دراسة وتحليل العمليات الرياضـية للمنـطق المضـبب

منى هـادي صـالح*

تاريخ قبول النشر 28 /1 /2009

الخـلاصـة:
شهد العقد الأخير من القرن العشرين أنتشار إحدى التقنيات الحاسوبية المهمة وهي تقنية المنطق المضبب والتي تعتمد أساساً على مفاهيم المجموعات المضببة والتي تعتبر أيضاً المجال الأعم بالنسبة لمفاهيم المجموعات التقليدية. يقدم هذا البحث على نحو تمهيدي، نظرية المجموعات المضببة ومنطقها كنظام رياضي متكامل. حيث تم شرح مفهوم النظرية المضببة، وتعريف عمليات المنطق المضبب، والتي تتكون من أحدى عشرة عملية أساسية. بالإضافة الى العمليات الأخرى التي يتضمنها الجبر المضبب. يعد هذا البحث مدخلاً لإسناد بحوث أخرى في هذا الموضوع المهم والحيوي.
الكلمات المفتاحية: نظرية المنطق المضبب، العضوية، الغيرعضوية، محتواة الحتواة ضمناً، المتتم، المتتم النسبي، الاتحاد، التقاطع، الاختلاف المتماثل، الضرب الجبري، الجمع الجبري، الجمع المباشر.

المقـدمـة:

تعتبر نظرية المجموعة المضببة (Fuzzy Set Theory) شاملة لنظرية المجموعة التقليدية (Abstract Set Theory) ذات الحدود الثابتة، أو إنها الحالة العامة لنظرية المجموعة بمفهومها التقليدي. كما يمكننا تعريف نظرية المجموعة المجردة أو التقليدية بجميع مبرهناتها وأثباتاتها ألخ، على إنها حالة خاصة من المجموعة المضببة[1,0] فالأنتقال بين العضوية (Membership) وبين الغيرعضوية (Non-Membership) في المجموعة المضببة يكون تدريجي أكثر مما هو حدي. فدرجة العضوية (Grade Of Membership) تتحدد بواسطة عدد معين يقع ضمن الفترة المغلقة [1,0] أي يقع بين (الصفر) الذي يمثل الغير عضوية و(الواحد) الذي يمثل أعلى درجات العضوية. فالمجموعة المضببة وكما يبدو من أسمها، إنها لاتخضع الى مقياس محدد بل تعتمد التعبير اللغوية الذي يتم تمثيله على شكل مجاميع مضببة. وكل مجموعة تكون عناصرها عبارة عن درجات عضوية وليست علاقة أنتماء كما هو الحال في المجاميع التقليدية [1]. أما درجات العضوية فهي ذاتية Subjective بطبيعتها. وذلك لأنها تخضع الى التعريف أكثر منها الى القياس وتعتمد على المحتوى وليس من الضروري التعامل معها على إنها أرقام دقيقة. لذا فأن المنطق المضبب ينافس أو يضاهي قابلية الأنسان في القدرة على التفكيير وأستعمال معلومات تقريبية لأيجاد حلول دقيقة ومضبوطة [2]. وبسبب هذه الأمكانية فأن الأنظمة التي يدخل المنطق المضبب في تصميمها تمتاز بالبساطة وسهولة السيطرة والبناء والأختبار كما أنها تمتاز بسيطرة مرنة وناعمة مقارنة بالأنظمة التقليدية. من مميزاته الآخرى أنه يحسن السرعة والحفظ والكفاءة ولايتطلب تركيبات معقدة. بقية المحاولات السابقة لقياس درجة التقعيد في بعض التطبيقات تقع على حدود قاطعة بين ماهو معقد وغير معقد، [3]. وأخيراً يمتاز هذا المنطق عن المنطق الثنائي بالمميزات الآتية:

❶ لايحتاج الى صيغة رياضية معقدة.
❷ سهل في التعامل والتنصيب.
❸ يعمل بشكل جيد مع بقية التقنيات.
❹ يستخدم اللغة الطبيعية.
❺ يوفر نتائج دقيقة.

ففي العديد من التطبيقات تعرف درجات العضوية في المجموعة المضببة على إنها أعداد مضببة (Fuzzy Numbers). مثل كبير، أكبر، أكبر قليلاً، صغير، أصغر قليلاً، قديم، عالي، عالي جداً، وغيرها. والتي يتم تحويلها الى شكل خاص يتمكن الحاسوب من أستخدامه بسهولة. وبسبب هذه الإمكانية فقد أصبح المنطق المضبب جزءاً مهماً في عملية تطوير المكائن الذكية (Intelligent Machines) [3,2].

(2) المفهوم الرياضي للمجموعة المضببة

2-1 تعريف الخاصية الضبابية: لنفرض إن (X) هي فضاء أو مجموعة من الأشياء (Space of Objects). وإن (x) هو عنصر موجود ضمن المجموعة (X). ولنفرض إن ($P_1,P_2,$ ....., P_n) هي (n) من الخصائص لـ(x) وبالإمكان

*دكتوراه ــ جامعة بغداد ــ كلية التربية للبنات ــ قسم الحاسبات

أعتبارها (n) من المتغيرات حيث يرمز بالحرف (P) لفضاء الخاصية (Property Space). فأذا كانت هذه الخصائص (n) غير مرتبطة بعضها ببعض. أذن يتم معاملة (n) على أنها متغيرات غير معتمدة على بعضها البعض.

وعليه فيتم تعريف متجه الخاصية على إنه متجه ذو (n) من العناصر. حيث يتم ربط الفضائيين فضاء الأشياء مع فضاء الخصائص. وتمثل كل نقطة في فضاء الخاصية بالشكل الآتي[1,4]:

$X = (P_1, P_2, ..., P_n)$ - - - - - - - (1)

الآن لنصف المجموعة المضببة (A) في الفضاء (X) بدالة العضوية أو دالة الخصائص نسبة الى الخصائص الحقيقية لـ(x) فيتم تمثيل المجموعة المضببة كآلاتي:

$f_A(x = (P_1, P_2, ….. , P_n))$ - - - - (2)

وهذه هي علاقة الترابط الدالي على فضاء الخاصية والمعرف بفضاء الشيء (X) ضمن الفترة المغلقة [0,1]. حيث تمثل قيمة $f_A(x = (P_1, P_2, ... , P_n))$ عند كل (x) درجة العضوية لـ(x) في (A)، وللبساطة يرمز لها بـ($f_A(x)$) عوضاً عن $f_A(x = (P_1, P_2, ... , P_n))$ ومن هذا التعريف للخاصية المضببة نلاحظ أن أقرب قيمة لـ($f_A(x)$)تكون للواحد والتي تمثل أعلى درجة عضوية لـ(x) في (A). فأذا كانت (A) هي مجموعة غير مضببة (Non- Fuzzy Set) وهي المجموعة الأعتيادية التي يمكن أن تطبق عليها قوانين الجبر القديم، أذن $f_A(x)$ سوف تأخذ قيمتين فقط هما الصفر والواحد وتفسر رياضياً كآلاتي: ($f_A(x) =1$) وتعني تنتمي الى المجموعة و($f_A(x) = 0$) تعني لاتنتمي الى المجموعة. أما في المجاميع المضببة فالعنصر الذي درجة عضويته (1) يقال إنه ذو عضوية كاملة (Full Membership) والعنصر الذي درجة عضويته (0) يقال غيرعضوية له (Non- Membership) [4,2,1].

2-2 تعريف المجموعة المضببة: من التعاريف المهمة للمجموعة المضببة، إنها ذلك الصنف من المجاميع التي تسمح بإمكانية تجزئة العضوية فيها. لتكن X={x}، هي فضاء من الأشياء وإن (A) مجموعة مضببة في (X)، وهي عبارة عن مجموعة من الأزواج المرتبة والتي يتم التعبير عنها رياضياً كآلاتي [1]:

$A = \{x, \mu_A(x)\} \quad x \in X$ - - - - - (3)

حيث ان (μ) تمثل دالة درجة العضوية.

3-2 تعريف المنطق المضبب: يُعرف المنطق المضبب على إنه نوع خاص من المنطق المتعدد القيم (Multi-Valued Logic) يعتمد على مفاهيم المجاميع المضببة. ففي المنطق المضبب تكون القيمة الحقيقية لمتغير ما، لاتأخذ قيمتين فقط كما هو الحال في المنطق التقليدي. بل بالإمكان أفتراض أي قيمة ضمن الفترة المغلقة[0,1] والتي تستعمل للإيعاز عن درجة الأنتماء التي يتم تمثيلها باستعمال المتغيرات اللفظية [5].

(3) العلاقات والعمليات الرياضية على المجاميع المضببة

يتضمن هذا البند مجموعة من العمليات والعلاقات الخاصة بالمجاميع المضببة، والتي تتضمن أحدى عشرة عملية رياضية. إذا ما تم أعتبار المجموعة الخالية هي علاقة رياضية مستقلة بذاتها وحسب ما أشارت إليه العديد من المصادر الرياضية المتخصصة بمجال المنطق المضبب. حيث تعتبر المجموعة (A) مجموعة مضببة خالية (Empty)، إذا وفقط إذا كانت درجة العضوية صفراً لها مطابقة على (X)، وإن المجموعة المضببة (A) هي مجموعة شاملة (Universal) إذا وفقط إذا كانت درجة العضوية واحد أي أعلى درجة عضوية مطابقة على (X)، والعلاقات هي كآلاتي [1, 2, 4]:

1-3 علاقة المساواة المضببة: لنفرض إن (A)، (B) مجموعتين مضببتين ومتساويتين وإن $f_A(x)$، $f_B(x)$ هما درجتا العضوية للمجموعتين (A)، (B). ويمكن التعبير عن هذا النص رياضياً كالآتي:

$A = B \quad \text{iff} \quad f_A(x) = f_B(x)$

{ لجميع قيم x في X} - - - - - - -(4)

2-3 علاقة الاحتواء المضببة: لتكن (A)، (B) مجموعتين مضببتين، المجموعة (A) محتواة (Contained) في المجموعة (B). ويعبر عنها رياضياً ($A \subseteq B$) إذا كانت ($f_A \le f_B$). أما إذا كانت المجموعة (A) محتواة ضمناً (Strictly Contained) في المجموعة (B) فيرمز لها كآلاتي:

$$A \subset B \quad \text{iff} \quad f_A < f_B \text{ - - - - -(5)}$$

أذن يقال للمجموعة (A) أنها مجموعة جزئية (Subset) من المجموعة (B) ،إذا كانت $A \subseteq B$ ويقال لها جزئية مناسبة (Proper Subset) إذا كانت ($A \subset B$).

3-3 علاقة المتمم المطلق المضبب والمتمم النسبي المضبب: يرمز للمتمم المطلق (Absolute Complement) للمجموعة المضببة (A) بـ(A′) إن هذه العلاقة الرياضية تستخدم بشكل واسع في معظم التطبيقات العملية

للمنطق المضبب وذلك لسهولتها وتعرف رياضياً كآلاتي:

$$\bar{f}_A = 1 - f_A \quad ------(6)$$

وإذا كانت كل من (A)، (B) مجموعتين مضببتين فيرمز للمتمم النسبي (Relative Complement) للمجموعة (A) نسبة الى المجموعة (B) بـ(B − A) وتعرف رياضياً هذه العلاقة كآلاتي:

$$f_{B-A} = f_B - f_A \; ------(7)$$

3-4 علاقة الاتحاد المضبب: ينتج اتحاد (Union) مجموعتين مضببتين بموجب الدوال العضوية $\{f_B(x), \; f_A(x)\}$ مجموعة مضببة جديدة هي (C)، وتكتب العلاقة الرياضية كآلاتي: $(C = A \cup B)$، أما الدالة العضوية للمجموعة الجديدة ممكن ان تكتب بالشكل آلاتي [5]:

$$f_C(x) = \text{Max}\,[f_A(x), f_B(x)] \; x \in X \quad --- (8)$$

3-5 علاقة التقاطع المضبب: ينتج التقاطع (Intersection) بين مجموعتين مضببتين (A,B) بموجب الدوال العضوية لهما، مجموعة مضببة جديدة هي (C) وتكتب العلاقة الرياضية بدلالة المجموعة كآلاتي: $(C = A \cap B)$، وان الدالة العضوية للمجموعة المضببة الجديدة (C) بدلالة دوال العضوية للمجموعتين (A,B) ممكن ان يعبر عنها رياضياً كآلاتي [5]:

$$f_C(x) = \text{Min}\,[f_A(x), f_B(x)] \quad x \in X \; --- (9)$$

3-6 الاختلاف المتناظر المضبب: تمثل عملية الأختلاف المتناظر (Symmetrical Difference) أو الجمع البولياني (Boolean Sum) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع الدوال العضوية لكل منهما $(f_B \,، f_A)$ بالشكل الآتي:

$$f_A \;\Delta\; f_B \qquad -----(10)$$

أما ناتج العملية فهو مجموعة مضببة حيث دالة العضوية للعملية مرتبطة بتلك المجموعتين وكالآتي [6]:

$$f_{A\,\Delta\,B} = |\, f_A - f_B \,| \; ---(11)$$

3-7 عملية الضرب الجبري المضبب: يرمز لعملية الضرب الجبري (Algebraic Product) لمجموعتين مضببتين (A,B) مع دوالهما العضوية $(f_B \,، f_A)$ بالرمز (AB). وتكون نتيجة العملية هي مجموعة مضببة دالتها العضوية هي (f_{AB}) مرتبطة بتلك المجموعتين (AB) [4]:

$$f_{AB} = f_B \,.\, f_A \; ----- (12)$$

3-8 عملية الجمع الجبري المضبب: يرمز لعملية الجمع الجبري (Algebraic Sum) لمجموعتين مضببتين (A, B) مع دوالهما العضوية بالرمز (A+B) ويكون ناتج العملية مجموعة مضببة دالتها العضوية (f_{A+B}) ومرتبطة بتلك المجموعتين (A, B)، يكتب ناتج العملية الرياضية بالشكل آلاتي [4]:

$$f_{A+B} = f_B + f_A \quad ---- (13)$$

3-9 عملية الجمع المباشر المضبب: يرمز لعملية الجمع المباشر (Direct Sum) لمجموعتين مضببتين (A,B) مع دوالهما العضوية $(f_B \,، f_A)$ ويكون ناتج العملية مجموعة مضببة دالتها العضوية هي (f_{A+B}) ومرتبطة بتلك المجموعتين (A, B) أما الصيغة الرياضية لهذه العملية فتكتب بالشكل آلاتي:

$$f_{A \oplus B} = f_{A+B} - f_{AB} \quad --- (14)$$

(4) الجبر المضبب

4-1 تعريف: ليكن الجبر المضبب عبارة عن نظام متمثل بآلاتي: $Z = \langle z, +, *, - \rangle$ حيث إن (Z) تمتلك على الأقل عنصرين منفصلين وان لكل $(x, y, z) \in Z$ وان النظام (Z) يحدد مجموعة من المبرهنات والمبينة في الجدول رقم (1) [1,4]:

جدول رقم (1): المبرهنات الرياضية

اسم العملية	عمليات الضرب	عمليات الجمع
النظير (Idempotency)	(x.x) = x	(x + x) = x
التبادل (Commutativity)	(x.y) = (y.x)	(x + y) = (y + x)
التجميع (Associativity)	(x.y) .z = x. (y.z))	(x + y)+z = x+(y + z)
الامتصاص (Absorption)	x . (x + y) =x	x+(x.y) =x
التوزيع (Distributivity)	x . (y + z) = (x.y)+(x.z)	x+(y.z) = (x + y) . (x + z)

بالنسبة للمتمم (Complement) فإذا كانت $(x \in Z)$ فأنه يوجد للعنصر (x) متمم وحيد هو $(\bar{x})$ يتم التعبير عنه كما في الجدول رقم (2) المبين ادناه:

جدول (2): أنــواع المتممات

التعليق	نوع المتمم
المتمم المضاعف	$\bar{x} \in z \;\; \text{and} \;\; \bar{\bar{x}} = x$
العنصر المحايد الجمعي	$(x + e^+) = (e^+ + x) = x$
العنصر المحايد الضربي	$(x \,.\, e^*) = (e^* \,.\, x) = x$
قوانين ديموركن	$\overline{(x + y)} = (\bar{x} * \bar{y})$
قوانين ديموركن	$\overline{(x * y)} = (\bar{x} + \bar{y})$
المضاعف المشترك الأصغر	$0+x = x \,;\; 0 \,.\, x = 0$
المضاعف المشترك الأكبر	$1+x = 1 \,;\; 1.\, x = x$
قوانين كلين (Kleene's Laws)	$(x \cdot \bar{x}) + (y + \bar{y}) = y + \bar{y}$
قوانين كلين (Kleene's Laws)	$(x \cdot \bar{x}) \cdot (y + \bar{y}) = x \cdot \bar{x}$

من الواضح أن النظام هو ذات توزيع شبكي مع وجود العنصرين المحايدين الجمعي والضربي. ومن الملاحظ أيضا إن في الجبر البولياني يوجد توزيع شبكي متمم مع وجود العنصر المحايد تحت عمليتي الجمع والطرح. لذلك فلكل عنصر (x) في الجبر البولياني يوجد $(\bar{x})$ وان $(x \cdot \bar{x} = 0)$ وكذلك $(x + \bar{x} = 1)$ هاتين الحالتين غير موجدتين في الجبر المضبب. لذا يمكننا تعريف الجبر المضبب بالنظام آلاتي:

$Z = \langle [0,1], +, *, - \rangle$ - - - - (15)

حيث ان (+، - ، $*$) تمثل على التوالي (Complement, Min, Max) أي (أعلى قيمة، أدنى قيمة، المتممة) ويعبر عن هذه العمليات بالصيغ آلاتية:

$x = 1 - x \quad \forall \; x \in [0,1]$ - - -(16)

وان العنصرين المحايدين الجمعي (e^{+}) والضربي $(e^{\bullet})$ يعبر عنهما بـ[0,1] على التوالي. وفي هذا الجبر المضبب يتم تحديد هذان العنصران كآلاتي:

$x \,.\, 0 = 0$ - - - - - - - (17)

$x + 0 = x$ - - - - - - - (18)

$x \,.\, 1 = 1$ - - - - - - - (19)

$x + 1 = x$ - - - - - - - (20)

لذا فأن مصطلح المتغير المضبب (Fuzzy Variable) سوف يعوض عن المتغير التقليدي، كما أنه سوف يتم حذف الرمز (.) وتكتب العلاقة (x.y) بالشكل الآتي (xy). وألان بامكاننا تعريف الأشكال المضببة المتولدة من $(x_1 \;, \; . \; . \; . \;, \; x_n)$ ونسترجع القواعد الأساسية الآتية:

1- الأرقام الغير متناهية التي تقع ضمن [0,1] هي أشكال مضببة.

2- (A) هو متغير مضبب وكذلك (x_i).

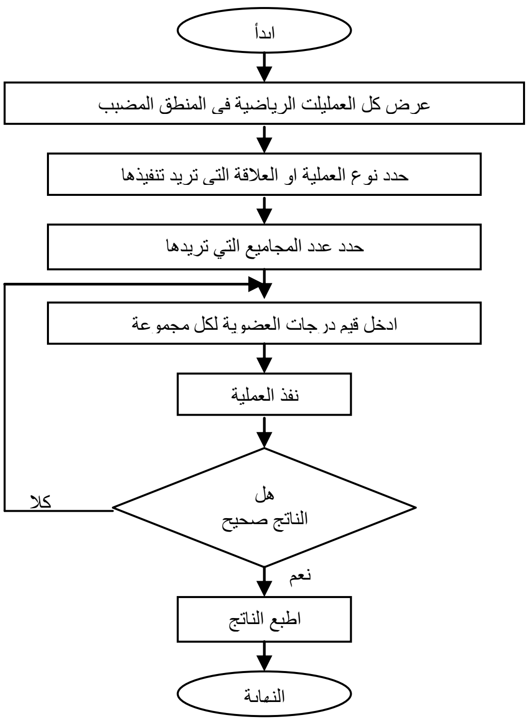
3 - إذا كان (A) هو شكل مضبب فأن (A') هو شكل مضبب أيضاً.

4 -إذا كانا (A, B) هما شكلان مضببان أذن (A + B) وكذلك (AB) أشكال مضببة.

أذن الأشكال المضببة هي تلك المذكورة أعلاه من القاعدة (1) الى القاعدة (4) فقط. أما درجة العضوية μ(S) تتحدد فقط من خلال القواعد الآتية [6, 7]:

1	$\mu(S) = 0$	if $S = 0$
2	$\mu(S) = 1$	if $S = 1$
3	$\mu(S) = \mu(x_i)$	if $S = x_i$
4	$\mu(S) = 1 - \mu(S)$	if $S = \overline{A}$
5	$\mu(S) = \text{Min}\,[\mu_A(S), \mu_B(S)]$	if $S = A \cap B$
6	$\mu(S) = \text{Max}\,[\mu_A(S), \mu_B(S)]$	if $S = A\,\text{U}\,B$

من الواضح تماماً أن الأعداد الغير محددة (Infinite) لدرجات العضوية والمرادفة للمتغيرات يوجد عدد محدود (Finite) من الثنائي المرادف للـ[0,1] لكل متغير. أذن مجموعة الدوال العضوية تكون متآلفة مع الدوال البوليانية. ولقد تم في هذا البحث بناء خوارزمية خاصة باستخدام برنامج (Visual Basic) وكما مبينة في الشكل رقم (1) تتعامل مع العلاقات الرياضية والعمليات المنطقية الجبرية حتى اصبحت بمثابة حقيبة برمجية تخدم المهتمين في هذا المجال. كما تعتبر حقيبة تعليمية للمبتدئين في مجال المنطق المضبب. وأخيراً أستخدام تلك الخوارزمية في بناء الدوائر المنطقية المضببة.



شكل (1): مخطط انسيابي يوضح خطوات تنفيذ العمليات الرياضية في المنطق المضبب

(5) الأمـثلة التطـبيقية

1- لتكن (X) مجموعـة الاعداد الحقيقيـة، وإن (A) هي مجموعـة الاعداد الحقيقية القريبـة الـى (1)، أذن دالـة العضوية للمجموعة (A) تكون كالآتي:

$$f_A(x) = [1+(x-1)^2]^{-1} \qquad x \in X$$

ولـتكن (B) هـي مجموعـة الاعداد الحقيقيـة المغلقـة الـى (2) وأن دالـة العضـوية للمجموعـة (B) معرفـة بالشكل الآتي:

$$f_B(x) = [1+(x-2)^2]^{-1} \qquad x \in X$$

فـان اتحـاد المجمـوعتين (A,B) يعبـر عنـه رياضـياً كالآتي:

$$f_{A\cup B}(x) = \mathrm{Max}\,[f_A(x),\ f_B(x)]$$

$$f_{A\cup B}(x) = [1+(x-1)^2]^{-1} \quad x \le 1.5 \quad \text{------}(21)$$

$$f_{A\cup B}(x) = [1+(x-2)^2]^{-1} \quad x \ge 1.5 \quad \text{------}(22)$$

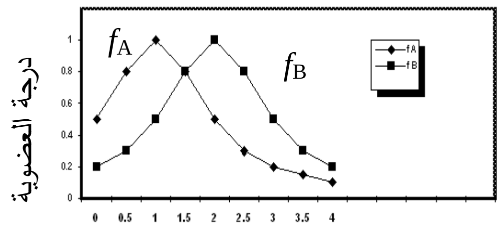
المنحنين (f_B، f_A) يكـون تقاطعهمـا عنـد نقطـة (x =1.5) كمـا هـو واضـح فـي الشـكل أعـلاه، وعلاقـة التقــاطع بــين المجمــوعتين المضــببتين (A,B) يعبرعنها :-

$$f_{A\cap B}(x) = \mathrm{Min}\,[f_A(x),\ f_B(x)]$$

$$f_{A\cap B}(x) = [1+(x-1)^2]^{-1} \quad x \le 1.5 \quad \text{------}(23)$$

$$f_{A\cap B}(x) = [1+(x-2)^2]^{-1} \quad x \ge 1.5 \quad \text{------}(24)$$

مـن المعـادلات أعـلاه يتضـح إن اتحـاد المجمـوعتين المضـببتين (A,B) يعنـي مجموعـة جميـع الأعـداد التي تكون مغلقة الـى (1) والـى (2) ونفس الأستنتاج يكون الى علاقـة التقـاطع، وكمـا موضـح فـي الشـكل رقم (2).



التوزيع الشامل (Universe of Discourse)

2- إذا كانـت (X) مجموعـة جميـع الأرقـام الحقيقيـة الأكبر من واحد، وكانت (A) هي مجموعـة الأرقـام الحقيقيـة الأقـل مـن واحـد. أذن ($f_A(x) = 0$) لكـل ($x \in X$) يقـال أن (A) مجموعـة فارغـة فـي (X). ومـن ناحيـة أخـرى إذا كانـت (B) مجموعـة جميـع الأرقـام الأكبـر مـن صـفر. أذن ($f_A(x) = 1$) لكـل ($x \in X$) يقال حينئذ إن (B) هي مجموعة شاملة في (X).

3- لــتكن $f(x_1,x_2,x_3) = x_1 * (x_2+x_3) * (x_2'+x_3)$ ولنفــرض أن درجـــات العضــوية لـــ(x_1,x_2,x_3) كـــــآلاتي: $\mu(x_3) = 0.6$، $\mu(x_2) = 0.7$، $\mu(x_1) = 0.4$ أذن:

$$f(x_1, x_2, x_3)] = \mathrm{Min}\ \{\mu(x_1), \mu(x_2+x_3), \mu(x_2'+x_3)\}$$

$$= \mathrm{Min}\ \{\mu(x_1),\ \mathrm{Max}\ \{\mu(x_2'), \mu(x_3)\}\}\ \mathrm{Max}\ \{\mu(x_2), \mu(x_3)\},$$

$$= \mathrm{Min}\ \{0.4, \mathrm{Max}\ \{0.7, 0.6\}, \mathrm{Max}\ \{1-\{\mu(x_2), \mu(x_3)\}\}\}$$

$$= \mathrm{Min}\ \{0.4, 0.7, \mathrm{Max}\ \{1-0.7, 0.6\}\}$$

$$= \mathrm{Min}\ \{0.4, 0.7, 0.6\} = 0.4$$

4- نفـرض ان دوال العضــوية لـــ(A, B) تكـون كآلاتي:

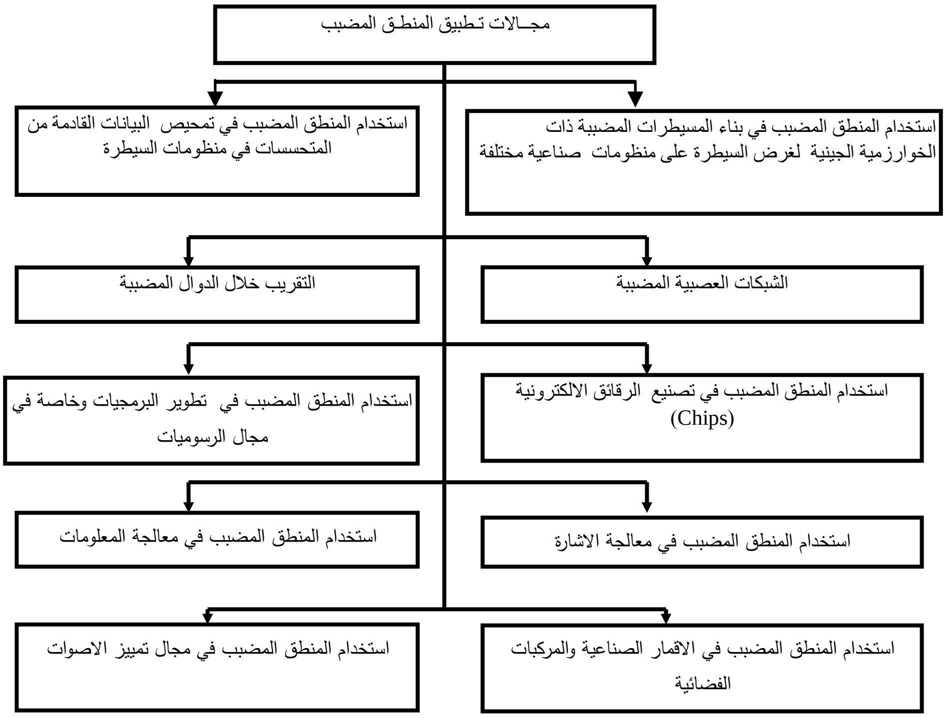
A={0,0.1,0.3,0.5,0.7,0.9,1} ولـــــتكن B = {0.2}، لاجراء بعض العمليات الرياضية الخاصـة بـالمنطق المضـبب مـن خـلال استخدام الخوارزميـة المـذكورة اعـلاه نحصـل علـى النتـائج المبينـة فـي الجدول أدناه.

جدول(3):نتائج المسألة اعلاه.

A+B	$A+\bar{A}B$	$\bar{A}\cdot B$	$\bar{A}$	B	A
0.2	0.2	0.2	1	0.2	0
0.2	0.2	0.2	0.9	0.2	0.1
0.3	0.3	0.2	0.7	0.2	0.3
0.5	0.5	0.2	0.5	0.2	0.5
0.7	0.7	0.2	0.3	0.2	0.7
0.9	0.9	0.1	0.1	0.2	0.9
1	1	0	0	0.2	1

(6) المتــغيرات اللفظــية وأهمــيتها فــي المنطق المضـبب

منذ سـنين طويلـة ولغايـة الآن بقـي مجـال فهـم كيفـية اسـتعمال اللغـة الطبيعيـة (Natural Language) فـي التطبيقـات المختلفـة مـن الأمـور الصـعبة أن لـم تكـن مسـتحيلة. إن المشـكلة الرئيسـية فـي فهـم اللغـة الطبيعيــة، هــي ان معظــم الجمــل التــي يســتعملها الإنسان تفترض معرفة الإحساس العام الذي يتعامل بـه الإنسـان فـي عمليـة اتخـاذ القـرار الـلازم وفهـم المحيط العام للعمل أو للماكنـة [7]. وأن الصـعوبة الخاصـة هي كيفية توصيل أو نقل مثل هذه المعرفـة الـى الحاسـوب. وحيـث إن المنطـق المضـبب يعتمـد علــى فكــرة المتغيــرات اللفظيـــة أو اللغويـــة (Linguistic Variables)، [8]. تــلك المفـاهيم اللغويـة التـي بألامكـان تمثيلهـا علـى شـكل مجـاميع مضببة. وبسـبب نجـاح المنطـق المضـبب فـي العديـد من التطبيقـات والمجـالات العلميـة وكمـا موضـح فـي المخطط رقم (3) أدناه [5].



مخطط (3): يوضح فيه مجال تطبيق المنطق المضبب بكافة عملياته

وكمؤشـر عملـي حـول مـدى نجـاح هـذا المنطـق الجديـد، هـو ان فـي العديـد مـن الـدول الصـناعية أصبحت مسألة إضـافة هذا المنطق مسألة روتينية وخاصة تطبيقات الذكاء الاصطناعي (Artificial Intelligent) حيث يعتبر الاتصال أو المحاكاة مع الاشخاص، وبالتحديد المحاكاة مع تفكير هم عملية مركبـة ومشوشـة وهـذا سـوف يسـاعد فـي عبـور الفجوة مابين التشابه ومرونـة تفكير الإنسان والبنية الصلدة للحاسبات الحالية [8].

المصـــادر

1. Kandel A. and Lee C.S, 1978, "Fuzzy Switching and Automata Theory and Applications", New York, Crane, Russak, and London.
2. Gupta M. M., Sanchez E., 1982, “Approximate Reasoning in Decision Analysis,” Nath Holland.
3. Zadah L.A. and Sanchez E., 1984,”Approximate Computers Thinks Like People,” IEE Spectrum Vol. 21, No. 8, Aug.
4. Cornelius T. Leondes, 1998, ”Fuzzy Logic and Expert Systems Applications”.
5. د. منـى هـادي صـالح، 1999، "تقـويم قابليـة تطبيـق المنطـق المضـبب،" المـؤتمر الخـامس لجامعة بابل.
6. Kasabov N.K., 2005, “Hybrid Connections Production Systems: An Approach to Releasing Fuzzy Expert Systems,” Journal of Systems Engineering for Signal Processing, IEEE Communications Society.
7. Hiroaki Kikuchi, 2006, "Knowledge Acquisition Based on Fuzzy Switching Functions"
8. Mukaidono M., 2006, "Kleene Algebra's in Fuzzy Truth Table Values", the fourth Inter, Workshop on Rough sets, Fuzzy sets, and Machine Discovery University of Tokyo.

Study and Analysis the Mathematical Operations of Fuzzy Logic

*Muna Hadi Saleh**

*Baghdad University/ College of Education Women / Computer Science Department

Key words: Fuzzy Set Theory, Full membership, Non-Membership, Contained, Strictly Contained, Absolute Complement, Relative Complement, Union, Intersection, Symmetrical Difference, Boolean Sum, Algebraic Product, Algebraic Sum, Direct Sum.

Abstract

The last decade of this 20th century provides a wide spread of applications of one of the computer techniques, which is called Fuzzy Logic. This technique depends mainly on the fuzzy set theory, which is considered as a general domain with respect to the conventional set theory. This paper presents in initiative the fuzzy sets theory and fuzzy logic as a complete mathematics system. Here it was explained the concept of fuzzy set and defined the operations of fuzzy logic. It contains eleven operations beside the other operations which related to fuzzy algebra. Such search is considered as an enhancement for supporting the others waiting search activities in this field.