ملاحظات حول التقدير بطريقة العزوم للانموذج ARMA(1,1) و ARMA(0,1)

أ.م. د. لميعة باقر جواد   م. د. لمياء محمد علي البدراني

جامعة بغداد – كلية الادارة والاقتصاد – قسم الاحصاء

الخلاصة

عن طريق مقدر العزوم للأنموذج *ARMA(1,1) وباستعمال المحاكاة تم التوصل الى ان احد الجذرين يعطي نموذجا انعكاسيا، ويمكن الاستدلال عليه من خلال اشارة $\hat{p}_1$ ، ان الجذر $\hat{\theta}_1^+$ يجعل الانموذج إنعكاسياً عندما تكون إشارة $\hat{\rho}_1$ موجبة، أما الجذر $\hat{\theta}_1^-$ فيجعل الانموذج إنعكاسياً عندما تكون إشارة $\hat{P}_1$ سالبة، وتوصل البحث الى طريقة بديلة لتقدير الانموذج ARMA(0,1) تكون ملائمة عندما يكون $|\hat{P}_1| < 0.45$. و تم التوصل الى ملاحظات واستنتاجات اخرى

Abstract

By driven the moment estimator of ARMA (1, 1) and by using the simulation some important notice are founded, From the more notice conclusions that the relation between the sign $\hat{P}_1$ and moment estimator for ARMA (1, 1) model that is: when the sign is positive means the root $\hat{\theta}_1^+$ gives invertible model and when the sign is negative means the root $\hat{\theta}_1^-$ gives invertible model. An alternative method has been suggested for ARMA (0, 1) model can be suitable when $|\hat{P}_1| < 0.45$

مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية
المجلد 18
العدد 65
الصفحات 305 - 315

*البحث مستل من أطروحة دكتوراه (1)

و ARMA(0,1)

المقدمة وهدف البحث

من الطرائق التي لا تعتمد على دالة الإمكان هي طريقة العزوم وفيها يتم تعويض عزوم العينة بمقدرات عزوم المجتمع النظري ، ومع أن هذه الطريقة تكون معقدة وحساسة ألا انه يمكن الاعتماد عليها في الحصول على قيم أولية ، لذا كان هدف البحث التوصل إلى ملاحظات واستنتاجات تكون مفيدة في تطبيق هذه الطريقة

1-2) طريقة العزوم: *Method of Moments (M.M)*

تتكون هذه الطريقة من تعويض عزوم العينة مثل $\bar{Z}$ ، او تباين العينة $\hat{\gamma}_0$ او دالة الارتباط الذاتي للعينة (ACF) $\hat{p}_i$ بمقدرات عزوم المجتمع النظري، وحل المعادلات الناتجة، فإذا كان الأنموذج يتضمن p من متغيرات لـ(AR) أي أن:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} \qquad (1)$$

فأن $\mu=E(Z_t)$ يتم تقديرها بواسطة $\bar{Z}$ ، ولتقدير ϕ_i يجب استعمال الصيغة الآتية:

$$p_k = \phi_1 p_{k-1} + \phi_2 p_{k-2} + \ldots + \phi_p p_{k-p}$$

والذي يتمثل بالنظام الآتي من المعادلات:

$$\begin{aligned} p_1 &= \phi_1 + \phi_2 p_1 + \cdots + \phi_p p_{p-1} \\ p_2 &= \phi_1 p_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p p_{p-2} \\ &\vdots \\ p_p &= \phi_1 p_{p-1} + \phi_2 p_{p-2} + \cdots + \phi_p \end{aligned} \qquad (2)$$

هذه المعادلات تسمى معادلات بـ (Yule-Walker)، ويمكن الحصول على مقدرات العزوم $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \ldots, \hat{\phi}_p$ بواسطة حل النظام الخطي من المعادلات أعلاه كالآتي:

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\phi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{p}_1 & \hat{p}_2 & \cdots & \hat{p}_{p-2} & \hat{p}_{p-1} \\ \hat{p}_1 & 1 & \hat{p}_1 & \cdots & \hat{p}_{p-3} & \hat{p}_{p-2} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \hat{p}_{p-1} & \hat{p}_{p-2} & \hat{p}_{p-3} & \cdots & \hat{p}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \vdots \\ \hat{p}_p \end{bmatrix} \qquad (3)$$

وتسمى هذه بـ (مقدرات Yule-Walker)، أما مقدر σ_a^2 ، فيتم الحصول عليه كالآتي:

$$\gamma_0 = E(Z_t Z_t) = E[Z_t(\phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t)]$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \cdots + \gamma_p \gamma_p + \sigma_a^2$$

ومنها نحصل على مقدر العزوم لـ σ_a^2 كالآتي:

$$\hat{\sigma}_a^2 = \hat{\gamma}_0(1-\hat{\phi}_1\hat{p}_1-\hat{\phi}_2\hat{p}_2-\cdots-\hat{\phi}_p\hat{p}_p) \quad (4)$$

1-1-2) مقدر العزوم لأنموذج ARMA(1,1) :

Moment Estimator for ARMA(1,1)

بما ان:

$$p_1 = \frac{(\phi_1-\theta_1)(1-\phi_1\theta_1)}{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}$$

$$p_2 = \phi_1 p_1$$

وعند مساواة عزوم العينة بمقدرات عزوم المجتمع النظري يكون لدينا:

$$\hat{p}_2 = \hat{\phi}_1\hat{p}_1 \quad (5)$$

ومنه:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1} \quad (6)$$

وكذلك لدينا:

$$\hat{p}_1 = \frac{(1-\hat{\theta}_1\hat{\phi}_1)(\hat{\phi}_1-\hat{\theta}_1)}{1-2\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_1^2} \quad (7)$$

ولإيجاد $\hat{\theta}_1$ نقوم بحل هذه المعادلة التربيعية بالنسبة إلى $\hat{\theta}_1$ بعد التعويض عن $\hat{\phi}_1$ كالآتي:

$$\hat{p}_1(1-2\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_1^2) = (\hat{\phi}_1-\hat{\theta}_1)(1-\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1)$$

$$\hat{p}_1 - 2\hat{p}_2\hat{\theta}_1 + \hat{p}_1\hat{\theta}_1^2 = \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1} - \hat{\theta}_1 - \frac{\hat{p}_2^2}{\hat{p}_1^2}\hat{\theta}_1 + \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1}\hat{\theta}_1^2$$

$$\Rightarrow \hat{p}_1 - 2\hat{p}_2\hat{\theta}_1 + \hat{p}_1\hat{\theta}_1^2 - \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1} + \hat{\theta}_1 + \frac{\hat{p}_2^2}{\hat{p}_1^2}\hat{\theta}_1 - \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1}\hat{\theta}_1^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\hat{p}_1 - \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1}\right)\hat{\theta}_1^2 + \left(1+\frac{\hat{p}_2^2}{\hat{p}_1^2} - 2\hat{p}_2\right)\hat{\theta}_1 + \left(\hat{p}_1 - \frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (\hat{p}_1^2 - \hat{p}_2)\hat{\theta}_1^2 + \frac{1}{\hat{p}_1}(\hat{p}_2^2 + \hat{p}_1^2 - 2\hat{p}_1^2\hat{p}_2)\hat{\theta}_1 + (\hat{p}_1^2 - \hat{p}_2) = 0$$

وعند حل المعادلة ينتج:

$$\hat{\theta}_1=\frac{-\frac{1}{\hat{p}_1}(\hat{p}_2^2+\hat{p}_1^2-2\hat{p}_1^2\hat{p}_2)\mp\sqrt{\frac{1}{\hat{p}_1^2}(\hat{p}_2^2+\hat{p}_1^2-2\hat{p}_1^2\hat{p}_2)^2-4(\hat{p}_1^2-\hat{p}_2)^2}}{2(\hat{p}_1^2-\hat{p}_2)} \qquad (8)$$

او بشكل مكافئ:

$$\hat{\theta}_1=\frac{-(1+\hat{\phi}_1^2-2\hat{p}_1\hat{\phi}_1)\mp\sqrt{(1+\hat{\phi}_1^2-2\hat{p}_1\hat{\phi}_1)^2-4(\hat{p}_1-\hat{\phi}_1)^2}}{2(\hat{p}_1-\hat{\phi}_1)} \qquad (9)$$

إذ أن: $\hat{\phi}_1=\frac{\hat{p}_2}{\hat{p}_1}$ ، مع الأخذ بالاعتبار أن الحلين الناتجين لا يؤخذ منهما إلاّ الحل الانعكاسي.

بعد الحصول على المقدرين $\hat{\phi}_1$ و $\hat{\theta}_1$ يمكن الحصول على المقدر $\hat{\sigma}_a^2$ للـ σ_a^2 كالآتي:

بما أن:

$$Var(Z_t)=\sigma_a^2\left[\frac{1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2}{1-\phi_1^2}\right]=\gamma_0$$

$$\hat{\gamma}_0=\hat{\sigma}_a^2\left[\frac{1-2\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_1^2}{1-\hat{\phi}_1^2}\right]$$

ومنه يكون تقدير σ_a^2 بالشكل:

$$\hat{\sigma}_a^2=\frac{\hat{\gamma}_0(1-\hat{\phi}_1^2)}{1-2\hat{\phi}_1\hat{\theta}_1+\hat{\theta}_1^2} \qquad (10)$$

إذ أن $\hat{\gamma}_0$ هو تباين العينة للسلسلة Z_t، وأن مقدر العزوم الى μ هو $\hat{\mu}=\bar{Z}$.

2-1-2) مقدر العزوم لأنموذج ARMA(0,1):

Moment Estimator for ARMA(1,0) or MA(1)

بما ان معامل الارتباط الذاتي الأول للأنموذج ARMA(0,1) هو :

$$p_1=-\frac{\theta_1}{1+\theta_1^2}$$

وبحل هذه المعادلة التربيعية بالنسبة إلى θ_1 بعد إبدال p_1 بـ $\hat{p}_1$ كالآتي:

$$\hat{p}_1(1+\hat{\theta}_1^2)=-\hat{\theta}_1$$

$$\hat{p}_1+\hat{p}_1\hat{\theta}_1^2+\hat{\theta}_1=0$$

ومنه يكون:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{-1 \mp \sqrt{1-4\hat{p}_1^2}}{2\hat{p}_1} \quad (11)$$

وبعد الحصول على المقدر $\hat{\theta}_1$، فأنه يمكننا حساب مقدر العزوم الى σ_a^2 كالآتي:

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{\hat{\gamma}_0}{1+\hat{\theta}_1^2} \quad (12)$$

وكذلك، فأن μ تقدر بواسطة $\bar{Z}$.

1-3) القيم المقدرة لمعاملات الارتباط الذاتي، ومقدرات طريقة العزوم:

لقد تم حساب القيم المقدرة لمعاملات الارتباط الذاتي بالصيغة الآتية:

$$\hat{P}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(Z_t-\bar{Z})(Z_{t-k}-\bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n}(Z_t-\bar{Z})^2}$$

واستعملت الصيغة (1) في الفصل السابق لإيجاد القيمة المقدرة $\hat{\theta}_1$ للإنموذج **ARMA(0,1)**، وأن هذه الصيغة تتألف من مقدّرين هما:

-1
$$\hat{\theta}_1^+ = \frac{-1+\sqrt{1-4\hat{P}_1^2}}{2\hat{P}_1}$$

-2
$$\hat{\theta}_1^- = \frac{-1-\sqrt{1-4\hat{P}_1^2}}{2\hat{P}_1}$$

وبعد استخراج قيمة المقدرين $\hat{\theta}_1^-, \hat{\theta}_1^+$ وضعت مع القيم التقديرية لمعامل الإرتباط الذاتي في الجدول (1) ومنه يمكن ملاحظة الآتي:

1- ان الجذر $\hat{\theta}_1^+$ يجعل الانموذج قابل للانعكاس دائما، اما الجذر $\hat{\theta}_1^-$ فيجعل الانموذج غير انعكاسيا دائماً، وتكون أشارة الجذر $\hat{\theta}_1^-$ مطابقة دائماً لإشارة القيمة الحقيقية المعطاة.

2- تظهر الجذور الخيالية عندما تكون القيمة المطلقة الى $\hat{\rho}_1$ أكبر من 0.5 أي أن: $|\hat{\rho}_1| > 0.5$، وهذه النتيجة من السهولة برهنتها نظرياً.

3- إن القيمة المقدرة لمعامل الإرتباط الذاتي $\hat{\rho}_1$ تكون دائماً باشارة معاكسة لإشارة القيمة الحقيقة المعطاة أي θ_1، ومع ملاحظة أن معكوس إشارة $\hat{\rho}_1$ يعطي تقديراً مقبولاً الى θ_1، وبخاصة عندما تكون القيمة المطلقة الى $\hat{\rho}_1$ أصغر من 0.45 أي أن $|\hat{\rho}_1| < 0.45$.

من هذه النتيجة، لذا فقد إقترح الباحث ان يكون المقدر $\hat{\theta}_1 = -\hat{\rho}_1$ مقدراً بديلاً لطريقة العزوم، وبالأخص عندما تكون قيمة $|\hat{\rho}_1| < 0.45$، والجدول (4) يبين تقديرات هذه الطريقة مع قيم **MSE** و**MAPE**.

أمـــا تقـــديرات طريقـــة العـــزوم للإنمـــوذج ARMA(1,1)، فقـــد اســـتعملت الصـــيغة (8) لإيجاد القيمة المقدرة لـ θ_1 بعد إيجاد القيم المقدرة لمعاملات الإرتباط الذاتي $\hat{\rho}_2, \hat{\rho}_1$ وأن الصيغة (8) تتألف من مقدّرين هما:

-1

$$\hat{\theta}_1^+ = \frac{-\frac{1}{\hat{P}_1}(\hat{P}_2^2 + \hat{P}_1^2 - 2\hat{P}_1^2\hat{P}_2) + \sqrt{\frac{1}{\hat{P}_1^2}(\hat{P}_2^2 + \hat{P}_1^2 - 2\hat{P}_1^2\hat{P}_2) - 4(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)^2}}{2(\hat{P}_1^2 - \hat{P}_2)}$$

-2

$$\hat{\theta}_1^- = \frac{-\frac{1}{\hat{P}_1}(\hat{P}_2^2 + \hat{P}_1^2 - 2\hat{P}_1^2\hat{P}_2) - \sqrt{\frac{1}{\hat{P}_1^2}(\hat{P}_2^2 + \hat{P}_1^2 - 2\hat{P}_1^2\hat{P}_2) - 4(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)^2}}{2(\hat{P}_1^2 - \hat{P}_2)}$$

واستعملت الصيغة (6) لايجاد قيم $\hat{\phi}_1$، وقد تم وضع القيم $\hat{\theta}_1^-, \hat{\theta}_1^+, \hat{\phi}_1, \hat{P}_2, \hat{P}_1$ في الجدول (2)، ومن هذا الجدول يمكن ملاحظة الآتي:

1- إن أحد الجذرين $\hat{\theta}_1^-, \hat{\theta}_1^+$ يجعل الانموذج قابل للانعكاس. أما الجذر الاخر، فيجعل الانموذج غير قابل للانعكاس.

2- ان الجذر $\hat{\theta}_1^+$ يجعل الانموذج إنعكاسياً عندما تكون إشارة $\hat{\rho}_1$ موجبة، أما الجذر $\hat{\theta}_1^-$ إنعكاسياً عندما تكون إشارة $\hat{P}_1$ سالبة.

3- يكون المقدر $\hat{\phi}_1$ غير مستقراً عندما يكون $|\hat{P}_1| < |\hat{P}_2|$، كما هو واضح نظرياً.

القيمة المقدرة لمعامل الإرتباط الذاتي $\hat{p}_1$ ، وتقديرات طريقة العزوم $\hat{\theta}_1^-$ و $\hat{\theta}_1^+$ للإنموذج ARMA(0,1) لجميع أحجام العينات

n	θ_1	$\hat{p}_1$	$\hat{\theta}_1^-$	$\hat{\theta}_1^+$
25	0.5	-0.378	2.18859	0.45692
	-0.5	0.433	-1.73215	-0.57732
	0.3	-0.236	3.98644	0.25085
	-0.3	0.316	-2.80849	-0.35606
	0.8	-0.491	1.20670	0.82599
	-0.8	0.515	*	*
	0.9	-0.517	*	*
	-0.9	0.525	*	*
	0.1	-0.049	20.35900	0.04912
	-0.1	0.148	-6.60536	-0.15139
50	0.5	-0.422	1.82031	0.54936
	-0.5	0.417	-1.86063	-0.53745
	0.3	-0.299	3.01254	0.33195
	-0.3	0.275	-3.33666	-0.29970
	0.8	-0.507	*	*
	-0.8	0.527	*	*
	0.9	-0.515	*	*
	-0.9	0.542	*	*
	0.1	-0.121	8.14164	0.12283
	-0.1	0.085	-11.67910	-0.08562
150	0.5	-0.369	2.26900	0.44060
	-0.5	0.449	-1.60356	-0.62361
	0.3	-0.232	4.06430	0.24601
	-0.3	0.330	-2.65343	-0.37687
	0.8	-0.469	1.43565	0.69655
	-0.8	0.531	*	*
	0.9	-0.479	1.34318	0.74450
	-0.9	0.539	*	*
	0.1	-0.044	22.68320	0.04409
	-0.1	0.158	-6.16696	-0.16215
300	0.5	-0.388	2.10146	0.47586
	-0.5	0.441	-1.66808	-0.59949
	0.3	-0.251	3.71488	0.26919
	-0.3	0.319	-2.77435	-0.36045
	0.8	-0.485	1.28155	0.78031
	-0.8	0.526	*	*
	0.9	-0.496	1.13532	0.88081
	-0.9	0.535	*	*
	0.1	-0.046	15.56070	0.06426
	-0.1	0.141	-6.94828	-0.14392

* العلامة تشير الى أن الجذر خيالي.

جدول (2)

القيم المقدرة لمعاملات الإرتباط الذاتي $\hat{p}_1$ و $\hat{p}_2$ ، وتقديرات طريقة العزوم $\hat{\phi}_1$ $\hat{\theta}_1^-$ و $\hat{\theta}_1^+$ للإنموذج ARMA(1,1) لجميع أحجام العينات

n	ϕ_1	θ_1	$\hat{p}_1$	$\hat{p}_2$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_1^-$	$\hat{\theta}_1^+$
25	-0.5	0.5	-0.738	0.490	-0.66396	0.16505	6.05885
	0.6	0.5	0.151	0.132	0.87417	1.31258	0.76186
	0.5	0.6	-0.043	0.041	-0.95349	-0.92104	-1.08573
	-0.6	-0.3	-0.329	0.321	-0.97568	-0.85214	-1.17352
	0.2	0.8	-0.371	0.014	-0.03774	0.393607	2.52481
	-0.2	-0.8	0.431	-0.032	-0.07424	-1.40515	-0.71167
	0.9	0.1	0.647	0.423	0.65379	85.66120	0.01167
	-0.9	0.3	-0.899	0.808	-0.89878	0.00117	857.84600
	0.1	-0.1	0.239	0.083	0.34728	8.70111	0.11493
	-0.1	-0.5	0.373	0.020	0.05362	-2.63537	-0.37945
50	-0.5	0.5	-0.771	0.571	-0.74060	0.07522	13.29450
	0.6	0.5	0.092	0.142	1.54348	1.44030	0.69430
	0.5	0.6	-0.114	0.049	-0.42983	-0.32046	-3.12053
	-0.6	-0.3	-0.420	0.365	-0.86905	-0.59094	-1.69221
	0.2	0.8	-0.402	0.051	-0.12687	0.33471	2.98765
	-0.2	-0.8	0.425	-0.02	-0.04706	-1.57145	-0.63635
	0.9	0.1	0.824	0.718	0.87136	6.67606	0.14979
	-0.9	0.3	-0.966	0.916	-0.94824	0.28609	3.49545
	0.1	-0.1	0.187	0.091	0.48663	3.20871	0.311652
	-0.1	-0.5	0.345	0.028	0.08116	-3.29984	-0.30305
150	-0.5	0.5	-0.732	0.454	-0.62022	0.24905	4.01526
	0.6	0.5	0.167	0.094	0.56287	2.44198	0.40951
	0.5	0.6	-0.037	-0.019	0.51351	0.55160	1.81291
	-0.6	-0.3	-0.322	0.268	-0.83230	-0.59995	-1.66680
	0.2	0.8	-0.349	-0.044	0.12607	0.570367	1.75326
	-0.2	-0.8	0.441	-0.065	-0.14739	*	*
	0.9	0.1	0.839	0.701	0.83552	-85.0346	-0.01176
	-0.9	0.3	-0.942	0.870	-0.92357	0.16775	5.96120
	0.1	-0.1	0.253	0.043	0.16996	-11.26590	-0.08876
	-0.1	-0.5	0.386	-0.018	-0.04663	-1.86286	-0.53681
300	-0.5	0.5	-0.725	0.407	-0.56138	0.37157	2.69129
	0.6	0.5	0.152	0.106	0.69737	1.77243	0.56420
	0.5	0.6	-0.058	-0.011	0.18966	0.24855	4.02340
	-0.6	-0.3	-0.322	0.247	-0.76708	-0.51422	-1.94469
	0.2	0.8	-0.372	-0.050	0.13441	0.63634	1.57150
	-0.2	-0.8	0.426	-0.033	-0.07747	-1.42989	-0.69935
	0.9	0.1	0.880	0.786	0.89318	17.06910	0.05859
	-0.9	0.3	-0.936	0.847	-0.90492	0.26664	3.75036
	0.1	-0.1	0.240	0.061	0.25417	66.52140	0.015033
	-0.1	-0.5	0.374	0.010	0.02674	-2.40903	-0.41511

* العلامة تشير الى ان الجذر خيالي .

(4-1) مقارنة بين طريقة العزوم، وطريقة العزوم البديلة المقترحة:

للمقارنة بين طريقة العزوم الإعتيادية وبين طريقة العزوم البديلة المقترحة للإنموذج ARMA(0,1)، وهي $\hat{\theta}_1 = -\hat{P}_1$ ، تم حساب قيم MSE وMAPE، ووضعت النتائج في الجدول (4) ، وعند حساب قيم متوسط قيم MSE للمعلمات التي تكون فيها $|\hat{P}_1| < 0.45$ عند كل حجم عينة نرى الآتي:

1- عند المقارنة على وفق مقياس MSE نرى أن طريقة العزوم تعطي قيم لـMSE أقل من طريقة العزوم البديلة عند العينتين 25، 50، وعند حجم العينة 150 نرى أن الطريقة البديلة متفوقة على طريقة العزوم، وعند العينة 300 نرى تفوق طريقة العزوم عن الطريقة البديلة بفارق طفيف.

2- عند المقارنة على وفق مقياس MAPE نرى أن طريقة العزوم الإعتيادية أفضل من البديلة عند العينتين 50، 25 فيما تكون الطريقة البديلة متفوقة على طريقة العزوم عند العينتين 150، 300.

ومن نتائج هذه المقارنة نرى أن طريقة العزوم البديلة تكون ملائمة أكثر مع زيادة حجم العينة. والجدول الآتي يوضح متوسط قيم هذان المقياسان لكلا الطريقتين، ولجميع العينات عندما تكون $|\hat{P}_1| < 0.45$.

جدول (3)

متوسط قيم (MSE) و(MAPE) لطريقة العزوم، والطريقة البديلة عند جميع أحجام العينات للمعلمات التي تكون عندها $|\hat{P}_1| < 0.45$ للإنموذج ARMA(0,1)

الطريقة/حجم العينة	MSE		MAPE	
	العزوم الإعتيادية	العزوم البديلة	العزوم الإعتيادية	العزوم البديلة
25	0.0031039	0.0047717	26.9078	27.2449
50	0.0009311	0.0023775	10.8244	12.8111
150	0.0057696	0.0052977	33.0500	30.5111
300	0.0030513	0.0036273	22.4922	22.3111

جدول (4)

القيم التقديرية للمعلمة θ_1 للإنموذج ARMA(0,1) وفقاً للتقدير بطريقة العزوم البديلة مع متوسط مربعات الأخطاء (MSE) ومتوسط مطلق الخطأ النسبي المئوي (MAPE) بتكرار قدره (R=1000)

	θ_1 \ n	25	50	150	300
Estimation	0.5	0.378	0.422	0.369	0.388
	-0.5	-0.433	-0.417	-0.449	-0.441
	0.3	0.236	0.299	0.232	0.251
	-0.3	-0.316	-0.275	-0.330	-0.319
	0.8	0.491	0.507	0.469	0.485
	-0.8	-0.515	-0.527	-0.531	-0.526
	0.9	0.507	0.515	0.479	0.496
	-0.9	-0.525	-0.542	-0.539	-0.535
	0.1	0.049	0.121	0.044	0.064
	-0.1	-0.148	-0.850	-0.158	-0.141
MSE	0.5	0.014884	0.006084	0.017161	0.012544
	-0.5	0.004489	0.006889	0.002601	0.003481
	0.3	0.004096	0.000001	0.004624	0.002401
	-0.3	0.000256	0.000625	0.000900	0.000361
	0.8	0.095481	0.085849	0.109561	0.099225
	-0.8	0.081225	0.074529	0.072361	0.075076
	0.9	0.154449	0.148225	0.177241	0.163216
	-0.9	0.140625	0.128164	0.130321	0.133225
	0.1	0.002601	0.000441	0.003136	0.001296
	-0.1	0.002304	0.000225	0.003364	0.001681
MAPE	0.5	24.400	15.600	26.200	22.400
	-0.5	13.400	16.600	10.200	11.800
	0.3	21.333	0.333	22.667	16.333
	-0.3	5.333	8.333	10.000	6.333
	0.8	38.625	36.625	41.375	39.375
	-0.8	35.625	34.125	33.625	34.250
	0.9	43.667	42.778	46.778	44.889
	-0.9	41.667	39.778	40.111	40.556
	0.1	51.000	21.000	56.000	36.000
	-0.1	48.000	15.000	58.000	41.000

الاستنتاجات

1- يمكن الاستدلال على المقدار الذي يجعل الانموذج ARMA(1,1) انعكاسيا عن طريق اسارة $\hat{p}_1$ فعندما تكون الاشارة موجبة يكون المقدار الملائم هو $\hat{\theta}_1^{+}$ وعندما تكون الاشارة سالبة يكون المقدر $\hat{\theta}_1^{-}$ هو الذي يجعل الانموذج انعكاسيا .

2- ان اشارة $\hat{p}_1$ تكون دائما معاكسة لاشارة θ_1 الحقيقية .

3- ان المقدر المقترح لتقدير الانموذج ARMA(0,1) وهو $\hat{\theta}_1 = -\hat{P}_1$ يعطي تقدير جيد الى θ_1 عندما تكون $|\hat{P}_1| < 0.45$ ، مع ملاحظة انه اذا كانت $|\hat{\rho}_1| > 0.5$ فلا تظهر قيم حقيقية.

المصادر

References

أولاً: المصادر العربية:

[1] البدراني، لمياء محمد علي (2007)، " مقارنة بعض طرائق تقدير معلمات الانموذج المختلط من الرتبة الاولى باستخدام المحاكاة " أطروحة دكتوراه في الإحصاء- كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

ثانياً: المصادر الاجنبية:

[2] Bierens, H.J. (2005) "ARMA Models" available at http://www.yahoo.com/pdf.

[3] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M (1976) "Time Series Analysis forecasting and Control", 2nd ed., Holden- Day, San Francisco.

[4] Chumacero, R.A. (1997) "Finit Sample Properties of the Efficient Method of Moments" Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics: Vol.2: No.2, Article2. http://www.bepress.com/snde/vol2/iss2/art2

[5] Cochrane, J.H. (2005) "Time Series for Macroeconomics and Finance" John H. Cochrane.

[6] Hamaker, E.L., Dolan, C.V., & Molenaar, P.C.M. (2002) "On the Nature of SEM Estimates of ARMA Parameters", Structural Equation Modeling, 9. 347-368.

[71] Hamilton, J.D. (1994) "Time Series Analysis" Princeton University Press Princeton, New Jersey.

[8] Jong, P. and Penzer, J. (2000) "The ARIMA Model In State Space Form" http://www.yahoo.com.

[9] Kendal, M. G. (1976) "Time- Series" 2nd ed., Charles Griffin and Company Ltd- London and High Wycombe.

[10] Kurt, B. and Xavier, de, L. (1997) "Generalized Method of Moment and Indirect Estimation of the ARASMA Model" Umeå University, Department of Economics, Umeå Economic Studies, No.436, Computational Statistics, PP. 485-494.

[11] Makridakis, S. Wheelwright, S.C. and Hyndman, R.J. (1998) "Forecasting Methods and Applications" 3rd ed. John Wiley & Sons. Inc.

[12] McFadden, D. (2000) "ARMA Estimation Recipes" Econ. 241B, http://www.yahoo.com/pdf.

[13] Pollock, D.S.G (1992) "Time- Series Analysis" Available at http://wwwgoogle.com.pdf.

[14] Rothenberg, T. (2005) "Inference for ARMA Parameters" http://wwwgoogle.com/p.d.f.

[15] Wei, W.W.S. (1990) "Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods" Addison- Wesley Publishing Company, Inc.

[16] Zivot, E. (2005) "Estimation of ARMA Models" available at http://www.google.com/pdf.