صيغة خطية (11) .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 7-1 الصيغة العامة لأنموذج إنحدار بواسون Regression Model

يمكن كتابة إنموذج إنحدار بواسون وفق الصيغة الآتية (3):

$$y = e^{x\beta + u} \quad (1-6)$$

$y$

إذ إن :

$y$  : موجه متغير الاستجابة ذي درجة  $nx1$ .

$x$  : مصفوفة المتغيرات التوضيحية ذات الدرجة  $nx(P+1)$ .

$\beta$  : موجه معلمات النموذج ذي الدرجة  $(P+1) \times 1$ .

$u$  : موجة الاخطاء العشوائية ذي الدرجة  $nx1$ .

$n$  : حجم العينة .

$P$  : عدد المتغيرات التوضيحية.

### 8-1 افتراضات انموذج انحدار بواسون

يقوم انموذج انحدار بواسون على ثلاثة افتراضات رئيسية (3):

#### الافتراض الاول

ان الدالة الاحتمالية الشرطية لمتغير الاستجابة  $(y_i)$  عندما تكون معلمة التوزيع  $(\mu)$  معلومة تتبع توزيع بواسون بمعلمة قدرها  $(\mu)$  كما في صيغة التوزيع المبينة في المعادلة (1-5) والمذكورة آنفاً .

#### الافتراض الثاني

ان معلمة التوزيع في الأنموذج مساوية الى  $(20)p.2$ :

(1-7)

$$= e^{x_i' \beta} \mu_i$$

إذ إن

$x_i'$  : يمثل الصف  $i$  من مصفوفة المتغيرات التوضيحية  $X$  .

#### الافتراض الثالث

هناك استقلالية بين الأزواج المرتبة للمتغيرين  $(X_i, Y_i)$  .

إجمالاً وباعتماد خواص توزيع بواسون على نموذج انحدار بواسون وفق الافتراضات الثلاثة ، يكون الوسط الحسابي والتباين لمتغير الاستجابة  $y_i$  مساوياً الى (10) :

$$E(y_i/x) = \text{var } e^{x_i' \beta} \quad (1-8)$$

$$(y_i/x) = \mu_i =$$

### 9-1 تقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون بطريقة الإمكان الأعظم Estimation For

Poisson Regression model Parameters in Maximum Likelihood Method

ابتداءً سيتم الاعتماد في عملية تقدير معلمات إنموذج إنحدار بواسون والمبين في معادله (1-6) على الافتراضات الثلاثة التي مرّ ذكرها في الفقرة الماضية على اعتبار ان حد الخطأ العشوائي في المعادلة (1-6) يتبع توزيع بواسون بمعلمه قدرها  $(\mu)$  ومن ثم سينعكس ذلك على المتغير العشوائي الخاص بالإستجابة  $(y_i)$  ، فإذا كان متغير الإستجابة  $(y_i)$  يتبع توزيع بواسون بمعلمه قدرها  $(\mu_i)$  فتكون دالة التوزيع الخاصة لمتغير  $(y_i)$  كما يأتي :



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج انحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

$$= \quad i=1,2,\dots \quad (1-9)$$

$$P(y_i = y_i) = \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!}$$

بتعظيم المشاهدات لتوزيع متغير الاستجابة الوارد في الصيغة (1-11) تكون دالة الامكان الاعظم كالآتي<sup>(19)</sup>:

$$L(y_1, y_2, \dots, y_n / \mu_i) = \frac{e^{-\sum_{i=1}^n \mu_i} \prod_{i=1}^n \mu_i^{y_i}}{\prod_{i=1}^n y_i!} \quad (1-10)$$

ومن خلال أخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي دالة الإمكان الأعظم المذكور اعلاه يتم الحصول على :

$$(\text{Log } L (Y_i / X \underline{\beta})) = - \sum_{i=1}^n \mu_i + \sum_{i=1}^n y_i (\text{Log } (\mu_i)) - \text{Log } (\prod_{i=1}^n y_i!) \quad (1-11)$$

وبالرجوع الى الفرض الثاني من الافتراضات الخاصة بأنموذج انحدار بواسون والمبين في الصيغة

(1-7)

$$= e^{x_i' \underline{\beta}} \mu_i$$

من خلال تعويض نتيجة هذا الافتراض في دالة (1-11) نحصل على ما يأتي :

$$) = - \sum_{i=1}^n e^{x_i' \underline{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i \{\log (e^{x_i' \underline{\beta}})\} - \text{Log } \{ \prod_{i=1}^n Y_i! \} \{ \text{Log } L (y_i / x_i, \underline{\beta}) \} \quad (1-12)$$

وعند اشتقاق الصيغة (1-12) بالنسبة لموجه المعلمات ( $\underline{\beta}$ ) نحصل على الآتي :

$$(y_i - e^{x_i' \underline{\beta}}) \frac{d \text{Log } L}{d \underline{\beta}} = \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-13)$$

وعند مساواة مشتقة دالة الإمكان الأعظم بالنسبة لموجه المعلمات ( $\underline{\beta}$ ) بالصفر نحصل على :

$$= 0 \frac{d \text{Log } L}{d \underline{\beta}}$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - e^{x_i' \underline{\beta}}) x_i = 0 \quad (1-14)$$

من هذه الصيغة لا يمكن الحصول مباشرة على تقدير لمعلمات انموذج انحدار بواسون كونها غير خطية ، لذلك ومن خلال استعمال خوارزمية المربعات الصغرى التكرارية الموزونة ( Iterative weighted least square ) يمكن الحصول على مقدرات لمعلمات انموذج بواسون وتكون كما يأتي<sup>(16)</sup>.

$$\hat{\beta}_{poisson MLE} = (X' \widehat{W} X)^{-1} X' \widehat{W} Z \quad (1-15)$$

إذ ان :

$\hat{\beta}_{poisson MLE}$  : موجه معلمات انموذج انحدار بواسون المقدره وفق طريقة الامكان الاعظم.

$\widehat{W}$  : مصفوفة قطرية ( Diagonal Martrix ) عناصر القطر فيها تكون مساوية الى القيم المقدره وفق معلمة توزيع بواسون  $\hat{\mu}$  تبعا للافتراض الثاني .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج انحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

$$= \begin{bmatrix} e^{\mu_1} & \dots & \dots \\ \vdots & e^{\mu_2} & \dots \\ \dots & \dots & e^{\mu_n} \end{bmatrix} \bar{W}$$

Z : موجه يحتوي عناصر، والعنصر i في ذلك الموجه سيكون مساويا الى

$$Z_i = \log \left( \hat{\mu}_i + \frac{Y_i - \hat{\mu}_i}{\hat{\mu}_i} \right) \quad (1-16)$$

### 10-1 أنموذج انحدار بواسون الهرمي Hierarchical Poisson Regression Model

تعرفنا سلفا على انموذج انحدار بواسون بهيئته العامة والذي من خلاله يتم دراسة التأثير العام للمتغيرات التوضيحية في متغير الاستجابة دون بيان دور اثر كل متغير بثبوت المتغيرات التوضيحية الاخرى ، ويمكن تعريف النموذج الخطي الهرمي بأنه طريقة إحصائية لتحليل البيانات المهيكلة هرمياً، ويمكن القول ان مجموعة البيانات تنتظم بشكل هرمي عندما يكون لدينا مشاهدات على مستوى-أدنى متداخلة ضمن مشاهدات على مستوى-علوي<sup>(5)</sup> لذا سيتم التطرق الى انموذج انحدار بواسون الهرمي ذي التجميع الجزئي، علما ان توزيع الخطأ العشوائي ومتغير الاستجابة هو توزيع بواسون بمعلمه قدرها  $(\mu)$  ، كما ان الافتراضات الرئيسية الثلاثة التي تم ذكرها في الفقرة (1-8) تنطبق تماما مع طبيعة الأنموذج قيد البحث .

### 11-1 الصيغة العامة لأنموذج انحدار بواسون الهرمي General form for Hierarchical poisson Regression Model

عند وجود متغير توضيحي واحد مضمن في معادلة الانحدار وفق انموذج انحدار بواسون الهيكلي ذي التجميع الجزئي ( Partial Pooling Model ) والذي يشير الى دراسة التأثيرات بشكل عام داخل كل مجموعة والتأثيرات الاجمالية للمتغيرات التوضيحية<sup>(19)</sup> . تكون معادلة الانحدار لانموذج انحدار بواسون الهرمي متعدد المستويات كالآتي<sup>(7)p.234</sup> :

$$Y_{ij} = e^{\alpha_{j(i)} + \beta x_{ij} + u_{ij}} \quad (1-17)$$

إذ ان :

$Y_{ij}$  : يمثل متغير الاستجابة للملاحظة (i) الواقعة ضمن المستوى (j) .

$\alpha_{j(i)}$  : معلمة التقاطع وهي متغير عشوائي يمثل تأثير كل مستوى من مستويات (j) .

$\beta$  : معلمة الانحدار ( معلمة الميل الحدي ) نفرضه متساوي لكل المجموعات .

$x_{ij}$  : المتغير التوضيحي على المستوى-1 (الفردى) .

$u_{ij}$  : حد الخطأ العشوائي للمستوى-1 (الفردى) يتبع توزيع بواسون بمعلمه قدرها  $(\mu)$  .

وبالعودة الى الصيغة (1-4) والتعويض عن المعلمة  $\alpha_{j(i)}$  (والتي اصبحت تمثل متغير عشوائي) بالصيغة

(2-17) نحصل على الأنموذج العام مع متغير توضيحي واحد على المستوى-1 (الفردى)<sup>(1)</sup> :

$$y_{ij} = e^{\eta_{00} + u_{0j} + \beta x_{ij} + u_{ij}} \quad (1-18)$$

نلاحظ بان الأنموذج أصبح يحتوي حدين، أحدهما ثابت والآخر عشوائي وهي تلخص التأثيرات على مستوى الفرد وتلك التي على مستوى المجموعة عموماً .

ومن خلال زيادة عدد المتغيرات التوضيحية سنلاحظ زيادة في هيكلية الأنموذج بوجود معلمات تقاطع جديدة تخص المستوى ضمن المجموعة فضلاً عن الميل الذي يعبر عن كامل التأثير للمجموعات ككل .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

فعد وجود متغيرين توضيحيين تكون معادلة إنحدار أنموذج بواسون متعدد المستويات كالآتي :

$$y_i = e^{\eta_{00} + u_{01} + \eta_{11} + u_{02} + x_{1j}\beta_1 + x_{2j}\beta_2 + u_{ij}} \quad (1-19)$$

إذ ان :

$\eta_{00}$  : تمثل معلمة التقاطع للمستوى-2 .

$\eta_{11}$  : تمثل معلمة التقاطع للمستوى-1 .

$u_{01}$  : يمثل حد الخطأ للمستوى-1 .

$u_{02}$  : يمثل حد الخطأ للمستوى-2 .

وباستخدام المصفوفات يمكن إعادة كتابة الأنموذج في الصيغة (1-19) المذكورة آنفاً ليكون كما يأتي (7):

$$y = e^{x\eta + zu + \varepsilon} \quad (1-20)$$

إذ ان :

$y$  : موجه متغير الإستجابة ذو درجة  $nx1$  .

$x$  : مصفوفة المتغيرات التوضيحية للمعلمات الثابتة ذات الدرجة  $nx(p+1)$  .

$\eta$  : موجه المعلمات الثابتة ذات الدرجة  $(p+1) \times 1$  .

$z$  : مصفوفة المتغيرات التوضيحية للمعلمات العشوائية ذات الدرجة  $nx(p+1)$  .

$\varepsilon$  : متجه الأخطاء العشوائية للمستوى-1 ذو درجة  $nx1$  .

إذا كانت لدينا بيانات هرمية يمكن استعمال أنموذج إنحدار متعدد المستويات لإيجاد تقدير الارتباط بين المجموعات ، الأنموذج الذي تم وصفه سابقاً في صيغة (1-17) ولكن بعد إزالة المتغير التوضيحي ( $X_i$ ) من الأنموذج فإن الصيغة (1-17) تصبح (2)

$$Y_{ij} = e^{\alpha_{j(i)} + u_{ij}} \quad (1-21)$$

For  $i=1,2,\dots,n$  ,  $j=1,2,\dots,J$

وبتعويض صيغة (1-4) في الصيغة أعلاه نحصل على أنموذج العدم الأنموذج الخالي (Empty Model) وكالآتي :

$$Y_{ij} = e^{\eta_{00} + u_{0j} + u_{ij}} \quad (1-22)$$

نلاحظ ان الصيغة المذكورة آنفاً لا تفسر أي تباين في  $Y$  لأنه لا يتضمن أي متغير توضيحي وتحليل التباين الى مركبتين مستقلتين هما (2):

$\sigma_{u0}^2$  : تباين خطأ مستوى-2 .

$\sigma_{\varepsilon}^2$  : تباين خطأ مستوى-1 .

وباستعمال هذا الأنموذج يمكننا تعريف ارتباط بين المجموعات ( $\rho$ ) (Intra Class Correlation) ويرمز له اختصاراً ( $ICC$ ) وكما في الصيغة الرياضية الآتية (2) :

$$ICC = \frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{u0}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2} \quad (1-23)$$

إذ ان الارتباط بين المجموعات يشير الى التباين المفسر بواسطة المجموعات بالمجتمع ، وهو عبارة عن نسبة التباين الموجود على مستوى المجموعة مقارنة بالتباين الكلي للأنموذج ، ويمكن ان يفسر هذا الارتباط أيضاً كارتباط بين مشاهدين مسحوبتين عشوائياً من نفس المجموعة.





## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إندار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 12-1 تقدير معلمات أنموذج إندار بواسون الهرمي

#### 1-12-1 طريقة الإمكان الأعظم الكاملة Full Maximum Likelihood Method

لاحظنا في الفقرة الماضية الصيغة العامة لأنموذج إندار بواسون الهرمي وهي صيغة غير خطية ، وكما ذكرنا آنفاً فإن أنموذج إندار بواسون سواء بشكله العام أو الهرمي فإنه يتصف بأنه من النماذج الخطية- اللوغاريتمية<sup>(9)</sup>.

يمكن تقدير أنموذج إندار بواسون الهرمي ذو التجميع الجزئي من خلال طريقة الإمكان الأعظم الكاملة (FML) بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للصيغة (1-20) لأجل تحويلها الى صيغه خطيه ليسهل التعامل معها في تطبيق خطوات الطريقة الخاصة بتقدير المعلمات كالاتي :

$$\begin{aligned} \text{Lo } y &= \text{Log}(e^{x\eta + zu + \epsilon}) \\ y^* &= x\eta + zu + \epsilon \end{aligned} \quad (1-24)$$

وبذلك يمكن إجراء ذات خطوات التقدير بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة المستخدمة حين تمتلك مشاهدات متغير الإستجابة التوزيع الطبيعي<sup>(2)</sup>.

$$y^* \sim N(x\eta, V) \quad \text{إذ ان :}$$

V : مصفوفة التباين- والتباين المشترك وهي مصفوفة (Block Diagonal) ذات بعد (n×n) ، عناصر القطر الثانوي تشير الى عدم وجود تباين مشترك بين المشاهدات من مجموعات مختلفة<sup>(22)</sup>.

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_{u0}^2 * J_{n1} + \sigma_{\epsilon}^2 * I_{n1} & 0 \\ 0 & \sigma_{u1}^2 * J_{n2} + \sigma_{\epsilon}^2 * I_{n2} \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

إذ ان :

$\sigma_{u0}^2$  : مصفوفة التباين والتباين المشترك للمستوى-2 للمجموعة ككل .

$\sigma_{u1}^2$  : مصفوفة التباين والتباين المشترك للمستوى-1 للمجموعة الجزئية .

$I_{n1}$  : مصفوفة الوحدة الخاصة بالمجموعة ككل .

$I_{n2}$  : مصفوفة الوحدة الخاصة بالمجموعة الجزئية .

$J_{n1}$  : مصفوفة جميع عناصرها (1) للمجموعة ككل .

$J_{n2}$  : مصفوفة جميع عناصرها (1) للمجموعة الجزئية .

وبتعظيم المشاهدات في الدالة (1-24) تكون دالة الإمكان الأعظم كما يأتي :

$$*e^{-1/2(y^* - x\eta)^T V^{-1}(y^* - x\eta)} (2\pi)^{-1/2} * (V)^{-1/2} = \prod_{i=1}^n L(y^*/x, \eta)$$

$$L(y^*/x, \eta) = (2\pi)^{-n/2} * (V)^{-n/2} * e^{-n/2(y^* - x\eta)^T V^{-1}(y^* - x\eta)} \quad (1-26)$$



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للصيغة والدالة (1-26) نحصل على :

$$\text{LogL} = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log(V) - \frac{n}{2} (y^* - x\eta)' V^{-1} (y^* - x\eta) \quad (1-27)$$

وبالإشتقاق الجزئي بالنسبة للمعلمة ( $\eta$ ) نحصل على :

$$\frac{\partial \text{Log L}}{\partial \eta} = -2X'V^{-1}Y^* + 2X'V^{-1}X\eta \quad (1-28)$$

وبمساواة ناتج الإشتقاق بالصفر يمكن الحصول على مقدرات الإمكان الأعظم لأنموذج إنحدار بواسون الهرمي كما يأتي :

$$-2XV^{-1}Y^* + = 0$$

$$2X'V^{-1}X\eta$$

$$\text{Hpoisson FML} = (X'V^{-1}X)^{-1} X'V^{-1}Y^* \quad \hat{\eta} \quad (1-29)$$

### 13-1 مقارنة نماذج البحث وأفضلية طرائق التقدير

بعد ان تم التعرف على أنموذجي البحث (أنموذج إنحدار بواسون، أنموذج إنحدار بواسون الهرمي) وتم بيان آليات تقديريهما (الإمكان الأعظم بالنسبة لأنموذج إنحدار بواسون الإعتيادي، الإمكان الأعظم الكاملة بالنسبة لأنموذج إنحدار بواسون الهرمي) وجب الوقوف على مدى أفضلية الأنموذجين في تمثيل بيانات ظاهرة معينة (وفيات الأمهات) وبيان أفضل الطرق المستخدمة في تقدير معلماتها وذلك عبر إعتداد متوسط مربعات الخطأ ( $MSE$ ) خلال تجربة المحاكاة .

#### 1-13-1 معيار متوسط مربعات الخطأ Mean Square Error

يُعد أبرز المقاييس المستخدمة للمقارنة بين النماذج الإحصائية وأفضليتها ، ويرمز له اختصاراً ( $MSE$ ) ، وهو مقياس ذو درجة عالية في بيان كفاءة أفضلية طرائق التقدير تحديداً. والصيغة العامة لهذا المقياس يمكن كتابتها كما يأتي (18) :

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^R (\hat{\beta} - \beta)' (\hat{\beta} - \beta)}{R} \quad (1-30)$$

إذ أن :

$\hat{\beta}$  : تمثل المعلمة المقدرة وفق أي طريقة من طرائق التقدير المستخدمة في البحث (الإمكان الأعظم ، الإمكان الأعظم الكاملة) .

$\beta$  : قيمة المعلمة الافتراضية .

$R$  : عدد تكرارات التجربة (باستخدام المحاكاة) .

#### 1-2 الجانب التجريبي

سنعرض في هذا المبحث استخدام بعض الدوال الجاهزة والصيغ البرمجية من برنامج الماتلاب (Matlab) في توليد البيانات وبناء نماذج المحاكاة لغرض المقارنة بين طرائق التقدير باختلاف أحجام العينات ( $n=30,60,120$ ) وقيم مختلفة لمعلمة التوزيع ( $\mu=2.50, 3.9167, 4.50$ ) وتكرارات مختلفة ( $r=1000, r=5000$ ) ، كما تم إعتداد متوسط مربعات الخطأ ( $MSE$ ) كمعيار للمقارنة بين أفضلية طرائق التقدير ومن ثم إختيار أفضل أنموذج وتطبيقه على البيانات الحقيقية .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 2-2 توليد المتغيرات العشوائية Generating Random Variables

تم تنفيذ تجارب المحاكاة باستعمال ثلاث حجومات عينات مختلفة (30, 60, 120) وبتكرارات مختلفة (5000, 1000) ، علماً أن معلمة توزيع بواسون حسب برنامج الـ (easy fit) تساوي (3.9167) كما تم افتراض قيمتين لمعلمة التوزيع ( $\mu$ ) احدهما أقل من القيمة الأصلية (2.50) والأخرى أعلى من القيمة الأصلية (4.50) وذلك للحصول على أعلى دقة ممكنة للنتائج فعند استخدام ( $\mu$ ) ،  $\mu = 3.9167$  ، وبأحجام عينات مختلفة (30, 60, 120) ، إذ تم تطبيقه على أنموذج بواسون المقدر بطريقة الإمكان الأعظم وأنموذج بواسون الهرمي الذي تم تقديره بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة، وبعتماد متوسط مربعات الخطأ (MSE) كمعيار للمقارنة وذلك لدقته المعروفة ، فكانت النتائج كما في الجدول رقم (2-1) .  
جدول (2-1) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $r=1000$ ) ( $\mu = 3.9167$ )

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.4226	
	Hierarchical Poisson FML	0.1936	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.6675	
	Hierarchical Poisson FML	0.3186	Hierarchical Poisson
120	Poisson ML	0.9118	
	Hierarchical Poisson FML	0.4293	Hierarchical Poisson
Best sample Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML			

أما عند تكرار التجربة لأكثر من 1000 مرة ( $r=5000$ ) مع تثبيت معلمة التوزيع ولنفس حجومات العينات المذكور آنفاً نجد ان النتائج كما في الجدول رقم (2-2) .  
جدول (2-2) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $r=5000$ ) ،  $\mu = 3.9167$

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.1928	
	Hierarchical Poisson FML	0.0884	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.2727	
	Hierarchical Poisson FML	0.1256	Hierarchical Poisson
120	Poisson ML	0.4039	
	Hierarchical Poisson FML	0.1895	Hierarchical Poisson
Best sample Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML			



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

وعند تغيير قيمة معلمة التوزيع ( $\mu = 2.50$ ) وهي قيمة افتراضية أقل من القيمة الحقيقية وبتكرار أحجام العينات نفسها المذكورة آنفاً نحصل على النتائج الآتية وكما مبين في الجدول رقم (3-2) أدناه .  
جدول (3-2) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $\mu = 2.50, r=1000$ )

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.2463	
	Hierarchical Poisson FML	0.0772	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.3635	
	Hierarchical Poisson FML	0.1187	Hierarchical Poisson
120	Poisson MLE	0.5162	
	Hierarchical Poisson FML	0.1693	Hierarchical Poisson
Best sample	Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML		

أما عند زيادة تكرار التجربة لأكثر من 1000 ( $r=5000$ ) ولنفس قيمة معلمة التوزيع وأحجام العينات المذكورة آنفاً نلاحظ النتائج كما في الجدول رقم (4-2) .  
جدول (4-2) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $\mu = 2.50, r=5000$ )

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.1351	
	Hierarchical Poisson FML	0.0509	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.1626	
	Hierarchical Poisson FML	0.0531	Hierarchical Poisson
120	Poisson ML	0.2424	
	Hierarchical Poisson FML	0.0833	Hierarchical Poisson
Best sample	Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML		

وعند تغيير قيمة معلمة التوزيع ( $\mu = 4.50$ ) وهي قيمة افتراضية أكثر من القيمة الحقيقية وبتكرار أحجام العينات نفسها المذكورة آنفاً نحصل على النتائج الآتية وكما مبين في الجدول رقم (5-2) فيما يأتي: .  
جدول (5-2) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $\mu = 4.50, r=1000$ )

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.5387	
	Hierarchical Poisson FML	0.2691	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.7709	
	Hierarchical Poisson FML	0.3860	Hierarchical Poisson
120	Poisson ML	1.1096	
	Hierarchical Poisson FML	0.5593	Hierarchical Poisson
Best sample	Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML		

أما عند زيادة تكرار التجربة لأكثر من 1000 ( $r=5000$ ) ولنفس قيمة معلمة التوزيع وأحجام العينات المذكورة آنفاً نلاحظ النتائج كما في الجدول رقم (6-2) .



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

جدول (2-6) يوضح أفضلية طرائق التقدير لأنموذجي بواسون وبواسون الهرمي عند ( $r=5000, \mu=4.50$ )

Sample size	Methods	Mse	Best
30	Poisson ML	0.2101	
	Hierarchical Poisson FML	0.1002	Hierarchical Poisson
60	Poisson ML	0.3312	
	Hierarchical Poisson FML	0.1639	Hierarchical Poisson
120	Poisson ML	0.4972	
	Hierarchical Poisson FML	0.2508	Hierarchical Poisson
Best sample	Size = 30 methods Hierarchical Poisson FML		

### 3-2 تحليل نتائج المحاكاة Simulation Result Analysis

تم اعتماد متوسط مربعات الخطأ للمقارنة بين أفضلية طرائق التقدير (الإمكان الأعظم بالنسبة لأنموذج بواسون والإمكان الأعظم بمعلومات كاملة بالنسبة لأنموذج بواسون الهرمي)، حيث أظهرت النتائج (كما في الجداول المذكور أنفاً) تفوق طريقة الإمكان الأعظم الكاملة لأنموذج بواسون الهرمي عند حجم عينة ( $n=30$ ) في كل الحالات التي تم فيها تغيير حجوم العينات وقيم معلمة التوزيع وعدد مرات تكرار التجربة . لذلك وبعد التأكد من تفوق أنموذج إنحدار بواسون الهرمي المقدر بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة قمنا بتطبيقه على البيانات الحقيقية التي تم الحصول عليها من وزارة الصحة .

### 4-2 الجانب التطبيقي

سوف نعرض في هذا المبحث وصف البيانات الخاصة بوفيات الأمهات Maternal Mortality إذ اعتمدنا بيانات حقيقية حول وفيات الأمهات في بغداد والتي تمثل المتغير المعتمد (Y)، إذ تم إختيار ثلاثة من دوائر الصحة (دائرة صحة بغداد الرصافة، دائرة صحة بغداد الكرخ ودائرة مدينة بغداد الطبية) وتم تسجيل حالات الوفيات لكل ثلاثة اشهر على مدى خمسة سنوات من سنة 2011 ولغاية سنة 2015 ، تم تسجيلها من السجلات الخاصة بكل دائرة حيث تمثل كل دائرة صحة او مجموعة (عدد وحدات المستوى الثاني) التأثير العشوائي ، إذ ان كل دائرة تمثل مجموعة لذا سيكون عدد المشاهدات (10) مشاهدة لكل دائرة (مجموعة) ، ولكون بحثنا يشمل ثلاث دوائر فان عدد المشاهدات الكلي سيكون (30) مشاهدة .

### 5-2 وصف بيانات البحث Description Data Search

بعد الزيارات المتكرره التي قمنا بها لوزارة الصحة العراقية والدوائر المرتبطة بها بما فيها دائرة مدينة بغداد الطبية بغية الحصول على بيانات تخص الظاهرة قيد الدراسة (وفيات الأمهات Maternal Mortality) والتي تمثل المتغير المعتمد (Y) إذ تم الحصول على عينه مكونه من (60) مشاهد موزعه على (3) دوائر صحة في بغداد وكما مبين في الملحق رقم (1) ، لاحظنا ان هناك العديد من العوامل (المتغيرات التوضيحية) المؤثرة في زيادة وفيات الأمهات (Maternal Mortality) وهي كالآتي :-

. Age of mother	$X_1$ : عمر الأم (حين الوفاة)
pregnancies Sequence	$X_2$ : تسلسل الحمل (تسلسل الحمل الذي توفت به)
Normal vaginal delivery	$X_{31}$ : ولاده طبيعية
.Caesarean section	$X_{32}$ : ولاده قيصرية
. Respiratory deficit	$X_{41}$ : عجز الجهاز التنفسي
. Provide placenta	$X_{42}$ : تقدم المشيمة
. Bleeding after childbirth	$X_{43}$ : نزف بعد الولادة
Cardiogenic shock sharp	$X_{44}$ : نزف قبل الولادة
. Sudden cardiac death	$X_{45}$ : توقف القلب المفاجئ



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

- .Likelihood of thrombus amniotic** : احتمال خثرة السائل الأمنيوني  $X_{46}$   
**.Hypertension** : ارتفاع ضغط الدم  $X_{47}$   
**.Kidney deficit** : عجز الكلى  $X_{48}$   
**. eclampsia** : تسمم الحمل  $X_{49}$   
**. Uterine rupture and now hype vessels** : تمزق الرحم والأنزفة الدموية  $X_{410}$   
**. Brain hemorrhage** : نزف دماغي  $X_{411}$   
**.Pulmonary Empolism** : جلطة رئوية  $X_{412}$

### 6-2 أنموذج إنحدار بواسون الهرمي Hierarchical Poisson Regression Model

1-6-2 تقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون الهرمي بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة (FML) بعد أن أظهرت نتائج المحاكاة تفوق طريقة الإمكان الأعظم الكاملة (FML) لتقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون الهرمي (كما في الجداول أعلاه) تم بناء أنموذج إنحدار بواسون الهرمي وباستخدام البرنامج نفسه المذكور آنفاً وكانت تقديرات المعلمات بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة كما في الجدول (12-2) وكالاتي: جدول رقم (12-2) يوضح تقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة

Intercept	0.7805
$\beta_1$	0.0164
$\beta_2$	-0.0132
$\beta_3$	0.0194
$\beta_4$	0.0458
$\beta_5$	0.0410
$\beta_6$	0.0988
$\beta_7$	0.0335
$\beta_8$	0.1195
$\beta_9$	0.0706
$\beta_{10}$	0.0493
$\beta_{11}$	0.0597
$\beta_{12}$	0.0072
$\beta_{13}$	0.0777
$\beta_{14}$	0.0380
$\beta_{15}$	0.1188
$\beta_{16}$	0.0614
Group(intercept)	65.43
Residual	163.89
No. obs.=60 , No.groups=3	
Factor(group1)=15.45	
Factor(group1)=13.33	
Factor(group1)=18.41	



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

يمكننا كتابة معادلة إنموذج إنحدار بواسون الهرمي الذي تم تقدير معلماته بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة كما يلي :

$$Y_i = e^{\alpha_j + 0.0164x_1 - 0.0132x_2 + 0.0194x_3 + 0.0458x_32 + 0.0410x_41 + 0.0988x_42 + \dots + 0.0614x_{12} + 163.8}$$

$$\alpha_j = 0.7805 + 65.43$$

ثم نعوض عن قيمة ال ( $\alpha_j$ ) بما يساويها بالمعادلة المذكور آنفاً نحصل على الآتي :

$$Y_i = e^{0.7805 + 0.0164x_1 - 0.0132x_2 + 0.0194x_3 + 0.0458x_32 + 0.0410x_41 + 0.0988x_42 + \dots + 0.0614x_{12} + 163.89 + 65.43}$$

المعادلة المذكور آنفاً تتضمن حدين للخطأ الأول (163.89) خطأ المستوى-1 (خطأ الإنحدار العشوائي الإعتيادي) ، اما الحد الثاني (65.43) خطأ المستوى-2 (مستوى دائرة الصحة) والذي يتكون بسبب اختلاف المنطقه الجغرافيه التي تقع ضمنها دائرة الصحة .

$$ICC = \frac{65.43}{65.43 + 163.89} * 100 = 28.532$$

يتضح من نتيجة معامل الارتباط أعلاه ، ان التأثير العشوائي للمنطقة الجغرافية التي تقع ضمنها دائرة الصحة يشكل حوالي 29% ، اي ان الإختلافات التي جاءت في التقديرات لعدد وفيات الأمهات 29% منها يعود للمنطقة الجغرافية (دائرة الصحة) ، وان المتغير التوضيحي ( $x_2$ ) والذي يشير الى تسلسل الحمل يؤثر بشكل سلبي على زيادة عدد وفيات الأمهات اي انه كلما قل تسلسل الحمل تزداد خطورة تعرض الأم للوفاة ، بمعنى آخر انه خطورة الوفاة للأم تزداد في حملها الأول أو الثاني أكثر منها في حملها المتأخر كأن يكون الثالث أو الرابع وهذا ما لاحظناه من تتبع طبيلات المرضى في مختلف دوائر الصحة يعود السبب اما لقلّة الوعي والخبرة أو عدم مراجعة مراكز الرعاية الأولية .

نلاحظ انه في أنموذج التجميع الجزئي مختلف التقاطع ان الميول ثابتة ومتساوية لكل مجاميع المستوى-2 (دائرة الصحة) ، لكن الذي يختلف هنا هو معامل التقاطع (Intercept) من دائرة الى أخرى ، ومن ثم فان لدينا (3) معادلات إنحدار مقدره تعبر عن دوائر الصحة الثلاث وكما يأتي :

1- دائرة صحة الرصافة

كانت معادلة الإنحدار المقدره كالآتي :

$$Y_i = e^{15.45 + 0.0164x_1 - 0.0132x_2 + 0.0194x_3 + 0.0458x_32 + 0.0410x_41 + 0.0988x_42 + \dots + 0.0614x_{12}}$$

2- دائرة صحة الكرخ

كانت معادلة الإنحدار المقدره كالآتي :

$$Y_i = e^{13.33 + 0.0164x_1 - 0.0132x_2 + 0.0194x_3 + 0.0458x_32 + 0.0410x_41 + 0.0988x_42 + \dots + 0.0614x_{12}}$$

3- دائرة صحة مدينة بغداد الطبية

كانت معادلة الإنحدار المقدره كالآتي :

$$Y_i = e^{18.41 + 0.0164x_1 - 0.0132x_2 + 0.0194x_3 + 0.0458x_32 + 0.0410x_41 + 0.0988x_42 + \dots + 0.0614x_{12}}$$



## دراسة تحليلية مقارنة بين أنموذج إنحدار بواسون وبواسون الهرمي وتطبيقها في المجال الصحي

### 1-3 الإستنتاجات Conclusion

بعد تنفيذ تجارب المحاكاة وما تم عرضه من نتائج وتحليل في الجانب التجريبي وكذلك تنفيذ التطبيق العملي على بيانات حقيقية لعدد وفيات الأمهات ولخمس سنوات (2011-2015) وبشكل فصلي وعرض النتائج في الجانب التطبيقي وتحليلها إستنتجت الباحثة ما يأتي :

- 1- أن أفضل أنموذج يمثل البيانات قيد الدراسة (وفيات الأمهات) أفضل تمثيل هو أنموذج بواسون الهرمي المقدر بطريقة الإمكان الأعظم الكاملة وبحجم عينة (n=30) ، أي ان أنموذج بواسون الهرمي يصلح للعينات الصغيرة ، ومن هنا تتضح أهمية النماذج الهرمية بشكل عام وأنموذج التجميع الجزئي بشكل خاص في تحليل البيانات المهيكلة او التي تكون بشكل متداخل مثل مريض داخل مستشفى ضمن منطقته جغرافيه معينه.
- 2- أظهرت المعادلة التقديرية لأنموذج إنحدار بواسون الهرمي ان متغير تسلسل الحمل ( $x_2$ ) يؤثر بشكل سلبي على عدد وفيات الأمهات أما بقية المتغيرات تؤثر بشكل ايجابي على عدد الوفيات وهذا الكلام يصح على كل دوائر الصحة (قيد الدراسة) .
- 3- نلاحظ من خلال النتائج التي اظهرها برنامج الماتلاب بالنسبة لأنموذج بواسون الهرمي ان التأثير العشوائي للمنطقة الجغرافية التي تقع ضمنها دائرة الصحة بشكل حوالي 29% ، بمعنى ان الاختلافات التي جاءت في التقديرات لعدد وفيات الأمهات 29% منها يعود للمنطقة الجغرافية التي تقع ضمنها دائرة الصحة ، وان لمتغير تسلسل الحمل ( $x_2$ ) ايضا تأثير عكسي واضح على عدد وفيات الأمهات .

### 2-3 التوصيات Recommendation

على ضوء الإستنتاجات التي توصلنا اليها من خلال البحث يمكن إجمال التوصيات التاليه :

- 1- تطبيق النماذج الهرمية على بيانات تعاني من مشاكل الإنحدار مثل مشكلة التعدد الخطي وعدم التجانس وغيرها .
- 2- من خلال دراستنا أنموذج تحليل متعدد المستويات يلاحظ وجود عدة طرائق للتقدير ، لذا نوصي باستخدام طرائق تقدير أخرى لتقدير المعلمات الثابتة والعشوائية مثل طريقة تقدير بيز الحصينة .
- 3- نوصي بتوسيع نطاق البحث بشمول أكثر من مستويين كأن تتم دراسة ظاهرة الوفيات ضمن مستشفى معين ضمن منطقة جغرافيه معينه فضلا عن شمول متغيرات توضيحية على المستوى 2- ليكون التحليل اكثر دقة .
- 4- توصي الباحثة بشمول متغيرات توضيحية اخرى ضمن هذه الدراسة مثل الرعاية الصحية التي تلقتها الأم اثناء فترة الحمل الحالية والسابقة لأهمية هذا المتغير وتأثيره في زيادة او تقليل عدد الوفيات .
- 5- تطبيق الأنموذج الهرمي للعينات الغير متوازنة اي ان يختلف حجم العينة في كل مستوى من مستويات الأنموذج .
- 6- من خلال اطلاع الباحثة على اسلوب جمع البيانات في دوائر الصحة التابعة للوزارة توصي باستخدام الأساليب الإحصائية وادخال كوادرها دورات تدريبه بذلك لضمان دقة الإحصائيات .
- 7- نوصي بتوسيع قاعدة بيانات تخص الأم تبدأ من مراكز الرعاية الصحية وصولا الى المستشفيات التي عادة ما تتم ولادة الأم فيها بحيث تكون معلومات كافيته عن كل أم تراجع المستشفى التي تقع ضمن المنطقة الجغرافية لتلافي معظم اسباب الوفاة الناجمة عن جهل ملاك المستشفى بالتاريخ الصحي للأم حين دخولها للمستشفى حال الولادة .





- 1- البرهاوي، عبد الجبار شهاب- حامد ، زينب توفيق (2011)م، "دراسة في تقدير الإمكان الأعظم لأنموذج مركبات التباين العشوائي"، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ، مجلد 20 ، ص ص 147-162 .
- 2- الحسيني، مريم عبد الحسين أصغر علي (2014) ، "بناء نماذج الإنحدار الخطي المختلط وتطبيقه في المجال البيئي"، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والإقتصاد ، جامعة بغداد .
- 3- صبري، حسام موفق (2013)، "مقارنه طرائق تقدير معلمات أنموذج إنحدار بواسون في ظل وجود مشكلة التعدد الخطي مع تطبيق عملي" ، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والإقتصاد ، جامعة بغداد .
- 4- كاظم، أموري هادي، ومسلم، باسم شليبه (2002) م، "القياس الإقتصادي المتقدم- النظرية والتطبيق" ، مطبعة دنيا الأمل ، العراق ، بغداد .
- 5- Alkharusi Hussain , (2011) , " Hierarchical Linear Models: Applications in Educational Assessment Research", Educational Research Journal , Vol.26,No.1.
- 6- Al-Nasir , A.M & Rashid, D.H (1988) , "statistical inference" , Baghdad University , Higher Education Printing Press , Iraq , Baghdad .
- 7- Andrew, G and J. Hill, (2007), "Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models", Cambridge University Press, 32 Avenue of the Americas, New York, NY 10013-2473, USA.
- 8- Bernardinelli , L. & Montomoli, C. (1992), "Empirical Bayes Versus Fully Bayesian Analysis of Geographical Variation in Disease Risk", statistics in Medicine, Vol. 11 , PP: 983-1007 .
- 9- Bjorn, W., (2003), " Performance of Empirical Bayes Estimators of Level-2 Random Parameters in Multilevel Analysis: A Monte Carlo Study for Longitudinal Designs " , Journal of Educational and Behavioral Statistics ,Vol. 28 , No. 2 , PP: 169-194.
- 10- Christiansen Cindy L. & Morris Carl N. (1997) , "Hierarchical Poisson Regression Modeling", Journal of the American Statistical Association , Vol. 92,No. 438 , PP: 618-632 .
- 11- Haque , M.M. & Chin, H. C. , & Huang , H.(2010) . "Applying Bayesian Hierarchical Models to Examine Motorcycle Crashes at Signalized Intersections." Accident Analysis & Prevention , Vol. 42(1) , PP: 203-212 .
- 12- Lawless, J. F. (1987)," negative Binomial and mixed Poisson regression",Canadian journal of statistic Vol. 15 , PP: 209-225 .
- 13- Leigh, B. ; Robert, L.L. ; Frank, J.C. , (1978) , "Analyzing Multilevel Data in the Presence of Heterogeneous within-Class Regressions", Journal of Educational Statistics , Vol. 3 , pp: 347-383.
- 14- Leyland A.H. , Goldstein H.(2001) , "Multilevel Modelling of Health Statistics" , John Wiley & Sons .



- 15- Long , J. S(1997) , “Regression Models for Categorical and Limited Independent Variables” , SAGE Publicayion Inc , USA .
- 16- Mansson , K & Kebria , B . M & Sjolander , P & Shukur , G(2012) , “Improved Liu Estimators for the poisson Regression Model” , International Journal of Statistics and Probability , Vol. 1 , No.1 , PP: 2-6 .
- 17- Mansson, K & Shukur, G (2011) , “A poisson Ridge Regression Estimator” , Economic Modeling, Vol. 28 , Issue. 4 , PP: 1475-1491.
- 18- Miaou Shaw-Pin (1994) , “The Relationship Between Truck Accidents and Geometric Design of Road Sections : Poisson Versus Negative Binomial Regression” , Accid. Anal. And Prev., Vol. 26, No. 4, PP: 471-482 .
- 19- Sinan Alper & Genç Aşır (2012) , “Comparing the Most Commonly Used Classical Methods for Determining the Ridge Parameter in Ridge Regression” , Journal of Selcuk University Natural and Applied Science , VOL.1 NO.2.
- 20- Winkelmann , R (2008) , “Economic Analysis of Count Data” , 5<sup>th</sup> ed. , Springer, Verlag Berlin Heidelberg, Germany .
- 21- Woltman Heather , Feldstain Andrea , Mackay J. Christine , Rocchi Meredith (2012), “An Introduction to Hierarchical Linear Modeling” , Tutorials in Quantitative Methods for Psychology, Vol. 8(1) , pp: 52-69 .
- 22- W. J. Browne , D. Draper , (2006) , "A comparison of Bayesian and Likelihood-based Methods for Fitting Multilevel Models " , Bayesian Analysis, 1, No. 3, pp. 473-514.



## **Analytical Study Compared Between Poisson and Poisson Hierarchical Model and Applied in Healthy Field.**

### **Abstract:**

Through this research, We have tried to evaluate the health programs and their effectiveness in improving the health situation through a study of the health institutions reality in Baghdad to identify the main reasons that affect the increase in maternal mortality by using two regression models, "Poisson's Regression Model" and "Hierarchical Poisson's Regression Model". And the study of that indicator (deaths) was through a comparison between the estimation methods of the used models. The "Maximum Likelihood" method was used to estimate the "Poisson's Regression Model"; whereas the "Full Maximum Likelihood" method were used for the "Hierarchical Poisson's Regression Model".

The comparison was made through the use of simulation technique, various sample sizes ( $n= 30, 60, 120$ ) and various frequencies ( $r= 1000, 5000$ ) for the experiments, The comparison between the estimation methods was built on "Mean Square Errors" method and then to choose the model which most represents the data best. A conclusion was reached, that the "Hierarchical Poissons's Regression Model" - which was estimated by "Full Maximum Likelihood" method with a sample size of (30) – is the most excellent model for representing maternal mortalities data.

Then this was applied on the real data were obtained from Ministry Of Health. Maternal mortalities were recorded over five years quarterly, Three health institutes in Baghdad were chosen.

**Key Word:** Maternal Mortality, Hierarchical Poisson Regression Model, Full Maximum likelihood , Simulation , Mean Square Error