تطبيق طريقة "LIML_LVR" عمليا وفق صيغة K-CLASS العامة على منظومة معادلات آنية مقترحة *

م. د. إيمان محمد عبد الله   الباحث علاء حسين صبري
جامعة بغداد - كلية الإدارة والاقتصاد - قسم الإحصاء

ملخص

في هذا البحث نحاول تسليط الضوء على إحدى طرائق تقدير المعلمات الهيكلية لنماذج المعادلات الآنية الخطية والتي تزودنا بتقديرات متسقة تختلف أحيانا عن تلك التي نحصل عليها من أساليب الطرائق التقليدية الأخرى وفق الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS. وهذه الطريقة تعرف بطريقة الإمكان الأعظم محدودة المعلومات "LIML" أو طريقة نسبة التباين الصغرى"LVR" والتي تمثل حسب الصيغة (14.2) الوجه الآخر لطريقة الLIML والتي تشتهر في تقدير معلمات معادلة آنية خطية(بشكل منفرد) منسوبة إلى منظومة من المعادلات الخطية بحيث يكون اختبار التشخيص لهذه المعادلة من نوع فوق التشخيص وتمتاز هذه الطريقة في الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS بأن قيمة k تكون عبارة عن متغير على خلاف مشهور مقدرات K-CLASS الأخرى التي تكون قيمة k فيها عبارة عن ثابت،حيث تم تطبيق الطريقة على منظومة معادلات خطية آنية بسيطة تم بنائها من قبل الباحث تصف العلاقة بين النمو الاقتصادي والصادرات وبعض المتغيرات المتعلقة بهما واستخلاص النتائج باستخدام البرامج الجاهزة (Excel, Minitab) وأخيرا تم التعليق على النتائج وعرض أهم الاستنتاجات ثم كتابة بعض التوصيات .

Application of "LIML_LVR" method practically according to the general formula K-CLASS on suggestion simultaneous equation

Abstract

In this paper we try to shed light on one of the methods of estimating the structural parameters of the linear simultaneous equations models Which provide consistent estimates sometimes differ from those that we get from other traditional methods according to the estimators of the general formula K-CLASS .This method is known as the limited information maximum likelihood "LIML" or least variance ratio "LVR" method, which represent by formula (14.2) The other side of the LIML method, which is famous for estimating parameters in linear simultaneous equation (individually) attributed to the system of linear equations so that the identification test for this type of equation be over identified and the advantage of this method in the general formula for the estimators of K-CLASS That the value of k be a variable otherwise known other estimators of K-CLASS in which the value of k is a constant Where the method has been applied to simple real-time system of linear equations constructed by the researcher describe the relationship between economic growth, exports and some variables related to them and draw conclusions using ready-made programs (Excel, Minitab) and finally to comment on the results and viewing the main conclusions and then write some of the recommendations.

---

*ملاحظة:هذا البحث مستل من رسالة ماجستير لم تناقش بعد بعنوان (مقارنة بين بعض طرائق تقدير المعلمات الهيكلية لمنظومة المعادلات الخطية الآنية في القياس الاقتصادي مع تطبيق عملي)

مجلة العلوم
الاقتصادية والإدارية
المجلد 18
العدد 69
الصفحات 303 - 317

تطبيق طريقة "LIML_LVR" عمليا وفق صيغة K-CLASS العامة على منظومة معادلات آنية مقترحة *

أولا: تمهيد

1.1 مقدمة عامة وهدف البحث:(2)،(7)

يساعد علم الإحصاء على وضع الاسس السليمة لتقدير المعلمات المجهولة لظاهرة معينة وفي هذه البحث نحاول تسليط الضوء على احد طرائق تقدير المعلمات الهيكلية لنماذج المعادلات الخطية الآنية والتي لم تطبق تطبيقا عمليا (باستخدام بيانات حية) على حد علم الباحث بسبب تعقيدها حيث انه من المعروف إن نموذج الانحدار الخطي هو حاله خاصة افترضت بموجبه إن هنالك اتجاه وحيد للسببية بمعنى أن مجموعة المتغيرات المستقلة ($X_1,X_2,X_3,...X_k$) تؤثر بالمتغير المعتمد Y_i ولا تتأثر به، في حين أن الحالة العامة لمعظم العلاقات الاقتصادية تنطوي على الاعتماد المتبادل بين المتغيرات الداخلة في النموذج أي أن هنالك عدد من المتغيرات تتحدد آنيا تؤثر وتتأثر ببعضها البعض،ومن هنا جاءت أهمية المعادلات الآنية حيث أعدت من المواضيع المتقدمة والمهمة في دراسة العلاقات المتشابكة بين المتغيرات وان تقدير المعلمات المتعلقة بتلك المتغيرات والتي تقيس الأثر المباشر للمتغيرات التوضيحية (في الجانب الأيمن من المعادلة الهيكلية) على المتغير المعتمد للمعادلة الآنية (الذي يفترض كون المعلمة الهيكلية له مساوية للواحد الصحيح) تعد الفكرة الرئيسية لهذا البحث الذي يهدف إلى الحصول تقديرات لتلك المعالم التي تدعى بالمعالم الهيكلية باستخدام طريقة الإمكان الأعظم محدودة المعلومات (LIML-LVR) للمعادلة الهيكلية الواحدة تحت الافتراض التقليدي الخاص بالأخطاء العشوائية U_i حيث

$U_i \sim N(O,\sigma^2)$,

$E(Ui,Uj)=0$ لكل $i\neq j$ ....(1.1)

2.1 بعض المفاهيم المتعلقة بموضوع البحث (2)(4)(5)(7)(8)(9)(10)(12)(13)

1.2.1 منظومة المعادلات الآنية Simultaneous Equation System(SES)

هي مجموعة من المعادلات التي يكون المتغير المعتمد أو الداخلي(Endogenous variable) لواحدة أو أكثر من معادلاتها متغيرا مستقلا أو خارجيا(Exogenous variable)أي أن النظام الذي يصف العلاقة المشتركة لمجموعة متغيرات يسمى منظومة المعادلات الآنية ويحتوي على مجموعة معادلات تسمى بالمعادلات الهيكلية.

2.2.1 المعادلة الهيكلية Structural Equation

أي معادلة منسوبة لنظام من المعادلات الآنية والتي تحتوي على متغير داخلي واحد على الأقل يسلك سلوك متغير توضيحي (في الجانب الأيمن من المعادلة) وان معلمات المعادلة الهيكلية تسمى بالمعلمات الهيكلية (Structural parameters)(β's,γ's) وهذه المعلمات تعبر عن الأثر المباشر لكل متغير توضيحي في المعادلة الآنية على متغير المعادلة الآنية الذي يفترض أن تكون معلمته مساوية للواحد الصحيح (β=1) .

3.2.1 نموذج الشكل الهيكلي Structural form model

هو نظام كامل من المعادلات الهيكلية يصف العلاقات المتبادلة بين المتغيرات الاقتصادية وان هذه المعادلات تعبر عن المتغيرات الداخلية كدوال لمتغيرات داخلية أخرى ومتغيرات محددة مسبقا (خارجية أو داخلية مرتدة زمنيا) ومتغيرات عشوائية (أخطاء هيكلية) وان الصيغة العامة للشكل الهيكلي هي

$B\,Y_t=\Gamma X_t+U_t$ ....(2.1)

B مصفوفة ($G\times G$) للمعلمات المتعلقة بالمتغيرات الداخلية في النظام.

Y_t متجه ($G\times 1$) للمتغيرات الداخلية في النظام.

Γ مصفوفة ($G\times K$) للمعلمات المتعلقة بالمتغيرات المحددة مسبقا في النظام إضافة إلى الحد الثابت.

X_t متجه ($K\times 1$) للمتغيرات المحددة مسبقا إضافة إلى الحد الثابت.

U_t متجه ($G\times 1$)لأخطاء الشكل الهيكلي.

4.2.1 نموذج الشكل المختزل Reduced form model

إن الشكل الذي تكون فيه المتغيرات الداخلية معبر عنها كدالة للمتغيرات المحددة مسبقا فقط مع أخطاء (أخطاء الشكل المختزل) وان معالم الشكل المختزل التي عادة ما يرمز لها بالرمز (π's) تقيس الأثر الكلي (المباشر وغير المباشر) للمتغيرات المحددة مسبقا على المتغيرات الداخلية وذلك بعد الأخذ بنظر الاعتبار الارتباطات المتبادلة بين المتغيرات الداخلية للمعادلات الآنية (المعتمدة) وان الصيغة العامة للشكل المختزل هي

$$Y_t = \pi X_t + V_t \qquad \text{.................(3.1)}$$

Y_t متجه $(G\times1)$ للمتغيرات الداخلية في النظام.

π مصفوفة $(G\times K)$ لمعلمات الشكل المختزل

X_t متجه $(K\times1)$ للمتغيرات المحددة مسبقا إضافة إلى الحد الثابت.

V_t متجه $(G\times1)$ لأخطاء الشكل المختزل.

ومن الجدير بالذكر أن أخطاء الشكل الهيكلي في هذه الدراسة يفترض أن تكون خاضعة للفرض التقليدي الخاص $\forall$ $Ui \sim N(O,\sigma^2),\ E(Ui,Uj)=0\, i\neq j$ وان الخطأ المختزل هو دالة بدلالة كل الأخطاء الهيكلية لذا فان الخطأ المختزل يأخذ صفات الخطأ الهيكلي.

5.2.1 مسألة التشخيص The identification problem

من المفاهيم المهمة في نماذج المعادلات الآنية هي مسالة التشخيص والتي تعد نوع من أنواع اختبار المعادلة الآنية ومعرفة فيما إذا كان بالإمكان حلها أم لا وإذا كان هنالك حل هل أن هذا الحل وحيد أم أن هنالك أكثر من حل وكذلك تساعد مسالة التشخيص في تحديد طريقة التقدير المناسبة لمعلمات المعادلة الهيكلية.

إن تشخيص المعادلة الهيكلية بالمفهوم العام (أي أن المعادلة ليست غير مشخصة) يكون مستند على شرطين

1- شرط الترتيب(Order condition)
2- شرط الرتبة(Rank condition)

1- شرط الترتيب (Order condition)

الشرط الأول لتشخيص أي معادلة هيكلية يتحقق عندما يكون عدد المتغيرات المستبعدة منها ولكن داخلة في تركيب المعادلات الهيكلية الأخرى في النظام (المنظومة) مساو لعدد المعادلات في ذلك النظام مطروح منها واحد فإذا كانت

G عدد المتغيرات الداخلية في النظام.

g عدد المتغيرات الداخلية في المعادلة الهيكلية موضع الاختبار.

K عدد المتغيرات المحددة مسبقا (خارجية وداخلية مرتدة زمنيا إن وجدت) في النظام.

k عدد المتغيرات المحددة مسبقا في المعادلة الهيكلية موضع الاختبار.

بحيث تكون $K-k$ عدد المتغيرات المحددة مسبقا المستثناة من المعادلة موضع الاختبار وكذلك $G-g$ عدد المتغيرات الداخلية المستثناة من المعادلة موضع الاختبار. ورياضيا يمكن كتابة شرط التشخيص بالصيغ التالية

$$(G+K) - (g+k) \geq G-1$$
$$G + K - g - k \geq G-1$$
$$K - k \geq G - 1 - G + g$$
$$K - k \geq g - 1$$
$$K \geq k + g - 1$$

$$K \geq L \qquad \text{............(4.1)}$$

عندما $L = k + g - 1$ تمثل عدد المتغيرات التوضيحية (في الجانب الأيمن) للمعادلة الهيكلية محل الاختبار أو عدد المعلمات الهيكلية المجهولة الغير صفرية في المعادلة موضع الاختبار.

2- شرط الرتبة (Rank condition)

يقصد بشرط الرتبة المحددة لمصفوفة المعالم المقابلة للمعلمات الهيكلية المفقودة في المعادلة موضع الاختبار ذات رتبة G-1 والتي يجب أن تكون قيمتها مساوية للصفر حتى تجتاز المعادة شرط الرتبة وان هذا الشرط يحدد التشخيص بصورة عامة (التشخيص أو عدمه) أما إذا كانت المصفوفة غير مربعة عندها يستوجب تجزئتها إلى كافة المصفوفات الجزئية الممكنة ذات رتبة G-1 فإذا كانت واحدة من قيم محددات هذه المصفوفات على الأقل لاتساوي صفر فان المعادلة قد اجتازت شرط الرتبة.

فإذا كان ليس بالإمكان الحصول على معاملات المتغيرات في المعادلة الهيكلية من تقديرات معالم الشكل المختزل سيكون لدينا نموذج(معادلة) تحت التشخيص أو غير مشخص (Unidentified or Under identified) .

أما إذا كان هنالك حل وحيد للمعلمات الهيكلية من تقديرات معالم الشكل المختزل ستكون لدينا حالة التشخيص التام (Exactly identified) للمعادلة الهيكلية.

أما إذا كان لدينا أكثر من تقدير محتمل للمعالم الهيكلية فان المعادلة الهيكلية ستكون في حالة التشخيص الفوقي أو فوق المشخصة (Over identified).

وبشكل رياضي فان مسالة التشخيص تلخص بالشكل التالي

K>L مع تحقق شرط الرتبة فان المعادلة فوق التشخيص(Over identified) .

K=L مع تحقق شرط الرتبة فان المعادلة مشخصة تماما (Exactly identified) .

K<L مع تحقق شرط الرتبة فان المعادلة غير مشخصة (Unidentified) .

أما إذا لم يتحقق شرط الرتبة فن المعادلة الهيكلية موضع الاختبار ستكون غير مشخصة أو تحت التشخيص.وبهذا لا يمكن تقدير معالمها بأي طريقة من طرائق القياس الاقتصادي.

ملاحظة : تم اختبار توزيع البيانات باستخدام البرنامج الجاهز (Minitab) وفق اختبارKolmogorov-smirnov ووجد أن قيم كل من (y1=0.250,y2=515) وتبعا للاختبار انه إذا كانت هذه القيم أكبر من 0.05 فان التوزيع طبيعي .

ثانيا:الجانب النظري[6][8][9][11]

طريقة الإمكان الأعظم محدودة المعلومات(Limited information maximum likelihood) "LIML"

تعتبر طريقة الإمكان الأعظم محدودة المعلومات (LIML)احد الطرائق المستخدمة للحصول على تقديرات متسقة لمعلمات المعادلة الهيكلية المشخصة بالمفهوم العام (ليست تحت التشخيص) وان شبه الجملة "Limited information" تعني أنها طريقة تقدير أحادية المعادلة أي أننا نستطيع من خلالها تقدير معلمات معادلة هيكلية واحدة منسوبة إلى منظومة معادلات آنية، وتعتبر أيضا تعميم لطريقة المتغيرات المساعدة "IV"لأنها تستخدم جميع المتغيرات المحددة مسبقا في النظام الهيكلي أو المنظومة أي أنها لا تتجنب بعض المتغيرات التي لم تختارها طريقة المتغيرات المساعدة كأدوات إنما تشمل الباقي. وان طريقة الإمكان الأعظم محدودة المعلومات "LIML" مستندة على نفس فكرة تطهير المتغيرات الداخلية التي تظهر كمتغيرات توضيحية في معادلة معينة من مركباتها العشوائية بحيث تصبح غير تصادفيه ومستقلة عن حد الخطأ العشوائي (U_i) في المعادلة الهيكلية موضع الاهتمام .

فرضيات الطريقة:

تحت الافتراض التقليدي الخاص بالأخطاء العشوائية (U'S) المعطى في الصيغة (1.1) فأن المعادلة الخطية المنسوبة لمنظومة معادلات آنية خطية والمراد تقدير معالمها الهيكلية بطريقة الLIML يجب أن تحتوي على جزءا من العدد الكلي من المتغيرات الداخلية الموجودة في المنظومة وتحتوي أيضا جزءا من العدد الكلي من المتغيرات المحددة مسبقا الموجودة في تلك المنظومة وان تكون تلك المعادلة مشخصة بالمفهوم العام (ليست تحت التشخيص).

وصف الطريقة:

افرض أن المعادلة الهيكلية الأولى في منظومة معادلات خطية آنية هي فوق التشخيص لذلك لا نستطيع الحصول على مقدرات وحيدة لمعالمها الهيكلية من تقديرات معالم الشكل المختزل بينما نستطيع الوصول إلى تقديرات وحيدة إذا افترضنا بعض القيود على بعض المعالم ولتكن المعادلة كما في الآتي

$$y_1 = Y_1 \beta + X_1 \gamma + u_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2)$$

بحيث $Y_1 = [y_2, y_3, \ldots, y_g]$ متجه ذو بعد nx(g-1) من المتغيرات الداخلية التي تسلك سلوك متغيرات توضيحية (في الجانب الأيمن من المعادلة الهيكلية تحت الدراسة) وان g تمثل عدد المتغيرات الداخلية في المعادلة، وان معادلات الصيغة المختزلة لمتغيرات المعادلة ككل وفق الصيغ المختزلة هي

$$y_{1t} = \pi_{11} x_{1t} + \pi_{12} x_{2t} + \ldots + \pi_{1K} x_{Kt} + v_{1t}$$
$$y_{2t} = \pi_{21} x_{1t} + \pi_{22} x_{2t} + \ldots + \pi_{2K} x_{Kt} + v_{2t}$$

.

.

.

$$y_{gt} = \pi_{g1} x_{1t} + \pi_{g2} x_{2t} + \ldots + \pi_{gK} x_{Kt} + v_{gt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.2)$$

وان $[v_{1t}, v_{2t}, v_{3t}, \dots, v_{gt}]$ أخطاء عشوائية للشكل المختزل والتي تتوزع طبيعيا عن طريق كونها دوال خطية من جميع أخطاء المعادلات الهيكلية وتمتلك نفس خصائص الأخطاء الهيكلية وان دالة الإمكان لأخطاء الشكل المختزل ل n من المشاهدات تكون بالصيغة

$$f(v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1n}, v_{21}, v_{22}, \dots, v_{gn}) = (2\pi)^{-(\frac{ng}{2})} \left|\varphi_g\right|^{-(\frac{n}{2})} e^{-\sum V_{gi}\varphi_g^{-1} V_{gi}} \quad ....(3.2)$$

$$V_{gt} = \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ . \\ . \\ . \\ v_{gt} \end{bmatrix}, \varphi_g = E[V_g V_g']$$

وان القيود المفترضة للحصول على تقديرات وحيدة من العلاقة بين معلمات الشكل الهيكلي ومعلمات الشكل المختزل للمعادلة الهيكلية الأولى

$$[\beta_{11}\beta_{12}\beta_{13} \dots \beta_{1g}] \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \cdots & \pi_{1K} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \cdots & \pi_{2K} \\ \vdots & & & \vdots \\ \pi_{g1} & \pi_{g2} & \cdots & \pi_{gK} \end{bmatrix} = [\gamma_{11}\gamma_{12}\gamma_{13} \dots \gamma_{1g}]$$

وبالمصفوفات

$$B_1\pi = -\Gamma_1 \quad ....(4.2)$$

بحيث

$$\pi_{11} = -\beta_{12}\pi_{21} - \beta_{13}\pi_{31} - \dots - \beta_{1g}\pi_{g1} - \gamma_{11}$$
$$\pi_{12} = -\beta_{12}\pi_{22} - \beta_{13}\pi_{32} - \dots - \beta_{1g}\pi_{g2} - \gamma_{12}$$

.

.

.

$$\pi_{1k} = -\beta_{12}\pi_{2k} - \beta_{13}\pi_{3k} - \dots - \beta_{1g}\pi_{gk} - \gamma_{1k}$$

$$\pi_{1(k+1)}$$

.

.

.

$$\pi_{1K} = -\beta_{12}\pi_{2K} - \beta_{13}\pi_{3K} - \ldots - \beta_{1g}\pi_{gK} \qquad \ldots\ldots\ldots(5.2)$$

إن هذه القيود يمكن أن تكون مقدمة إلى دالة الإمكان محدودة المعلومات وذلك بوضع

$$v_{1t} = y_{1t} - \pi_{11}x_{1t} - \pi_{12}x_{2t} - \ldots - \pi_{1K}x_{Kt}$$
$$v_{2t} = y_{2t} - \pi_{21}x_{2t} - \pi_{22}x_{2t} - \ldots - \pi_{2K}x_{Kt}$$

.

.

.

$$v_{gt} = y_{gt} - \pi_{g1}x_{1t} - \pi_{g2}x_{2t} - \ldots - \pi_{gK}x_{Kt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(6.2)$$

فعند استبدال التعابير اليمنى إلى ال $[\pi_{11}\pi_{12}\pi_{13} \ldots \pi_{1K}]$ بما يقابلها في الصيغة رقم (6) عندئذ فان الدالة الناتجة تكون معظمة بالنسبة للمعلمات المجهولة وللحصول على مقدر الLIML من خلال تعظيم دالة الإمكان المقيدة فان هذا الاسلوب يكون معقد جدا بينما نفس النتائج يمكن أن نحصل عليها من خلال استغلال ما يسمى بنسبة التباين الصغرى (اقل نسبة تباين) "LVR" والتي تحسب كالتالي
بما أن أول معادلة في المنظومة هي

$$y_1 = Y_1\beta + X_1\gamma + u_1$$

والتي يمكن كتابتها بالشكل الآتي

$$\tilde{y}_1 = X_1\gamma + u_1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7.2)$$

حيث أن $\tilde{y}_1 = y_1 - Y_1\beta$ الذي يمثل المتغير المركب وهو عبارة عن تركيبة خطية للمتغيرات الداخلية المتضمنة في المعادلة الهيكلية الأولى فإذا كانت قيمته مشاهدة سنقوم بتقدير γ بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) كالتالي

$$\hat{\gamma} = (X_1'X_1)^{-1}X_1'\tilde{y}_1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8.2)$$

ومجموع مربعات الأخطاء ستكون

$$SSE_1 = (\tilde{y}_1 - X_1\hat{\gamma})'(\tilde{y} - X_1\hat{\gamma})$$
$$= \tilde{y}_1'\tilde{y}_1 - \tilde{y}_1'X_1(X_1'X_1)^{-1}X_1'\tilde{y}_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9.2)$$

لاحظ أن $\tilde{y}_1$ في (7.2) تتضمن المتغيرات المحددة مسبقا الموجودة في المعادلة المراد تقدير معالمها الهيكلية (المعادلة الأولى)
فإذا كانت هذه الصيغة معممة لتتضمن جميع المتغيرات المحددة مسبقا في المنظومة كما في الصيغة الآتية

$$\tilde{y}_1 = X\ \Gamma + u_1 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10.2)$$

عندما X هي مصفوفة nxk لجميع المتغيرات المحددة مسبقا في النظام وان

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{k\times 1} \\ 0_{(K-k)\times 1} \end{bmatrix}_{K\times 1}$$

فإذا تم تطبيق طريقة الOLS على الصيغة (10.2) مع تجاهل حقيقة أن القيم الحقيقية لبعض معاملات Γ هي صفر سنحصل على

$$\hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{k\times 1} \\ 0_{(K-k)\times 1} \end{bmatrix}_{K\times 1} = (X'X)^{-1} X' \tilde{y}_1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(11.2)$$

وان مجموع مربعات الأخطاء ستكون

$$SSE = (\tilde{y}_1 - X\hat{\Gamma})'(\tilde{y} - X\hat{\Gamma})$$

$$= \tilde{y}_1'\tilde{y}_1 - \tilde{y}_1' X (X'X)^{-1} X' \tilde{y}_1 = \tilde{y}_1'\tilde{y}_1 - (\hat{\Gamma} X' \tilde{y}_1)' \dots\dots\dots(12.2)$$

ومن الجدير بالذكر إن إضافة متغيرات محددة مسبقا لا يزيد من الانحرافات غير الموضحة أو الأخطاء إنما يزيد من الانحرافات الموضحة.

وان النسبة بين مجموع مربعات الخطأ باستخدام المتغيرات الخارجية الصريحة أو الموجودة ضمن المعادلة إلى مجموع مربعات الخطأ باستخدام جميع المتغيرات الخارجية في المنظومة تسمى نسبة التباين غير الموضحة والتي نرمز لها بالرمز ℓ والتي لا تقل عن الواحد الصحيح دائما حيث أن

$$\ell = \frac{SSE_1}{SSE} = \frac{\tilde{y}_1'\tilde{y}_1 - \tilde{y}_1' X_1 (X_1' X_1)^{-1} X_1' \tilde{y}_1}{\tilde{y}_1'\tilde{y}_1 - \tilde{y}_1' X (X'X)^{-1} X' \tilde{y}_1} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(13.2)$$

وان اختيار قيم للمعلمات المتعلقة بالمتغيرات الداخلية التي تسلك سلوك متغيرات توضيحية (β's) في المعادلة الهيكلية موضع الاهتمام والتي تقلل نسبة التباين ℓ هي التي تعظم دالة الإمكان بطريقة ال LIML وفق مبدأ ال LVR والذي نلاحظه بوضوح من خلال الصيغة الآتية

$$L = \frac{-1}{2} \log(\ell) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(14.2)$$

فمن الواضح انه عندما تكون نسبة التباين ℓ قليلة فان دالة الإمكان L تعظم أي أن طريقة ال LVR تلخص بتقليل نسبة التباين ℓ وتكون النتائج متماثل مع تقديرات ال LIML وان أهم مميزات هذه الطريقة هو سهوله فهمها بشكل واضح وكذلك إمكانية الحصول اقل نسبة للتباين من خلال اخذ المشتقات الجزئية إلى L بالنسبة إلى المعلمات (β's) ومساواتها للصفر

فإذا كان هنالك متغيرين داخليين فقط ضمن المعادلة الهيكلية الأولى فان

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta_1} = 0 \text{ ،} \frac{\partial \ell}{\partial \beta_2} = 0$$

تطبيق طريقة "LIML_LVR" عمليا وفق صيغة K-CLASS العامة على منظومة معادلات آنية مقترحة *

وإن هذا الاشتقاق الجزئي للصيغة (13.2) يقود إلى نظام من المعادلات الآنية فيها المجاهل هي β's وال ℓ وبعد التعويض عن تقديرات أخطاء الشكل المختزل المتضمن المتغيرات الخارجية في النظام الهيكلي ككل $\hat{W}$'S وتقديرات أخطاء الشكل المختزل المتضمن المتغيرات الخارجية في المعادلة موضع الاهتمام $\hat{V}$'S نحصل على النظام الآتي

$$\beta_1(\sum \hat{W}_{1i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{1i}^2) + \beta_2(\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i} - \ell \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i}) = 0$$

.......(15.2)

$$\beta_1(\sum \hat{W}_{1i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i}) + \beta_2(\sum \hat{W}_{2i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{2i}^2) = 0$$

و إن هذا النظام (15.2) متحقق سواء كانت $\beta_1 = \beta_2 = 0$ أو المحددة للمركبات المرافقة تساوي صفر لكن من المعروف أن β_2, β_1 يفترض أن تكون مختلفة عن الصفر لذلك فان المحددة للمركبات المرافقة هي التي تكون مساوية للصفر ففي حالة وجود متغيرين داخليين في المعادلة الهيكلية الأولى في المنظومة (1.2) فان

$$\begin{vmatrix} (\sum \hat{W}_{1i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{1i}^2) & (\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i} - \ell \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i}) \\ (\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i} - \ell \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i}) & (\sum \hat{W}_{2i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{2i}^2) \end{vmatrix} = 0 \quad ....(16.2)$$

وعليه فان نتيجة المحددة تكون مساوية إلى

$$(\sum \hat{W}_{1i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{1i}^2)(\sum \hat{W}_{2i}^2 - \ell \sum \hat{V}_{2i}^2) - (\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i} - \ell \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i})^2 = 0$$

هذه النتيجة تؤدي إلى المعادلة التربيعية بالنسبة إلى ℓ الآتية

$$A\ell^2 + B\ell + C = 0 \quad ....(17.2)$$

عندما

$$A = \sum \hat{V}_{1i}^2 \sum \hat{V}_{2i}^2 - (\sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i})^2$$

$$B = 2\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i} \sum \hat{V}_{1i}\hat{V}_{2i} - \sum \hat{W}_{2i}^2 \sum \hat{V}_{1i}^2 - \sum \hat{W}_{1i}^2 \sum \hat{V}_{2i}^2$$

$$C = \sum \hat{W}_{1i}^2 \sum \hat{W}_{2i}^2 - (\sum \hat{W}_{1i}\hat{W}_{2i})^2$$

بحل المعادلة (17.2) بالنسبة إلى ℓ نحصل على قيمتين إلى نسبة التباين (ℓ) ثم نختار اقل قيمة انطلاقاً من أننا نهدف إلى الحصول على اقل نسبة تباين مع الأخذ بنظر الاعتبار إن اقل ℓ يجب أن لا تقل عن الواحد الصحيح كما أسلفنا.

ثم نعوض قيمة ℓ المناسبة (أقل ℓ) مكان k في الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS لكي نحصل على تقديرات لمعلمات المعادلة الآنية التي اختبار التشخيص لها كان من نوع فوق التشخيص (Over identified).

حيث أن الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS تعطى وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{\alpha}_{k-class} = \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix}_{k-class} = \begin{bmatrix} Y_1'Y_1 - k\hat{V}_1'\hat{V}_1 & Y_1X_1 \\ X_1'Y_1 & X_1'X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1'y_1 - k\hat{V}_1'y_1 \\ X_1'y_1 \end{bmatrix} ....(18.2)$$

ثالثا: التطبيق العملي

منظومة المعادلات الآنية المقترحة

خضعت العلاقة السببية بين الصادرات والنمو الاقتصادي للعديد من الدراسات التي توصلت إلى استنتاجات غير حاسمة . وقد قاد الجدل الواسع في تحديد طبيعة العلاقة بين النمو الاقتصادي والصادرات واتجاهها،إلى أن احد وجهات النظر توصلت إلى وجود علاقة سببية متبادلة بين الصادرات والنمو الاقتصادي.وان تحليل العلاقة بين الصادرات والنمو الاقتصادي من جانب الاقتصاد الكلي أن الصادرات تمثل احد عناصر دالة الطلب الكلي ، وكذلك كونه احد العوامل المحددة للنمو الاقتصادي[3] لذلك فقد تم بناء منظومة آنية تفسر هذه العلاقة وفقا للنظرية الاقتصادية وكذلك مدعومة بالمنطق وبمساعدة أصحاب الاختصاص في هذا المجال في العراق الأستاذ المساعد الدكتور نبيل مهدي الجنابي/جامعة القادسية وكذلك باستشارة المدرس الدكتور غفران حاتم علوان/ جامعة بغداد.

حيث تم التوصل للمنظومة الآتية:

$$Y_1=\gamma_0+\beta_1 y_2+\gamma_1 x_1+u_1$$
$$Y_2=\beta_0+\beta_2 y_1+\gamma_2 x_2+\gamma_3 x_3+\gamma_4 x_4+u_2 \qquad ....(1.3)$$

بحيث

Y_1 (Tx1) النمو الاقتصادي للعراق (الناتج المحلي الإجمالي)

Y_2 (Tx1) إجمالي الصادرات (النفطية وغير النفطية)

x_1 (Tx1) عدد السكان

x_2 (Tx1) أسعار النفط الدولية

x_3 (Tx1) إجمالي تكوين رأس المال الثابت

x_4 (Tx1) عرض النقد (M1)

u_1،u_2 أيضا موجهات (Tx1)لأخطاء المعادلات الأولى والثانية على الترتيب والتي يفترض أن تكون خاضعة للفرض التقليدي الخاص بالأخطاء العشوائية $ui \sim N(0,\sigma^2 I_T)$ i=1,2 وان T تمثل حجم العينة حيث تم الاعتماد على بيانات حقيقية وبالأسعار الثابتة لسنة (1988) كسنة أساس وان مصدر البيانات من الجهاز المركزي للإحصاء في العراق[1]،كذلك فان ال(Y'S) تمثل المتغيرات الداخلية وال (X'S) المتغيرات الخارجية في المنظومة

فمن الواضح أن المعادلة الأولى في المنظومة وفقا لمفهوم التشخيص تكون من نوع فوق التشخيص (Over identified) من الدرجة (2)

أما المعادلة الثانية فهي من نوع مشخصة تماما(Just identified).

رابعا: النتائج

تم التركيز على تقدير معلمات المعادلة الأولى المنسوبة للمنظومة (1.3) المعاد كتابتها في الآتي $Y_1=\gamma_0+\beta_1 y_2+\gamma_1 x_1+u_1$ ....(1.4)

وذلك لان شهرت هذه الطريقة في تقدير المعادلة الخطية الآنية الفوق المشخصة أما إذا كانت المعادلة المراد تقدير معالمها الهيكلية مشخصة تماما فان التقديرات لاختلف دائما عن التقديرات التابعة للطرائق التقليدية (ILS,IV,2SLS).

فباستخدام البرامج الجاهزة (Exsel,Minitab) تم التوصل إلىتقديرات أخطاء الشكل المختزل المتضمن المتغيرات الخارجية في النظام الهيكلي ككل $\hat{W}$'S وتقديرات أخطاء الشكل المختزل المتضمن المتغيرات الخارجية في المعادلة موضع الاهتمام $\hat{V}$'S وكما في الجدول الآتي

جدول رقم (2.4)

$\hat{V}_2$	$\hat{V}_1$	$\hat{W}_2$	$\hat{W}_1$
13712506-	10162.1	13061946-	4025.7
9621170-	8991.7	8940625-	4288.0
6180773-	6026.3	5504229-	2322.6
2647152-	4580.6	2000748-	1218.0
1259459	3589.7	1895729	1015.6
10919524	3103.6	11770808	5073.3
5416846	4211.5	6099729	5015.1
10010830	2878.6	10702572	4910.5
9547414	945.8	10090438	2021.5
3610463	2629.7-	3926108	2940.0-
483012-	13153.7-	275380-	12130.2-
1992406	12612.4-	2160053	10980.9-
6220729	9543.5-	6375036	7357.0-
6686556	11444.0-	6786845	8733.0-
1896809	15056.0-	1879049	12609.8-
1986931-	11333.9-	2184994-	10061.0-
1219026	2759.5-	929526	735.3-
754315	4828.8	469738	9327.6
11591278-	9422.5	12265704-	11398.4
2057117-	8299.2	2655780-	11298.9
2545886	7509.1	1855908	9182.1
6171461-	2691.6	7128463-	4348.5
22341683-	12546.2-	23564536-	8733.7-
12373472-	129.6	13782424-	1080.2-
28157879	41.7-	27403575	4127.7
62949885-	2312.7	62909499-	2263.5-
49686610	852.9	48967392	2180.3-
72560588	1318.6-	72712522	7212.9-
56942518-	4053.1	56451526-	3506.8
3426382-	7849.8	3299174-	3937.5

حيث ان نتائج الجدول أعلاه (2.4) تم الوصول اليها باستخدام الصيغ الآتية $(\hat{V}_i=\tilde{y}_i-X_1\hat{\gamma}),(\hat{W}_i=\tilde{y}_i-X\hat{\Gamma})$ بحيث (i=1,2) وان $\hat{\gamma},\hat{\Gamma}$ معرفة وفق الصيغتين (11.2) و (8.2) على الترتيب وان المجاميع التي نحتاجها لحل المعادلة (18.2) تم التوصل إليها من خلال نفس الجدول كما في الجدول الآتي :

جدول رقم (3.4)

تطبيق طريقة "LIML_LVR" عمليا وفق صيغة K-CLASS العامة على منظومة معادلات آنية مقترحة *

w2*v2	w2*v1	w1*v2	w1*v1	v1*v2	w1*w2	v2^2	v1^2	w2^2	w1^2
1.79112E+14	-1.32737E+11	-5.52024E+10	40909566	-1.39348E+11	-5.25835E+10	1.88033E+14	103268276	1.70614E+14	16206260
8.60193E+13	-8.03914E+10	-4.12556E+10	38556410	-8.65107E+10	-3.83374E+10	9.25669E+13	80850669	7.99348E+13	18386944
3.40204E+13	-3.31701E+10	-1.43555E+10	13996684	-3.72472E+10	-1.27841E+10	3.82020E+13	36316292	3.02965E+13	5394471
5.29628E+12	-9.16463E+09	-3.22423E+09	5579171	-1.21255E+10	-2.43691E+09	7.00741E+12	20981896	4.00299E+12	1483524
2.38759E+12	6.80510E+09	1.27911E+09	3645699	4.52108E+09	1.92530E+09	1.58624E+12	12885946	3.59379E+12	1031443
1.28532E+14	3.65319E+10	5.53980E+10	15745494	3.38898E+10	5.97168E+10	1.19236E+14	9632333	1.38552E+14	25738373
3.30413E+13	2.56890E+10	2.71660E+10	21121094	2.28130E+10	3.05908E+10	2.93422E+13	17736732	3.72067E+13	25151228
1.07142E+14	3.08084E+10	4.91582E+10	14135365	2.88172E+10	5.25550E+10	1.00217E+14	8286338	1.14545E+14	24113010
9.63376E+13	9.54354E+09	1.93001E+10	1911935	9.02994E+09	2.03978E+10	9.11531E+13	894538	1.01817E+14	4086462
1.41751E+13	-1.03245E+10	-1.06148E+10	7731318	-9.49443E+09	-1.15428E+10	1.30354E+13	6915322	1.54143E+13	8643600
1.33012E+11	3.62227E+09	5.85903E+09	159557012	6.35339E+09	3.34041E+09	2.33301E+11	173019824	7.58341E+10	147141752
4.30370E+12	-2.72435E+10	-2.18784E+10	138495503	-2.51290E+10	-2.37193E+10	3.96968E+12	159072634	4.66583E+12	120580165
3.96574E+13	-6.08402E+10	-4.57659E+10	70211530	-5.93675E+10	-4.69011E+10	3.86975E+13	91078392	4.06411E+13	54125449
4.53806E+13	-7.76687E+10	-5.83937E+10	99940452	-7.65209E+10	-5.92695E+10	4.47100E+13	130965136	4.60613E+13	76265289
3.56420E+12	-2.82910E+10	-2.39184E+10	189853149	-2.85584E+10	-2.36944E+10	3.59788E+12	226683136	3.53083E+12	159007056
4.34143E+12	2.47645E+10	1.99905E+10	114030368	2.25197E+10	2.19832E+10	3.94789E+12	128457289	4.77420E+12	101223721
1.13312E+12	-2.56503E+09	-8.96350E+08	2029060	-3.36390E+09	-6.83480E+08	1.48602E+12	7614840	8.64019E+11	540666
3.54330E+11	2.26827E+09	7.03595E+09	45041115	3.64244E+09	4.38153E+09	5.68991E+11	23317309	2.20654E+11	87004122
1.42175E+14	-1.15574E+11	-1.32122E+11	107401424	-1.09219E+11	-1.39809E+11	1.34358E+14	88783506	1.50447E+14	129923523
5.46325E+12	-2.20408E+10	-2.32432E+10	93771831	-1.70724E+10	-3.00074E+10	4.23173E+12	68876721	7.05317E+12	127665141
4.72493E+12	1.39362E+10	2.33766E+10	68949307	1.91173E+10	1.70411E+10	6.48154E+12	56386583	3.44439E+12	84310960
4.39930E+13	-1.91870E+10	-2.68366E+10	11704423	-1.66111E+10	-3.09981E+10	3.80869E+13	7244711	5.08150E+13	18909452
5.26471E+14	2.95645E+11	1.95126E+11	109574747	2.80303E+11	2.05806E+11	4.99151E+14	157407134	5.55287E+14	76277516
1.70536E+14	-1.78620E	1.33658E+10	-13999	-1.60360	1.48878E+10	1.53103E+14	16796	1.89955E+14	1166832

	+09		4	E+09					
7.71627E+14	-1.14273E+09	1.16227E+11	-172125	-1.17418E+09	1.13114E+11	7.92866E+14	1739	7.50956E+14	17037907
3.96015E+15	-1.45491E+11	1.42487E+11	-5234796	-1.45584E+11	1.42396E+11	3.96269E+15	5348581	3.95761E+15	5123432
2.43302E+15	4.17643E+10	-1.08332E+11	-1859578	4.23777E+10	-1.06764E+11	2.46876E+15	727438	2.39781E+15	4753708
5.27606E+15	-9.58787E+10	-5.23372E+11	9510930	-9.56784E+10	-5.24468E+11	5.26504E+15	1738706	5.28711E+15	52025926
3.21449E+15	-2.28804E+11	-1.99686E+11	14213411	-2.30794E+11	-1.97964E+11	3.24245E+15	16427620	3.18677E+15	12297646

فان النتائج الموجودة في الجدول السابق (3.4) تم استغلالها لحل المعادلة (18.2) باستخدام قانون الدستور والحصول على قيم ℓ وكما يأتي:

A=2.91E+25

B=-5.3E+25

C=2.43E+25

$$\ell_1 = \frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A} = 1.00$$

$$\ell_2 = \frac{-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2A} = 0.83$$

واستنادا إلى ما تقدم فان ℓ_2 تهمل لأنها اقل من الواحد الصحيح وبالتعويض عن ال $\ell_1 = k = 1$ في الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS (19.2) لنحصل على الصيغة الآتية:

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{bmatrix}_{k-class} = \begin{bmatrix} Y_2'Y_2 - \hat{V}_1'\hat{V}_1 & Y_2X_1 \\ X_1'Y_2 & X_1'X_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_2'y_1 - \hat{V}_1'y_1 \\ X_1'y_1 \end{bmatrix} \text{...........}(4.4)$$

أما $\hat{\gamma}_0$ فسيتم تقديرها وفق الصيغة

$$[\hat{\gamma}_0]_{k-class} = \bar{y}_1 - \hat{\beta}_1\bar{y}_2 - \hat{\gamma}_1\bar{x}_1 \text{............}(5.4)$$

فان التقديرات الناتجة تبعا للصيغتين المقاسة بالانحرافات (4.4) و (5.4)

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\gamma}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32509157.76 \\ 0.08 \\ -1537.09 \end{bmatrix} ....(6.4)$$

ومن النتائج أعلاه تبين أن $\hat{\gamma}_0$ والتي تمثل الحد الثابت للناتج المحلي الإجمالي السنوي ، بينما $\hat{\beta}_1$ تمثل مقدار استجابة النمو الاقتصادي لكل وحدة واحدة (مليون دينار) من الصادرات، وان $\hat{\gamma}_1$ تمثل الاستهلاك السنوي من الناتج المحلي الإجمالي لكل مليون نسمة.

الاستنتاجات (conclusions) :

1- إن طريقة ال(LVR) التي تمثل الوجه الآخر لطريقة ال(LIML) وحسب الصيغة (14.2) تعتبر أسهل حسابيا من استخدام القيود الفوق التشخيص في الصيغة (5.2) للوصول إلى النتائج خاصة إذا كانت المنظومة تحتوي متغيرين داخليين فقط .
2- نلاحظ أن قيمة ℓ التي حصلنا عليها بهذه الطريقة قياسية أي انه لو تم تقدير معلمات المعادلة الفوق المشخصة (1.4) بالطريقة العامة (2SLS) لكانت النتائج نفسها .
3- إن العلاقة بين النمو الاقتصادي والصادرات في هذه الدراسة تعتبر علاقة طردية وهذا متوافق مع المنطق .

التوصيات (recommendations):

نوصي باستخدام طريقة (LIML-LVR) لتقدير المعالم الهيكلية لمعادلة منسوبة إلى منظومة معادلات آنية خطية تحتوي على متغيرين داخليين فقط بشرط احتواء المنظومة على معادلة واحدة على الأقل ذات تشخيص فوقي (فوق التشخيص).
وكذلك نوصي باستخدام الصيغة العامة لمقدرات K-CLASS للحصول على مقدرات لمعلمات المعادلات الخطية الآنية التي تكون مشخصة بالمفهوم العام (ليست تحت التشخيص) وذلك لما تتمتع به هذه الصيغة من البساطة والعمومية.

تطبيق طريقة "LIML_LVR" عمليا وفق صيغة K-CLASS
العامة على منظومة معادلات آنية مقترحة *

المصادر (References) :

1- المجموعة الإحصائية السنوية (ANNUAL STATISTICAL ABSTRACT) (1981-2010) مطبعة الجهاز المركزي للإحصاء- العراق www.cosit.gov.iq.
2- كاظم، أ.د. أموري هادي والقيسي، باسم شليبة (2002) القياس الاقتصادي المتقدم: النظرية والتطبيق.
3- مجيد، حسين شناوة (2008)،"العلاقة السببية بين الصادرات والنمو الاقتصادي دراسة قياسية تحليلية في بلدان عربية مختارة للمدة (1974-2005)، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة القادسية.

4- Adrian pagan,(2004),"Simultaneous equation and Instrumental variables "Econometric 633,www.seius.com.
5- A. Walters,(1968),"An Introduction to Econometrics" Macmillan,London.P.181-184.
6- Henri Theil,(1971);"Principles of Econometeics",Inc. Santa Bar Bara,New York.
7- Jonston,J,(1960),"Econometric Method";4ed,McGrow Hill, New York.
8-Kmenta,Jan,(1971),"Element of Econometrics" Mac Millan publishing company, New York.
9-Koutsoyainnis,A;(1977),"Theory of Econometrics";2ed, Hong-Kong. The Mac Millan press LTD.
10- Massimo Franch,(2003),"Identification and Inequalities",www.scirus.com.
11-P.A.V.B.SWAMY,J.S.METHA and N.S.IYEGAR ,(1983),"FINIT SAMPLE PROPERTIES OF MODIFICAYION OF THE LIMITED INFORMATION MAXIMUM LIKLIHOOD ESTIMATOR" The India Journal of Statistics p.389-397.
12-Ramu.R.,(1998),"Introductory Econometrics"4ed the United States of America. University of California-San Diego.
13- Roger Keonker,(2004),"Introduction to Dynamic Simultaneous Equation Models.