

# تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي ( النوع الاول ) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي<sup>1</sup>

أ. م. د. عادل احمد هودو الربيعي  
قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد  
الجامعة المستنصرية

م. د. فاطمة جاسم محمد العزاوي  
قسم الاقتصاد الزراعي / كلية الزراعة  
جامعة بغداد

## المستخلص

تم تقدير معاملات أنموذج الانحدار الخطي في حالة الاخطاء التي تسلك على وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى كتطوير الى الدراسات حول القيم الصغرى، واتبعت طريقتان في التقدير وهي طريقة المربعات الصغرى التي استخدمت كتقدير اولي يعتمد عليه في الطريقة الثانية (طريقة الامكان الاعظم)، وتم اللجوء الى طريقة نيوتن رافسن واسلوب فشر وهما من طرائق التعويض المتتالي للحصول على تقديرات الامكان الاعظم وذلك لصعوبة حلها بالاسلوب الاعتيادي. ولمعرفة اي الطريقتين السابقتين اكفا في التقدير تم استخدام الكفاءة التقريبية كما تم التطرق الى اجراءات الاستدلال الاحصائي لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى وذلك من خلال تقدير حدود الثقة لكل من (معلمة القياس، معاملات الانحدار) وكذلك اختبار الفرضيات من خلال استخدام احد اختبارات حسن المطابقة الخاصة بهذا التوزيع وهو اختبار الرسم الاحتمالي تم التوصل الى انه ليس هناك اي دليل ضد التوزيع المفترض للاخطاء. الجانب التطبيقي للبحث تناول جانبان مهمان هما ازمة البقاء (مرض ابيضاض الدم) والثاني درجات الحرارة العظمى المصطلحات الأساسية: انحدار القيمة المتطرفة، معاملات الانحدار، معلمة القياس، المربعات الصغرى، الامكان الاعظم، اختبار الرسم الاحتمالي، أزمة البقاء، مرض ابيضاض الدم، درجات الحرارة العظمى.

## ESTIMATION OF COEFFICIENTS AND SCALE PARAMETER FOR LINEAR (TYPE 1) EXTREME VALUE REGRESSION MODEL FOR LARGEST VALUES WITH APPLICATIONS

### ABSTRACT

In this paper we estimate the coefficients and scale parameter in linear regression model depending on the residuals are of type 1 of extreme value distribution for the largest values . This can be regard as an improvement for the studies with the smallest values . We study two estimation methods ( OLS & MLE ) where we resort to Newton – Raphson (NR) and Fisher Scoring methods to get MLE estimate because the difficulty of using the usual approach with MLE . The relative efficiency criterion is considered beside to the statistical inference procedures for the extreme value regression model of type 1 for largest values . Confidence interval , hypothesis testing for both scale parameter and regression coefficients , goodness of fit statistics based on the observed residuals are considered . As a conclusion and through the probability plot test we get no evidence against using the assumed residuals distribution.

Keywords: Extreme value regression, The regression coefficient, Scale parameter, Least squares, Maximum likelihood, Probability plot test, Leukemia, Maximum grades temperature.



مجلة العلوم

الاقتصادية والإدارية

المجلد 18

العدد 68

الصفحات 373 - 402

1- البحث مستل من رسالة ماجستير للباحث الأول. [1]



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

#### 1- المقدمة

تعد الدراسات المتعلقة بنظرية القيمة المتطرفة (xtreme value theory) من الدراسات المهمة في الإحصاء ولها تطبيقات عملية كثيرة وتعنى بدراسة الخصائص الإحصائية لأكبر أو اصغر المشاهدات التي يشار إليها  $X_{(n)}$  أو  $X_{(1)}$  على التوالي، وتعد حالة خاصة من النظرية العامة للإحصاءات المرتبة (General theory of order statistic)، وقد ركزت غالبية الدراسات السابقة على التعرف على خواص التوزيع (وسط، تباين) وبيان اهم تطبيقاته: كآزمة البقاء Survival times ، فيضان الانهر Flood flows ، الحالات الارصادية المتطرفة General meteorological data ، مشاكل الانكسار Fracture problems ، وفي الثمانينيات تم تناول المسائل المتعلقة بوجود انحدار خطي مقترح في دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع القيمة المتطرفة عندما تسلك الاخطاء وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الصغرى [9],[12]

#### 2- هدف البحث

ركزت اغلب الدراسات في مجال تحليل الانحدار حول افتراض كون الخطأ العشوائي في الانموذج يتبع التوزيع الطبيعي في النماذج الخطية فعند تقدير معاملات أنموذج الانحدار فان مقدرات المربعات الصغرى ستكون متطابقة مع مقدرات الامكان الاعظم ولهذا تعد مقدرات كفاءة وجيدة ولكن ماذا سيحدث لخصائص مقدرات معاملات أنموذج الانحدار عندما تتوزع الاخطاء توزيعاً غير التوزيع الطبيعي هذا السؤال وغيره دفع الباحثين في فترة الثمانينات الى تركيز دراساتهم و بحوثهم على ان الاخطاء في النماذج الخطية لها توزيعات غير التوزيع الطبيعي اذ اشارت تلك البحوث الى امكانية احتواء دالة الكثافة الاحتمالية لمتغير الاستجابة لتوزيع القيمة المتطرفة على أنموذج انحدار. يهدف هذا البحث الى تقدير معاملات أنموذج الانحدار الخطي في حالة الاخطاء التي تسلك وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى كتطوير الى الدراسات السابقة حول القيم الصغرى .

#### 3- الجانب النظري

### 1.3 توزيعات القيمة المتطرفة Extreme value distributions

توزيعات القيمة المتطرفة تؤخذ لتدرس بصورة عامة للعوائل الثلاث الاتية: [12]

#### 1- النوع الاول :

$$P_r[X \leq x] = \exp[-\exp(-(x-\xi)/\theta)], \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

#### 2- النوع الثاني

$$P_r[X \leq x] = \begin{cases} 0 & , x < \xi \\ \exp [(-x-\xi)/\theta)^{-k}] & , x \geq \xi \end{cases} \quad (2)$$

#### النوع الثالث :

$$P_r[X \leq x] = \begin{cases} \exp [(-(\xi-x)/\theta)^k] & , x \leq \xi \\ 1 & , x > \xi \end{cases} \quad (3)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

حيث ان  $(\xi, \theta, k(>0))$  وتمثل المعلمات، توزيع النوع الأول يشار إليه بتوزيع القيمة المتطرفة النوع الأول للقيم الكبرى (Type 1E.V. dist.for greatest values) وينشأ كتوزيع محدد للمشاهدة الكبرى عندما تكون العينة مسحوبة من التوزيع الطبيعي (Normal dist.) و التوزيع اللوغارتمي الطبيعي (Logarithmic normal dist.) والتوزيع الاسي (Exponential dist.) ، وعند اخذ المتغير العشوائي  $y = -x$  واستبدال  $\xi$  ب  $-\xi$  سوف نستخرج توزيع القيمة المتطرفة النوع الأول للقيم الصغرى (Least values). دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع القيمة المتطرفة النوع الأول للقيم الكبرى هي :

$$f_x(x) = \frac{1}{\theta} \exp \left[ \left( -\frac{x-\xi}{\theta} \right) \left( -\exp \left( -\frac{x-\xi}{\theta} \right) \right) \right], -\infty < x < \infty \quad (4)$$

حيث ان  $\xi$  تمثل معلمة الموقع و  $\theta$  معلمة القياس ( $\theta > 0$ ). وعندما  $\xi=0$  و  $\theta=1$  فيدعى توزيع القيمة المتطرفة النوع الأول القياسي وله دالة الكثافة الاحتمالية التالية :

$$f_x(x) = \exp(-x - \exp(-x)), -\infty < x < \infty \quad (5)$$

وبافتراض ان  $\xi=0$  ،  $\theta=1$  ،  $y = (x-\xi) / \theta$  ، نحصل على الصيغة القياسية الاتية :

$$f_y(y) = \exp(-y - \exp(-y)) \quad (6)$$

وتمثل توزيع القيمة المتطرفة القياسي للقيم الكبرى ، فالدالة المولدة للعزوم للمتغير  $y$  هي :

$$\mu_y(t) = \Gamma(1-t), (t < 1) \quad (7)$$

حيث  $\Gamma(x)$  تمثل دالة كما (Gamma function) التي تعطي وسط مساوي الى  $\Gamma'(1) = -\gamma$  حيث  $\gamma = 0.57722$  ويمثل (Eulers constant) وتباين مساوي الى  $\frac{1}{6} \pi^2 \theta^2$  ومنه فان الدالة

المولدة للعزوم للمتغير  $X = Y\theta + \xi$  ستكون

$$\mu_x(t) = e^{t\xi} \Gamma(1-\theta), (|t| < \frac{1}{\theta}) \quad (8)$$

حيث ان  $\Gamma(\alpha)$  تمثل دالة كما ومن خلالها فان :

$$E(x) = \xi + \gamma\theta = \xi + 0.57722 \theta \quad (9)$$

$$V(x) = \frac{1}{6} \pi^2 \theta^2 \quad (10)$$

علما بان التوزيع غير متماثل (Non symmetrical) مع معاملات التواء وتفلطح (Skewness and Kurtosis) مساوية الى 1.29857 و 5.4 على التوالي . علما بان توزيع القيمة المتطرفة النوع الأول يرتبط مباشرة بتوزيع وايبل باستخدام العلاقات :  $x = -\log T$  ،  $\theta = \beta^{-1}$  ،  $\xi = -\log \alpha$  حيث ان T يسلك على وفق توزيع وايبل .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

#### 2.3- نموذج انحدار القيمة المتطرفة (An extreme value regression model)

نموذج الانحدار العام الاعتيادي :

$$Y_i = X_i' \beta + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

حيث ان :

$$X_i' = (1, X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}), \quad \beta' = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) \quad (12)$$

اذ تشير القيم  $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$  كي تمثل المشاهدات ل  $k$  من المتغيرات المستقلة

(المتغيرات التفسيرية غير العشوائية) للمفردة (i). اما  $\beta'$  فتمثل موجه معاملات الانحدار المجهولة،  $\varepsilon_i$

تمثل الاخطاء العشوائية على افتراض انها تسلك وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى

مع p.d.f. :

$$E(\varepsilon_i) = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon_i) = \frac{1}{\theta} \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon_i}{\theta} + \gamma\right) - \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_i}{\theta} + \gamma\right)\right)\right] \quad (13)$$

$\theta > 0$  ( معلمة القياس العامة التي لها علاقة في  $\frac{1}{6} \pi^2 \theta^2$  ) (حيث ان  $\gamma$  وضع سابقا وان و  $\theta > 0$  معلمة القياس العامة التي لها علاقة في

حساب التباين للتوزيع السابق) . فان دالة الكثافة الاحتمالية ل  $(y_i)$  ستكون

$$f_{Y_i}(y_i) = \frac{1}{\theta} \exp\left[-\left(\frac{Y_i - X_i' \beta}{\theta} + \gamma\right) - \exp\left(-\left(\frac{Y_i - X_i' \beta}{\theta} + \gamma\right)\right)\right], \quad -\infty < y < \infty \quad (14)$$

حيث  $\gamma = 0.57722$  و  $\theta > 0$  اما الوسط والتباين للتوزيع :

$$E(y_i) = X_i' \beta, \quad \text{Var}(y_i) = \frac{1}{6} \pi^2 \theta^2 \quad (15)$$

التوزيع غير متماثل مع معامل التواء (1.29857) ومعامل تفلطح (2.4) .

#### 3-3 تقدير معاملات ومعلمة القياس لنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي (النوع الاول)

وللقيم الكبرى باستخدام طريقة الامكان الاعظم

اساس الطريقة يعتمد على ايجاد دالة الامكان للمتغيرات العشوائية ومن ثم ايجاد النقطة التي تجعلها

اعظم ما يمكن (باخذ التفاضلات الجزئية) التي تمثل مقدر الامكان الاعظم وتتطلب طريقة (ML) تخصيص او

تحديد التوزيع للاخطاء وذلك للحصول على دالة الامكان الاعظم ولكن (OLS) لا تحتاج الى تخصيص

التوزيع للاخطاء .

اما الاساس الذي اتبع لطريقة الامكان فهو استخدام طريقة نيوتن رافسن واسلوب فشر

(Newton - Raphson and Fisher's scoring approach) وهما من طرائق اساليب التعويض

المتتالي (Iterative procedures) التي يتم اللجوء اليها في حالة الحصول على تقديرات يصعب حلها

بالاسلوب الاعتيادي ، وعلى افتراض ان  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  متغيرات عشوائية مستقلة حيث ان  $Y_i$

يسلك وفق توزيع القيمة المتطرفة النوع الاول وللقيم الكبرى وله p.d.f المعطاة في الصيغة رقم (14)،

وبوضع

$$Z_i = \frac{Y_i - X_i' \beta}{\theta} + \gamma, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

فدالة الكثافة الاحتمالية ل  $Y_i$  ستكون :

$$f_i(y_i; \beta, \theta) = \theta^{-1} \exp(-z_i - \exp(-z_i)) \quad (17)$$

نفترض  $f_i(y_i; \beta, \theta) = f_{Y_i}(y_i)$  وذلك لسهولة العمل ، فتفاضلات المرتبة الاولى ل  $\theta$  و  $\beta_r$  :

$$\frac{\partial z_i}{\partial \beta_r} = \frac{-x_{ir}}{\theta} = \frac{\partial z_i}{\partial \theta} \cdot (-) = -\theta^{-1} \left( \frac{y_i - x_i' \beta}{\theta^2} \right) = -\frac{y_i - x_i' \beta}{\theta^2}$$

وباخذ اللوغارتم لجعل المعادلة (17) خطية لا مكانية اشتقاقها :

$$\log f_{Y_i}(y_i) = -\log \theta + (-z_i - \exp(-z_i))$$

نفترض :

$$U_r^{(i)} = \frac{\partial \text{Log} f_{Y_i}(y_i)}{\partial \beta_r}, \quad U_\theta^{(i)} = \frac{\partial \text{Log} f_{Y_i}(y_i)}{\partial \theta}, \quad V_{rs}^{(i)} = \frac{\partial^2 \text{Log} f_{Y_i}(y_i)}{\partial \beta_r \partial \beta_s}$$

$$V_{r\theta}^{(i)} = \frac{\partial^2 \text{Log} f_{Y_i}(y_i)}{\partial \beta_r \partial \theta}, \quad V_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{\partial^2 \text{Log} f_{Y_i}(y_i)}{\partial \theta^2}, \quad r, s = 0, 1, \dots, k \quad (18)$$

فالتفاضلات الجزئية المطلوبة في الاعلى ستكون :

$$-U_r^{(i)} \frac{\partial z_i}{\partial \beta_r} = -(1 - e^{-z_i}) = \frac{x_{ir}}{\theta} (1 - e^{-z_i}), \quad r = 0, 1, \dots, k \quad (19)$$

$$-U_\theta^{(i)} = -\frac{1}{\theta} \frac{\partial z_i}{\partial \theta} - \left( -\frac{\partial z_i}{\partial \theta} \right) e^{-z_i}$$

$$-\frac{1}{\theta} = -\left( -\frac{(z_i - \gamma)}{\theta} \right) + e^{-z_i} \frac{(z_i - \gamma)}{\theta} \left( -\frac{\partial z_i}{\partial \theta} \right)$$

$$= \theta^{-1} \left( (z_i - \gamma) (1 - e^{-z_i}) - 1 \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial z_i}{\partial \beta_r} = -\frac{x_{ir}}{\theta}, \quad \frac{\partial z_i}{\partial \theta} = -\frac{(z_i - \gamma)}{\theta} \quad \text{حيث :}$$

$$-V_{rs}^{(i)} = \frac{\partial}{\partial \beta_s} U_r^{(i)} = \left( \frac{\partial}{\partial \beta_s} (1 - e^{-z_i} \frac{x_{ir}}{\theta}) \right)$$

$$= -\frac{x_{ir} x_{is}}{\theta^2} e^{-z_i} \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_s} \frac{x_{ir}}{\theta} = \text{zero}, \quad \frac{\partial z_i}{\partial \beta_s} = -\frac{x_{is}}{\theta} \quad \text{حيث :}$$

$$-V_{r\theta}^{(i)} = \frac{\partial}{\partial \theta} U_r^{(i)} = \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{x_{ir}}{\theta} (1 - e^{-z_i})$$

$$= -\frac{x_{ir}}{\theta^2} [(1 - e^{-z_i}) + e^{-z_i} (z_i - \gamma)] \quad (22)$$

$$-V_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{\partial}{\partial \theta} U_\theta^{(i)} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{(z_i - \gamma)(1 - e^{-z_i}) - 1}{\theta} \right]$$

$$= -\frac{1}{\theta^2} [(z_i - \gamma)^2 e^{-z_i} + 2(z_i - \gamma)(1 - e^{-z_i}) - 1] \quad (23)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

$$L(\beta, \theta) = \sum_i \log f_{y_i}(y_i) \quad \text{إذا كان :}$$

حيث ان  $L(\beta, \theta)$  تشير الى لوغارتم الامكان (Log - likelihood) وعلى فرض :

$$\frac{\partial L(\beta, \theta)}{\partial \beta_r} \sum_i U_r^{(i)} = \frac{\partial L(\beta, \theta)}{\partial \theta} = \sum_i U_\theta^{(i)} \quad (24)$$

وهكذا فان تقديرات الامكان الاعظم ML تعطى بواسطة حل  $K + 2$  من المعادلات لذلك :

$$= \sum_i U_r^{(i)} \sum_i x_{ir} \theta^{-1} (1 - e^{-z_i})$$

وبمساواتها بالصفر تصبح :

$$\sum_i x_{ir} (1 - e^{-\hat{z}_i}) = 0 \quad (25)$$

$$= \sum_i U_\theta^{(i)} \sum_i \theta^{-1} ((z_i - \gamma)(1 - e^{-z_i}) - 1) \quad \text{كما ان :}$$

وبمساواتها بالصفر تصبح :

$$\sum_i (\hat{Z}_i - \gamma)(1 - e^{-\hat{z}_i}) = n \quad (26)$$

ل :  $r = 0, 1, \dots, k$  وحيث ان :

$$\hat{z}_i = \frac{(Y_i - x'_i \hat{\beta})}{\hat{\theta}} + \gamma \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

ولاستخراج تفاضلات المرتبة الثانية للوغارتم الامكان الاعظم نفترض :

$$\frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_r \partial \beta_s} = \sum_i V_{rs}^{(i)}, \quad \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_r \partial \theta} = \sum_i V_{r\theta}^{(i)}, \quad \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \theta^2} = \sum_i V_{\theta\theta}^{(i)} \quad (28)$$

$$- \sum_i V_{rs}^{(i)} = - \sum_i x_{ir} x_{is} \theta^{-2} e^{-z_i} \quad \text{فان :}$$

وبمساواتها بالصفر تصبح :

$$\sum_i x_{ir} x_{is} e^{-\hat{z}_i} = 0 \quad (29)$$

$$- \sum_i V_{r\theta}^{(i)} = - \sum_i x_{ir} \hat{\theta}^{-2} [(1 - e^{-z_i}) + e^{-z_i} (z_i - \gamma)]$$

بمساواتها بالصفر تصبح :

$$\sum_i x_{ir} e^{-\hat{z}_i} (1 - (\hat{z}_i - \gamma)) = \sum_i x_{ir} \quad (30)$$

$$- \sum_i V_{\theta\theta}^{(i)} = \frac{1}{\theta^2} \sum_i [(z_i - \gamma)^2 e^{-z_i} + 2(z_i - \gamma)(1 - e^{-z_i}) - 1]$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

وبمساواتها بالصفر :

$$\sum_i [(\hat{z}_i - (1 - e^{-\hat{\theta}}) \gamma)^2 e^{-\hat{\theta}} + 2(\hat{z}_i - \gamma)] = n \quad (31)$$

أ - طريقة نيوتن رافسن **Newton - Raphson Method** : وهي احدى الطرائق العددية لحل معادلات الامكان اعلاه عن طريق ايجاد جذور تقريبية من خلال الحل المتتالي لها وذلك باستخدام طريقة المربعات الصغرى كتقديرات اولية لمعاملات الانحدار ومعلمة القياس والتي تستخدم للحصول على تقديرات معاملات الانحدار ومعلمة القياس لطريقة الامكان الاعظم، ويتم ذلك بوضع :

$$D_{1(k+2) \times 1}^{(\ell)} = \left[ \frac{\partial L(\beta, \theta)}{\partial \beta_j} \right]_{\beta = \hat{\beta}^{(\ell)}, \theta = \hat{\theta}^{(\ell)}}, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (32)$$

$$D_{2(k+2) \times (k+2)}^{(\ell)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_0 \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_k} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_1 \partial \theta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_k \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_k \partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_k^2} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_k \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_0 \partial \theta} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_1 \partial \theta} & \dots & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \beta_k \partial \theta} & \frac{\partial^2 L(\beta, \theta)}{\partial \theta^2} \end{bmatrix}_{\beta = \hat{\beta}^{(\ell)}, \theta = \hat{\theta}^{(\ell)}} \quad (33)$$

- حيث ان  $\hat{\beta}^{(\ell)}$  ,  $\hat{\theta}^{(\ell)}$  تشير الى التقريبات ل  $\beta$  و  $\theta$  الى درجة (  $\ell$  ) من التكرار اما التقريبات الجديدة فتعطي بواسطة السلسلة التالية

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}^{(\ell+1)} \\ \hat{\theta}^{(\ell+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}^{(\ell)} \\ \hat{\theta}^{(\ell)} \end{bmatrix} - [D_2^{(\ell)}]^{-1} D_1^{(\ell)} \quad (34)$$

التكرار المستمر باستخدام السلسلة المعطاة في (34) حتى يستخرج التقريب الملائم .

ب - طريقة فشر **Fisher's scoring method** : اساس هذه الطريقة اجراء بعض التعديلات على طريقة نيوتن رافسن وتعتمد على ايجاد التوقع للتفاضلات الجزئية الثنائية لمصفوفة المعلومات ، وتحتاج هذه الطريقة اولا الى بعض نتائج التقدير البسيطة للمتغيرات العشوائية:

$$Z_i = \theta^{-1} (y_i - x_i' \beta) + \gamma \quad i = 1, 2, \dots, n$$

التي تمثل موجه الاخطاء الحقيقية التي تكون مستقلة ومتطابقة التوزيع مع دالة كثافة احتمالية p.d.f التالية:

$$f_z(z) = \exp(-z - e^{-z}), \quad (-\infty < z < \infty) \quad (35)$$

حيث ان (35) تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع القيمة المتطرفة النوع الاول وللقيم الكبرى وان الدالة المولدة للعزوم لتوزيع E.V.D النوع الاول القياسي :

$$M_z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zt} e^{-z} \exp(-\exp(-z)) dz = \Gamma(1-t), \quad (t < 1) \quad (36)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

ومن خلالها فان :

$$E(z^r e^{zt}) = d^r M_z(t) / dt^r = d^r \Gamma(1-t) / dt^r \quad (37)$$

$$M'_z(t) = -\Gamma'(1-t), E(z e^{-z}) = -(1-\gamma) = -0.422784 \quad \text{مع}$$

$$M''_z(t) = \Gamma''(1-t), E(z^2 e^{-z}) = \Gamma''(2) = 0.823680, E(e^{-z}) = \Gamma(2) = 1 \quad (38)$$

حيث ان  $\frac{d}{dx} \text{Log } \Gamma(x)$  و  $\frac{d^2}{dx^2} \text{Log } \Gamma(x)$  تشير الى دوال Trigamma و digamma

بالتعاقب وباستخدام المعادلات (36) ، (37) نحصل على :

$$-E[e^{-z}(z-\gamma)] = -\Gamma'(2) - \gamma = -1$$

$$-E[e^{-z}((z-\gamma)^2 - 2(z-\gamma) - 1)] = 2.644934$$

$$I_{rs} = E(-\sum_i V_{rs}^{(i)}), I_{r\theta} = E(-\sum_i V_{r\theta}^{(i)}), I_{\theta\theta} = E(-\sum_i V_{\theta\theta}^{(i)}) \quad \text{نفرض :}$$

باستخدام (21), (22), (23), (38) فالعناصر في مصفوفة المعلومات يتم الحصول عليها عن طريق الصيغ التالية :

$$I_{rs} = \theta^{-2} \sum_i x_{ir} x_{is}, I_{r\theta} = -\theta^{-2} \sum_i x_{ir}, I_{\theta\theta} = 2.644934 n \theta^{-2} \quad (39)$$

والتي تستبدل بتلك الموجودة في المصفوفة  $D_2$  والتقدير لدرجة ( $\ell$ ) من التكرار . استخدام التقريب الحالي  $\bar{\theta}^{(\ell)}$  الى  $\bar{\theta}$  فالعناصر تصبح مستقلة عن  $\beta$  . التكرار المستمر باستخدام السلسلة المعطاة في (34) حتى يتم استخراج التقارب الملائم . فمصفوفة المعلومات ( Information matrix ) ستكون :

$$I = \frac{1}{\theta^2} \begin{bmatrix} 2.644934n & -n & -n\bar{x}_1 & -n\bar{x}_2 & \dots & -n\bar{x}_k \\ -n & n & n\bar{x}_1 & n\bar{x}_2 & \dots & n\bar{x}_k \\ -n\bar{x}_1 & n\bar{x}_1 & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum x_{i1}x_{ik} \\ -n\bar{x}_2 & n\bar{x}_2 & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 & \dots & \sum x_{i2}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -n\bar{x}_k & n\bar{x}_k & \sum x_{i1}x_{ik} & \sum x_{i2}x_{ik} & \dots & \sum x_{ik}^2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

وحيث انه في الغالب يكون المتوسط العام ( General mean ) مهما في النموذج الخطي ، فاذا

اخذنا بنظر الاعتبار العبارة التالية ( Without loss of generality ) اي من دون خسارة للعمومية نفترض :

اذا كانت قيم  $x$  تأخذ القيم المركزية اي بمعنى اخر :

$$\bar{x}_j = 0, j=1,2,\dots,k \quad \text{او} \quad x_{i0} = 1, i=1,2,\dots,n, \sum_{i=1}^n x_{ij} = 0, j=1,2,\dots,k$$





## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

فمصفوفة المعلومات سوف تجزا الى الشكل التالي :

$$I = \frac{1}{\theta^2} \begin{bmatrix} I_{12 \times 2} & Q_{2 \times k} \\ Q_{2 \times k} & I_{2k \times k} \end{bmatrix} \quad (41)$$

حيث ان  $I_1$  تشير الى  $\theta$  و  $\beta_0$  ،  $I_2$  تشير الى  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$

$$I_1 = \begin{bmatrix} 2.644934n & -n \\ -n & n \end{bmatrix}, I_2 = \begin{bmatrix} \sum_i x_{i1}^2 & \sum_i x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum_i x_{i1}x_{ik} \\ \sum_i x_{i1}x_{i2} & \sum_i x_{i2}^2 & \dots & \sum_i x_{i2}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_i x_{i1}x_{ik} & \sum_i x_{i2}x_{ik} & \dots & \sum_i x_{ik}^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

وهكذا فالمعكوس لمصفوفة  $I$  :  $I^{-1} = \theta^2 \begin{bmatrix} I_1^{-1} & Q \\ Q & I_2^{-1} \end{bmatrix}$  حيث ان :

$$I_1^{-1} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 0.607927 & 0.607927 \\ 0.607927 & 1.607927 \end{bmatrix}, I_2^{-1} = \|\sum_i x_{ir}x_{is}\|^{-1}$$

فستكون التقريبات القياسية ( تباينات العينة الكبيرة )

$$= (\hat{\beta}_0) \text{Var} \frac{1.607927 \theta^2}{n}, \text{Var} (\hat{\theta}) = (\hat{\beta}_0, \hat{\theta}), \text{Cov} \frac{0.607927 \theta^2}{n} = \frac{0.607927 \theta^2}{n}$$

والتقريب لمصفوفة التباين المشترك ل  $(\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k)$  هو :

$$= \text{Cov} (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k) (\hat{\beta}_i) \theta^2 \approx \|\sum_i x_{ir}x_{is}\|^{-1} \quad (43)$$

وفي حالة وجود متغير مستقل واحد ( حالة الانحدار البسيط ) يمكن ان نحصل على مقدرات الامكان الاعظم من خلال الاتي ، بما ان دالة الامكان الاعظم لانموذج انحدار القيمة المتطرفة ( النوع الاول ) وللقيم الكبرى التي لها دالة كثافة احتمالية :

$$L = -n \text{Log} \theta - n\gamma - \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - x'_{i1} \beta}{\theta} \right) \sum_{i=1}^n \exp \left( - \left( \frac{y_i - x'_{i1} \beta}{\theta} + \gamma \right) \right) \quad (44)$$

وبافتراض ان :

$$x'_{i1} \beta = \beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_k = \sum_{r=0}^k \beta_r x_{ir}, x_{i0} = 1$$

فاستخراج التفاضلات الاولية وذات المرتبة الثانية لكل من  $r = 0, 1$  اي  $\beta_0, \beta_1$  و  $\theta$  ومنها فان :

$$D^{(1)} = (\beta_0, \beta_1, \theta) = \begin{bmatrix} \partial L / \partial \beta_0 \\ \partial L / \partial \beta_1 \\ \partial L / \partial \theta \end{bmatrix} \quad (45)$$

وبمساواتها بالصفر نحصل على تقديرات الامكان الاعظم اي ان :

$$D^{(1)} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\theta}) = Q \quad (46)$$

اما مصفوفة المعلومات فستكون :

$$I = \theta^{-2} \begin{bmatrix} n & 0 & -n \\ 0 & \sum x_{i1}^2 & 0 \\ -n & 0 & 2.644934n \end{bmatrix} \quad (47)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

فإذا كانت  $\bar{\theta}^{(1)}$  و  $\bar{\beta}_1^{(1)}$  و  $\bar{\beta}_0^{(1)}$  تشير الى التقريبات الأولية لتقديرات الامكان الاعظم (ML)، وباستخدام طريقة فشر فالتقديرات الجديدة تعطى عن طريق التكرار المستمر باستخدام السلسلة المعطاة في (34) حتى استخراج التقارب الملائم لمعاملات الانحدار ومعلمة القياس ( التي تم استخدامها في الجانب التطبيقي بعد تبديل قيم المشتقات الثانية في مصفوفة المعلومات بقيم متوقعة للمشتقات الثانية التي تتطلبها طريقة فشر ).

### 3-4 خصائص العزوم لمقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية

مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية (O.L.S) ل  $\beta$  هو :

$$\tilde{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (48)$$

يوضح تقديرات المعلمة  $\tilde{\beta}_r$  حيث ان  $r = 0, 1, 2, \dots, k$  وتعد افضل مقدر ( اصغر تباين ) غير متحيز ( B.L.U.E. ) بالمقارنة مع كل التقديرات غير المتحيزة التي تكون خطية في المشاهدات (  $Y_i$  ). علما بان :

$$E(\tilde{\beta}) = \beta, \text{V.C}(\tilde{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1} \quad (49)$$

وان مقدر المربعات الصغرى ل  $\sigma^2$  وهو تقدير غير متحيز يساوي :

$$(n-k-1)^{-1} (Y - X\tilde{\beta})' (Y - X\tilde{\beta}) = \tilde{\sigma}^2 \quad (50)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} \pi^2 \theta^2 \quad \text{وحيث ان :}$$

وهكذا فان :

$$\text{Var}(\tilde{\beta}_0) = \frac{\pi^2 \theta^2}{6n}, (\pi = 3.1415903) \quad (51)$$

اما مصفوفة التباين والتباين المشترك ل  $\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_k$  فهي :

$$\text{Cov}(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_k) = \frac{1}{6} \pi^2 \theta^2 I_2^{-1} = I_2^{-1} \|\sum_i x_{ir} x_{is}\|^{-1}, r = s = 0, 1, 2, \dots, k \quad (52)$$

اما مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) ل  $\theta$

$$\tilde{\theta} = \theta [1 + (-\theta^2) / \theta^2]^{1/2} \tilde{\theta}^2 \quad (53)$$

اما قيمة التوقع والتباين ل  $\tilde{\theta}$  فهي على التوالي :

$$E(\tilde{\theta}) = \theta [1 - \frac{1}{4(n-k-1)} [1 + \frac{1.2}{n-k-1} \sum_{i=1}^n (1 - h_{ii})^2]] \quad (54)$$

$$\text{Var}(\tilde{\theta}) = \frac{1.1 \theta^2}{n} \quad (55)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

(النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

### 5-3 الكفاءة التقريبية Asymptotic Efficiency

أولاً: الكفاءة التقريبية لـ  $(\bar{\beta}_0)$  بالمقارنة مع  $(\tilde{\beta}_0)$ :

$$\frac{Var(\hat{\beta}_0)}{Var(\tilde{\beta}_0)} = \left( \frac{1.607927 \theta^2}{n} \right) / \left( \frac{\pi^2 \theta^2}{6n} \right) = 0.978 \quad (56)$$

ثانياً: الكفاءة التقريبية لـ  $(\bar{\beta}_j)$  مع  $(\tilde{\beta}_j)$  ولكل مقدر على حدة:

$$\frac{Var(\hat{\beta}_j)}{Var(\tilde{\beta}_j)} = \left( \frac{1}{\theta^2} \cdot \frac{1}{6} \pi^2 \theta^2 \right)^{-1} = 0.608, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (57)$$

ثالثاً: الكفاءة التقريبية لـ  $(\hat{\theta})$  بالمقارنة مع  $(\tilde{\theta})$ :

$$\frac{Var(\hat{\theta})}{Var(\tilde{\theta})} = \left( \frac{6 \theta^2}{\pi^2 n} \right) / \left( \frac{1.1 \theta^2}{n} \right) = 0.553 \quad (58)$$

ومن خلال القيم الثلاث التي استخرجت وجميعها أقل من واحد صحيح، أي أن تقديرات الامكان الاعظم (MLE) أكثر كفاية من تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLSE) في تقدير معالم النموذج.

### 6-3 إجراءات الاستدلال الاحصائي لنموذج انحدار القيمة المتطرفة (النوع الأول) وللقيم الكبرى

نتائج التوزيع التقريبي (Asymptotic distribution) لتقديرات الامكان الاعظم ML تكون:

$$\hat{\beta}_0 \overset{a}{\sim} N(\beta_0, 1.6079 n^{-1} \theta^2) \quad (59)$$

$$\hat{\beta}_r, \beta_r \overset{a}{\sim} N(\beta_r, \theta^2 V^{rr}), \quad r = 1, 2, \dots, k \quad (60)$$

$$\hat{\theta} \overset{a}{\sim} N(\theta, 0.6079 n^{-1} \theta^2) \quad (61)$$

حيث أن  $V^{rr}$  هي العنصر  $(r, r)$  لمعكوس مجموع مصفوفة الضرب المتتالي:

$$V = \begin{bmatrix} \sum_i x_{i1}^2 & \sum_i x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum_i x_{i1}x_{ik} \\ \sum_i x_{i1}x_{i2} & \sum_i x_{i2}^2 & \dots & \sum_i x_{i2}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_i x_{i1}x_{ik} & \sum_i x_{i2}x_{ik} & \dots & \sum_i x_{ik}^2 \end{bmatrix} \quad (62)$$

فإذا تحقق الشرط  $(\sum x_{ir} = 0, r = 1, 2, \dots, k)$  فإن التباين المشترك التقريبي (Asymptotic

covariance) بين كل من  $\hat{\beta}_r$  و  $\hat{\theta}$  وبين  $\hat{\beta}_r$  و  $\hat{\beta}_s$  يكون مساوياً للصفر لكل من  $r = 1, 2, \dots, k$

وكذلك يكون:

$$cov_a(\hat{\beta}_0, \hat{\theta}) = 0.6079 n^{-1} \theta^2, \quad cov_a(\hat{\beta}_r, \hat{\theta}) = \hat{\beta}_s \theta^2 V^{rs}, \quad r, s \neq 1, 2, \dots, k \quad (63)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

ولتحديد حدود الثقة التقريبية لمعاملات الانحدار ومعلمة القياس بالاعتماد على تقديرات ML ويتم ذلك من خلال الاستناد الى اخذ التوزيعات التقريبية للمتغيرات العشوائية المدارية (Pivotal R.) التي تتطابق مع نظرية الحد المركزي وهي كالاتي :

$$\theta^* = \hat{\theta}/\theta = \beta_r^*, -\hat{\beta}_r(\beta_r)/\theta, r = 0, 1, \dots, k \quad (64)$$

التي تكون مستقلة عن  $\theta$  و  $\beta$  ، ومن الملاحظ ان الخصائص الخاصة بهذه التوزيعات تمتلك العمومية لكل حجوم العينات ، لذلك يجب استخدام صفات التوزيع ل  $\theta^*$  لصنع الاستدلالات الاحصائية حول  $\theta$  وصفات التوزيع للمتغير العشوائي :

$$T_r - \hat{\beta}_r = (\ ) / \beta_r \hat{\theta} \quad (65)$$

للاستدلال الاحصائي حول  $\beta_r$  . وحيث ان  $T_r = \beta_r^*/\theta^*$  فان التوزيع ل  $T_r$  هو كذلك مستقل عن  $\theta$  و  $\beta$  ومن الملاحظ احصائيا بان :

$$T_1 = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad T_2 \rightarrow \frac{S^2(n-1)}{\sigma^2} \quad (66)$$

حيث ان المتغير العشوائي (R.V.) ( $T_1$ ) يعتمد فقط على قيمة المعلمة المجهولة ( $\mu$ ) وتوزيعه مستقل ل  $\mu$  و . اما ( $T_2$ ) فهو متغير عشوائي (R.V.) يعتمد فقط على  $\sigma$  والتوزيع له مستقل عن  $\mu$  و  $\sigma$  . وهذا ما

$$= \beta_r^* \frac{\hat{\beta}_r - \beta_r}{\theta}, \theta^* = \frac{\hat{\theta}}{\theta} \quad \text{ينطبق على المتغيرات العشوائية التي اعتمدت وهي :}$$

وعليه فحدود الثقة التقريبية ذات الجانبين ل  $\theta$  والمستندة الى مقدر الامكان الاعظم  $\hat{\theta}$  هي :

$$\left( \frac{\hat{\theta}}{1+0.7797n^{-1/2}U_{1-\alpha/2}}, \frac{\hat{\theta}}{1-0.7797n^{-1/2}U_{-\alpha/2}} \right) \quad (67)$$

حيث ان  $U_{1-\alpha}$  تمثل المنوية ( $1-\alpha$ ) العليا للتوزيع الطبيعي القياسي  $N(0,1)$  بينما تكون حدود الثقة التقريبية لمعاملات الانحدار  $\beta_r$  والمستندة على تقديرات الامكان الاعظم :

$$\hat{\beta}_r(-\hat{\theta} t_{r,1-\alpha/2}, \hat{\beta}_r -), r = 1, 2, \dots, k \quad \hat{\theta} t_{r,\alpha/2} \quad (68)$$

حيث ان :

$$t_{r,1-\alpha} = - t_{r,\alpha} = \frac{(V^{rr})^{1/2} U_{1-\alpha}}{(1-U_{1-\alpha}^2 \frac{0.6079}{n})^{1/2}} \quad (69)$$

و  $V^{rr}$  هي العنصر ( $r,r$ ) لمعكوس مجموع مصفوفة الضرب المتتالي كما ذكرت سابقا .

كما تم التركيز في اختبار الفرضيات المتعلقة بمعاملات الانحدار التي تكون قيمها صفرا وقيمة  $\theta$  (معلمة القياس) تساوي واحدا وذلك لتجاوز الافتراض المعتمد على افتراض قيمة مثل ( $\beta = 3$ ) لان من

المحتمل ان لا تكون ( $\beta = 3$ ) وانما تاخذ قيمة اخرى اي بمعنى الحصول على نمط واحد لقبول الفرضية  $H_0$  او رفضها عندما تكون  $\beta = 0$  و  $\theta = 1$  . ومن الجدير بالذكر احصائيا ان نتيجة حدود الثقة لها هي علاقة متطابقة مع نتيجة اختبار الفرضيات التي يتم التركيز فيها.



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

7-3 حسن المطابقة لتوزيع القيمة المتطرفة: عند افتراض توزيع معين للاخطاء فان المتغير المعتمد يتبع توزيعه التوزيع المفترض للاخطاء نفسه ومن اجل فحص هذه الاخطاء واختبارها على انها تسلك وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) تم استخدام احد اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests) الخاصة لهذا التوزيع وهو اختبار الرسم الاحتمالي (Probability plot) والذي يتم من خلال رسم قيم المتغير  $R_{(i)}$  ( الاحصاءات المرتبة لقيم الاخطاء المشاهدة ) مقابل قيم  $K_i$  حيث ان

$$R_i, \frac{Y_i - x_i \hat{\beta}}{\hat{\sigma}} = -\log(\log(K_i \frac{n+1}{n+1-i})) , i=1,2,\dots,n \quad (70)$$

ويتم التقويم الاولي للرسم البياني الاحتمالي فيكون ذلك بقدر تراص وضع تلك النقاط باخذها تقريبا خطأ مستقيماً قدر الامكان وعكسه يعطي نقصاً في مطابقة التوزيع المفترض ، اما صيغة الاحصاءة  $(S_R)$  الخاصة باختبار الرسم الاحتمالي فهي :

$$S_R = 1 - r^2(R_{(i)}, K_i) , i=1,2,\dots,n \quad (71)$$

حيث ان  $r(R_i, K_i)$  تمثل معامل الارتباط بين  $R_i$  و  $K_i$  وبمقارنة قيمة  $S_R$  مع قيم جدولية ولمستوى معنوية معين والموجودة في جداول خاصة اعطيت من قبل [9] Smith and Bain بهذا الاختبار ولحجوم العينة (80,60,40,20,8) يمكن تحديد فيما اذا كان التوزيع المفترض للاخطاء هو التوزيع الملائم لبيانات تلك العينة .

### 3- الجانب التطبيقي

#### 1-4 التطبيق الاول : ازمنا البقاء (Survival Times)

يعد مرض ابيضاض الدم (Leukaemias) مرض التكاثر او التوالد الشاذ للخلايا المنتجة للدم بسبب الزيادة التدريجية لترشيح نخاع العظم ، فهو ورم خبيث ينشأ عن اضطراب للخلايا المنتجة للدم التي تخضع لتغير جوهري بسبب منبعث من قيود طبيعية تفرض على فاعلية التكاثر ويحدث المرض بأشكال عديدة مختلفة ويصنف الى ابيضاض الدم الحاد وابيضاض الدم المزمن وذلك طبقاً الى الملاحظة السريرية للمريض والى الشوكاني (اي ما يتعلق بالنخاع الشوكي) واللمفاوي (متعلق بالنسيج اللمفاوي) طبقاً الى حقل الخلية الساندة والمتضمنة لحالة اللوكيميا . حيث سيتم التركيز في ابيضاض الدم الحاد (Acute L.) ، حيث يقسم ابيضاض الدم النقياني الحاد (Acute Myelogeneous Leukaemia) AML الى سبعة انواع تاخذ الرموز من  $M_1$  الى  $M_7$  وابيضاض الدم اللمفاوي الحاد (Acute Lymphoblastic Leukaemia) ALL الى ثلاثة انواع هي  $(L_1, L_2, L_3)$  ، اما عن اهم العوامل التي تسبب المرض فجزءاً منها مازال لحد الان لم يعرف لدى العلماء وخاصة الطبيعة الدقيقة للتغيرات الاساسية التي تؤدي على مستوى جزئي الى تطور مرض اللوكيميا وانشائه ولكن هناك عدداً من العوامل المساعدة التي يشار اليها كعوامل تعمل على تطور التغير الورمي وتتضمن الاشعاع ، المواد الكيميائية ، الفايروسات ، اسباب تعود الى الاستعداد الوراثي للمرض والعوامل النفسية ويلاحظ ان اغلبية المرضى بهذا المرض يموتون كنتيجة للمرض ولو ان زمن البقاء للمريض يمكن ان يطول من خلال المعالجة فاجراءات العلاج يمكن ان تساعد المريض على مواصلة الحياة وتساعد على اطالتها. ويمكن ان يحدث المرض في اي عمر حيث انه في الاطفال يكون حدوثه اكثر في الست سنوات الاولى من العمر اما عند البالغين فيحدث في كل الاعمار وكذلك يحدث عند الاشخاص الكبار في السن .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

#### 4-1-1 اسلوب جمع البيانات

ان اسلوب جمع البيانات كان باخذ الفايالات الخاصة بالمرضى والذين انقطعوا عن المراجعة اي المتوفين ( المصابين بمرض (1) ابيضاض الدم النقياني الحاد (2) ابيضاض الدم اللمفاوي الحاد للفترة من 1985/10/20 الى 1994/4/20. وذلك من عيادة امراض الدم (مستشفى مدينة الطب) فتم تدوين المعلومات المطلوبة عن كل مريض من خلال استمارة الطلبة الخاصة بالمصاب الذي يوضح من خلالها شرح تفصيلي لحالة المريض وتاريخ التشخيص للمرض وفصول العلاج التي اخذها وتواريخها . وقد كان عدد المشاهدات 29 مشاهدة (ابيضاض الدم النقياني الحاد AML ) و 43 مشاهدة (ابيضاض الدم اللمفاوي الحاد ALL ) ومن خلال هذه الاستمارات والمعلومات الاخرى المذكورة في الفايالات تم اخذ المعلومات التالية عن كل مريض وهي: الجنس، العمر، بداية التشخيص للمرض، تاريخ اخر مراجعة للعيادة، كمية كريات الدم البيضاء WBC ( White blood cells ) (عند تشخيص المرض)، كمية الخلايا المهلكة (Blast cells) عند تشخيص المرض. وكذلك تحديد العاملين الاخيرين في اخر فحص للمريض قبل انقطاعه عن المراجعة وقد لوحظ في اغلبها ارتفاع كبير في نسبة هذين العاملين في الدم مما كانا سببا في الوفاة) لذلك اعتمد زمن البقاء كمتغير معتمد وكمية كريات الدم البيضاء كمتغير مستقل رغم ان هناك 13 عامل يؤثر على الدم ولكن بعضها غير مقاس لذلك اکتفينا باخذ عامل واحد وهو كمية كريات الدم البيضاء ولكن على الرغم من ذلك تم اختبار تاثير بعض تلك العوامل وهي كمية الخلايا المهلكة (Blast cells) والعمر كلا على انفراد كعوامل مؤثرة في زمن البقاء وظهرت النتائج ايجابية (تاثير سلبي على المرض ) وقد اخذت بعض النقاط الاساسية عند اختيار المجتمعات الخاصة بالبحث وهي :

- 1- تم استبعاد الحالات التي لم تذكر معلومات كافية فيها عن تاريخ تشخيص المرض ولا توجد اي معلومات عن حالة المريض والفحوصات الخاصة به .
- 2- تم تحديد زمن البقاء لكل مريض من خلال حساب الفترة من تاريخ بداية تشخيص المرض الى تاريخ اخر مراجعة له للعيادة (وقد اخذ بنظر الاعتبار ان بداية تشخيص المرض لا تعني تاريخ دخوله الى المستشفى بل تاريخ اول فحص للدم شخص من خلاله اصابته بالمرض سواء كان قبل تاريخ دخوله الى المستشفى او بعده بالاعتماد على الفايالات الخاصة بالمرضى). [1]
- 3- تم اخذ عامل واحد من العوامل التي تؤثر في زمن البقاء وهو كمية كريات الدم البيضاء WBC .
- 4- تم سحب عدة عينات بصورة عشوائية وبحجوم مختلفة لكل حالة (ALL,AML) وبعد اختبارها تم اختيار افضلها وهي التي نتطرق اليها في بحثنا .
- 5- وحدة القياس الخاصة بزمن البقاء هي الاسابيع ، اما وحدة القياس الخاصة بكمية كريات الدم البيضاء فهي نسبة كريات الدم البيضاء في كل ميكرو لتر من الدم وفي احيان اخرى تعطى بواسطة كل لتر وقد تم تحويلها كلها الى الحالة الاولى . وفي ضوء ذلك فقد شمل مجتمع البحث الاول الخاص بمرض (AML) على 19 مريضا مصابا بهذا المرض اما مجتمع البحث الثاني الخاص بمرض (ALL) فشمل على 22 مريضا مصابين بهذا المرض .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

(النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

## 2-1-4 التحليل الاحصائي

اولا : ابيضاض الدم النقياني الحاد (AML)

1- مجتمع البحث : لقد شمل مجتمع البحث على 19 مريضا مصابا بمرض (AML) الذي تتمثل قراءته ببعدين اولهما هو المتغير التابع (Y) الذي يمثل عدد الاسابيع التي يعيشها المريض حتى الوفاة ومن خلال استخدام عدة تحويلات وجدنا ان افضل تحويل كان باستخدام التحويل اللوغارتمي والذي حقق الحالة الخاصة بنا وهي توزيع القيمة المتطرفة ( حيث ان  $Y = \text{Log}(T)$  اي ان توزيع القيمة المتطرفة يمثل لوغارتم توزيع زمن البقاء) والمتغير المستقل (X) ويمثل لوغارتم كريات الدم البيضاء للمريض والمبينة في الجدول رقم (1) وبتخاذ العلاقة مابين المتغيرين لشكلا خطيا بسيطا على وفق نموذج الانحدار الاتي :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 ( X_i \theta Z_i + - \bar{X} ) , i = 1, 2, \dots, 19 \quad (72)$$

جدول رقم (1) بيانات ازمنا البقاء للمرضى المصابين بمرض AML

( Y يمثل لوغارتم توزيع زمن البقاء (t) و X يمثل لوغارتم كريات الدم البيضاء للمريض )

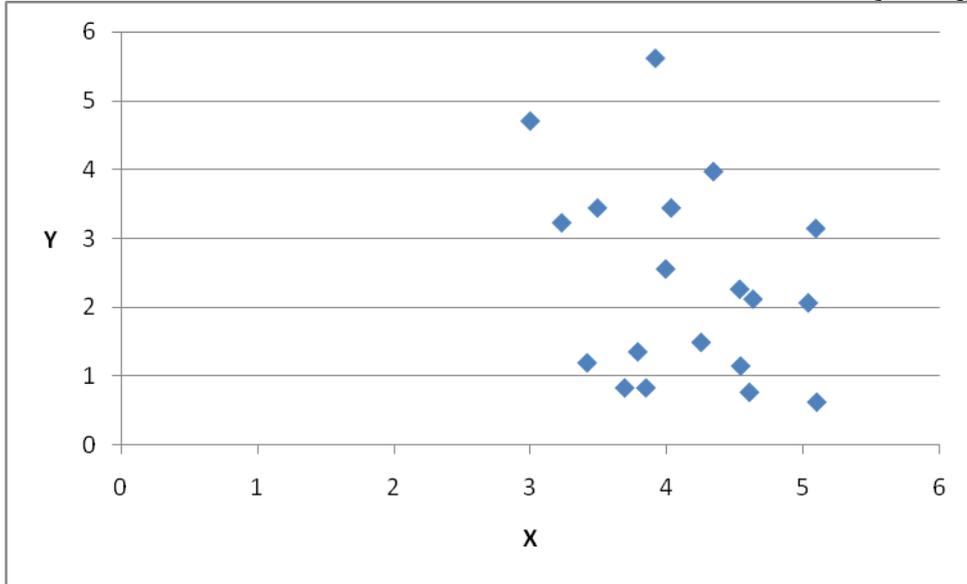
$t_i$	$Y_i$	$X_i$	$R_i$	$\hat{\mu}_i$
52.857	3.968	4.338	1.55057	2.29063
12.857	2.554	3.989	0.424	2.09533
3.286	1.1897	3.415	-1.27366	2.56753
9.571	2.259	4.53	0.02401	2.23303
1.857	0.619	5.093	-1.33588	2.06413
3.857	1.3499	3.785	-1.02297	2.45653
31.143	3.439	4.029	0.97587	2.38333
23.143	3.142	5.086	0.99444	2.06623
25.143	3.225	3.23	0.55647	2.62303
110.143	4.702	3	1.85802	2.69202
274.286	5.614	3.914	2.95455	2.41783
4.429	1.488	4.248	-0.76691	2.31763
2.286	0.827	3.69	-1.53268	2.48503
8.286	2.115	4.628	-0.08193	2.20363
7.856	2.061	5.031	-0.02009	2.08273
3.143	1.145	4.537	-1.00383	2.23093
2.286	0.827	3.845	-1.4897	2.43853
2.143	0.762	4.601	-1.34013	2.21173
31.143	3.439	3.491	0.82667	2.54473



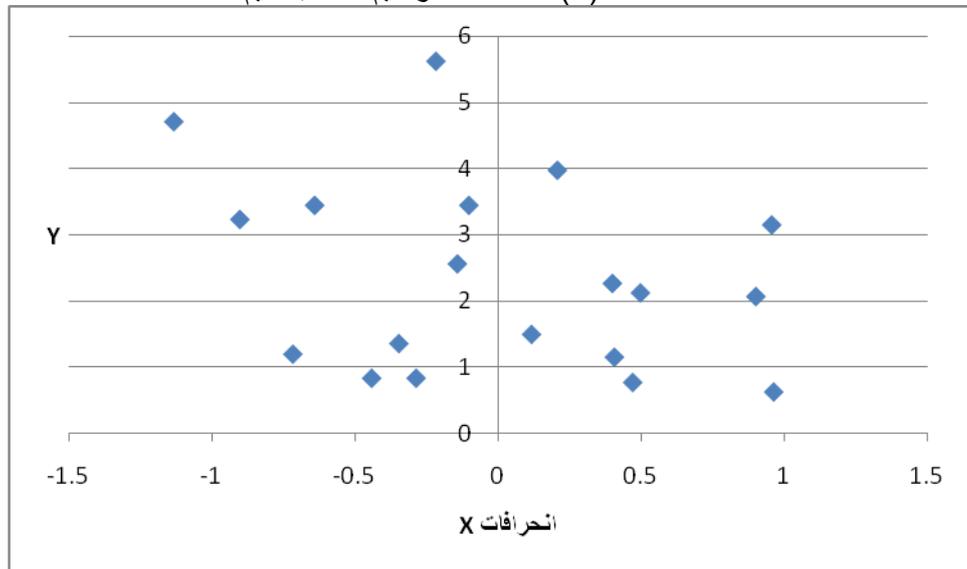
## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

2- لأجل التحقق من مدى صحة النموذج المفترض تم رسم الشكل البياني لمعرفة نوع العلاقة واتضح من الشكل المرقم (1) بان العلاقة بين قيم  $Y$  مقابل قيم  $X$  علاقة خطية ويتضح من الشكل المرقم (2) ان العلاقة خطية بين قيم  $(Y)$  مقابل قيم الانحرافات للمتغير المستقل  $(X)$  ومن خلالها يتضح بان استخدام الانحرافات لا يؤثر في نتائج النموذج ولكن فقط لغرض السهولة توخذ .



شكل (1) شكل الانتشار لقيم  $Y$  مقابل قيم  $X$



شكل (2) شكل الانتشار لقيم  $Y$  مقابل قيم الانحرافات ل  $X$





## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

3- بعد ان تم افتراض والتحقق من ان الاخطاء في النموذج المفترض تسلك على وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الأول) وللقيم الكبرى والمتمثلة بدالة الكثافة الاحتمالية التالية :

$$f(z) = \exp\{- (z + \gamma) - \exp(- (z + \gamma))\} , \quad -\infty < Z < \infty$$

1-3 طريقة المربعات الصغرى: تقديرات OLS هي كالآتي :

$$= - 0.632 , \quad \hat{\beta}_1 = 2.35 , \quad \hat{\beta}_0 \hat{\theta} = 1.10913$$

حيث ان  $\hat{\beta}_1$  و  $\hat{\beta}_0$  تمثل معاملات النموذج المفترض بينما  $\hat{\theta}$  تمثل معلمة القياس .

2-3 طريقة الامكان الاعظم: على اعتبار ان طريقة (OLS) كنتقدير اولي يستخدم في تقديرات الامكان الاعظم

(MLE) والمعتمدة على طريقة فشر والموضحة في الجانب النظري للبحث فتقديرات الامكان الاعظم هي :

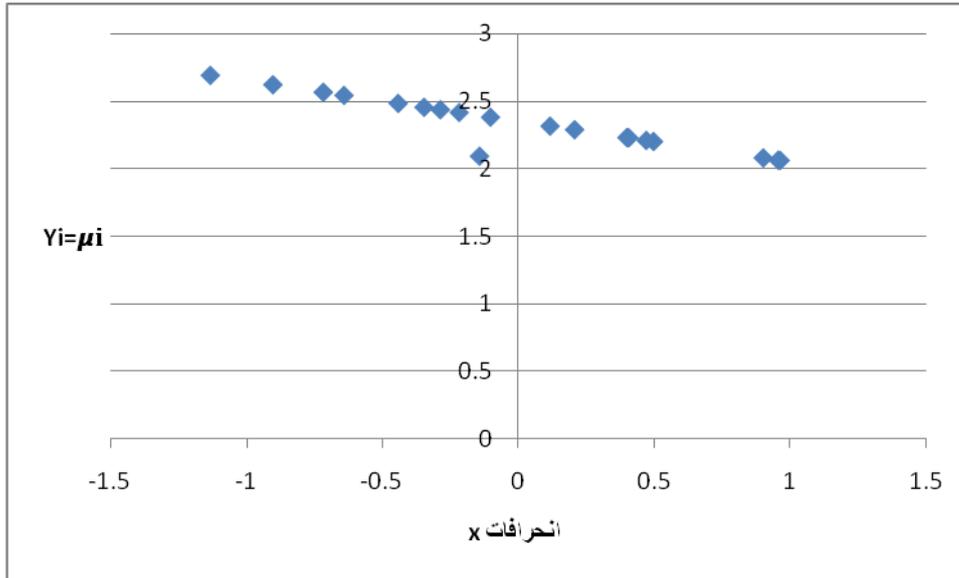
$$= 2.33708 , \quad \hat{\beta}_0 \hat{\beta}_1 = - 0.299997 , \quad \hat{\theta} = 1.08178$$

3-3 معادلة الانحدار المقدرة:  $- X_i = 2.33708 - 0.299997 (\hat{Y}_i \bar{X})$

ويتضح من خلالها بان اضافة وحدة واحدة من x (كمية كريات الدم البيضاء) تقلل بمقدار

(0.299997) من Y (زمن البقاء) للمريض ويتضح من الشكل (6) خط انحدار العينة لقيم  $\hat{Y}_i = \hat{\mu}_i$  جدول

رقم (1) مقابل قيم  $X_i$  (الانحرافات).



شكل (6) خط الانحدار مع القيم التقديرية  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

4- اختبار الرسم الاحتمالي (P.P) للقيم المرتبة للاخطاء المشاهدة وذلك لمعرفة فيما اذا كان هناك دليل ضد توزيع القيمة المتطرفة للاخطاء وذلك عن طريق استخدام الصيغة الآتية للاخطاء المشاهدة.

$$R_i = (\bar{\theta}^{-1} Y_i \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)$$

حيث ان  $R_i$  تمثل القيم المرتبة للاخطاء المشاهدة (جدول رقم 1) مقابل قيم  $K_i$  حيث ان :

$$K_i = -\text{Log}(\text{Log}[20 / (20 - i)])$$

وتطبيقا لاختبار الرسم الاحتمالي فان:

$$r(R_{(i)}, K_i) = -0.921, S_R = 0.151759$$

وبمقارنة هذه القيمة مع القيم الجدولية ولمستوى معنوية  $\alpha = (0.05, 0.01)$  ،  $n=19$  والموجودة في جداول خاصة [9] بهذا الاختبار فان القيم الجدولية هي (0.189, 0.271) وعليه فان التوزيع المفترض للاخطاء يعد التوزيع الملائم لبيانات هذه الدراسة وذلك لان القيمة المستخرجة هي اصغر من القيم الجدولية.

5 - حدود الثقة : حدود الثقة التقريبية 95% ل  $\beta_1$  هي :

$$-1.118761 \leq \beta_1 \leq 0.5187672$$

ويتضح من هذه النتيجة بانه لا يوجد دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_1 = 0$ . اما حدود الثقة 95%

$$0.800965 \leq \theta \leq 1.665804 \quad : \theta$$

ويتضح من خلالها بان لا يوجد دليل ضد الفرضية القائلة بان  $\theta = 1$ .

6 - الكفاية التقريبية : ظهرت ل  $\hat{\beta}_1$  مساوية ل (0.57889) ول  $\hat{\theta}$  مساوية ل (0.5057405) ومن خلال هذه القيم وهي اقل من الواحد الصحيح اي ان تقديرات الامكان الاعظم اكثر كفاية من تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية في تقدير معالم النموذج .

ثانيا: ابيضاض الدم اللمفاوي الحاد (ALL)

1- مجتمع البحث : لقد شمل مجتمع البحث على 22 مريضا مصابا بمرض (ALL) الذي تتمثل قراءته

ببعدين اولهما هو المتغير التابع (Y) الذي يمثل عدد الاسباب التي يعيشها المريض حتى الوفاة ومن خلال استخدام عدة تحويلات للبيانات وجدنا ان افضل تحويل كان باستخدام التحويل اللوغارتمي والذي حقق الحالة الخاصة بنا وهي توزيع القيمة المتطرفة ( حيث ان  $Y = \text{Log}(T)$  اي ان توزيع القيمة المتطرفة يمثل لوغارتم توزيع زمن البقاء) والمتغير المستقل (X) ويمثل لوغارتم كريات الدم البيضاء للمريض والمبينة في الجدول رقم (2) وباتخاذ العلاقة مابين المتغيرين لشكلا خطيا بسيطا على وفق نموذج الانحدار الاتي :

$$Y_i = +\beta_0 \beta_1 ( + - \bar{X} ) X_i \theta Z_i, i = 1, 2, \dots, 22 \quad (73)$$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

جدول رقم (2) بيانات ازمنة البقاء للمرضى المصابين بمرض ALL  
(  $Y$  يمثل لوغارتيم توزيع زمن البقاء ،  $X$  يمثل لوغارتيم كريات الدم البيضاء )

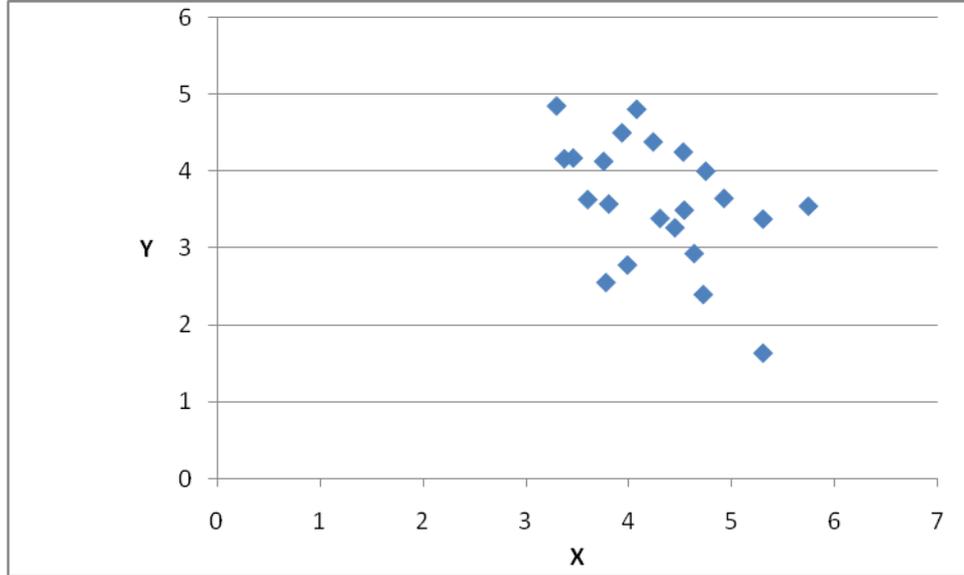
$t_i$	$Y_i$	$X_i$	$\hat{\mu}_i$	$R_i$
32.857	3.492	4.538	3.43777	0.07356
18.714	2.929	4.633	3.3728	-0.60201
79.571	4.377	4.238	3.64294	0.99575
16.143	2.781	3.987	3.81459	-1.40207
64.571	4.168	3.462	4.17364	-0.00765
69.857	4.246	4.528	3.44461	1.08709
34.571	3.543	5.74	2.61573	1.25784
5.143	1.638	5.301	2.91596	-1.73355
26.143	3.264	4.447	3.5	-0.32014
54.429	3.9969	4.747	3.29484	0.95235
12.857	2.554	3.778	3.95753	-1.90388
10.857	3.385	4.303	3.59848	-1.64609
121.571	4.8	4.076	3.75373	1.41927
29.286	3.377	5.301	2.91596	0.6254
37.714	3.63	3.602	4.07789	-0.60757
64	4.159	3.375	4.23314	-0.10057
38.286	3.645	4.923	3.17447	0.63827
61.857	4.125	3.756	3.97257	0.20676
89.571	4.495	3.934	3.85084	0.8738
11	2.398	4.722	3.31193	-1.23975
126.857	4.843	3.301	4.28375	0.75863
35.571	3.572	3.806	3.93838	-0.49699



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

2- لاجل التحقق من مدى صحة النموذج المفترض تم رسم الشكل البياني لمعرفة نوع العلاقة واتضح من الشكل المرقم (2) ان العلاقة خطية بين قيم (Y) مقابل قيم المتغير المستقل (X).



شكل (3) شكل الانتشار لقيم Y مقابل قيم X

3- بعد ان تم افتراض ان الاخطاء في النموذج المفترض تسلك على وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الأول) وللقيم الكبرى والمتمثلة بدالة الكثافة الاحتمالية التالية :

$$f(z) = \exp\{- (z + \gamma) - \exp(- (z + \gamma))\} \quad , \quad -\infty < Z < \infty$$

1-3 طريقة المربعات الصغرى: تقديرات OLS هي كالآتي :

$$\hat{\beta}_0 = 3.56 \quad , \quad \hat{\beta}_1 = -0.553 \quad , \quad \hat{\theta} = 0.608861$$

حيث ان  $\hat{\beta}_0$  و  $\hat{\beta}_1$  تمثل معاملات النموذج المفترض بينما  $\hat{\theta}$  تمثل معلمة القياس .

2-3 طريقة الامكان الاعظم: على اعتبار ان طريقة (OLS) كتقدير اولي يستخدم في تقديرات الامكان الاعظم (MLE) والمعتمدة على طريقة فشر والموضحة في الجانب النظري للبحث فتقديرات الامكان الاعظم هي :

$$\hat{\beta}_0 = 3.60371 \quad , \quad \hat{\beta}_1 = -0.683894 \quad , \quad \hat{\theta} = 0.737193$$

$$3-3 \text{ معادلة الانحدار المقدرة: } = 3.60371 - 0.683894 (Y_i X_i - \bar{X})$$

ويتضح من خلالها بان اضافة وحدة واحدة من x (كمية كريات الدم البيضاء) تقلل بمقدار (0.683894) من Y (زمن البقاء) للمريض .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

4- اختبار الرسم الاحتمالي (P.P) للقيم المرتبة للاخطاء المشاهدة وذلك لمعرفة فيما اذا كان هناك دليل ضد توزيع القيمة المتطرفة للاخطاء وذلك عن طريق استخدام الصيغة التالية للاخطاء المشاهدة.

$$R_i = (\hat{\theta}^{-1} Y_i \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)$$

حيث ان  $R_i$  تمثل القيم المرتبة للاخطاء المشاهدة (جدول رقم 2) مقابل قيم  $K_i$  حيث ان :

$$K_i = - \text{Log}(\text{Log}[23 / (23 - i)])$$

وتطبيقا لاختبار الرسم الاحتمالي فان:

$$r(R_{(i)} K_i) = -0.982, S_R = 0.035676$$

وبمقارنة هذه القيمة مع القيم الجدولية ولمستوى معنوية  $\alpha = (0.05, 0.01)$  ،  $n=22$  والموجودة في جداول خاص [9] بهذا الاختبار فان القيم الجدولية هي (0.189, 0.271) وعليه فان التوزيع المفترض للاخطاء يعد التوزيع الملائم لبيانات هذه الدراسة وذلك لان القيمة المستخرجة هي اصغر من القيم الجدولية.

5 - حدود الثقة: حدود الثقة التقريبية 95% ل  $\beta_1$  هي :

$$-1.1870473 \leq \beta_1 \leq -0.1807407$$

ويتضح من هذه النتيجة بانه لا يوجد دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_1 = 0$ . اما حدود الثقة 95%

ل  $\theta$  :

$$0.5560297 \leq \theta \leq 1.0934594$$

ويتضح من خلالها بان لا يوجد دليل ضد الفرضية القائلة بان  $\theta = 1$ .

6 - الكفاية التقريبية : ظهرت ل  $\hat{\beta}_1$  مساوية ل (0.891) ول  $\hat{\theta}$  مساوية ل (0.810) ومن خلال هذه القيم وهي اقل من الواحد الصحيح اي ان تقديرات الامكان الاعظم اكثر كفاية من تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية في تقدير معالم النموذج .

4-2 التطبيق الثاني : درجات الحرارة العظمى : للطقس تاثير عميق في مختلف اوجه النشاط الانساني، وقد تعرض العراق لموجات من الحر الشديد بالغة الاثر خلال السنوات الماضية في مختلف محافظات القطر وعلى الاخص في محافظة بغداد وتعزى هذه الزيادة في درجات الحرارة الى تظافر جملة عوامل منها الظروف التضاريسية المحلية وتأثيراتها في اعاققة حركة الكتل الهوائية وعلى توزيعات درجة الحرارة وتأثيرات العوارض الجبلية والوديان وطبيعة تكوين سطح التربة ووجود المسطحات المائية ومصادر المياه الموزعة في مختلف المناطق اضافة الى بعض التأثيرات الناتجة عن الفعاليات البشرية . ان صفة الشمول لهذا التأثيرات كانت حافزا لاعطاء هذا الموضوع اهتماما كبيرا وذلك لاحتمالية الكبيرة في تكرار مثل هذه الاحداث المميزة والخطيرة في المستقبل والتي قد تعرض العراق لاضرار مختلفة في الامكان تلافيها وذلك من خلال تهيئة الوسائل اللازمة والسبل المستخدمة لاعداد التنبؤات الجوية الصانبة لدرء الاضرار والايثار ومن هنا جاءت اهمية هذا التطبيق .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

4-2-1 درجة الحرارة العظمى: تعرف الحرارة بانها نوع من انواع الطاقة وهي كمية الطاقة المنتقلة الى جسم لترفع من درجة حرارته متجهة من الدرجات الحرارية العالية الى الدرجات الحرارية المنخفضة والمصدر الرئيسي لها في الغلاف الجوي هو الشمس وهي احد عناصر الطقس واهمها (عناصر الطقس هي الاشعاع الشمسي والحرارة والضغط والرياح والرطوبة) ويوجد نظامان لقياسها الاول النظام المنوي (السيلسيوس) المتبع في الهيئة العامة للانواء الجوية وفيه نقطة الغليان هي درجة المنة منوي ونقطة الجليد درجة الصفر المنوي اما النظام الثاني فهو الفهرنهايت. اما درجة الحرارة العظمى فهي اعلى درجة حرارة يبلغها الهواء السطحي خلال اليوم الواحد وتحدث بين الساعة الثانية والثالثة بعد الظهر بينما درجة الحرارة الصغرى فهي اوطأ درجة حرارة يبلغها الهواء السطحي خلال اليوم الواحد وتحدث قبل شروق الشمس بدقائق وهناك عوامل كثيرة تؤثر في درجة الحرارة يتعلق البعض منها بطبيعة مناخ المنطقة من حيث خطوط العرض، توزيع اليابسة والتضاريس والتيارات المحيطة والبعد عن الساحل والبعض الاخر خاضع الى تاثيرات عملية متعلقة بنبشاطات الانسان التي لاحصر لها. وقد تم التاكيد على عنصرين مهمين من عناصر الطقس التي تتاثر بتلك العوامل وتؤثر بدورها في درجة الحرارة وهي شدة الاشعاع الشمسي والغطاء الغيمي، حيث ان كمية الاشعاع الشمسي الواصل الى كوكبنا يتوقف على فصول السنة فتختلف في فصل الصيف عنها في فصل الشتاء بالاضافة الى الظروف الجوية المتغيرة دائما كوجود الغيوم او الغبار والشوائب الاخرى وتقدر كمية الاشعاع بالسرعات لكل سم<sup>2</sup> وبالملي واط لكل سم<sup>2</sup> (1 سرعة /سم<sup>2</sup> = 1.163 ملي واط /سم<sup>2</sup>) اي ان كل سنتيمتر مربع من سطح الارض يكتسب طاقة اشعاع تساوي 1 سرعة او ما مقداره 1.163 ملي واط . اما كمية التغييم (Clodness) فتقاس اما ب (OKTA) او (8) والمقصود بها ان السماء تقسم الى ثمان اثمان فاذا كانت مغطاة بالغيوم تكون (8 / 4) وهكذا والحساب الاخر هو ان اسماء اما صافية او غائمة او غائمة جزئيا ويتم تفسير ذلك على وفق الاتي : صافية يعني كمية الغيوم اقل من 1.6 ، غائمة يعني كمية الغيوم اكبر من 6.5 وغائمة جزئيا اي كمية الغيوم بين 1.6 الى 6.5 .

4-2-2 اسلوب جمع البيانات : تم جمع البيانات الخاصة بالمعدلات الشهرية لكل من درجات الحرارة العظمى والاشعاع الشمسي وكمية الغيوم وخلال السنة للفترة من (1971 - 1980) (تطبيق احدث للحالة [2] ) والخاصة بمدينة بغداد ( تقع في المنطقة الوسطى من القطر على خط طول 41° 44 شرقا وخط عرض 14° 32 شمالا ارتفاعها عن مستوى سطح البحر بمقدار 31.7 متر ولقد تم الحصول على هذه البيانات من الهيئة العامة للانواء الجوية- قسم المناخ ولقد اخذت بعض النقاط الاساسية عند اخذ العينة الخاصة بالبحث وهي :

- ممكن اخذ البيانات الخاصة بدرجات الحرارة العظمى بشكل يومي او شهري او فصلي او سنوي وذلك على وفق مايلانم النموذج المعطى وقد تم اخذ البيانات بشكل فصلي اي تقسيم السنة الى اربعة فصول ( فصل<sub>1</sub>، فصل<sub>2</sub>، فصل<sub>3</sub>، فصل<sub>4</sub>) وعلى هذا الاساس فان العينة التي اخذت للفترة من (1971-1980) ستكون مؤلفة من 40 مشاهدة والجدول رقم (3) يوضح الصيغة النهائية للبيانات التي استخدمت في التحليل

- تم تحويل المتغيرات التوضيحية (المستقلة) الى قيمها المعيارية وذلك نتيجة لاختلاف وحدات القياس الخاصة بها .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

جدول رقم (3) الصيغة النهائية لبيانات درجات الحرارة العظمى، شدة الاشعاع الشمسي والغطاء الغيمي التي استخدمت في التحليل

السنوات	الفصول	درجات الحرارة العظمى	شدة الاشعاع الشمسي	الغطاء الغيمي
1971	1	60.9	1311.9	9.9
	2	104.4	2065.6	7.1
	3	127.3	2120.2	0.4
	4	70.8	1154.4	7.9
1972	1	50.1	1175.2	10.6
	2	104.2	1987	8.8
	3	126.6	2074.9	1.6
	4	73.4	1148.6	8
1973	1	61.2	1370.7	7.6
	2	105.4	2189	4.7
	3	127.8	2048	0.6
	4	74.3	1190.7	6.6
1974	1	49.3	1120.3	12.8
	2	104	2144	5.9
	3	124.2	1971.8	0.9
	4	75.9	1118.6	7.5
1975	1	54	1239.5	8.5
	2	107.7	1887.4	7.2
	3	127.1	2004.9	1.3
	4	71.1	1153.2	7.2
1976	1	52.8	1041.9	10.2
	2	104.1	1764.4	7.5
	3	122	1822.7	0.6
	4	78.4	953.1	9.1
1977	1	59.4	1059.5	10
	2	106.5	2079.8	6.5
	3	128.2	2091.4	0.1
	4	70.1	1090.2	8.1
1978	1	62.5	1261.5	8.8
	2	107.3	2094.9	5.7
	3	125.5	1982.9	0.3
	4	73.9	1077	7.8
1979	1	62.7	1154.8	10
	2	108.4	1947.9	7.9
	3	129	1921	2
	4	77.3	1038.1	8.9
1980	1	55.5	1147.9	11.6
	2	107.6	2027.2	6.1
	3	125.7	1994.7	0.9
	4	73.2	1061.8	8.9



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

1- عينة البحث : لقد شملت عينة البحث 40 مشاهدة تمثل المجاميع الفصلية لثلاثة متغيرات اولها هو المتغير

التابع  $Y_i$  الذي يمثل المجاميع الفصلية لدرجات الحرارة العظمى والمتغير المستقل الاول  $X_{i1}$  ويمثل المجاميع الفصلية لكمية الاشعاع الشمسي والمتغير المستقل الثاني  $X_{i2}$  ويمثل المجاميع الفصلية لكمية الغيوم. وحيث ان تحليل الانحدار يتطلب بعض الاجراءات وخاصة في اختيار النموذج المقترح ومن اجل ذلك تم اقتراح عدة نماذج واجراء الاختبار عليها وتبين بان افضل نموذج يلائم بياناتنا هو النموذج الاسي التالي :

$$Y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2}) \cdot \theta Z_i \quad (i=1,2,\dots,40)$$

وذلك من خلال معامل التحديد ومتوسط مربع الخطا حيث ان :  $R^2 = 87.9\%$   $S^2 = 0.0130$

ويتم تحويل النموذج الى الصيغة الخطية باخذ اللوغارتم الطبيعي لطرفيه فينتج :

$$\text{Log } Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \text{Log}(\theta) Z_i$$

والجدول رقم (4) يوضح بيانات درجات الحرارة العظمى ل40 فصل مع القيم المعيارية للمتغيرات المستقلة وبعض المقاييس المهمة التي يشار اليها خلال الفقرات القادمة.





## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

## (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

جدول رقم (4) درجات الحرارة ل40 فصل مع القيم المعيارية للمتغيرات المستقلة وبعض المقاييس المهمة

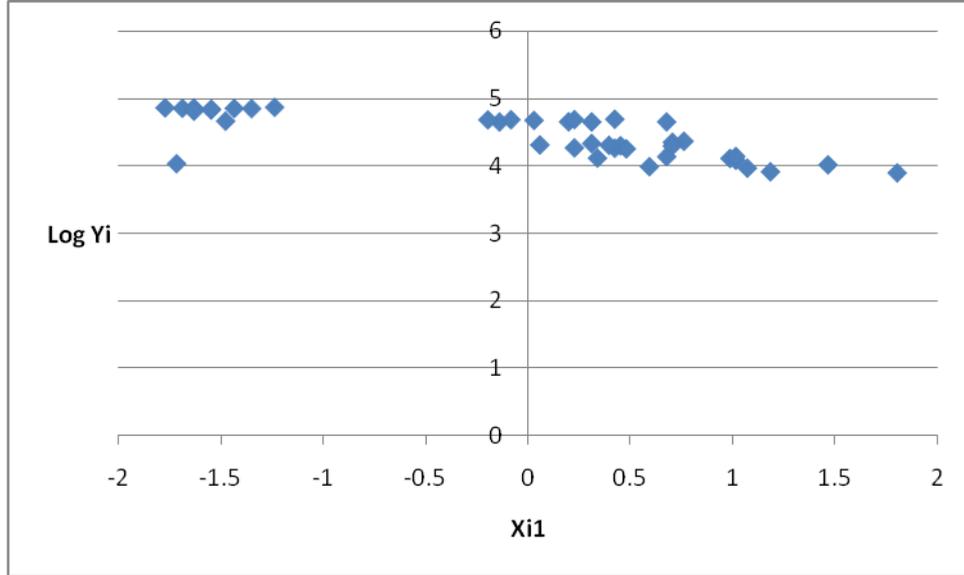
Log $y_i$	$X_{1i}$	$X_{2i}$	$R_i$	$\hat{\mu}_i$
4.10923	-0.59595	0.98495	-0.71389	4.18593
4.64823	1.09702	0.19643	-0.00302	4.64855
4.84655	1.21966	-1.69039	-1.31821	4.98817
4.25986	-0.94973	0.42172	0.45432	4.21105
3.91402	-0.90301	1.18208	-1.66564	4.09297
4.64631	0.92046	0.67517	1.04563	4.53397
4.84103	1.11791	-1.35246	-0.6583	4.91176
4.29592	-0.96276	0.44988	0.85754	4.20379
4.11415	-0.46388	0.33723	-1.9169	4.32009
4.65776	1.3742	-1.47945	-1.47072	4.81577
4.85047	1.05748	-1.63407	-0.89915	4.94707
4.30811	-0.86819	0.05562	0.18511	4.28822
3.89792	-1.02633	1.80163	-0.6265	3.96523
4.64439	1.27312	-0.14151	-0.88517	4.73949
4.82189	0.88632	-1.54959	-0.72234	4.8995
4.32942	-1.03015	0.30907	1.07255	4.21419
3.98898	-0.75858	0.59069	-2.1514	4.22012
4.67935	0.69674	0.22459	1.05827	4.56565
4.84497	0.96067	-1.43694	-0.46728	4.89518
4.26409	-0.95243	0.22459	0.1916	4.2435
3.96651	-1.20243	1.06943	-0.80807	4.05333
4.64535	0.42046	0.30907	1.37573	4.49755
4.80402	0.55141	-1.63407	-0.41131	4.84821
4.36182	-1.40189	0.75966	2.75175	4.06619
4.08429	-1.1629	1.01311	0.12866	4.07047
4.66815	1.12891	0.02746	-0.13876	4.68305
4.85359	1.15497	-1.77488	-1.26657	4.98967
4.24992	-1.09394	0.47804	0.71173	4.17346
4.13517	-0.70916	0.67517	-0.74904	4.21564
4.67563	1.16283	-0.19783	-0.48159	4.79737
4.03231	0.91126	-1.71855	-0.93387	4.93264
4.30271	-1.12359	0.39356	1.12545	4.1818
4.13836	-0.94883	1.01311	0.2427	4.11229
4.68583	0.83264	0.42172	1.17846	4.55922
4.85981	0.77221	-1.23981	0.32045	4.82538
4.34769	-1.21097	0.70333	2.18537	4.11291
4.01638	-0.96433	1.46369	-0.16285	4.03388
4.67842	1.01076	-0.08519	-0.0037	4.67822
4.8339	0.93776	-1.54959	-0.70412	4.90955
4.2932	-1.15773	0.70333	1.58131	4.12331



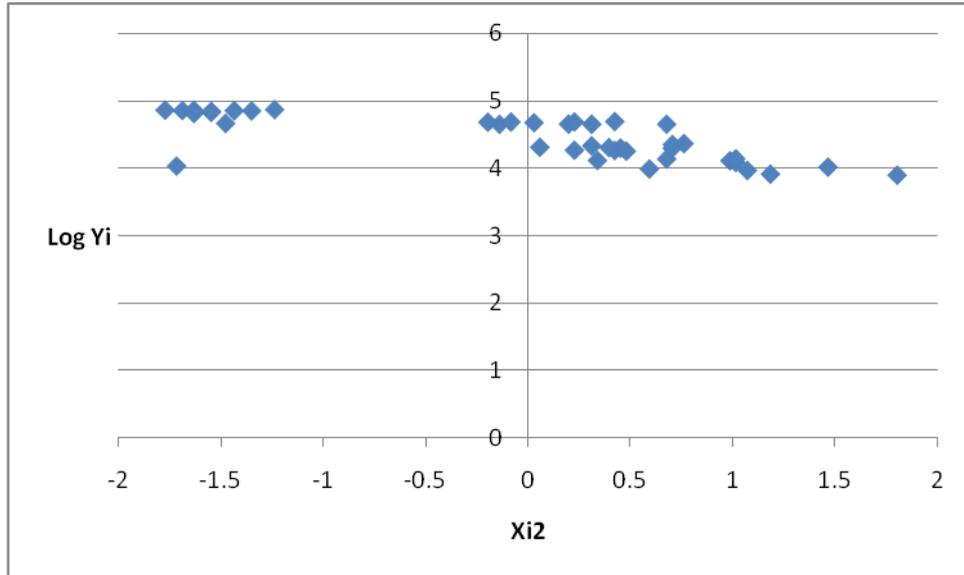
## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

2- لاجل التحقق من مدى صحة النموذج المفترض فقد تم رسم الشكل البياني لمعرفة نوع العلاقة ويتضح من الشكل (3) و(4) بان العلاقة خطية بين قيم  $\text{Log } Y_i$  مقابل كل من  $X_{i1}$  و  $X_{i2}$  على التوالي.



شكل (4) شكل الانتشار لقيم  $\text{Log } Y_i$  مقابل قيم  $X_{i1}$



شكل (5) شكل الانتشار لقيم  $\text{Log } Y_i$  مقابل قيم  $X_{i2}$



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

- 3- اختبار فرضية تجانس التباين: تم استخدام اختبار بارثليت لاختبار فرضية تجانس التباين وظهرت القيمة المحسوبة (0.0180972) وبمقارنتها بقيمة  $\chi^2$  الجدولية عند مستوى معنوية (0.05) ودرجة حرية 1 والتي تساوي (3.841) نجد ان القيمة المحسوبة اصغر من قيمتها الجدولية وعليه لا يوجد دليل ضد فرضية العدم التي تنص على ثبات تجانس تباين الخطا .
- 4- بعد ان تم افتراض ان الاخطاء في النموذج المفترض تسلك على وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى والمتمثلة بدالة الكثافة الاحتمالية التالية:

$$f(z) = \exp\{- (z + \gamma) - \exp(- (z + \gamma))\} , \quad -\infty < Z < \infty$$

1-4 طريقة المربعات الصغرى: تقديرات OLS هي كالآتي :

$$\tilde{\beta}_0 = 0.169, \tilde{\beta}_1 = 4.46, \tilde{\beta}_2 = -0.149, \tilde{\theta} = 0.0888498$$

حيث ان  $\tilde{\beta}_0$ ،  $\tilde{\beta}_1$ ،  $\tilde{\beta}_2$  تمثل معاملات النموذج المفترض بينما  $\tilde{\theta}$  تمثل معلمة القياس .

- 2-3 طريقة الامكان الاعظم: على اعتبار ان طريقة (OLS) كتقدير اولي يستخدم في تقديرات الامكان الاعظم (MLE) والمعتمدة على طريقة فشر والموضحة في الجانب النظري للبحث فتقديرات الامكان الاعظم هي :

$$\hat{\beta}_0 = 4.46712, \hat{\beta}_1 = 0.195341, \hat{\beta}_2 = -0.167296, \hat{\theta} = 0.107436$$

3-3 معادلة الانحدار المقدرة:

$$\hat{Y}_i = 4.46712 + 0.195341 X_{i1} - 0.167296 X_{i2}$$

- ويتضح من خلالها بان اضافة وحدة واحدة من  $X_{i1}$  (كمية كريات الاشعاع الشمسي) تزيد بمقدار (0.195) من Y (درجة الحرارة العظمى) وان اضافة وحدة واحدة من  $X_{i2}$  (كمية الغيوم) تقلل بمقدار (0.167) من قيمة Y (درجة الحرارة العظمى) .

- 5- اختبار الرسم الاحتمالي (P.P) للقيم المرتبة للاخطاء المشاهدة وذلك لمعرفة فيما اذا كان هناك دليل ضد توزيع القيمة المتطرفة للاخطاء وذلك عن طريق استخدام الصيغة التالية للاخطاء المشاهدة.

$$R_i = (\hat{\theta}^{-1} Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i - \hat{\beta}_2 X_{i2} )$$

حيث ان  $R_i$  تمثل القيم المرتبة للاخطاء المشاهدة (جدول رقم) مقابل قيم  $K_i$  حيث ان :

$$K_i = - \text{Log}(\text{Log}[41 / (41 - i)])$$

وتطبيقا لاختبار الرسم الاحتمالي فان:

$$r(R_{(i)}, K_i) = -0.952, S_R = 0.0940737$$

- وبمقارنة هذه القيمة مع القيم الجدولية ولمستوى معنوية  $\alpha = (0.05, 0.01)$  ،  $n=40$  والموجودة في جداول خاصة بهذا الاختبار فان القيم الجدولية هي (0.147, 0.225) وعليه فان التوزيع المفترض للاخطاء يعد التوزيع الملائم لبيانات هذه الدراسة وذلك لان القيمة المستخرجة هي اصغر من القيم الجدولية.



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الاول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

5 - حدود الثقة: حدود الثقة التقريبية 95% ل  $\beta_1$  هي :

$$0.161027 \leq \beta_1 \leq 0.229655$$

ويتضح من هذه النتيجة بان هناك دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_1 = 0$ . اما حدود الثقة التقريبية 95% ل  $\beta_2$  باعتبارها تمثل مقدار التغير في المتغير المعتمد المتاتي من التغير بوحدة واحدة مثلا في المتغير المستقل الثاني الذي يمثل كمية الغيوم هي :

$$-0.2016099 \leq \beta_2 \leq -0.132982$$

ويتضح من هذه النتيجة بان هناك دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_2 = 0$  اما حدود الثقة 95% ل  $\theta$  :

$$0.086528 \leq \theta \leq 0.1416672$$

ويتضح من خلالها بانه يوجد دليل ضد الفرضية القائلة بان  $\theta = 1$ .

6 - الكفاية التقريبية: ظهرت ل  $\bar{\beta}_j$  حيث  $j=1,2$  مساوية ل (0.888683) ول  $\bar{\theta}$  مساوية ل (0.8082949) ومن خلال هذه القيم وهي اقل من الواحد الصحيح اي ان تقديرات الامكان الاعظم اكثر كفاية من تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية في تقدير معالم النموذج .

### 5- الاستنتاجات والتوصيات

5-1 الاستنتاجات : من خلال سلوك الاخطاء على وفق توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى ومن خلال الجانب النظري والتطبيقي لابد من الاشارة الى بعض النقاط التالية:  
اولا:الجانب الطبي : ازمنة البقاء - مرض ابيضاض الدم

1- ان نموذج الانحدار البسيط المقترح كان هو النموذج المناسب وكذلك من خلال رسم قيم  $Y$  مقابل قيم  $X$  تبين ان هناك علاقة خطية بين المتغيرين .

2- من خلال استخدام اختبار الرسم الاحتمالي تبين انه ليس هناك اي دليل ضد التوزيع المفترض للاخطاء وهو توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى .

3- من خلال استخدام صيغ حدود الثقة ل  $\beta_1$  و  $\theta$  اتضح :

- ابيضاض الدم النقياني الحاد (AML) :انه لا يوجد دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_1 = 0$  وهذا يعني ان المتغير المستقل (كمية كريات الدم البيضاء ) لا تؤثر في زمن البقاء للمريض (وقد اكد الاطباء هذه الحالة بانه كمية كريات الدم البيضاء صحيح يعد عاملا من العوامل التي تؤثر في مرض اللوكيميا ولكن تأثيرها يختلف حسب انواع المرض وكذلك اكدوا ان زيادة كمية كريات الدم البيضاء لايعني دائما بان تأثيرها يكون سينا في المرض لانه في بعض الحالات تكون اصلا كمية هذه الكريات في دم المرضى هي 400 لكل ميكرو لتر من الدم فقط وهذه النسبة قليلة جدا بالمقارنة مع النسبة الطبيعية التي تتراوح بين (11000 - 4000) كرية بيضاء ولكن في حالة زيادة كمية كريات الدم البيضاء وفي الوقت نفسه كمية الكريات المهلكة فان الحالة ستكون هنا خطيرة جدا وتودي الى الوفاة وهذا ما لوحظ من خلال اخر فحص للدم اجري للمرضى الذين توفوا . ول  $\theta$  اتضح انه لا يوجد دليل ضد الفرضية القائلة بان  $\theta=1$  .

-ابيضاض الدم اللمفاوي الحاد (ALL) : ان هناك دليلا واضحا ضد الفرضية القائلة بان  $\beta_1 = 0$  اي ان المتغير  $X$  الذي يمثل كمية كريات الدم البيضاء له تاثير عكسي في المتغير  $Y$  الذي يمثل زمن البقاء للمريض وهذا ما يؤكد التوضيح الذي ذكر في حالة ابيضاض الدم النقياني الحاد AML ول  $\theta$  اتضح بانه لا يوجد دليل واضح ضد الفرضية القائلة بان  $\theta=1$  .



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

- 4- من خلال قيم الكفاءة التقريبية لكل من  $\beta_1$  ،  $\theta$  اتضح بان تقديرات الامكان الاعظم اكثر كفاءة من تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية في تقدير معالم النموذج .  
ثانيا: جانب المناخ (درجات الحرارة العظمى )
- 1- ان النموذج الاسي المقترح كان هو النموذج المناسب (من خلال معامل التحديد ومتوسط مربع الخطا) وكذلك من خلال رسم  $\text{Log } Y_i$  مقابل  $X_i$  ( $i=1,2$ ) تبين ان هناك علاقة خطية بين المتغيرين .
- 2- من خلال اختبار بارتليت لاختبار فرضية تجانس التباين ظهر بانه لا يوجد دليل ضد الفرضية التي تنص على ثبات تجانس تباين الخطا.
- 3- من خلال استخدام اختبار الرسم الاحتمالي تبين بانه لا يوجد اي دليل ضد التوزيع المقترض للاخطاء وهو توزيع القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الكبرى.
- 4- من خلال معادلة الانحدار المقدره اتضح بان هناك علاقة طردية بين درجة الحرارة العظمى وشدة الاشعاع الشمسي وعلاقة عكسية بين درجة الحرارة العظمى وكمية الغيوم ومن خلال استخراج القيم المقدره  $\hat{\mu}_i$  ومقارنتها مع القيم الحقيقية اتضح بان هناك فرقا قليلا جدا مما يدل على صحة النموذج المقترح.
- 5- من خلال استخدام حدود الثقة ل  $\theta, \beta_2, \beta_1$  اتضح بان هناك دليلا واضحا ضد الفرضية القائلة بان  $\theta = 1$  و  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  .
- 6- من خلال ملاحظة نتائج تطبيق الكفاءة التقريبية اتضح بان تقديرات الامكان الاعظم اكثر كفاءة في تقدير معالم النموذج من طريقة المربعات الصغرى .
- 2-5 التوصيات :

اولا: الجانب النظري : من خلال ما توصل اليه الباحث عادل احمد هدو [9] [10] من تحديد الصيغ المتعلقة بالتحيز لمعاملات ومعلمة القياس لنموذج انحدار القيمة المتطرفة (النوع الاول) وللقيم الصغرى نقترح بالاخذ بهذه الصيغ للوصول الى تحديد الصيغ في حالة القيم الكبرى للتوزيع نفسه .  
ثانيا : الجانب التطبيقي:

- 1- الجانب الطبي : ان تعمل دراسة مماثلة تاخذ العوامل الاساسية جميعها التي تؤثر في المرض كنموذج انحدار متعدد وهذه العوامل ذكرت اغلبها ضمن فقرة (جمع البيانات الخاصة بالبحث ) او ان تعمل الدراسة بشكل مباشر على المرضى وان تراعى مسالة الوقت اي مثلا تحدد ثلاث او اربع سنوات وهذه الحالة مفضلة اكثر للحصول على اغلبية المعلومات المتعلقة بالمرض من المريض مباشرة لتفادي اي خطأ ممكن ان يقع فيه الباحث .
- 2- جانب المناخ (درجات الحرارة العظمى ): ان تعمل دراسة مماثلة تدرس اولا العوامل التي تؤثر في الاشعاع الشمسي مثل الغبار والمواد العالقة الاخرى والتي تؤثر بالتالي في درجة الحرارة وكل هذه العوامل مقاسة بالانواع ، ومن جانب اخر ومن ضمن العوامل التي تؤثر في درجة الحرارة ان يؤخذ عامل انعكاسية السطح (Albedo) فطبيعة الارض سواء كانت مزروعة ام لا رطبة ام جافة رملية ام صخرية وكذلك لونها كل هذا يؤثر في درجة الحرارة وفي هذه الحالة تعمل دراسة ميدانية لتحديد هذا العامل للمنطقة المراد وضع الدراسة حولها وهذه العوامل يمكن ان تقاس من قبل الانواع الجوية.



## تقدير معاملات ومعلمة القياس لأنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي

### (النوع الأول) وللقيم الكبرى مع جانب تطبيقي

#### المصادر

- 1- العزاوي، فاطمة جاسم محمد (تقدير معاملات ومعلمة القياس لنموذج انحدار القيمة المتطرفة الخطي (النوع الأول) وللقيم الكبرى)، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، 1995.
- 2-العزاوي، فاطمة جاسم محمد (أهمية استخدام نموذج انحدار القيمة المتطرفة مع جانب تطبيقي)، بحث منشور، (مجلة وقائع المؤتمر السنوي الخامس للتخطيط والتنمية)، هيئة التخطيط، 2001.
- 3- الطواش ، ميسون سالم مجيد "دراسة احصائية حول توزيع ويبل وتوزيع القيمة المتطرفة مع تطبيقات عملية "- رسالة ماجستير - كلية الادارة والاقتصاد -جامعة بغداد -1990 .
- 4-العباسي، جمال ناجي صالح "احصاء القيم القصوى مع تطبيق لتقدير مخاطر الزلازل في العراق"-رسالة ماجستير- كلية الادارة والاقتصاد-جامعة بغداد-1984.
- 5-صالح، معتز محمد"موجة الحر التي اثرت على القطر العراقي في شهر تموز1987"20،Aت 1982، الهيئة العامة للانواء الجوية العراقية-بغداد.
- 6-هدو، عادل احمد "مقارنة طريقة المربعات الصغرى (LSE) وطريقة الامكان الاعظم (MLS) باستخدام الكفاءة التقريبية (Asymptotic Efficiency) ،مؤتمر جامعة القادسية 1989 ، مجلة كلية الادارة والاقتصاد-الجامعة المستنصرية.
- 7-Galambos ,J.(1978)."The asymptotic theory of extreme order statistics",john wiley & Sons,N.Y.
- 8-Gumbel ,E.J.(1954),"statistical theory of extreme values and some practical applications",Nati.Bureau of stand.,Appl.Math.ser.No.33.
- 9-Haddow ,A.A.(1986)."some statistical problems connected with extreme value regression ",ph.D.thesis,university of Brunel,U.K.
- 10-Haddow , A.A.and Young,D.H.(1986)."moment properties of estimators for a type 1 extreme-value regression model",communications in statistics,vol.15,No.8,2527-2539.
- 11-Johnson,N.L.and Kotz,S.(1970)."distribution in statistics,continuous univariate distributions-1",Boston,Houghton Mifflin company.
- 12-Lawless,J.F.(1982),"Statistical models and methods for lifetime data ".New York,wiley.
- 13-Leblanc,Michael and Moon,James (2006)."Extreme Regression " ,Biostatistics,vol.7,issue 1,pp71-84.
- 14-Mann,N.R.(1968),"point and interval estimation procedures for the two-parameter weibull or extreme value distributions",Technometrics,10,231-256.
- 15-Silvey,S.D.(1978)."statistical inference",John wiley & Sons i,New York
- 16-Stephens,M.A.(1977),"Goodness of fit for the extreme value distribution ",Biometrika,64,583-588.
- 17-Thomas , Michael (2011),"Regression class : Linear and non-linear regression",Jave scientific library ,13 november.