المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (12) 2007
ص ص [158–174]

مقارنة بين بعض اساليب هندسة الكسوريات

فخرالدين حامد علي* أسيل وليد علي** علياء قصي أحمد تقي***

الملخص:

إن لعلم الكسوريات تطبيقات في مجالات عديدة منها معالجة الصور الرقمية والأصوات وتحليل اللغات القديمة واشتقاقها لمعرفة أصولها كما انه يستخدم في مجال علوم الحياة والكيمياء وفي المجالات الفنية والطبية .

يرتكز هذا البحث على دراسة علم الكسوريات و إلقاء الضوء على أهم الطرائق المستخدمة في توليد وعرض نماذج صورية لبعض الأشياء المعقدة التي لا يمكن نمذجتها باستخدام الرياضيات التقليدية. من هذه الطرائق ثلاثة للعالم (Sieperniski) وطريقة للعالم باسكال وأسلوب آخر للعالم فان كوخ.

تمت برمجة كل طريقة مع إمكانية اختيار مستوى التعقيد المطلوب عند التنفيذ وتصميم نظام برمجي (GUI) بأسلوب المواءمة البصرية مع المستخدم بالاعتماد على لغة بيسك المرئية (Visual Basic) وذلك لاشتماله على الطرائق الخمسة فيها.

A Comparison of Some Fractal Geometry Techniques

Abstract

There exists many applications for Fractal Geometry as in digital image procession, sound processing, analysis and derivation intent languages to find its root. Other applications are in biology, chemistry, art and medicine

This research is based on studying Fractal Geometry science focusing on the main methods used to generate and display some complex models which cannot be accomplished via

* مدرس/ قسم هندسة الحاسبات /كلية الهندسة الأولى
** مدرس مساعد/ قسم هندسة البرمجيات/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات
*** مدرس مساعد/ قسم هندسة البرمجيات/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم : 9 /2006/11 ———— تاريخ القبول : 14 /2007/3

traditional mathematics. Three methods are considered from the scientist Sieperniski, one method belongs to the scientist Pascal, and finally one for Von Koch.

Each method is implemented in software with facility to choose the complexity level at execution. A graphical user interface (GUI) is designed and used (Visual basic) language to program the methods.

1. المقدمة :

تعتبر الصور الناتجة بواسطة علم الهندسة الكسرية من اكثر الصور المعقدة ومن اجمل الصور الهندسية وتعتبر الهندسة الكسرية علماً مشتركاً في الحاسبات والرياضيات وتستخدم في المجال العلمي وأيضاً الفني اذ تتميز صور الهندسة الكسرية بأنها صور في غاية الروعة والتميز وكل صورة بحد ذاتها تعتبر تحفة فنية بنظر علماء الرياضيات (Bransly,1988).

إن مصطلح (Fractal) مأخوذ من الكلمة اللاتينية (Fractus)،والترجمة لها تعرف بأنها الأجزاء الهندسية غير المنتظمة (Fragmented Irregular)، ويسمى علم (Fractal) حسب المسميات الحديثة (Fractal Geometry) وهو يختلف عن علم الهندسة التقليدية (Classic Geometry) أو ما يعرف بالهندسة الأقليدية (Euclidean geometry) فالهندسة التقليدية تتعامل مع خطوط ودوائر وأشكال هندسية متعددة الأضلاع والكثير من التطبيقات العملية الحياتية تعتمد على الهندسة التقليدية لكن بمرور الوقت وتطور العلم والاحتياجات أصبحت الهندسة التقليدية لا تلبي الكثير من الحاجات مثل المسائل التي تعالج صور الطبيعة وصور الذرة وكل ما هو دقيق في الحياة وهو ما يسمى بهندسة الطبيعة (Geometry of nature) التي تحتاج اليها لمحاكاة الطبيعة بشكل يستحيل إنجازه باستخدام الهندسة التقليدية لقد تم وضع أساسيات علم الهندسة الكسرية علماء الرياضيات في القرنين الماضيين وكانت محاولاتهم الأولى لوضع أساسيات هذا العلم تعتبر خطرة في ذلك الوقت إذ لم يتقبل علماء الرياضيات التقليديون التوجهات الحديثة التي تقدم بها بعض العلماء ومحاولاتهم لتحويل المعادلات الرياضية إلى أشكال تمثل الطبيعة وأشكالاً معقدة

لذلك سميت محاولاتهم لرسم هذه الأشكال بأنها محاولة رسم وحوش رياضية على اعتبار انهم خرجوا عن السياق التقليدي للرياضيات (2005,Paul) .

2. الكسوريات والفوضى في الطبيعة (Fractals and Chaos in Nature):

في العقدين الماضيين قام العلماء وعلماء الرياضيات بشكل خاص بتطوير نظرتهم الى الكون وتم إيجاد مصطلح جديد لوصف الأشكال غير المنتظمة في الكون ووصف الأشكال والأجسام في الطبيعة عرف هذا العلم بـــعلم الفوضى (**Chaos**) واصبح هذا العلم وسيلة مهمة لفهم الطبيعة والكون، وقد تعاون علم (Chaos) مع علم (Fractals) لنمذجة الواقع الحقيقي بشكل افضل من أي علم آخر (Bransley,1988).

والكسوريات (Fractals)هي أيضا اكتشاف جديد يستخدم حاليا في نمذجة حالات أو مظاهر العالم الحقيقي ،ويصعب إعطاء تعريف دقيق للكسوريات لكن العالم (Benoit Mandelbrot) والذي يعد أبا الصور الكسرية يعرف الكسوريات كما ياتي :

"**الكسوريات (Fractal)هو المنحني الذي بعده الهاسدورفي (Hausdorff_Besicovitch) اكبر من بعده الاقليدي (Euclidean Dimension)**" وهو تعريف علمي دقيق يصعب استيعابه من أي شخص غير متخصص في علم الرياضيات لذلك فيما بعد تم إعطاء تعريف اسهل، أي عرف بأنه: ***المنحنـي الذي يملك بعداً اقليدياً واحداً ولا يهم أين ينحنـي ويتقوس الشكل*** فالمنحنيات الكسرية تمتلك بعدا يتراوح بين الواحد والاثنين (الطائي،2001) (Bransley,1988) لأن في الواقع الخطوط والمنحنيات يمكن أن تمتلك اكثر من بعد، وأن الفروق بين الأجسام الأقليدية والأشكال الكسرية يمكن تلخيصها بما ياتي (الطائي،2001):

1-الكسوريات ممكن أن تمثل أشكالاً في الطبيعة مثل الجبال الغيوم حافات اليابسة المحيطات كتل الثلج (ندف الثلج) الغبار ...بينما الهندسة الأقليدية تعطي تمثيل افضل للأشكال التي يرسمها الإنسان (**Man Made Structure**).

2–الأشكال الأقليدية تعتمد على حجم ومسافة معينة بينما الكسوريات لا تعتمد على أي شيء ثابت .

3–المعادلات الأقليدية يمكن وصفها بمعادلة ثابتة بينما الكسوريات تمثل وتتكون بواسطة خوارزميات تكرارية وخوارزميات الاستدعاء الذاتي .

أن مبدأ الهندسة الكسرية سهل اذ يتطلب ثلاث عمليات لإنتاج الأشكال وهي :

1. الدوال **(function)**.
2. الرسم **(graphic)**.
3. الأرقام الخيالية **(Imaginary numbers)** .

فالمقصود بالدالة معادلة تستخدم أي احداثيين وإنتاج إحداثي جديد مثال على ذلك :

$f(x) = 3x-1$ حيث أن :

$f(x)$: هي الإحداثي الصادي Y

$(3x)$: هي الميل

(-1) :هو نقطة البداية

فيتم رسم شكل الخط الناتج من هذه المعادلة ،وهناك العديد من الدوال المعقدة الأخرى التي يمكن تحويلها لإشكال مختلفة من المعادلات لذلك يعرف(**Fractal**) بأنه رسم(**Graphics**) لأشكال مختلفة من المعادلات(Umbauga,1998). ويعتبر العالم (Mandel bort) مكتشف ومخترع علم الكسوريات واعتبره علماً جديداً ومستقلاً بحد ذاته لذلك يعتبر هذا العالم الرائد لهذا العلم، وفيما بعد تم اكتشاف العديد من الأشكال(Gesse,2003) .

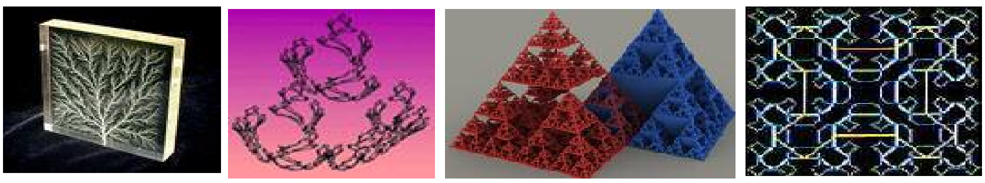
2.1 استخدام الـكسوريات (**Fractal**) :

لقد تم الانتباه إلى علم الكسوريات في السنوات الأخيرة وتم استخدامها في العديد من المجالات وفي البحث العلمي خاصة في مجال التحسس النائي وتحليل الخرائط في عمليات تحليل الصور كبيرة الحجم إذ يمكن تقطيعها باستخدام الهندسة الكسرية (W.T.L,2000) كذلك تستخدم في المجالات الفنية (الشكل 1) اذ استخدمت الكسوريات في التأثيرات الفنية في السينما مثال على ذلك فلم حرب

النجوم2 (Starker2)، وقد لاحظ أحد علماء الرياضيات الأشكال المستخدمة في هذا الفلم إذ استخدمت بعض أشكال الكسوريات كخلفية بألوان وأشكال مختلفة، تستخدم الكسوريات في تصميم الكثير من الصور والأشكال وتقام في الدول المتقدمة معارض متخصصة عن الكسوريات واستخدامها حتى في تصميم الديكور والمباني (Edward,2000)، وأصبحت تطبيقات الكسوريات واسعة الانتشار ويمكن رؤيتها في كل مجال من مجالات الحياة.

وتعتبر التطبيقات الحاسبية اكثر التطبيقات التي تحتاج الى الهندسة الكسرية في الكثير من التطبيقات كما تستخدم في علوم الحياة مثلا وجد العلماء أن خريطة (DNA) تشبه حركة الكسوريات وفي الكيمياء لوحظ أن بعض أشكال التفاعل الكيميائي (عند أخذ صورة مكبرة لها) تشبه العديد من أنواع الكسوريات، يوجد العديد من الصور العلمية مثل صور التحليلات المختبرية لخلايا الدم أو صور الأشعة لجسم الإنسان وصور الفضاء والمجرة الدقيقة التي صعب تحليلها باستخدام الرياضيات التقليدية ونجحت الهندسة الكسرية في تحليلها ومحاكاتها.

وبفضل العالم ماندلبروت اصبح بالإمكان معرفة لماذا تنمو شجرتان متجاورتان بالشكل نفسه ويستمران بالنمو في الوقت نفسه وعند النظر أليهما يبدوان متشابهتين ولكن ليستا متطابقتين أو سبب أشكال بعض النباتات مثل نبتة القرنبيط وكذلك ندف الثلج المتساقط كلها تتساقط بنفس الظروف الجوية لكن لكل ندفة من الثلج شكل وحجم خاص بها(Amann,1988)وهذه من أوضح الأمثلة على الكسوريات ذات التشابه الذاتي وعلى الفوضى المنتظمة غير المتوقعة التي تعطي مالا نهاية من النقاط التي يصعب التنبؤ بشكلها النهائي متى تتوقف(Gesse,2003).



شكل رقم (1) يوضح صوراً كسورية من الطبيعة وصوراً تستخدم في التأثيرات الفنية

2.2 مبدأ تصميم الــكسوريات (**Fractal**) :

تتكون جميع الكسوريات من نقطة بداية وخطوط مستقيمة وتتحرك بعدة اتجاهات لتولد عدة أشكال وبطريقة تكرارية ومنتظمة ، بعضها يبدأ بشكل منحنٍ أو شكل دائري ويستمر بالتحرك والتكرار(Donald,1988) (Gomes,1997).

وتعتمد جميع المنحنيات على عدد من المستويات (Levels) أو(Order)، اذ يبدأ المنحني بالمستوى الأول ثم يكرر هذا الشكل لتوليد المستوى الثاني ثم بالاعتماد على الناتج يرسم المستوى الثالث وهكذا، ولرسم الشكل يتم إدخال رقم المستوى (Order) ثم يقوم البرنامج بإجراء العمليات الحسابية المطلوبة لرسم الشكل الصحيح، ويوجد الكثير من الأشكال منها منحني فان كوخ ومنحني كنتور ومنحنيات ماندلبروت ومنحنيات سابربنسكي، تم في هذا البحث التركيز على استخدام منحني سايربنسكي بأشكاله الثلاثة الاتية:

1- منحني سايربنسكي(Sieperniski Curve)
2- مثلث سايبرنسكي (Rectangle Sieperniski)
3-طوق سايبرنسكي (Sierpinski Gasket)

فضلا عن مثلث باسكال (Pascal Triangle) ومنحني فان كوخ (Von Koch Curve).

2.2.1 منحني سايربنسكي(Sieperniski Curve) :

يعتبر منحني سايربنسكي من المنحيات المالئة للمحيط أي أن هذا المنحني يمتد حول الصورة أو الشكل ويصنف أحياناً ضمن المنحنيات الدائرية بمعنى أنه يبدأ بنقطة وينتهي بالالتقاء بنفس نقطة البداية (Amann,1988) ، ويستخدم هذا المنحني بكثرة في مجال معالجة الصور التي تتركز الألوان فيها في حواف الصورة.

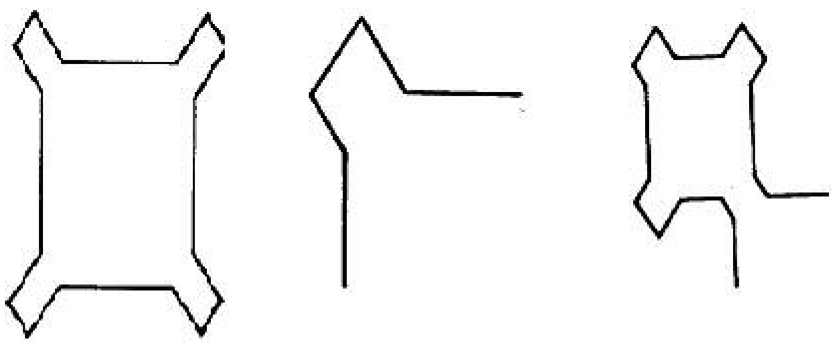
يمكن رسم الشكل باختيار المرحلة المطلوب رسمها ويمكن اختيار لون معين لرسم الشكل وأيضا تغيير سمك الخط لإنتاج أشكال بألوان وأحجام مختلفة(Levkowitz,1997).ولرسم هذا المنحني يجب أولاً رسم المستوى الأول

على أساسه يتم رسم بقية المستويات، يتم اختيار رقم المرحلة (Order) وترسم المرحلة الأولى بعد احتساب طول كل خط ثم يتم تدوير الشكل الرئيسي بأربعة اتجاهات لتوليد المرحلة التالية (Order2)واتجاه التحريك موضح في الشكل(2).

A: A ↘ B → → D ↗ A
B: B ↙ C ↓ ↓ A ↘ B
C: C ↗ D ← ← B ↙ C
D: D ↖ A ↑ ↑ C ↖ D

الشكل (2) يوضح اتجاه حركة منحني سايربنسكي

يمثل الشكل (3) المرحلة الأولى (المستوى الأول) من منحني سايربنسكي إذ يتكون الشكل الرئيسي من أربع زوايا كما في الشكل (4−1) ثم يتم استبدال كل زاوية من الزوايا الأربع إلى الشكل (4−3) كي ينتج المستوى الثاني من المنحني وتنتج المستويات الأخرى عن طريق تغيير اتجاه الشكل الأساسي مرة أخرى إذ تم تعريف أربعة اتجاهات يتحرك الشكل بموجبها كما سبق توضيحه في الشكل(3) في كل مرحلة جديدة (Order) أو(Level) يتم تحريك المرحلة السابقة بأربعة اتجاهات.

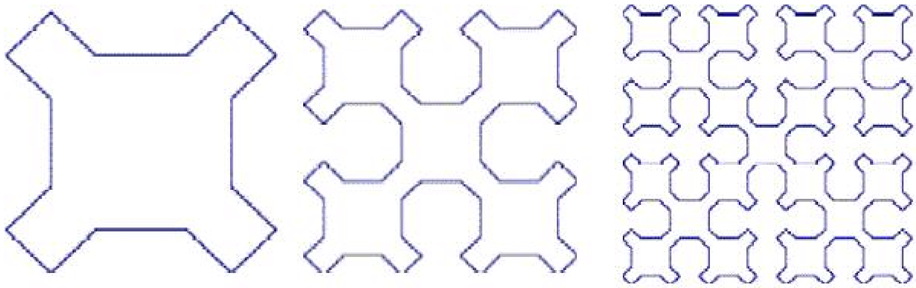


(1) (2) (3)

الشكل (3): يوضح عملية تحويل المرحلة الأولى الى المرحلة الثانية من منحني سايربنسكي

كما يوضح الشكل (4) المراحل الثلاث الأولى لتوليد منحني سايربنسكي:

(1) (2) (3)

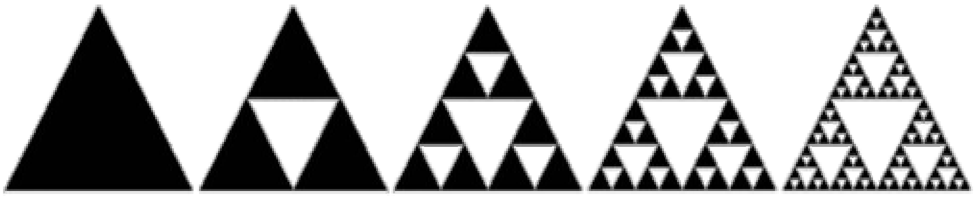


الشكل (4): يوضح المراحل رقم(1،2،3) من منحني سايربنسكي

2.4.2 مثلث سايربنسكي (Sierpinski Triangle):

يبدأ المنحني برسم مثلث متساوي الأضلاع ثم يتم تقسيم المثلث إلى ثلاثة مثلثات اصغر عن طريق رسم مثلث في وسط المثلث الأول ثم إزالة المثلث الوسطي من المثلث الأصلي ليتكون ثلاثة مثلثات صغيرة وبتكرار العملية على كل مثلث من المثلثات الباقية نحصل على مثلث سايربنسكي، وهذه العمليات تستخدم في هذا التحويل ليتضمن ثلاث من التحويلات(**Iteration**) واحد لكل مثلث اصغر، الشكل (5) يوضح خمس مراحل من مثلث سايربنسكي اذ نلاحظ أن المثلث الثاني قد قسم المثلث الرئيسي الى ثلاثة أشكال متطابقة وهي من صفات التشابه الذاتي في الهندسة الكسورية(Paul,2005).إذ يمكن تقسيم المثلث الرئيسي الى (3^{n}) من القطع ذات التشابه الذاتي التام.

مكتشف هذه الطريقة هو العالم (**Waclaw Sierpinski**)، ولكنة ليس أول من أتى بهذه الفكرة لكن طريقته واسمه اشتهرا كثيراً، وعرفت الطريقة باسمه فيوجد مثلا (**Pascal triangle**) وهو مثال على الكسوريات في حالات العالم الحقيقي.



(1) (2) (3) (4) (5)

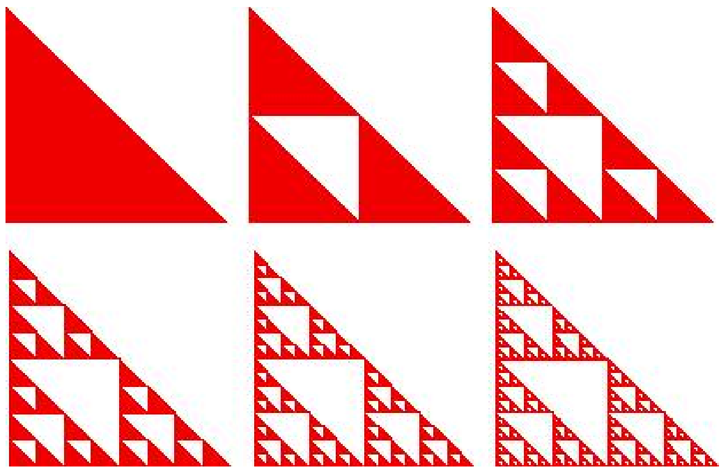
الشكل (5): يوضح المراحل الخمسة لتكوين مثلث سايربنسكي

2.4.3 طوق سايبرنسكي (Sierpinski Gasket)

هذا الطوق يشبه إلى حد مامثلث سايربنسكي لكن طوق (Sierpinski Gasket) يستخدم مثلث متساوي الساقين، اذ نبدأ مع مثلث متساوي الضلعين ثم يتم رسم مثلث في وسط المثلث الأصلي ثم يمسح من الشكل فينتج فراغ في وسط الشكل وثلاث مثلثات قائمة الزاوية ومن كل مثلث متبقٍ يرسم مثلث أصغر في وسطه ثم يمسح وينتج شكل جديد وهكذا(Paul,2005)،ونلاحظ من هذا المثلث انه ينمو باتجاهين المحور الصادي والمحور السيني وهذا يعني أن حجم المثلث ممكن أن يزداد حسب المعادلة الاتية :

$$0<= X <= N, 0<=y <=N$$

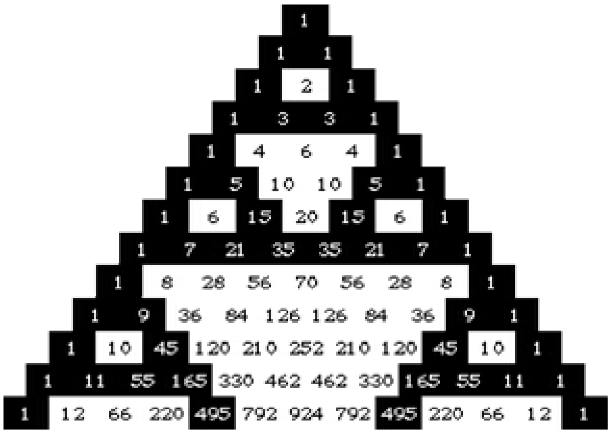
والشكل (6) يوضح المراحل الستة من مثلث سايربنسكي قائم الزاوية:



الشكل (6): مثال لمثلث سايربنسكي قائم الزاوية

3. مثلث باسكال (Pascal's Triangle)

ويستخدم مثلث باسكال في العديد من التطبيقات مثل نظرية الأرقام ونظرية الاحتمالية وحتى في معالجة مسائل تمدد الحدود وكذلك في نظرية الفوضى(Mather,1988) والشكل (7) يوضح مثلث باسكال اذ يتكون من (12) صفاً، ويمكن تشبيه هذا المثلث بشبكة من المثلثات، اذ ان كل مثلث يشغله رقم واحد، ويلاحظ أيضا من الشكل أنه لو أخذنا كل مثلث داخلي وتم تظليله باللون الأسود إن كان يحتوي على عدد زوجي نلاحظ أن المثلث الوسطي من كل مرحلة يتكون من أعداد زوجية والأطراف تتكون من أعداد فردية، واذا تم الاستمرار بإكمال المثلث الى مستويات أخرى نزولاً نلاحظ أن مجموع رقمين فرديين أو زوجيين سينتج رقماً زوجياً ،بينما المجامع الفردية والزوجية عند جمعها ينتج رقم فردي وهكذا تستمر العملية.

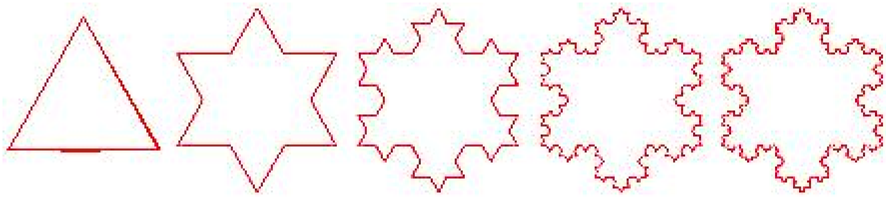


الشكل (7): مثال لمثلث باسكال

4. منحني فان كوخ (Von Koch Curve):

يعتبر منحني فان كوخ من اشهر منحنيات الهندسة الكسورية صمم عام (1904) يتكون هذا المنحني في البداية من مثلث اذ تكون المرحلة الأولى عن طريق رسم خط مستقيم ثم يقسم طول الخط (L) الى ثلاثة أي أن طول الضلع الجديد (L= L/3) ويرسم وسط الخط مثلث متساوي الأضلاع أحيانا يرسم بقاعدة

أو بدونها حسب التطبيق، ويشبه منحني فان كوخ بندف الثلج اذ تكون حواف كل قطعة نتوء يشبه منحني فان كوخ في المستوى الخامس والشكل (8) يوضح المراحل الخمسة الأولى من هذا المنحني.



(1) (2) (3) (4) (5)

الشكل (8): يوضح مقطع عرضي للمراحل الثلاثة الأولى لمنحي فان كوخ

5. التطبيق العملي للبحث :

تم في هذا البحث تحويل المعدلات الرياضية الى خوارزميات يسهل برمجتها وقد تم توظيف لغة (visual Basic) في برمجة الطرق الخمسة المذكورة والخوارزميات المستخدمة موضحة فيما ياتي :

أ- منحني سايربنسكي(Sieperniski Curve) :

يتكون منحني سايربنسكي من شكل أساسي أولي ثم يتم تدوير كل زاوية من زوايا الشكل بأربعة اتجاهات للحصول على المرحلة الثانية من الشكل كما سبق توضيحه اذ تم تكوين أربع دوال كل دالة مسؤولة عن تحريك كل زاوية والخوارزمية المستخدمة كالاتي :

1- إدخال رقم المستوى وتحديد قيمة أولية لطول الخط والذي نرمز له بالمتغير(H) في البرنامج وكلما أزداد رقم المستوى يقل حجم الخط ففي كل مستوى يقل حجم الخط الى النصف.

2- الشكل الرئيسي يتكون من أربعة مربعات يربط بينها خط طوله =(2*H)

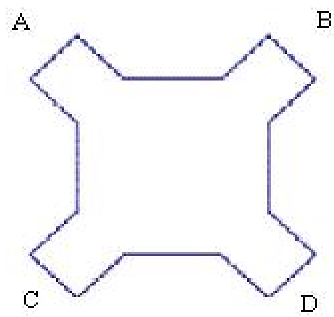
3- يتم تعريف أربعة اتجاهات للشكل (A,B,C,D) موضحة في الشكل (9) ويمثل المرحلة الأولى من المنحني.

4- المربع (A) يمثل الزاوية العليا اليسرى، المربع (B) يمثل الزاوية العليا اليمنى، المربع (C) يمثل الزاوية السفلى اليسرى والمربع (D) يمثل الزاوية

السفلى اليمنى، ونلاحظ أن المربع يكون مفتوحاً من أحدى الجهات كي يتصل بالشكل التالي.

5- في المستوى (Level) الثاني يكرر الشكل (9) أربع مرات واتجاه حركة كل زاوية موضحة بالشكل (3) المذكور انفاً.

6- للحصول على المستوى الثالث يكرر الشكل الناتج من المرحلة الثانية بأربعة اتجاهات وهكذا وصولاً الى المستوى (n).



الشكل (9): يمثل المرحلة الأولى من منحني سايربنسكي

ب- مثلث سايربنسكي (Sierpinski Triangle):

تكون الخوارزمية المستخدمة لرسم مثلث سايربنسكي كالاتي(على فرض أن المثلث الرئيسي أسود اللون والمثلثات الناتجة من تكرار العملية ملونة):

1- ليكن (N) عدد المثلثات الملونة بعد المرحلة (n).

2- المتغير(Len) يساوي طول ضلع المثلث

3- (An) المساحة الكسرية المتبقية (المتلونة) بعد المحاولة رقم (n)،حيث :

$Nn=3^{n}$

$Len=(1/2)^{n}=2^{-n}$

$An=L_{n}^{2}\ N_{n}=(3/4)^{n}$

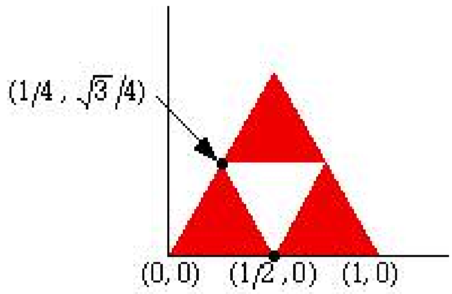
إذ يتم اختيار نقطة أولية فلتكن (X0,Y0) التي ستمثل رأس المثلث ثم يحسب طول كل ضلع ثم تنتج المثلثات التالية عن طريق تقسيم حجم المثلث الأصلي على

اثنين لان كل شكل ناتج بعد كل مرحلة، حجمه يمثل نصف حجم المثلث السابق وهكذا ويحسب طول ضلع كل مثلث كالاتي:

$x_{n+1}=0.5\ x_n$
$y_{n+1}=0,5\ y_n$

اذ ان Xn,Yn يمثلان طول ضلعي المثلث السابق الممتد على المحور السيني والصادي.

ويمكن ملاحظة أن نسبة المساحة التي يشغلها مثلث سايربنسكي بعد (n) من العمليات تمثل $(0.75)^n$ من مساحة المثلث الأصلي ،وعند تكرار العمليات الى ما لانهاية ستختفي كل المساحة الفارغة.



الشكل (10): يوضح أبعاد مثلث سايربنسكي

والجدول الاتي يوضح عدد المثلثات وطول ضلع كل مثلث بعد كل مرحلة:

Step	**No .of new Rectangles**	**Length of Side**	**Total Length**
0	1	A	3a
1	3	a/2	9a/2
2	9	a/4	27a/4
K	3^k	$a/2^k$	$3^{k+1}a/2^k$

ج- طوق سايربنسكي (Sierpinski Gasket):

يمكن رسم مثلث سايرنسكي باحدى الطريقتين:

1-يرسم المثلث الأصلي ثم يرسم المثلث التالي ويمسح من الشكل الأصلي فيتبقى فراغ ،أو بإبقاء المثلث الأصلي ورسم المثلث الناتج من المرحلة التالية عن طريق

حساب الأبعاد الجديدة للمثلث الجديد معرفة منتصف كل ضلع من المثلث السابق ورسم المثلث الجديد في وسطه وهكذا.

2- استخدام طريقة الاستدعاء الذاتي في رسم الشكل اذ يتم إدخال رقم المستوى الى البرنامج وإدخال أبعاد المثلث ويتم رسم المثلث حسب الخوارزمية الاتية:

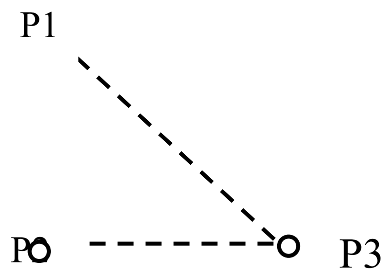
1- قراءة نقاط رؤوس المثلث(p1,p2,p3) ورقم المستوى(Level) يتراوح بين (6-1).

2- يرسم المثلث الأول حسب الأبعاد المدخلة.

3-يرسم المستوى التالي في وسط المثلث السابق عن طريق قسمة طول كل ضلع على اثنين.

4- حسب طريقة الاستدعاء الذاتي يتم إدخال رقم المرحلة ويتم حساب الأبعاد في كل مرحلة ويستمر البرنامج برسم مثلث بعد آخر ويتوقف البرنامج بعد أن يصل رقم المستوى الى (الصفر)، وفيما يلي المقطع البرمجي الذي تم بموجبه رسم الشكل.

```
procedure drawGasket( point p1, p2, p3; integer level )
 if level = 0 then draw triangle with vertices at p1, p2, and p3
   else level = level - 1;
    drawGasket( p1, (p1 + p2)/2, (p1 + p3)/2, level );
    drawGasket( (p2 + p1)/2, p2, (p2 + p3)/2, level );
    drawGasket( (p3 + p1)/2, (p3 + p2)/2, p3, level );
  endif end procedure drawGasket;
```



د- مثلث باسكال (Pascal's Triangle) :

يتم تكوين هذا المثلث باستخدام مصفوفة ثنائية الأبعاد ،صمم هذا المثلث بحيث تملأ المصفوفة الثنائية بالرقم صفر ويترك وسط المصفوفة لتكوين شكل

مثلث بحيث تملأ الحافة الخارجية منه بالرقم واحد وكل عنصر من المثلث التالي الذي يكون داخل المثلث الخارجي هو مجموع العناصر العليا المجاورة له ويتم تحيد حجم المثلث عن طريق تحديد عدد الأسطر المكونة له ويمكن أن يمتد هذا المثلث الى مالانهاية .

هـ- منحني فان كوخ (Von Koch Curve):

يرسم الشكل الأولي في المرحلة الأولى(Order1) وفي المرحلة الثانية يقسم كل ضلع على ثلاثة، ويستبدل وسط كل ضلع بمثلث وسيكون طول كل ضلع مساوياً لـ ($L/3^2$) وهكذا تستمر العمليات فكلما رسم (order) جديد يقسم ما تبقى من أضلاع المثلث الى ثلاثة ويرسم مثلث جديد وسطه،بعد كل مرحلة ينمو المنحني بنسبة (4/3) فبعد الخطوة الأولى يكون طول الخط مساوياً لـ ($4L/3$) وبعد الخطوة الثانية يكون طول الخط ($4^2L/3^2$) وبعد (n) من الخطوات سيكون الطول ($4^KL/3^K$)، إن كل ربع من هذا المنحي يكون متطابقاً تماما مع غيره أي انه يحقق صفة التشابه الذاتي .

6. الاستنتاجات:

لاحظنا من خلال أعداد هذا البحث أنه يوجد العشرات من الطرائق الخاصة بعلم الكسوريات، الا ان الطرائق المذكورة تعتبر من أكثر الطرائق استخداما فلكل منها استخدام في مجال معين فمثلاً:

1- منحني سايربنسكي: يعتبر من المنحنيات المنغلقة إذ يبدأ بنقطة معينة وتستمر الحركة من هذه النقطة حتى نصل مرة أخرى وبشكل دائري، لكن لوحظ أن هذه الطريقة تستهلك وقتاً وجهداً في البرمجة كون أن كل شكل يتم تدويره بأربعة اتجاهات وهي مسألة معقدة نوعا ما.

2- منحني نجمة فان كوخ: ويستخدم بكثرة في مجال معالجة الخرائط والجغرافية ومواضيع التحسس النائي خاصة في مجال مسح حواف اليابسة والمياه ومبدأ عمله يشبه الى حد كبير منحني سايربنسكي لكنه أسهل في البرمجة فهو من المنحنيات المغلقة لكن عملية رسمه تكون أسرع واسهل ويعتبر مثالياً في معالجة

الصور ذات التركيز اللوني الكثيف في الحواف والوسط لكن يلاحظ أن المستوى السادس لا يختلف كثيرا عن المستوى الخامس لكون الشكل يمتلئ باستمرار ولا يتبقى مساحة فارغة كي تملأ .

3- طوق ومثلث سايربنسكي :((Sierpinski Gasket) و Sierpinski (Triangle)):

من خلال ملاحظة الأشكال الناتجة من رسم مثلث سايربنكسي المتساوي الساقين وطوق (Sierpinski Gasket) القائم الزاوية نرى أن صفة التشابه الذاتي واضحة جدا في هذين المثلثين، لأن الشكل يكون مكرراً لكن بأحجام مختلفة ومن الممكن أن تطبق عملية التكرار هذه إلى ما لانهاية من أعداد التكرار على المثلثات لكن في البحث اكتفينا بالتقسيم إلى المستوى السادس لأننا نلاحظ من عملية التكرار هذه عدم التغير الكثير في التصميم لأننا بعد أربع عمليات من التكرار نستطيع أن نرى التصميم الأساسي، هذه التكرارات تبقى مكونة للشكل كما في الشكل (6) اذ نلاحظ أن المثلث الثاني قد قسم المثلث الرئيسي الى ثلاثة أشكال متطابقة، إذ يمكن تقسيم المثلث الرئيسي الى (3^{n}) من القطع ذات التشابه الذاتي التام.

ويصعب تحديد أية طريقة أفضل، فلكل طريقة مجال استخدام خاص في أكثر من تطبيق وعلى المستخدم أو الباحث اختيار الطريقة الأنسب لمجال بحثه أو التطبيق المستخدم.

المصادر

خليل ، الطائي أخلاص، (*2001*) ،" تمييز الأشياء الطبيعية في الصور الرقمية"،بحث ماجستير،جامعة الموصل،العراق .

Amann, (1988), "Fractals Quasicry stills Chaos ,Knots and algebra", Boston Kluwer Acadamic , America.

Bransley , (1988), " Fractal Everywhere", Academic press

Donald Hearn, M.Pauline Baker,(1986), "Computer graphics" Prentice-Hall,inc,New Yourk

Geesc, (2003), "A Fractal Geometry Screensaver" Sunshower Systems Inc.& Tim L. Helmer.

Gomes, J. ; Velho, L., (1997) ، "Image Processing for Computer Graphics" , Translated by Silvio Levy, Springer, inc, America.

Hans Sagan ، (1994) ،" Space-Filling Curves" ,Springer-Verlag, New York.

Levkowitz Haim (1997),"Color Theory and Modelling for Computer Graphics, Visualization ,and Multimedia Applications،" Kluwer Academic Publishers, London.

Mather,Paul,m., (1987)," Computer Processing of Remotely -Sensed Image , John Willey and Sons, , England.

M. F. Barnesly, B. B. Mandelbrot, R. L. Devaney, H. Peitgen, D. Saup ، R. F.Voss, Fisher And M. M Mecuire (1988)," The Science of Fractal Images", Spriger Verlag New York.

Paul Grobstein , (1994-2005) , "The Magic Sierpinski Triangle " by Serendip.

Umbaugh, Scott E., Ph. D., (1998)، "computer vision and image processing a practical Approach using CVIP tools, prentice Hall PTR.

W.T.L. boundy John, (2000), " Graph Theory Congreses", ed2 Murty, U. S. R.