تطبيق أساليب متعدد المتغيرات في تكوين لوحات السيطرة النوعية

م.د هدى قرداغ يلدا

كلية الادارة والاقتصاد – جامعة صلاح الدين

الملخـص

تسخدم لوحات السيطرة النوعية على الخصائص النوعية للمادة المنتجة واتخاذ القرار بشأن سير العملية الانتاجية في كل مرحلة من مراحل الانتاج ويتم ذلك من خلال العينة (المشاهدات) المسحوبة بشكل عشوائي من الانتاج الكلي وتعود لوحات السيطرة للعالم شيوارات التي تسخدم الاسلوب الكلاسيكي في تكوينها واتخاذ القرار فيها .

يهدف البحث الى تكوين لوحة جديدة للسيطرة النوعية من خلال عدة متغيرات تعكس نوعية المادة المنتجة مع الاخذ بنظر الاعتبار تاثير العلاقة الموجودة بين هذه المتغيرات على نوعية المادة المنتجة وذلك باستخدام الاسلوب الاحصائي متعدد المتغيرات والمقابلة للوحة شيوارت للقيمة المفردة

وكما يهدف البحث الى بيان اي من لوحتي Hotelling –T^2 الاعيتادية ولوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة اكثر كفاءة ودقة في الكشف عن الانحرفات عن طريق رسم هاتين اللوحتين

ومشكلة البحث تتضمن ان لوحة السيطرة تعتمد علي متغير واحد (او صفة واحد) تعكس نوعية المادة ولكن في الواقع هناك منتجات عديدة لا يمكن السيطرة علي نوعيتها بالاعتماد على متغير واحد او صفة واحدة ويعتبر ذلك نقطة ضعف من هذه اللوحة

وتم اجراء تطبيق على لوحه ولوحهHotelling T^{2-} الاعتيادية ولوحه T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ بالاعتماد على المركبات الرئيسة المقابلة لها بالاعتماد على الفحص الكهربائي لمضخات الماء .

ووجد ان لوحه T^2 للمركبات الرئيسة تعتبر افضل لانها لا تاخذ بنظر الاعتبار تأثير الترابط الموجود بين المتغيرات لانها تقلل من الارتباط الموجود بين المتغيرات .

Abstract:

Quality control chart are used on the qualitative characteristics of the produced material and decision-making on the course of the production process at every stage of the production, this is done through the sample (Views) drawn at random from the total production. Control panels belong to the scientist Shewhart which used classic style in composition and taking the decision. The research aims to form a new quality control panel through several variables reflect the quality of material produced, taking into account the impact of the existing relationship between these variables upon the quality of the material produced using multivariate statistical technique which is stand against the Shewhart panel for the individual value. As research aims to show any of the two panels Hotelling T^2 Normal panel, and T2 main quantitative composition panel, are more efficient and accurate for discovering the divination by using these two panels. Search problem contains the Panel control dependent on one variable (or one property) reflect the quality of the matter, but in fact there are many products can not control their quality based on one variable, this is a weakness point of this panel. It was an application on T^2 chart and

Hotelling chart Depending on the key corresponding compounds based on the examination of the electric Water pumps. It was found that chart T^2 is the best compound key because it does not take into account the impact of existing interconnection between variables. Because the key compounds reduce the link between variables

المقدمه

تعود بدايه استخدام لوحات السيطرة النوعية الى العالم الاحصائي والتر شيوارت عام ١٩٢٤ ، وتعرف لوحة السيطرة بانها عبارة عن خارطة بيانية تستخدم وسيلة لاتخاذ القرار المناسب بشأن سير العملية الانتاجية في مرحلة انتاج معينة وفق المسار المحدد لها، ويتم ذلك (العلي ومحجوب ، ١٩٩٠) من خلال سحب مشاهدات او عينات عشوائية زمنية من الدفعات الانتاجية بعد تحديد صفة Attribute الوحدة المنتجة او المتغير Variableواللذين يعسكان جودتها .

ومن اللوحات التي قدمها شيوارت لوحه القيمة المفردة التي تعتمد على مشاهدة واحدة فقط في اتخاذ القرار حول سير العملية الانتاجية وتستخدم عادة في حالة كون سحب المشاهدات من العملية الانتاجية وفحصها عملية مكلفة جدا، وهذا يعني ان قرار استمرار او ايقاف العملية الانتاجية سوف يعتمد على مشاهدة واحدة فقط، وذلك يعد نقطة ضعف (عجز) في لوحة شيوارت للقيمة المفردة .

من جانب اخر فان أساليب متعدد المتغيرات الذي قدمه Hotelling الذي يعد من اكبر المهتمين لمجال متعدد المتغيرات واقترح اسلوب السيطرة على نوعية الانتاج من خلال استخدام لوحة T^2 التي لها حد اعلى فقط ، كما هو معلوم ان لوحة ان احصاء T^2 Hotelling تعتمد بشكل رئيس على مقدري معلمتي μو ∑ وكذلك لوحة T^2 للمركبات الرئيسة التي تعتمد على المركبات ذات تأثير قوي في الكشف عن الانحرافات عن العملية الانتاجية لانها تقلل من الترابط الموجود بين المتغيرات .

في هذا البحث سوف يتناول فكرة لوحات السيطرة النوعية والتركيز على لوحة القيمة المفردة فضلاً عن التركيز على اسلوب متعدد المتغيرات في تكوين اللوحة .

ومن ثم اجراء تطبيق عملي على لوحة القيمة المفردة ولوحات متعدد المتغيرات المقابلة لها في السيطرة على نوعية المادة المنتجة والمتمثلة الفحص الكهربائي لمضخات الماء بالاعتماد على البرنامج الاحصائيالى هو Stat graph

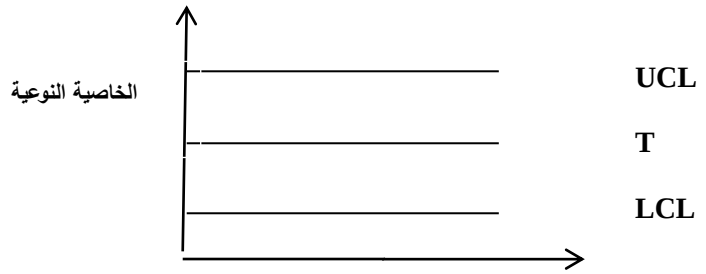
الجانب النظري

١- لوحات السيطرة النوعية Quality Control Chart

تستخدم لوحات السيطرة النوعية في المحافظة على استمرار بقاء العملية الانتاجية تحت السيطرة In Control (اي عملية التاكد من انتاج نسبة عالية من المواد المطابقة للمواصفات النوعية المقبولة) ، وكشف اي خلل فعلي Assignable Causes يحدث في العملية الانتاجية وبالسرعة الممكنة، (وان وجد الخلل وجب علينا ايقاف العملية الانتاجية باسرع وقت ممكن ومعرفة اسباب الخلل وازالته).

تتكون لوحات السيطرة النوعية (لوحات شيوارت) بشكل عام من ثلاثة خطوط مستقيمة وموازية للمحور الافقي، اذ يمثل خط الوسط المعدل العام الخاصية النوعية المراد السيطرة عليها، ويدعى بخط الهدف Target Line ويرمز T ،في حين يمثل الخط الاعلى الحد الاعلى للسيطرة Upper Control Limit نسبه الرداءه المقبوله للماده المنتجه ويرمز له بـ UCL، اما الخط الاسفل فيمثل الحد الادنى للسيطرة Lower Control Limit، ويقصد به الحد الادنى لنسبة الرداءة المقبولة للمادة المنتجة ويرمز له بـ LCL ، بينما يمثل المحور الافقي لهذه النوعية عدد (او المشاهدات) او الزمن . اما

المحور العمودي فيمثل الخاصية النوعية المراد السيطرة عليها التي تمثل النقاط المرسومة على هذه اللوحة الشكل العام للوحات السيطرة النوعية يوضحه الشكل الاتي (Bester field)



الشكل (١)الشكل العام للوحات السيطرة النوعية

ان ايه عملية انتاجية لا يمكن لها ان تنتج مواد الخاصية النوعية المطلوبة (المثالية نفسها مهما كانت التكنولجيا) متقدمة، وحتى اذا تمكنت من ذلك فانها بالتاكيد سوف تكون ذات كلفة عالية جدا لاتتناسب مع درجة الدقة والفائدة منها، ولهذا السبب استخدم شيوارت حدود سيطرة (فترة سماح) تنحرف عن خط الهدف بمقدار ($\pm 3.09\sigma$) بالاعتماد على التوزيع الطبيعي للبيانات ، ومن ثم استخدم ($\pm 3\sigma$) لسهولة العملية الحسابية.

ان تسميه اللوحات فى السيطرة النوعية تاتي من النقاط المرسومة عليها مثل لوحات (القيمة المفردة، المعدل ، الانحراف المعياري، المدى، ... الخ) ، اذ ترسم على هذه اللوحات المقادير المذكورة انفاً على التوالي .

تنقسم لوحات السيطرة النوعية الى نوعين رئيسن، يستخدم النوع الاول في السيطرة على الصفات الكمية (الخصائص النوعية القابلة للقياس Characteristics Measurable) ، واهم هذه اللوحات هي لوحة القيمة المفردة، اما النوع الثاني ، فيستخدم في السيطرة على الصفات النوعية (الخصائص النوعية غير القابلة للقياس)

٢-١ لوحه $\bar{X}$ (لوحه القيمه المفرده A single Value – Chart

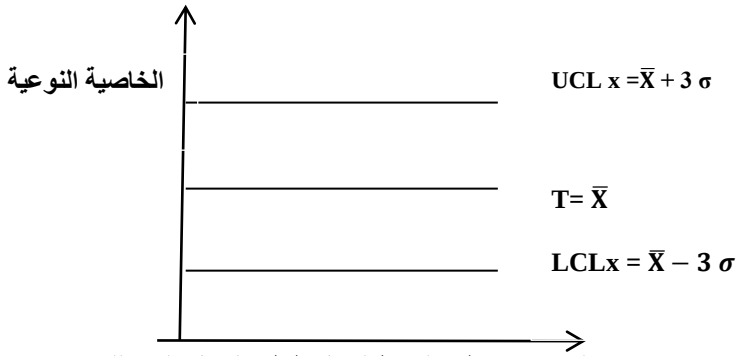
تعبر النقاط المرسومة على اللوحة عن خصائص نوعية المادة القابلة للقياس بوحدات معينة فان لوحات السيطرة للمتغير تستخدم لهذه النقاط، ومن هذه اللوحات لوحة $\bar{X}$ (لوحة القيمة المفردة) ، او ما يسمى بلوحة المشاهدة المفردة التي تستخدم في حالة كون اخذ عينات من خط الانتاج عملية مكلفة جدا ، فمثلا فتح علبة المنتوج الذي يتلف عند فحصه ، وهذا ما يسمى بالمعاينة المتلفة Sampling Destructive لذلك يفضل في هذه الحالة استخدام لوحة $\bar{X}$ لانها تستخدم القيم المفردة (المشاهدة المفردة) في تكوين هذه اللوحة التي تمثل ايضا المرسومة عليها التي تتبع التوزيع الطبيعي بمعدل μ وتباين σ^2 .

وفي هذه اللوحة خط الهدف هو عبارة عن الوسط الحسابي $T = \bar{\bar{X}}$ لجميع المشاهدات الماخوذة من العملية الانتاجية، وحدود السيطرة تكون بالشكل الآتي:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\sigma x$$

$$LCL\ x = \bar{\bar{X}} + 3\sigma x$$

إذ إن σx تمثل الانحراف المعياري للمشاهدات الماخوذة من العملية الانتاجية (bester field. 1979, 87-88)
والشكل العام للوحة –X يوضحه الشكل



الشكل (٢) الشكل العام للوحة –x

3- لوحات السيطرة لمتعدد المتغيرات

إن لوحات السيطرة ذات المتغير الواحد تطورت لتشمل عدة المتغيرات على يد الباحث Hotelling عام (1947) في كتابهِ المعروف (Multivariate quality control) والذي أستعرض فيه الأساليب الإحصائية المستخدمة في السيطرة النوعية للحالات التي تشتمل على أكثر من متغير واحد واستخدم في ذلك نظرية التوزيعات متعددة المتغيرات ويعتبر هذا الكتاب الأساس والمرجع الأول لمعظم البحوث والدراسات المنشورة بخصوص هذا الموضوع اذ قام الباحث Hotelling تكوين لوحتي T^2, χ^2 المتعددة المتغيرات بالاعتماد على لوحات شيوارت ذوات المتغير الواحد لذا أُطلِقَ على هاتين اللوحتين اسم لوحة شيوارت متعددة المتغيرات

3-1 لوحة السيطرة :Hoteling T^2 control Chart

تعتبر لوحة hotelling– T^2 من أشهر لوحات السيطرة متعددة المتغيرات للسيطرة على موجه المتوسط العملية الانتاجية, افترض ان mمن العينات التي حجم كل منها اكثر من واحد(n>1)وتم سحبها من الانتاج، الهدف هو تقدير معلمات العملية الانتاجية ,وبافتراض ان متجه

$$\underline{X}_j' = (X_{j1}, X_{j2}, \ldots, X_{jp}), \ldots j = 1,2,\ldots, n \ldots\ldots(1)$$

يمثل متجها صفيا (P) من المتغيرات التي من خلالها يمكن الرقابة على جودة المنتوج إذ إن متجه $\underline{X}_j$ يتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات بمتجه المتوسط $\underline{\mu}$ ومصفوفة التباين والتباين المشترك $\sum$ يتم حساب قيمة احصاء T^2 لكل مشاهدة j كالاتي :

$$T_j^2 = \left(\underline{X}_j - \overline{\underline{X}}\right)' S^{-1} \left(X_j - \overline{\underline{X}}\right) \ldots\ldots(2)$$

حيث ان $\overline{X}$ يمثل متوسط العينة الى J^{th} من الصفات النوعية اي ان :

$$\overline{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_j}{n} \quad J = 1,2,\ldots\ldots, \quad n \ldots\ldots(3)$$

اما تقدير مصفوفة التباين والتباين المشترك $\sum$ ، فأنه الى k^{th} من العينات و تقدير التباين لصفة النوعيةيمكن الحصول عليها من احتساب تباين العينة الاعتيادي .

$$S^2_{jk} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left(X_{ijk} - \overline{X}_{jk}\right)}{n-1} \quad \text{.....(4)}$$

$$j = 1,2,..., n$$

$$k = 1,2,...., m^2$$

ان تقدير التغاير (Covariance) بين الصفة النوعيه j والصفة النوعية h من k^{th} من الصفات للعينات هو :

$$S_{jhk} = \frac{\sum_{i=2}^{m} \left(X_{ijk} - \overline{X}_{jk}\right)\left(X_{ijk} - \overline{X}_{hk}\right)}{n-1} \quad j = 1,2,...., n \text{.....} (5)$$

$$j \neq h$$

اما مصفوفة التباين والتباين المشترك$\sum$ التي يرمز لها (S) وكما ياتي :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & ..... & \sigma_{1p} \\ . & \sigma_2^2 & ..... & \sigma_{2p} \\ . & . & ..... & . \\ .. & . & ..... & \sigma_p^2 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

$$S = \begin{pmatrix} S_1^2 & S_{12} & .... & S_{1p} \\ . & S_2^2 & .... & S_{2p} \\ . & . & .... & . \\ . & . & .... & S_p^2 \end{pmatrix}$$

فانه يتم حساب حد الاعلى للسيطر وهو عبارة عن قيمة بمستوى المعنوي α وهذا يمكن الحصول عليه باستخدام العلاقة الآتي:

$$T^2_{\alpha,p,m} = \frac{P(m-1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F_{\alpha,p,m(n-1)-p+1} \text{.....(7)}$$

$$UCL = \frac{P(m-1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F_{\alpha,p,m(n-1)-p+1} \text{..... (8)}$$

وان قيم T^2 الموضحة في المعادلة (2) يتم رسمها على اللوحة ، وكما هو معلوم فان الرقابة على الجودة ما هي الا عملية اتخاد القرار بشان سير العملية الانتاجية , بمعنى اخر اختبار فرضية معينة ضد فرضية بديلة والفرضية هي :

H_0 :عمليةالانتاج في حدود السيطرة :

H_1 : عملية الانتاج خارج حدود السيطرة:

وبذلك نقبل H_0 اذا كانت T_j^2 for all j < UCL

وهذا يعني ان العملية الانتاجية تحت السيطرة *وخلاف* ذلك *نرفض H0* وهذا يعنى العملية الانتاجية *خارج* السيطرة ,
ويمكن رسم هذه اللوحة لجميع المشاهدات كما في الشكل الاتي :

تسلسل المشاهدات شكل رقم (3) يمثل لوحة T^2

3-2 لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ باستخدام طريقة المركبات الرئيسة في حالة $P \geq 2$

هذه الطريقة تعتمد على حساب $T^2 = \underline{y}'\underline{y}$ومقارنتها مع القيمة الجدولية T^2 من خلال هده اللوحة عند مستوى معين ليكن α وفي هده الطريقة يتم تحويل المتغيرات ($X_1, X_2, ..., X_p$)المرتبطة فيما بينها الى متغيرات جديدة وهي ($y_1, y_2, ... y_p$)الغير المرتبطة فيما بينها وذلك باستخدام طريقة المركبات الرئيسة Principle component method وتعتمد طريقة المركبات الرئيسة على عمل Pمن التوافيق الخطية Linear combination للمتغيرات تسمى بالمركبات الرئيسة بحيث ان كل توفيق خطي يستولى قدر الامكان على جزء من تباين التجه $\underline{X}$

الاشتقاق الرياضي لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة : لنفرض بان $\underline{X}' = (X_1 X_2 .... X_p)$ يمثل متجها صفيا P من المتغيرات التي تعكس نوعية المادة النتجة وان $\underline{X} \sim (\underline{\mu}, \Sigma)$ حيث ان $\underline{\mu} = E(\underline{\mu})$ و$\sum$ هي مصفوفة التباين والتباين المشترك ل $\underline{X}$ والمحسوبة على اساس عينة حجمها n

وان الاشتقاق الرياضي في هذه الحالة التي تكون فيها المتغير $X_1, X_2, ..., X_p$ مقاسة بوحدات قياس مختلف

لنفرض ان $S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & .. & s_{1j} & .. & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & .. & s_{2j} & .. & s_{2p} \\ . & . & . & . & . & . \\ s_{i1} & s_{i2} & .. & s_{ij} & .. & s_{ip} \\ s_{p1} & s_{p2} & .. & s_{pj} & .. & s_{pp} \end{bmatrix}$: هي مصفوفة التباين والتباين

المشترك ل $\underline{X}$ والمحسوبة على اساس عينة حجمها n من القياسات لكل متغير

وان $R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & .. & r_{1j} & .. & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & .. & r_{2j} & .. & r_{2p} \\ . & . & . & . & . & . \\ r_{i1} & r_{i2} & .. & r_{ij} & .. & r_{ip} \\ r_{p1} & r_{p2} & .. & r_{pj} & .. & 1 \end{bmatrix}$ تمثل مصفوفة الارتباط

ومعرفة بالشكل التالي

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{s_i s_j} \; fori \neq j = 1,2,.., p$$

$$= 1 \; fori = j$$

لنفرض ان λ_p ,..., λ_1, λ_2 تمثل الجذور المميزة Characteristic root للمعادلة

$$\left|R - \lambda I\right| = 0 \ldots\ldots\ldots \ldots(9)$$

I تمثل مصفوفة احادية Identity matrix ومن درجة p*p

ولنفرض ان $\underline{V_p}$,..., $\underline{V_1}, \underline{V_2}$ تمثل المتجهات المميزة Characteristic vector المقابلة للجذور المميزة اعلاه وبنفس الترتيب والمستحصل عليها من حل المعادلة

$$(R - \lambda iI)\underline{V_i} = \underline{0} \ldots\ldots\ldots ..(10)$$

حيث ان $\underline{V_i}' = (V_i x_1 \quad V_i x_2 \quad \ldots \quad V_i x_p)$

وعندئذ تكون المركبة الرئيسة the ith principle component هي

$$Z_{ir} = V_{ix1} x_{1r} + V_{ix2} x_{2r} + \ldots\ldots + V_{ixp} x_{pr} \ldots\ldots (11)$$

Where $x_{ir} = \frac{x_{ir} - \overline{x_r}}{s_i} i = 1,2,\ldots, p; r = 1,2,\ldots, n$

وان xir تمثل القيم المعيارية على اساس العينة المحسوبة

وبذلك فان مصفوفة التباين والتباين المشترك للمتغيرات Z_p ,..., Z_1, Z_2 ستكون $Var.Cov(\underline{Z}) = \frac{ZZ'}{n-1}$

وان $\text{var}(Z_i) = \lambda_i^2 \ \text{cov}(Z_i, Z_j) = 0$

وحيث ان $\underline{Z} = \underline{V}\,\underline{x}$ يمثل تحويلا حطيا Liner transformation وان $Z_i \sim N(0, \lambda_i^2)$

ولو قسمنا كل متجه مميز على الجدر المميز المقابل له نحصل على: $\underline{W_i} = \frac{V_i}{\lambda_i}$

اي نحصل على المصفوفة $W = D^{-1}V$

$$\therefore V = DW \ldots\ldots.(12)$$

حيث D هي المصفوفة القطرة االجذور المميزة وبتعويض المعادلة(12) نحصل على

$$Z = DWx \ldots\ldots\ldots 13$$

$$D^{-1}Z = Wx \ldots\ldots\ldots 14$$

$$\text{Let} Y = D^{-1}Z = Wx \ldots\ldots. 15$$

$$i.e. Y_{ir} = W_{ix1} x_{1r} + W_{ix2} x_{2r} + \ldots\ldots + W_{ixp} x_{pr} \ldots\ldots (16)$$

فان مصفوفة التباين والتباين المشترك ل($y_1, y_2, \ldots\ldots y_p$) ستكون : $\text{var}.\text{cov}.matrix\ (\underline{Y}) = \frac{YY'}{n-1}$

وحيث ان $\overline{Y_i} = 0$ وان $Y = W x$ يمثل تحويلا خطيا Liner transformation $Y_i \sim N(0,1)$ $Y_i^2 \sim \chi_1^2$

$$\underline{Y}'\underline{Y} = \sum_{i=1}^{p} Y_i^2 \sim \chi_p^2$$

,

وحيث ان حجم العينة المحسوبة من الانتاج تكون صغيرة نسبيا وان مصفوفة التباين والتباين المشترك S تم احتسابها على اساس هده العينة لدا فان χ^2 يجب ان يستبدل ب T^2 لدا فان الكمية $\underline{Y}'\underline{Y}$ ستتوزع كتوزيع T^2 عندئذ

$$T^2 = \underline{Y}'\underline{Y}$$

حيث ان

$$T_1^2 = \underline{Y_1}'\underline{Y_2} = \sum_{i=1}^{p} Y_{i1}^2$$

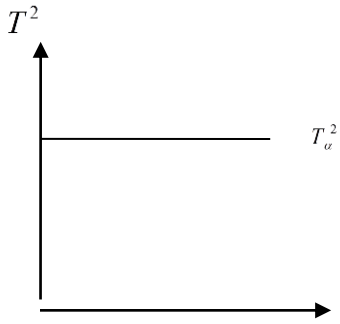
$$T_2^2 = \underline{Y}'\underline{Y} = \sum_{i=1}^{p} Y_{2i}^2$$

$$T_n^2 = \underline{Y_n}'\underline{Y_n} = \sum_{i=1}^{p} Y_{in}^2 \ldots\ldots (17)$$

بعد ذلك تقارن قيمة T^2 المحسوبة مع قيمة T_α^2 الجدولية عند مستوى المعنوية α التي تمثل حد السيطرة,

وحيث ان $T_\alpha^2 = \dfrac{(n-1)p}{n-p} F_{p,n-p(\alpha)}$

كما هو موضح بالشكل التالي



تسلسل المشاهدات

شكل رقم (4) يوضح لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$

والنقاط المرسومة على هده اللوحة هي قيم T^2 فاذا ما وقعت احدئ هذه النقاط (او مجموعة منها) خارج حد السيطرة T_α^2 فذلك يعني بان العملية الانتاجية ليست تحت السيطرة الاحصائية ويستوجب الامر الكشف عن سبب خروج العملية الانتاجية خارج حد السيطرة

4-الجانب التطبيقي

من اجل اعطاء فكرة واضحة عن كيفية تكوين لوحات متعدد المتغيرات (لوحة T^2 ولوحة T^2 للكمية $y'y$ للمركبات الرئيسة) ومقارنتهما مع لوحة شيوارت للقيمة المفردة واستخدمت هذه اللوحات في الفحص الكهربائي لمضخات الماء تم

الحصول عليها من المنشأة العامة للصناعات الكهربائية وعلى هذا الاساس تم جمع المشاهدات لكل متغير (المواصفات المعتمدة في هذا الفحص) وهي (X1: يمثل قدرة المحرك بوحدة الواط :X2: يمثل مقاومة المحرك بوحدة الأوم . X3: يمثل فولتية المحرك بوحدة الأمبير) ومن ثم استخدامها في السيطرة على بيانات جديدة لاتخاذ القرارحول مدى مطابقتها للمواصفات المطلوبة

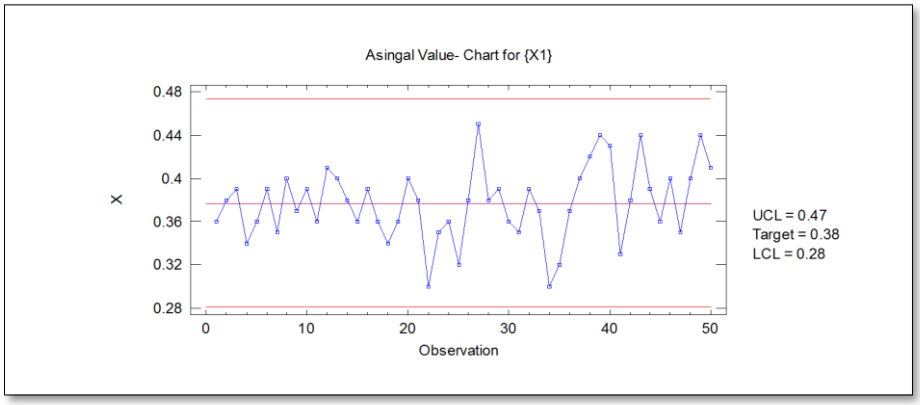
4-1 تكوين لوحة شيوارت للقيمة المفردة للسيطرة الفحص الكهربائي لمضخات الماء

من اجل تكوين هذه اللوحة تم جمع (50) مشاهدة لكل متغير من المتغيرات لتمثل الخاصية النوعية وهي (X1: يمثل قدرة المحرك X2: يمثل مقاومة المحرك. X3: يمثل فولتية المحرك) وكانت المشاهدات هي كالاتي

جدول رقم (١)نتائج فحص قدرة ومقاومة وفولتية المحرك

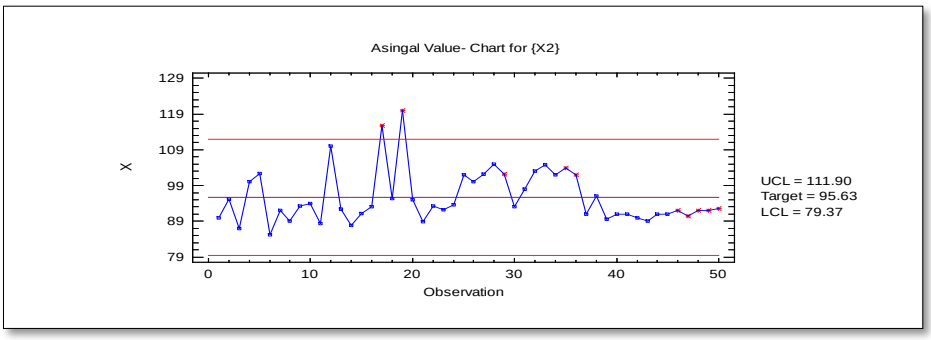
X3	X2	X1	ت	X3	X2	X1	ت
52	100	0.38	-26	55	90	0.36	-1
63	102.2	0.45	-27	53	95.2	0.38	-2
68	105	0.38	-28	60	87	0.39	-3
66	102.2	0.39	-29	61	100	0.34	-4
56	93	0.36	-30	59	102.4	0.36	-5
56	98	0.35	-31	54	85.3	0.39	-6
57	103	0.39	-32	65	92.1	0.35	-7
56	104.7	0.37	-33	57	89	0.4	-8
61	102	0.3	-34	54	93.2	0.37	-9
80	104	0.32	-35	63	94	0.39	-10
56	102	0.37	-36	56	88.3	0.36	-11
64	91	0.4	-37	60	110	0.41	-12
54	96	0.42	-38	60	92.3	0.4	-13
29	89.6	0.44	-39	58	87.8	0.38	-14
53	91	0.43	-40	60	91.2	0.36	-15
53	91	0.33	-41	60	93	0.39	-16
60	90	0.38	-42	58	115.8	0.36	-17
53	89	0.44	-43	50	95.4	0.34	-18
55	91	0.39	-44	56	120	0.36	-19
56	91	0.36	-45	52	95	0.4	-20
52	92	0.4	-46	56	88.9	0.38	-21
53	90.4	0.35	-47	64	93.2	0.3	-22
53	92.1	0.4	-48	60	92.2	0.35	-23
52	92	0.44	-49	58	93.6	0.36	-24
62	92.5	0.41	-50	58	102	0.32	-25

ومن خلال هذه البيانات والبرنامج الاحصائي الجاهز (Statgraph Version 15.1.02) تم تكوين لوحة القيمة المفردة لكل متغير من المتغيرات الثلاثة وتحديد خط الهدف والحد الاعلى والادنى للسيطرة ورسم النقاط عليهما كما نلاحظ من خلال الاشكال التالية:



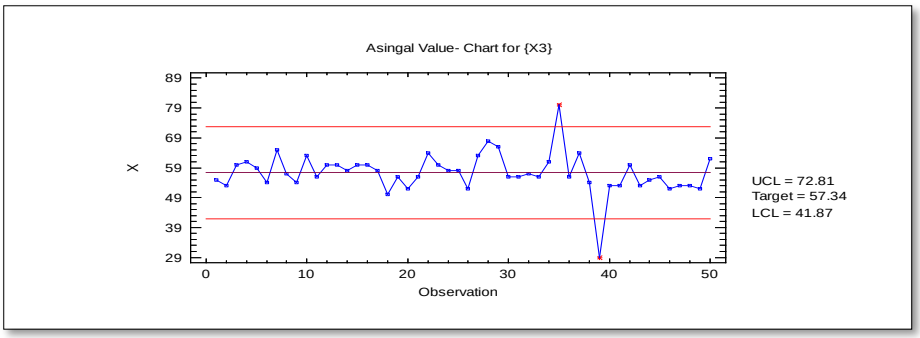
شكل رقم (5)لوحة شيوارت للقيمة المفردة لمتغير X1 يمثل قدرة المحرك

يتبين من الشكل رقم (5) ان العملية الانتاجية تحت السيطرة لوقوع جميع النقاط المرسومة على هذه اللوحة ضمن حدود السيطرة



شكل رقم (6)لوحة شيوارت للقيمة المفردة لمتغير X2 يمثل مقاومة المحرك

يتبين من الشكل رقم (6) ان العملية الانتاجية خارج السيطرة لوقوع نقطتين خارج حدود السيطرة(النقاط 17,19) وهذا يعني ان هنالك خللا في العملية الانتاجية



شكل رقم (7)لوحة شيوارت للقيمة المفردة لمتغير X3 يمثل فولتية المحرك

يتبين من الشكل اعلاه ان العملية الانتاجية خارج السيطرة لوقوع نقطتين خارج حدود السيطرة(النقاط 37و39) وهذا يعني ان هنالك خللا في العملية الانتاجية

2-4 تكوين لوحة T^2-Hotelling في السيطرة على الفحص الكهربائي لمضخات الماء

من خلال البيانات التي حصلنا عليها من الجدول رقم (١) المواصفات النوعية المعتمدة لفحص الكهربائي لمضخات الماء(المتغيرات)وهي (X1: يمثل قدرة المحرك X2: يمثل مقاومة المحرك. X3: يمثل فولتية المحرك)

تم حساب قيمة احصاء T^2 لكل مشاهدة حسب الصيغة التالية وكانت النتائج كما يلي

$$T_1^2 = \left(\underline{X}_1 - \hat{\underline{\mu}} \right)' S^{-1} \left(\underline{X}_1 - \hat{\underline{\mu}} \right)$$

حيث ان

$$\begin{bmatrix} 0.36 - 0.38 \\ 90 - 95.63 \\ 55 - 57.34 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.02 \\ -5.63 \\ -2.34 \end{bmatrix}$$

ومصفوفة التباين والتباين المشترك هي

$$S = \begin{bmatrix} .001 & -0.0504 & -0.0797 \\ -0.0504 & 53.058 & 13.125 \\ -0.0797 & 13.125 & 44.068 \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 985.24 & 0.52 & 1.62 \\ 0.52 & 0.21 & -0.01 \\ 1.61 & -0.01 & 0.027 \end{bmatrix}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} -0.02 & -5.63 & -2.34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 985.24 & 0.52 & 1.62 \\ 0.52 & 0.21 & -0.01 \\ 1.61 & -0.01 & 0.027 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.02 \\ -5.63 \\ -2.34 \end{bmatrix} = 1.638$$

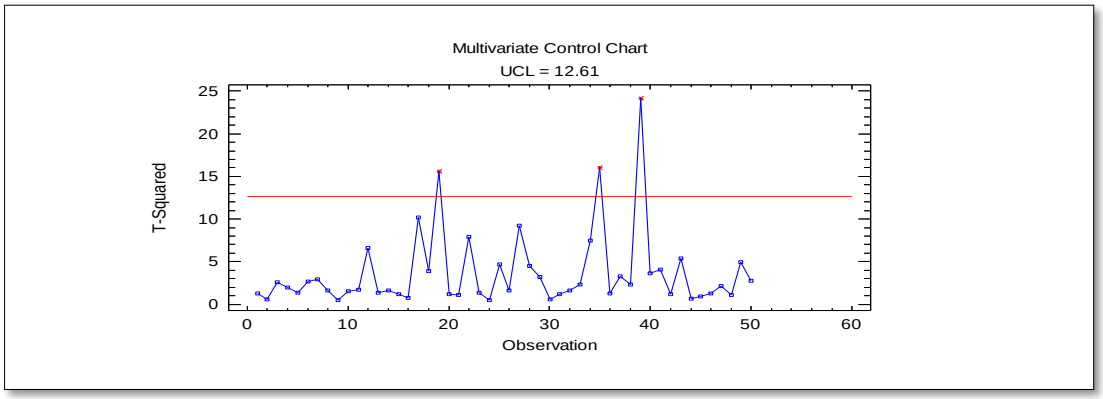
ومن الممكن ان نستمر لايجاد قيم T_j^2 كما مبين ادناه

جدول رقم (2) قيم T-Square

T-Square	ت	T-Square	ت
1.63845	-26	1.27482	-1
9.19632	-27	0.543486	-2
4.51824	-28	2.6149	-3
3.15768	-29	1.98198	-4
0.604784	-30	1.32849	-5
1.17699	-31	2.62771	-6
1.63167	-32	2.93773	-7
2.32491	-33	1.63818	-8
7.50838	-34	0.507074	-9
16.0471	-35	1.53466	-10
1.24245	-36	1.73067	-11
3.2423	-37	6.61875	-12
2.2997	-38	1.35769	-13
24.2042	-39	1.62178	-14
3.66233	-40	1.14443	-15
4.09367	-41	0.749959	-16
1.22688	-42	10.2134	-17
5.35705	-43	3.91605	-18
0.679823	-44	15.5765	-19
0.948617	-45	1.21094	-20

1.29664	-46	1.06834	-21
2.18277	-47	7.87493	-22
1.08424	-48	1.39661	-23
4.94448	-49	0.475217	-24
2.72688	-50	4.69076	25

ويمكن رسم لوحة T^2 كما مبين ادناه



الشكل رقم (8)لوحة T^2-Hotelling

تبين خلال الشكل رقم (8) ان العملية الانتاجية خارج السيطرة وذلك لوقوع ثلاث نقاط خارج الحد الاعلى للسيطرة (النقاط 19و35و39) وهذا يعني ان هنالك خللا في العملية الانتاجية وان المواصفات النوعية غير مطابقة للمواصفات المطلوبة

3-4 لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ باستخدام طريقة المركبات الرئيسة

بالنظر لإختلاف وحدات القياس لمتغير (X1) والذي يمثل مقاومة المحرك يقاس بوحدة الأوم (X2)والذي يمثل فولتية المحرك ويقاس بوحدة الامبير و(X3) والذي يمثل قدرة المحرك ويقاس بوحدة الواط فقد تم تطبيق صيغة Hotelling T^2 بالاعتماد على بيانات هذه المتغيرات دون إجراء تحويلها الى الصيغة القياسية لان صيغة Hotelling تعتمد على مصفوفة التباين والتباين المشترك المقدرة ($\hat{R}$) اما في لوحة السيطرة T^2 للمركبات الرئيسة الطريقة تم تحويل المتغيرات $(X_1, X_2, \ldots, X_p)$المرتبطة فيما بينها الى متغيرات جديدة وهي $(y_1, y_2, \ldots, y_p)$الغير المرتبطة فيما بينه

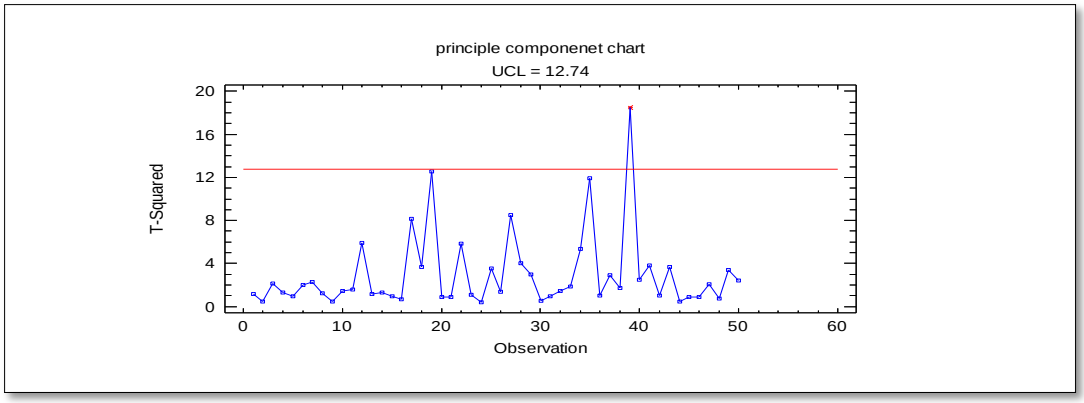
وتم حساب قيمة T^2 إ للمركبات الرئيسة لكم مركبة وفق الصيغة(16)و(17)

وكانت النتائج كما في الجدول ادناه جدول رقم (٣) قيم T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$

T-Square	Y3	Y2	Y1	ت	T-Square	Y3	Y2	Y1	ت
1.385	-0.706	0.676	0.243	-26	1.179	-0.379	-0.845	0.333	-1
8.463	1.710	1.761	0.241	-27	0.462	-0.431	0.111	0.491	-2
3.995	0.963	0.828	-1.621	-28	2.134	0.821	-0.831	0.586	-3
2.953	1.003	0.725	-1.062	-29	1.331	-0.374	-0.194	-1.286	-4
0.560	-0.364	-0.534	0.025	-30	0.976	-0.334	0.447	-0.928	-5
0.967	-0.706	-0.131	-0.502	-31	2.030	0.189	-0.869	1.272	-6
1.403	-0.057	1.045	-0.272	-32	2.285	0.524	-1.025	-0.929	-7
1.887	-0.579	0.942	-0.639	-33	1.224	0.586	-0.369	0.896	-8

5.372	−1.143	−0.609	−2.109	−34	0.482	−0.425	−0.299	0.369	−9
11.931	1.322	−0.551	−3.700	−35	1.406	0.932	−0.121	−0.195	−10
1.008	−0.489	0.639	−0.447	−36	1.544	−0.207	−1.062	0.359	−11
2.881	1.322	−0.324	0.095	−37	5.906	0.404	2.076	−0.713	−12
1.691	0.358	0.815	1.020	−38	1.155	0.819	−0.075	0.379	−13
18.521	−1.947	1.055	4.171	−39	1.324	0.389	−0.849	0.547	−14
2.509	0.589	0.438	1.641	−40	0.939	0.155	−0.838	−0.224	−15
3.809	−1.167	−1.162	−0.061	−41	0.652	0.621	−0.156	0.158	−16
1.022	0.545	−0.654	0.202	−42	8.161	−0.89	1.979	−1.789	−17
3.705	0.828	0.373	1.954	−43	3.688	−1.483	−0.429	0.077	−18
0.483	0.114	−0.253	0.772	−44	12.579	−1.265	2.503	−1.901	−19
0.868	−0.297	−0.759	0.167	−45	0.856	−0.189	0.434	0.939	−20
0.879	−0.088	0.096	1.153	−46	0.865	0.124	−0.675	0.657	−21
2.085	−0.797	−0.909	0.322	−47	5.872	−0.504	−1.676	−1.764	−22
0.721	0.023	0.082	1.052	−48	1.113	−0.054	−0.886	−0.466	−23
3.424	0.613	0.736	1.834	−49	0.396	−0.154	−0.518	−0.207	−24
2.411	1.218	0.056	0.346	−50	3.505	−1.136	−0.212	−1.486	−25

ويمكن رسم لوحة T^2 **للكمية** $\underline{y}'\underline{y}$ **كما مبين في الشكل ادناه**



شكل رقم (9)لوحة T^2 **للكمية** $\underline{y}'\underline{y}$ **للمركبات الرئيسةتبين خلال الشكل رقم (9) ان العملية الانتاجية خارج السيطرة وذلك لوقوع نقطة واحدة خارج الحد الاعلى للسيطرة**

لذا فان لوحة T^2للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة سوف تختلف عن كلا الحالتين اي لوحة T^2 ولوحات القيمة المفردة من حيث العملية الانتاجية ان الفرق الوحيد هو وقوع نقطة واحدة عن حد السيطرة للوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة الا ان في كل من لوحتي T^2 ولوحات القيمة المفردة وقوع مجموعة من النقاط خارج حد السيطرة ,فان هذه الطرق لا يمكنها ان تدلنا عن سبب خروج العملية الانتاجية نظرا لترابط الموجود ما بين هده المتغيرات (X_1, X_2, X_3) , ولذلك فان اسلوب استخدام لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة سيكون هو الاسلوب المفضل للعمل لانه يقلل الترابط الموجود ما بين المتغيرات

الاستنتاجات والتوصيات:

١−ان اسلوب السيطرة على جودة منتوج معين من خلال متعدد المتغيرات مجتمعة يعتبر اسلوبا افضل من اسلوب الشائع الاستخدام والمتمثل برسم لوحات السيطرة لشيوارت للقيمة المفردة لكل متغيرمن المتغيرات على حدة اي بمعنى اخر ان لوحات شيوارت للقيمة المفردة ولوحة T^2 لانهما لا تاخدان بنظر الاعتبار تاثير الترابط الموجود بين تلك

المتغيرات على نوعية المادة المنتجة اي ان لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة تكون اكثر ملائمة من لوحة T^2 ولوحات شيوارت للقيمة المفردة لانها تقلل من الترابط الموجود ما بين المتغيرات والنقاط الواقع خارج حد السيطرة لهذه اللوحة اقل من كل لوحة T^2 ولوحات القيمة المفردة

٢-كشفت لوحة T^2 للكمية $\underline{y}'\underline{y}$ للمركبات الرئيسة وجود نقطة واحدة فقط خارج حد السيطرة في حين ان كل من لوحة T^2 ولوحات القيمة المفردة كشفت هناك نقاط نقاط خارج حد السيطرة

التوصيات

على ضوء الاستنتاجات اوصي بما يلي

١- عدم الاعتماد على لوحات السيطرة لمتغير واحد فقط بل يجب الاهتمام بتطبيق أساليب السيطرة على نوعية المنتوج من خلال متعدد المتغيرات مما لهذه الأساليب من اثر في مراقبة الانتاج وتحسين جودته

٢- تطبيق اسلوب الانحدار المتعدد لعدة المتغيرات للرقابة على جودة المنتوج

المصادر

١- د. بسمان محجوب و د.عبد الستار العلي (1990) "التقيس السيطرة النوعية في المنشات الصناعية" مديرية الكتب للطباعة والنشر جامعة الموصل

٢-عبد الاحد.باسم منصور "تحليل متعدد المتغيرات واستخدامه في السيطرة على نوعية الانتاج "المجلة العراقية للعلوم الاحصائية / جامعة الموصل كلية علوم الحاسبات والرياضيات (2005)

٣-عليوي . ميعاد فاضل "استخدام اسلوب متعدد المتغيرات في السيطرة على النوعية في المجال الصناعي "رسالة ماجستير , كلية الادارة والاقتصاد , جامعة المستنصرية

4-Basterfiled " Quality Control " PrenticHoll Englewood cliftsNewyork (1979)

5-Douglas C. Montgomery "Introduction to Statistical Quality Control"(2009)

6-GafarMatanmiOyeyemi "Principle Compnent Chart Multivariate Statistical Control"(2011)

7-Jose Alberto Vargas N. Robust" Estimation In Multivariate Control Charts For Individual Observations" NationalUniversity Of Colombia, Bogotal. (2003)Journal of Science and Technology – April 2011,