((Comparison Between Bayes and Goal Programming to Choose The best Method of Estimate of Multiple Regression Parameters Depending on The Simulation))

((مقارنة اسلوب بيز والبرمجة الهدفية لاختيار افضل طريقة لتقدير معالم الانحدار المتعدد باعتماد اسلوب المحاكاة))

أ.م.د. جاسم ناصر حسين احمد تركي عبد علي

قسم الاحصاء/كلية الادارة والاقتصاد

بحث مستل من رسالة ماجستير في الاحصاء

الملخص:

تم الاعتماد في هذا البحث على اسلوب بيز بالاعتماد على دالة الكثافة الاحتمالية اولية المرافقة الطبيعية (Normal Conjugate prior pdf) وكذلك اسلوب البرمجة الهدفية (Goal Programming) لتقدير معلمات الانحدار المتعدد ، وكان الهدف من البحث بيان افضل الطرائق من خلال مقياس متوسط مربعات الخطأ وتبين ان طريقة بيز هي الافضل في جميع قيم الانحراف المعياري (σ) باختلاف حجم العينة (n).

Abstract:

Bayes Method depend on normal conjugate prior (pdf) and Goal Programming Method are used in this peeper to estimate the parameters of Multiple Regression. The aime of the research is to show the best method based on the mean square error (MSE). The results of Experimental analysis show that Bayes Method is the best for all quantities of (σ) and different sample size (n).

1-1 مقدمة

أدت الاستخدامات العديدة والمتنوعة لعلم الإحصاء في مجالات الحياة المختلفة إلى اهتمام عدد من الباحثين بدراسة العلوم الإحصائية وبمرور الزمن نشأت عن هذه الدراسات عدة طرائق لتقدير المعالم بعض هذه الطرائق يعتمد في اسلوبه وتحليله واستنتاجاته على المعلومات التي توفرها المشاهدات فضلا عن المعلومات التي تأتي من الاعتقاد الشخصي والخبرات المتراكمة لدى الباحث وتدعى بالمعلومات الأولية (Prior Information) والبعض الاخر يعتمد على المعلومات التي توفرها المشاهدات فقط.

2-1 هدف البحث

يهدف هذا البحث الى اختيار افضل طريقة لتقدير معالم الانحدار المتعدد من خلال المقارنة بين اسلوب بيز و البرمجة الهدفية من خلال استعمال مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) بهدف الوصول الى افضل طريقة لتقدير أنموذج الانحدار.

الجانب النظري

2-1 مفهوم اسلوب بيز (Concept of Bayes Method)

يتعامل اسلوب بيز مع المعلمات المجهولة على فرض انها متغيرات عشوائية (Random Variables) وهذه المعلمات لها معلومات اولية تختلف كما ونوعا اعتمادا على مدى المعلومات المتوفرة لدى الباحث من خلال الخبرات او التجارب السابقة المطابقة او القريبة من العمل، تكمن صعوبة هذا الاسلوب في جمع المعلومات حول المعلمات المجهولة وتحديد التوزيع الاحتمالي الاولي لها بشكل دقيق وذلك لصعوبة الحصول على المعلومات السابقة او لعدم دقة هذه المعلومات، اذ توضع هذه المعلومات بشكل توزيع احتمالي اولي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية الاولية $\mathrm{P}(\theta)$ (Prior p.d.f) حيث تعتبر هذه الدالة هي نقطة الفرق بين اسلوب بيز والطرق التقليدية[6].

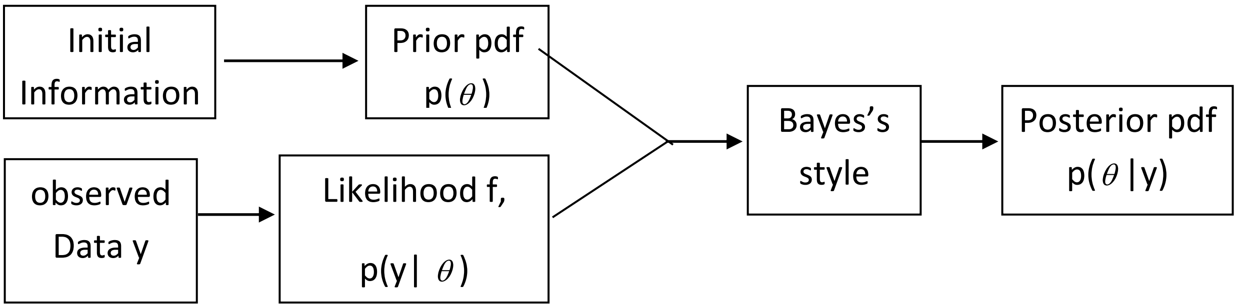
يتم الاستفادة من التوزيع الاولي من خلال دمجة مع دالة الامكان الاعظم $\mathrm{P}(Y\mid\theta)$ (Likelihood Function) للمشاهدات الحالية (Y) باستخدام صيغة بيز العكسية (Bayes Inversion Formula) حيث يتم الحصول على المعلومات جيدة او قريبة من الواقع حول المعلمة المجهولة توضع هذه المعلومات على شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة $\mathrm{P}(\theta\mid\mathrm{Y})$ (Posterior .pdf)، ويعتبر هذا التوزيع وصفا كاملا عن المعلمة المجهولة بوجود معلومات العينة[1].

ويتطلب اسلوب بيز في التقدير وجود دالة الخسارة حيث يتم الحصول على مقدر بيزي من خلال تصغير دالة الخسارة المتوقعة للتوزيع اللاحق للمعلمة المجهولة (θ)،بوجود بيانات العينة (Y)،ويجب ان تحقق دالة الخسارة الشرطين التاليين .

1. $L(\hat{\theta},\theta)\geq 0 \quad \forall\hat{\theta},\forall\theta$

2. $L(\hat{\theta},\theta)=0 \quad \forall\hat{\theta}=\theta$

وهناك انواع مختلفة من دالة الخسارة وطبقا لاختلاف انواع دالة الخسارة ،وانواع التوزيع الاولي للمعلمة، ستكون تقديرات بيز ايضا مختلفة، والهدف هو الحصول على مقدر بيزي $\left(\hat{\theta}_{Bayes}\right)$تكون عنده الخسارة المتوقعة اللاحقة اقل ما يمكن ،والشكل التالي يمثل مخطط التوضيح لعمل بأسلوب بيز[4].



شكل (1) مخطط يوضح اسلوب بيز

رياضياً يمكن التعبير عما تقدم وكالآتي:

$$\mathrm{P}(\theta \mid y)=\frac{\mathrm{P}(y \mid \theta) \mathrm{P}(\theta)}{\mathrm{P}(y)} \qquad (1)$$

أي ان:

$$\mathrm{P}(\theta \mid y) \propto \mathrm{P}(y \mid \theta) \mathrm{P}(\theta)$$

$p(y,\theta)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للمتغيرين العشوائيين y,θ.

$p(\theta)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية الأولية للمعلمة θ قبل المعاينة.

$p(y|\theta)$: تمثل دالة الإمكان الأعظم لمشاهدات العينة.

$p(\theta|y)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة θ بعد المعاينة.

وتشير $\propto$ إلى كمية تناسبية.

2-2 تقدير معالم انموذج الانحدار المتعدد

لتقدير معالم انموذج الانحدار المتعدد والحصول على مقدرات بيز سوف نستخدم دالة كثافة احتمالية المرافقة طبيعية (Natural Conjugate)[1][5].

$$P(Y/\beta,\sigma)=\left\{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}}\right\}^{n}.\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^{2}}(Y-X\beta)'(Y-X\beta)\right]\cdots\cdots\cdots(2)$$

وبإضافة $X(\beta-\hat{\beta}_{LS})$ للدالة لتبسيط الحل ينتج

$$\propto\frac{1}{\sigma^{n}}.\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^{2}}\left(Y-X\beta-X(\beta-\hat{\beta})\right)'\left(Y-X\beta-X(\beta-\hat{\beta})\right)\right]$$

$$\propto\frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^{2}}(Y-X\beta)'(Y-X\beta)+(\beta-\hat{\beta})'X'X(\beta-\hat{\beta})\right]$$

$$\propto\frac{1}{\sigma^{n}}.\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^{2}}\left\{\nu\hat{\sigma}^{2}+(\beta-\hat{\beta}_{LS})'X'X(\beta-\hat{\beta}_{LS})\right\}\right]\cdots\cdots\cdots(3)$$

علما ان:

$$\hat{\beta}_{LS}=(X'X)^{-1}(X'Y)$$

$$\sigma^{2}=\frac{(Y-X\hat{\beta})'(Y-X\hat{\beta})}{\nu}$$

$$\nu=n-m$$

هنا لدينا معلمتان مجهولتان وهما(β,σ) وكل معلمة لها توزيع معين وفق شروط وضوابط معينة حيث عندما لا تتوفر لدينا معلومات حول هذه المعلمات نتبع ما توصل اليه (Jeffery) في تحديد دوال الكثافة الاحتمالية الاولية[4].

اذ قال اذا كان مجال المعلمة المراد تقديرها تمتلك قيمة في مجال لانهائي $(-\infty,\infty)$ فدالة الكثافة الاحتمالية الأولية تكون دالة الكثافة لتوزيع المنتظم .

$$P(\beta)d\beta\propto d\beta \qquad -\infty<\beta<\infty \text{ ....(4)}$$

$$P(\beta)d\beta\propto \text{constant} \qquad -\infty<\beta<\infty$$

اما اذا كان مجال المعلمة ما بين $(0,\infty)$ اي المجال ضمن القيمة الموجبة من الاعداد الطبيعية فيستخدم كتوزيع لوغاريتمي منتظم [6].

$$P(\sigma)d\sigma \propto \frac{1}{\sigma}d\sigma \;..............\; 0<\sigma<\infty \;...............(5)$$

اما بالنسبة للمتجه (β) فانه يتوزع توزيع طبيعي متعدد المتغيرات (Multivariate Normal) على وفق دالة الكثافة الاحتمالية[4][1] :

$$\mathrm{P}(\beta \mid \sigma) \propto \frac{1}{\sigma^m}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left(\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)' Q\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)\right)\right]\cdots\cdots\cdots(6) \qquad (-\infty<\beta<\infty)$$

$\bar{\beta}$: تمثل الوسط الحسابي للتوزيع الاولي

$\sigma^2 Q^{-1}$: تمثل مصفوفة التباين - التباين المشترك ، وان (Q) مصفوفة ذات محدد موجب (Positive Definite)

ولكي يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة بين (β,σ) يتم استخدام المعادلة التالية

$$\mathrm{P}(\beta,\sigma)=\mathrm{P}(\sigma).\mathrm{P}(\beta/\sigma)\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$\mathrm{P}(\beta,\sigma) \propto \frac{1}{\sigma^{m+1}}.\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)' Q\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)\right\}\right]\cdots\cdots\cdots(8)$$

P = عدد المعالم

اما دالة الامكان للمشاهدات فتكون:

$$\mathrm{P}(\mathrm{Y} \setminus \beta,\sigma) \propto \frac{1}{n}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{(\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta)'(\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta)\right\}\right]\cdots\cdots\cdots(9)$$

تمثل الدالة (8) دالة الكثافة الاحتمالية الأولية للمعلمتين، وبدمجها مع دالة (9) يتم الحصول على الدالة (10) الموضحة ادنه والتي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة

$$\mathrm{P}(\beta,\sigma \mid \mathrm{Y}) \propto .\frac{1}{\sigma^{n+m+1}}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{(\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta)'(\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta)+\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)' Q\left(\beta-\bar{\beta}_P\right)\right\}\right]$$

$$\propto .\frac{1}{\sigma^{n+m+1}}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{\begin{pmatrix}\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta \\ Q^{\frac{1}{2}}\bar{\beta}_P-Q^{\frac{1}{2}}\beta\end{pmatrix}'\begin{pmatrix}\mathrm{Y}-\mathrm{X}\beta \\ Q^{\frac{1}{2}}\bar{\beta}_P-Q^{\frac{1}{2}}\beta\end{pmatrix}\right\}\right]\cdots\cdots(10)$$

بافتراض ان :

$$w=\begin{pmatrix} Y \\ Q^{\frac{1}{2}}\bar{\beta}_P \end{pmatrix} \qquad Z=\begin{pmatrix} X \\ Q^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

تكون صيغة التوزيع اللاحق ،كما موضحة في المعادلة (11).

$$P(\beta,\sigma \mid Y)\propto .\frac{1}{\sigma^{n+m+1}}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{(w-Z\beta)'(w-Z\beta)\right\}\right]\cdots\cdots\cdots(11)$$

وبافتراض ان :

$$\bar{\beta}_{BC}=(Z'Z)^{-1}Z'w\cdots\cdots\cdots(12)$$

$\bar{\beta}_{BC}=$ مقدر بيز بالاعتماد على دالة اولية مرافقة طبيعية

فان دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة تصبح

$$P(\beta,\sigma/Y)\propto .\frac{1}{\sigma^{n+m+1}}\exp\left[\frac{-1}{2\sigma^2}\left\{\left(w-Z\bar{\beta}_{BC}\right)'\left(w-Z\bar{\beta}_{BC}\right)+\left(\beta-\bar{\beta}_{BC}\right)'Z'Z\left(\beta-\bar{\beta}_{BC}\right)\right\}\right]\cdots(13)$$

وبإجراء التكامل للدالة (13) بالنسبة (σ) سيتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة الحدية لمتجه المعالم (β)

$$P(\beta/Y)\propto\left\{\left(\beta-\bar{\beta}_{BC}\right)'Z'Z\left(\beta-\bar{\beta}_{BC}\right)\right\}^{\frac{-(n+m)}{2}}\cdots\cdots\cdots(14)$$

والصيغة (14)تمثل دالة كثافة احتمالية لتوزيع (m- variate t) بوسط حسابي $\left(\bar{\beta}_{BC}\right)$ معرف بالصيغة (15) التالية والذي يمثل مقدر بيز لمعالم المتجه (β) باعتماد دالة كثافة مرافقة طبيعية،

$$\bar{\beta}_{BC}=\left[\begin{pmatrix} X \\ Q^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}'\begin{pmatrix} X \\ Q^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}\right]^{-1}\left[\begin{pmatrix} X \\ Q^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}'\begin{bmatrix} Y \\ Q^{\frac{1}{2}}\bar{\beta}_P \end{bmatrix}\right]\cdots\cdots\cdots(15)$$

2-3 اسلوب البرمجة الهدفية : (Goal Programming Method)

تسعى الاساليب الاحصائية لإيجاد افضل الطرائق لتحقيق الاهداف ومعالجة المشاكل بشتى انواعها من خلال البحوث والدراسات المكملة بعضها لبعض،ودائما ما تؤل هذه الاساليب الى تحقيق الهدف الامثل او الافضل باستخدام احد تطبيقات الحل الامثل، لكن مع التطور والطموح المستمر لدى الادارات بتحقيق العديد من الاهداف في ان واحد وغالبا ما تكون هذه الاهداف ذات ابعاد متعددة ومتنوعة إضافة الى شروط مفروضة في الغالب حيث جعلت من البرمجة الخطية (Linear Programming) تؤل الى حلول ضعيفة وغير ملبية الى طموح الادارة[3].

ولهذا تم تطوير اسلوب رياضي متفرع من البرمجة الخطية يدعى بأسلوب البرمجة الهدفية (Goal Programming) يهدف هذا الاسلوب الى ايجاد اقرب وافضل الحلول الى عدد من الاهداف المحددة مسبقا،ويعد في الآونة الاخير احد اهم الادوات المهمة في اتخاذ القرارات لحل المشاكل تتضمن هدف واحد او عدة اهداف بغض النظر عن التوافق او التناقض بين الاهداف،وان هذه الاهداف تعالج كقيود التي يجب ان تحقق الى اقرب حد ممكن، اذا يتم من خلالها الحصول على حلول افضل لقابليتها على احتواء اكثر من هدف شرط ان تكون مكتوبة بصيغة خطية من خلال تحسين الحل بالارتكاز على احد المتغيرات في كل مرحلة من مراحل الحل[2].

ويمكن تعريفها بأنها " أنموذج رياضي يسعى إلـى إيجاد أقرب وأحسن الحلول للقيم المحددة مسبقاً لعدد من الأهداف عن طريق تخفيض مجموع الانحرافات عن الأهداف المحددة مسبقاً إلـى أدنى حد ممكن"[2].

$$\min Z=\{ p_1 (d_i^- , d_i^+), p_2 (d_i^- , d_i^+), ... , p_k (d_i^- , d_i^+)\} \cdots\cdots (16)$$

subject to :

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad , \ i=1,2,......m \\ x_j , d_i^- , d_i^+ \geq 0 \end{array}\right\} \quad ....(17)$$

Z : تمثل دالة الانجاز.

P_k : الاولوية رقم (k) في دالة الهدف.

X_j : متغير القرار.

C_{ij} : معامل متغير القرار j في دالة الهدف i .

di^+ : متغير الانحراف الموجب .

di^- : متغير الانحراف السالب .

b_i : قيمة الهدف رقم i .

يمكن توظيف اسلوب برمجة الاهداف لتقدير معلمات انموذج الانحدار بافتراض ان:

$$X_j = \hat{\beta}_{j-1} \,,\; U_i = d_i^- + d_i^+ \,,\; b_i = Y_i$$

$$\min imze = \sum_{i-1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i \right) \qquad \text{.......................................} \quad (18)$$

Subject to:

$$\beta_0 + \sum_{j=1}^{m} X_{ij}\beta_j + U_i = Y_i \qquad \text{...} \quad (19)$$

الجانب التجريبي

3-1 تجارب المحاكاة:

تم استعمال برنامج MATLAB 2015a في توليد البيانات وبناء نماذج المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق باختلاف احجام العينات واختلاف قيم تباين الخطأ .

3-2 القيم الافتراضية

بالاعتماد على الدراسات السابقة ومن بحوث منشورة تم اعتماد القيم الافتراضية الاتية[1]:

1-2-3 القيم الافتراضية للمعالم

$$B_0 = 2.50; B_1 = 1.74; B_2 = -0.15; B_3 = 0.92; B_4 = 0.32; B_5 = -0.69;$$

$$B_6 = 0.31; B_7 = 1.31;$$

3-3 توليد المتغيرات العشوائية:

تم تنفيذ تجارب المحاكاة باستعمال خمسة حجوم للعينات ($n = 15,25,50,75,100,150$) وبتكرارات $= Replicates$) 1000 (لكل تجربة ويتم توليد بعض المتغيرات التوضيحية X_i بالشكل التالي:

1-3-3 توليد المتغيرات التوضيحية :

تم توليد المتغيرات الكمية باعتماد على الدالة rand لتوليد الارقام العشوائية بالفترة (a,b) وهي كالاتي:

```
x1=round(2675 + (38353-2675)*rand(n,1));
x2=round(133 + (652-133)*rand(n,1));
x3=round(91418 + (1312158-91418)*rand(n,1));
x4=round(1393048 + (78854134-1393048)*rand(n,1));
x5=round(45 + (634-45)*rand(n,1));
x6=round(2728000 + (5791000-2728000)*rand(n,1));
x7=round(19 + (45-19)*rand(n,1));
```

2-3-3 توليد الأخطاء العشوائية :

الأخطاء العشوائية وتتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط(0) وتباين (σ^2) باستعمال الايعاز الاتي:

ui=normrnd(0,sigma,n,1)

اي ان:

$$u_i \sim N(0,\sigma^2); i = 1,2,\ldots,n$$

وقد تم عرض اربع مستويات من التباين وهي (0.01,0.5,0.75,0.99) = σ

3-3-3 توليد متغير الاستجابة:

يتم توليد المتغير(Y_i) مباشرة من خلال النماذج المستعملة في تجارب المحاكاة وذلك باستعمال دالة الانحدار بدلالة المتغيرات التوضيحية التي تم توليدها في الفقرة(3-3-1) مضافاً إليهما الأخطاء العشوائية التي تم توليدها في الفقرة(3-3-2) وفي هذه الحالة يمثل متغير الاستجابة لأنموذج الانحدار الخطي المتعدد الذي يأخذ الصيغة الاتية :

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{m} \beta_j x_i + u_i$$

4- نتائج تجربة المحاكاة

جدول رقم (1)

n	σ	Parameters	Bayes NC	GP
$n = 15$	σ = 0.01	β_0	-0.0037	-0.0112
		β_1	0.6754	0.0169
		β_2	-0.0521	-0.0038
		β_3	0.3495	0.0271
		β_4	0.1298	-0.0073
		β_5	-0.2413	0.0009
		β_6	0.1340	0.0127
		β_7	0.5072	-0.0224
		MSE	0.0732	0.0983
	σ = 0.5	β_0	-0.0037	-0.0486
		β_1	0.6357	-0.0211
		β_2	-0.0582	-0.0045
		β_3	0.3713	0.1622
		β_4	0.1193	0.0628
		β_5	-0.2274	-0.0336
		β_6	0.1383	-0.0276
		β_7	0.4644	-0.0281
		MSE	0.0620	0.0885
	σ = 0.75	β_0	-0.0037	-0.2700
		β_1	0.7501	0.1281
		β_2	-0.1697	-0.4076
		β_3	0.3199	-0.1992
		β_4	0.1695	-0.4665
		β_5	-0.2717	0.1272
		β_6	0.0247	0.7229
		β_7	0.4590	0.4473
		MSE	0.0344	0.0873
	σ = 0.99	β_0	-0.0037	1.1839
		β_1	0.6252	-1.7402
		β_2	-0.0323	-1.0881
		β_3	0.2393	-0.1357
		β_4	0.1802	-1.5822
		β_5	-0.3088	0.2700
		β_6	-0.0321	0.1405
		β_7	0.5049	-0.1283
		MSE	0.0583	0.4423

اولا: من خلال النتائج اعلاه للجدول (1) تبين لنا ما يلي:

1- ان طريقة بيز بالاعتماد على دالة مرافقة طبيعية اظهرت ولجميع قيم (σ) متوسط مربعات خطا اكفا من البرمجة الهدفية.

2- تبين بشكل عام كلما زادة قيمة (σ) تقل قيمة متوسط مربعات الخطأ للطرائق باستثناء حالة ($\sigma = 0.99$)

3- ان الطريقة (بيز بالاعتماد على دالة مرافقة طبيعية) عند حجم عينة (15) و($\sigma = 0.75$) تمتلك اقل متوسط مربعات خطا

جدول رقم (2)

n	σ	Parameters	Bayes NC	GP
$n = 50$	$\sigma = 0.01$	β_0	-0.0011	0.0034
		β_1	0.6474	0.0061
		β_2	-0.0551	-0.0044
		β_3	0.3421	0.0109
		β_4	0.1192	0.0145
		β_5	-0.2527	-0.0072
		β_6	0.1160	-0.0009
		β_7	0.4871	-0.0006
		MSE	0.0715	0.0895
	$\sigma = 0.5$	β_0	-0.0011	-0.8652
		β_1	0.6549	-0.7181
		β_2	-0.1181	0.4962
		β_3	0.3822	-0.1931
		β_4	0.1398	0.9269
		β_5	-0.3149	-0.3344
		β_6	0.0681	0.4119
		β_7	0.5321	0.0176
		MSE	0.0602	0.0890
	$\sigma = 0.75$	β_0	-0.0011	0.9860
		β_1	0.6806	-0.4395
		β_2	-0.0075	0.1067
		β_3	0.3775	0.3860
		β_4	0.1674	0.9701
		β_5	-0.2401	0.3821
		β_6	0.0274	-0.7982
		β_7	0.5049	-0.8788
		MSE	0.0304	0.0840
	$\sigma = 0.99$	β_0	-0.0011	0.6169
		β_1	0.6066	-0.8036
		β_2	-0.1066	1.4371
		β_3	0.3900	2.1158
		β_4	0.0951	0.7932
		β_5	-0.1962	0.2272
		β_6	0.1014	-1.2166
		β_7	0.4408	0.2425
		MSE	0.0533	0.4020

ثانيا: من خلال النتائج اعلاه للجدول (2) تبين لنا ما يأتي:

1- ان طريقة بيز بالاعتماد على دالة مرافقة طبيعية اظهرت ولجميع قيم (σ) متوسط مربعات خطا اكفا من جميع الطرائق.

2- تبين بشكل عام كلما زادة قيمة (σ) تقل قيمة متوسط مربعات الخطا للطرائق باستثناء حالة ($\sigma = 0.99$)

3- اوضح الجدول اعله ان طريقتي (البرمجة الهدفية) في حال ($\sigma = 0.99$) يكون لديهما اعلى متوسط مربعات خطا.

4- ان الطرائق المعتمدة عند حجم عينة (50) و($\sigma = 0.75$) يمتلكا اقل متوسط مربعات خطا .

جدول رقم (3)

n	σ	Parameters	Bayes NC	GP
$n = 150$	$\sigma = 0.01$	β_0	-0.0004	0.0001
		β_1	0.7062	-0.0216
		β_2	-0.0600	0.0043
		β_3	0.3738	-0.0035
		β_4	0.1305	-0.0040
		β_5	-0.2781	-0.0125
		β_6	0.1258	0.0133
		β_7	0.5322	0.0002
		MSE	0.0682	0.0776
	$\sigma = 0.5$	β_0	-0.0004	-0.6234
		β_1	0.6364	0.5887
		β_2	-0.0485	0.5131
		β_3	0.3523	-0.4599
		β_4	0.1418	-0.2174
		β_5	-0.2655	0.0104
		β_6	0.1275	-0.2056
		β_7	0.4790	0.6291
		MSE	0.0541	0.0843
	$\sigma = 0.75$	β_0	-0.0004	-0.6972
		β_1	0.6526	0.3114
		β_2	-0.0625	-0.4667
		β_3	0.3495	-0.2086
		β_4	0.1207	0.7360
		β_5	-0.2610	1.0969
		β_6	0.1428	-1.4659
		β_7	0.4696	0.2977
		MSE	0.0286	0.0832
	$\sigma = 0.99$	β_0	-0.0004	1.0453
		β_1	0.6236	0.0727
		β_2	-0.0753	-1.2088
		β_3	0.3945	-0.6208
		β_4	0.1478	-0.0598
		β_5	-0.2532	-0.4325
		β_6	0.1135	0.8807
		β_7	0.4280	0.1541
		MSE	0.0519	0.4001

ثالثا: من خلال النتائج اعلاه للجدول (3) تبين لنا ما يلي:

1- ان طريقة بيز بالاعتماد على دالة مرافقة طبيعية اظهرت ولجميع قيم (σ) متوسط مربعات خطا اكفا من جميع الطرائق.

2- تبين بشكل عام كلما زادة قيمة (σ) تقل قيمة متوسط مربعات الخطا للطرائق باستثناء حالة ($\sigma = 0.99$)

3- اوضح الجدول اعله ان طريقتي (البرمجة الهدفية) في حال ($\sigma = 0.99$) يكون لديهما اعلى متوسط مربعات خطا.

4 - ان الطرائق (بيز بالاعتماد على دالة مرافقة طبيعية) عند حجم عينة (150) تمتلك اقل متوسط مربعات خطا عندما تكون ($\sigma = 0.75$).

5- ان الطريقة (البرمجة الهدفية) عند حجم عينة (150) تمتلك اقل متوسط مربعات خطا عدما تكون ($\sigma = 0.01$).

الاستنتاجات والتوصيات

اولا : الاستنتاجات

1- من خلال النتائج المعروضة في الجدول تبين ان كلما ازداد حجم العينة قلت قيمة متوسط مربعات الخطأ.

2- ان الطريقتين يعطيان افضل متوسط مربع الخطأ عندما تكون ($\sigma = 0.75$).

3- ان طريقة البرمجة الهدفية تعطي اعلى متوسط مربع الخطأ عندما تكون ($\sigma = 0.99$).

ثانيا : التوصيات

1- نوصي باستخدام طريقة بيز والاعتماد على دالة اولية مرافقة طبيعية في حال كان التباين غير معلوم.

2- نوصي باستخدام طريقة بيز والاعتماد على قيمة التباين ($\sigma = 0.75$)

3- التطرق الى اساليب اخرى في التقدير لم يتم التطرق لها في هذا البحث مثل طريقة المربعات الصغرى العامة او اعظم دالة انتروبي او بيز بدوال اولية غير التي تم التطرق لها .

المصادر

1- عبودي ، عماد حازم ، (1996) " استخدام أسلوب بيز في تقدير وتحليل معالم نماذج الانحدار مع تطبيق عملي " ، رسالة دكتوراه في الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

2- كاظم، صفاء كريم،(2009) ،" المقارنة بين تقديرات معالم نموذج الانحدار الخطي المتعدد باستخدام اسلوب OLS واسلوب برمجة الاهداف " ، مجلة الادارة والاقتصاد – عدد 77.

3- Han-Lin Li,(1998),” SOLVE LEAST ABSOLUTE VALUE REGRESSION PROBLEMS USING MODIFIED GOAL PROGRAMMING TECHNIQUES”, National Chiao Tung University, Hsinchu 30050, Taiwan,

4- Joseph G. Ibrahim & Purushottam W. Laud,(2012),(On Bayesian Analysis of Generalized Linear Models Using Jeffreys's Prior), Northern Illinois University, JASA, 86:416, 981-986.

5- N. van Erp & P. van Gelder,(2013)," BAYESIAN LOGISTIC REGRESSION ANALYSIS",American Institute of Physics Conference, 1553, 147-154.

6- Peter D. Hoff,(2009)," A First Course in Bayesian Statistical Methods" , Springer Dordrecht Heidelberg London New York.