المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (15) 2009
ص ص [107–146]

نموذج الانحدار الذاتي المضبب مع التطبيق

فاضل عباس الطائي* نجلاء سعد ألشرابي**

الملخص

يتلخص البحث في دراسة السلاسل الزمنية وإمكانية استخدام المنطـق المضبب معها وذلك لتحسين أساليب التكهن (التنبؤ) . فقد تم بهذا البحث ربط السلاسل الزمنية (نموذج الانحدار الذاتي) مـع المنطـق المـضبب وذلـك للحصول على معلمات نماذج السلاسل الزمنية المضببة (نمـوذج الانحـدار الذاتي المضبب) .

وتم تطبيق ذلك على بيانات معدلات الأخطاء اليومية في أنتاج الـشاحنات , وقد أعطى نموذج الانحدار الذاتي المضبب للسلاسل الزمنية تنبـؤات أكثـر ملاءمة من تلك التي قدمها نموذج الانحدار الذاتي.

Fuzzy Autoregressive Model With an Application

Abstract

The research is dedicated in the study to time series and the ability of using fuzzy logic with it in order to develop forecasting approaches. In this research ,the time series (Autoregressive model) are linked with fuzzy logic in order to get on the Parameters of fuzzy time series models (fuzzy logic Autoregressive model),and applied that on the data of daily mistakes rates in charges production. The fuzzy Autoregressive model of time series gave forecasting more sutiable than those given by Autoregressive model.

---

* استاذ مساعد / قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسبات والرياضيات

** قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم : 2008/3/16 ـــــــــــــــــــــــــ تاريخ القبول : 20 /5 /2009

1. المقدمة :

التنبؤ بالسلوك المستقبلي هو من الأهداف الأساسية للعلـوم الإحـصائية وذلـك للحاجة الماسة اليه في جميع مجالات الحياة ولأية ظاهرة لها أهميـة كبيـرة فـي عملية التخطيط للظاهرة أو المتغير قيد الدراسة وان التخطيط هو المفتاح لعمليـة اتخاذ القرار الصائب,ويعد تحليل السلاسل الزمنية أحـد الإجـراءات الإحـصائية والرياضية التي تعطي دوال مهمة للتنبؤ.

أما المنطق المضبب فقد يبدو غريبا لمن لم يألف التعامل معه ، لكن هذا الشعور يتلاشى عند الاطلاع عليه ، فمن المعروف أن المنطق الكلاسـيكي يعتمـد علـى قيمتين حقيقيتين (الصح ، الخطأ) لكن ذلك المنطق يشوبه بعض القصور خصوصا عند وصف الأفكار البشرية ، وهنا تظهر أهمية المنطق المضبب في التعامل مـع أسلوب التفكير الإنساني ، حيث يستخدم فترة ما بين الـصفر (الخطـأ) والواحـد (الصح) ، وكنتيجة لذلك فقد أصبح المنطق المضبب يطبق فـي مجـالات كثيـرة وخصوصا في مجال الذكاء الصناعي Artificial Intelligent ويعـد نمـوذج المنطق المضبب تقنية تتمتع بقدرة آلية في أيجاد الحلول للمشاكل المختلفة العلميـة والتطبيقية وهذه من إحدى الدوافع التي دفعت العلماء لتطوير المنطق المضبب فمع تطور الحاسبات والبرمجيات نشأت الرغبة في اختراع أو برمجة أنظمة تمكننا من التعامل مع معلومات غير دقيقة على غرار الإنسان لكن هذا ولـد مـشكلة اذ إن الكمبيوتر لا يمكنه التعامل إلا مع معطيات دقيقة ومحددة، وقد نتج عن هذا التوجه ما يعرف بالأنظمة الخبيرة أو الذكاء الاصطناعي ويعد علم المنطق المضبب إحـد النظريات التي يمكن من خلالها بناء مثل هذه الأنظمة[ويكيبدي الموسوعة الحـرة .[2004,

وانطلاقا من فكرة التنبؤ بالسلاسل الزمنية فأن الإحصائي الماهر ربما يرغب فـي صياغة نماذج رياضية للمشكلة المراد دراستها بأفضل حال ممكن , لذا تم اللجوء إلى استخدام التقنيـات الحديثـة بـربط الـسلاسل الزمنيـة (نمـوذج الانحـدار الذاتي)بالمنطق المضبب باعتماد نموذج الانحدار الذاتي المـضبب علـى مفـاهيم

نظرية المجموعات المضببة(Fuzzy Sets) لذا يُطلق عليها نمـوذج الانحـدار الذاتي المضبب بوصفه وسيلة لإيجاد العلاقة الدالية بين المشاهدة الحالية ومشاهدة واحدة أو أكثر من المشاهدات السابقة في ظاهرة غامضة.

2. السلاسل الزمنية Time Series

السلسلة الزمنية هي مجموعة من البيانات المرتبطة فيما بينهـا المـسجلة لظاهرة ما خلال فترة زمنية معينة غالبا ما تكون متساوية ومتتالية لبعض الظواهر الاقتصادية والاجتماعية وغيرها. وتعرف السلسلة الزمنية رياضيا بأنها متتابعة من المتغيرات العشوائية معرفة ضمن فضاء الاحتمالية المتعددة المتغيرات ومؤشـرة بالدليل (t) والذي يعود إلى مجموعة دليليه (T) ويرمز للسلـسلة الزمنيـة عـادة بالرمز $\{Z(t), t \in T\}$ أو اختصارا Z(t).[فاندل ,1992]

(2-1) السلاسل الزمنية الساكنة:Stationary Time Series

إن مسالة السكون للبيانات وعدمه مهمة في تحليل السلاسل الزمنية وكذلك فـي إيجاد النموذج الرياضي المناسب لها, وان رسم السلسلة الزمنية فـي الفتـرة [t, t+h] قد يكون في بعض الأحيان مطابقا لرسم السلسلة في فترة أخرى [s,s+h], وهذا يدل على وجود تجانس زمني في سلوك السلسلة الزمنيـة والـذي يعـرف بالسكون .إن شرط السكون بالرغم من عدم واقعيته في العديد من التطبيقـات، إلا انه شرط يوضع لغرض تسهيل التعامل الرياضي مع السلاسل الزمنية [Viond, 1999].وتكون السلسلة الزمنيـة [Zt] سـاكنة اذا تحققـت الـشروط الاتيـة : [Powell, 1997]

1*ثبات الوسط الحسابي:

$$E[Z_t] = \mu \quad \dots(1)$$

2 *ثبات التباين :

$$Var[Z_t] = E[(Z_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad \dots(2)$$

3 *اعتماد الارتباط الذاتي على (t-s) بمعنى يعتمد فقط على الفجوة الزمنية بينهما وليس على (t) أو (s) (بافتراض آن t > s)

$$E\left[(Z_t - \mu)(Z_s - \mu)\right] = \rho_{t-s} \qquad ....(3)$$

(2-2)الارتباط الذاتي في السلاسل الزمنية: Autocorrelation in Time Series

أن الأداة الإحصائية الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية هي معامل الارتباط الذاتي إذ يمكن توضيحه على أساس كونه يمثل الارتباط بين المشاهدات المتسلسلة للمتغير نفسه خلال فترة زمنية [المعماري, 2004]. ومضمون الارتباط الذاتي هو كون المتغير العشوائي الذي يحدث خلال فترة زمنية معينة يرتبط بالمتغير العشوائي الذي يسبقه أو يليه، أي ارتباط السلسلة مع نفسها أو تزحيفها بمقدار (...,1,2,3) فترة، والصيغة العامة لحساب الارتباط الذاتي للسلسلة الساكنة هي [Wei ,1990]:

$$\rho_k = \frac{E(Z_t - \mu_z)(Z_{t+k} - \mu_z)}{E(Z_t - \mu_z)^2} \qquad ....(4)$$

حيث أن ρ_k يمثل الارتباط الذاتي بإزاحة مقدارها k .

(2-3) الارتباط الذاتي الجزئي في السلاسل الزمنية:

Partial Autocorrelation in Time Series

يستخدم في قياس درجة الارتباط بين Z_{t-k} و Z_t عندما يكون تأثير الزمن التباطؤي (Time lags) (1,2,…,k-1) قد أزيل.

يعرف الارتباط الذاتي الجزئي كما يأتي:

$$\phi_{11} = r_1 \qquad ....(5)$$

$$\phi_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1}\, r_{k-1,j}\, r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\, r_j} \qquad ....(6)$$

إذ أن

$$\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\, \phi_{k-1,k-j} \qquad ....(7)$$

(2-4) نماذج السلاسل الزمنية : Time Series Models

هذه الفقرة تتضمن أحد نماذج السلاسل الزمنية وهو نموذج الانحدار الذاتي وان أحد الأهداف الرئيسة لبناء نماذج السلاسل الزمنية هو القدرة على التنبؤ أو التكهن بقيم السلسلة الزمنية في أزمنة المستقبل مع تقيم دقة ذلك التنبؤ.

* نموذج الانحدار الذاتي AutoRegressive Model (AR)

أن الهدف من تحليل نماذج السلاسل الزمنية هو الوصول إلى النموذج الرياضي الذي يمثل البيانات وان نموذج الانحدار الذاتي هو أحد النماذج المهمة لتحقيق هذا الهدف ومن العلماء الأوائل الذين قاموا بدراسة نموذج الانحدار الذاتي AR(P) هو العالم Yule في عام 1926 وكمل طريقه إلى النموذج العـام لنمـاذج الانحـدار الذاتي هو العالم Wlker في عام 1931 والصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة (p) الذي يرمز له اختصاراً AR(P) هي:-

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \cdots + \varphi_P Z_{t-P} + a_t \qquad \ldots (8)$$

إذ أن Z_t :تمثل المشاهدة الحالية وهي انحراف القيم عن وسطها الحسابي.

a_t :تمثل الخطأ العشوائي يتوزع طبيعيا بوسط حسابي صفر وتباين $\sigma_a^{\ 2}$ ثابت.

$\varphi_1, \ldots\ldots\ldots\ldots, \varphi_p$:هي معلمات الانحدار الذاتي التي يجب تقديرها.

أن معادلة الانحدار الذاتي من الرتبة P هي معادلة انحدار متعدد ولكن تختلف عن معادلة الانحدار الاعتيادي لان المتغيرات المفسرة تمثل القـيم الـسابقة لمتغيـر الاستجابة Z_t لذا تسمى هذه الصيغة بالانحدار الذاتي إذ يصف AR العلاقة بـين المشاهدات السابقة والحالية [Wei, 1990].

3. مفاهيم في نظرية المجموعات المضببة

أن نظرية المجموعات المـضببة Fuzzy sets Theory هـي أسـاس المنطـق المضبب إذ تتعامل مع المسائل التي تتضمن لاتاكدية لغوية نتيجة الغمـوض فـي بعض المصطلحات اللغوية. ففي ستينات القرن الماضي وبالتحديد في عـام 1965 طور العالم الأذربيجاني "لطفي زادة" من جامعة كاليفورنيا أسلوبا لغويا للتعامل مع

المعلومات اللغوية الغامضة المبنية على أساس المجموعـات المـضببة والمنطـق المضبب،أي قدم مفهوما لمعالجة بيانات تمثل أموراً غامضة غير أكيدة اذ اسـتخدم هذا الأسلوب اللغوي في بعض الأنظمة الخبيرة وتطبيقات الذكاء الاصطناعي ،وفي المجالات الطبية،الـصناعية،الهندسية،علوم الأرصـاد الجويـة وإدارة الأعمـال. [حمودات, 2002]

ومن المفاهيم الأساسية في علم المنطق المضبب

(3-1)المجموعة المضببة: Fuzzy Set

وهي المجموعة التي تمتلك عناصرها درجة انتماء مستمر وقد تم تمييـز هـذه المجموعة بدالة الانتماء التي خصصت لكل عنصر درجة انتماء مداه بين الـصفر والواحد [Bector, 2005].

(3-2)المجموعة الهشة: Crisp Set

هي حشد من الأشياء التي تتمتع بصفة معينة والتي تأخذ إحدى القيمتين (1) عند انتماء عنصر معين للمجموعة و (0) عند عدم انتماء عنصر معين للمجموعة وسميت بمصطلح المجموعة الهشة لتمييزها عن المجموعة المضببة فـي مفـاهيم المجموعات المضببة .

لنفرض لدينا مجموعة A تعرف كدالة وتدعى الدالة المميزة μ

$$\mu_A : x \to [0,1]$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if} \quad x \notin A \\ 1 & \text{if} \quad x \in A \end{cases} \qquad \ldots(9)$$

(3-3) درجة الانتماء:Membership degree

هي مقدار انتماء عنصر ما إلى المجموعة المـضببة وتكـون هـذه الدرجـة محصورة بين الصفر والواحد.

(3-4) دالة الانتماء: Membership Function

هي الدالة التي بواسطتها يتم حساب درجة انتماء عنصر ما إلـى المجموعـة المضببة ، أن كل مجموعة مضببة A معرفة لمجموعة شاملة X كدالـة تنـاظر

الدالة المميزة (Characteristic function) هذه الدالة تدعى دالة انتماء ويرمـز للدالة بـ $\mu_A(x)$ وكل عنصر x في المجموعة الشاملة X يحدد له قيمـة فـي الفترة المغلقة [0,1] إذ تميز درجة انتماء العنـصر x فـي A [Klir et al., 1995].

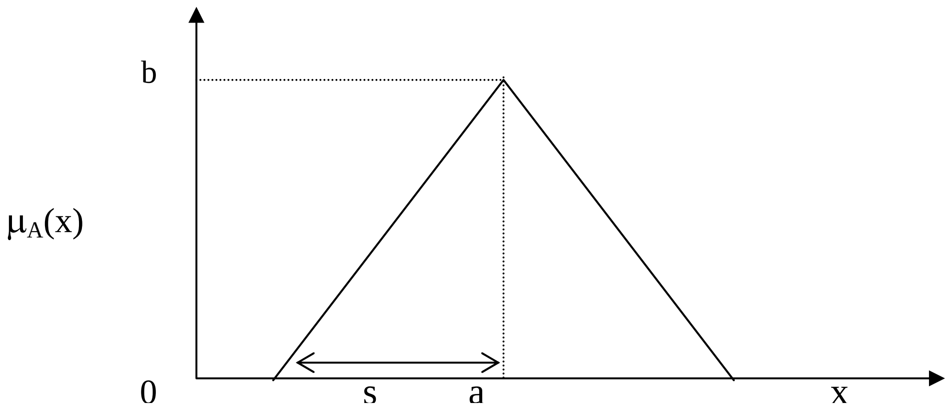
(3-4-1)أنواع دوال الانتماء: Kind Membership Function

توجد ثلاثة أنواع من دوال الانتماء [Klir et al., 1995]. وهي :

1- دالة الانتماء المثلثية :Triangular Membership Function

تتميز هذه الدالة بثلاث معلمات a ،b , s كما في الشكل (1) ،ويمكـن تمثيلهـا بالصيغة الآتية:

$$\mu_{A(x)} = \begin{cases} b\left(1-\dfrac{|x-a|}{s}\right) & \text{when} \quad a-s \le x \le a+s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \ldots.(10)$$

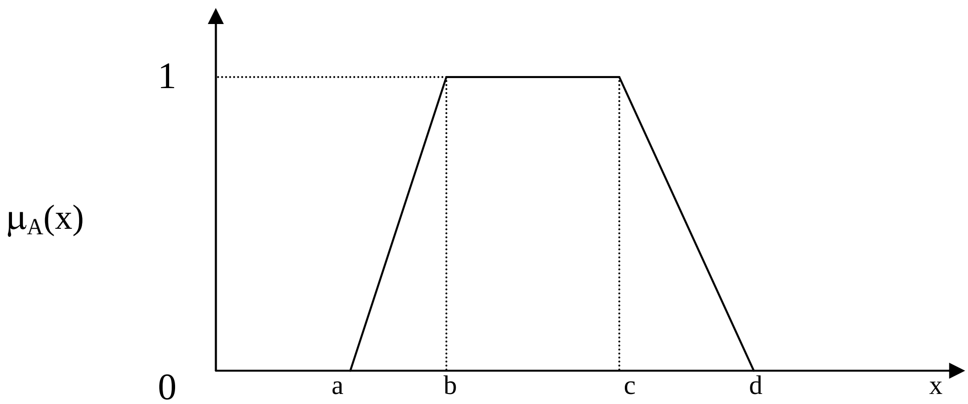


الشكل (1):الدالة المثلثية

2- دالة شبه المنحرف :Trapezoidal Membership Function

والشكل (2) يوضح دالة شبه المنحرف كما تتمثل بالصيغة الاتية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{a-x}{a-b} & ; \quad a \le x \le b \\ 1 & ; \quad b \le x \le c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & ; \quad c \le x \le d \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad \ldots.(11)$$

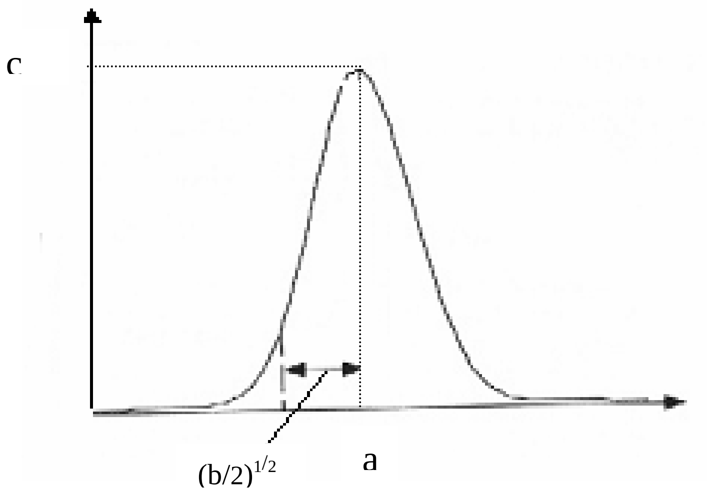


الشكل (2): دالة شبه المنحرف

3- دالة شكل الجرس: Bell-shaped Membership Function

وتسمى أيضا بالدالة الكاوسية Gaussian Function حيث الشكل(3) يوضح الدالة شكل الجرس وتمثل كما في الصيغة الاتية.

$$\mu_A(x) = ce^{-\frac{(x-a)^2}{b}} \quad ; \quad -\infty < x < \infty \qquad \ldots.(12)$$



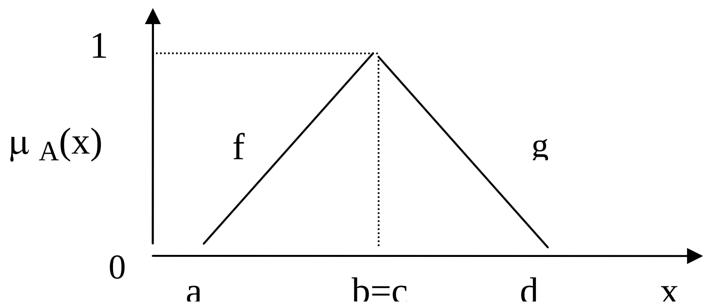
الشكل (3): دالة شكل الجرس

(3-5) الأعداد المضببة: Fuzzy Numbers

العدد المضبب يوصف في حدود كلمة وتحوير لغوي، نحو تقريبا" وحـوالي. فدرجة الانتماء للعدد المضبب تساوي الواحد عند القيمة المركزية ودالـة الانتمـاء تتناقص درجتها من الواحد إلى الصفر على كلا جانبي القيمة المركزية. ومن ثـم فكل عدد مضبب A يتوضح بدالة انتماء كما في الصيغة العامة الآتية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} f(x) & \text{for } x \in [a,b] \\ 1 & \text{for } x \in [b,c] \\ g(x) & \text{for } x \in [c,d] \\ 0 & \text{for } x < a \text{ and } x > d \end{cases} \quad \ldots.(13)$$

إذ ($a \le b \le c \le d$) و f(x) هي دالة مستمرة تتزايد إلى القيمة (1) عند النقطة (b) وان g(x) هي دالة مستمرة تتناقص من القيمة (1) عند النقطة (c) كما مبين في الشكل (4).



الشكل (4): دالة مستمرة متزايدة عند (1)ومتناقصة عند (0) بشكل الدالة المثلثية.

يمكن تعريف العدد المضبب المتماثل بدالة الانتماء المثلثية كما فـي الـصيغة الآتية

$$\mu_{F^*}(B_i) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\alpha_i - B_i|}{C_i} & \text{if } \alpha_i - C_i \le B_i \le \alpha_i + C_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \ldots.(14)$$

أن العدد B_i يرمز له (α_i, C_i) ومعرف بالصيغة الاتية:

$$\mu_{Bi}(b_i) = L((\alpha_i - b_i)/c_i) \qquad c_i > 0 \qquad ....(15)$$

4. السلاسل الزمنية المضببة Fuzzy Time Series

في هذه الفقرة من البحث سوف يتم ربط السلاسل الزمنية بنظرية المجموعة المضببة للحصول على معلمات نماذج السلاسل الزمنية المضببة.

وتعرف **السلاسل الزمنية المضببة** بأنها السلسلة الزمنية التي تحتوي على بيانات ضبابية ويرمز لها بالرمز $[\bar{Z}_t, t\in T]$ وتكون بشكل متتابعة منظمة للمتغيرات المضببة $\bar{Z}_t$, أن السلسلة الزمنية $[z_t, t\in T]$ تحتوي عادة على مشاهدات حقيقية Z وهذه تعتبر حالة خاصة في السلسلة الزمنية المضببة [Ing. habil,et, 2007].

تعرف **السلاسل الزمنية المضببة رياضياً**:اذا كانت المجموعة Z(t) حيث أن (t=...,0,1,2,...) هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية للمجموعة الشاملة،ولتكن μi(t) مجموعات مضببة (i=1,2,...) تعرف على Z(t) .ولتكن $\bar{Z}_t$ هي مجاميع من μi(t) ،اذاً تسمى $\bar{Z}_t$ سلسلة زمنية مضببة لـ Z(t) .

نلاحظ إن $\bar{Z}_t$ هي دالة للزمن t، وان μi(t) هي عبارة عن متغيرات لغوية لـ $\bar{Z}_t$.

قسم Song, et.al,(1994) السلاسل الزمنية إلى صنفين وهما:

1- السلاسل الزمنية المضببة التي لاتتغير مع الزمن:

Fuzzy Time Series Time -invariant

إذا كانت $\bar{Z}_t$ سلسلة زمنية مضببة،وان R(t,t-1) نموذج من الرتبة الأولى لـ $\bar{Z}_t$ ،حيث إن R(t,t-1)=R(t-1,t-2) لأي زمن t اذاً تسمى $\bar{Z}_t$ في هذه الحالة سلسلة زمنية مضببة التي لاتتغير مع الزمن.

2- السلاسل الزمنية المضببة التي تتغير مع الزمن :

Fuzzy Time Series Time- variant

إذا كانت $\overline{Z_t}$ سلسلة زمنية مضببة،وان R(t,t-1) تعتمد على الزمن t ،هذا يعني أن R(t,t-1) تختلف عن R(t-1,t-2) لأي زمن t ،تسمى $\overline{Z_t}$ في هذه الحالـة سلـسلة زمنية مضببة تتغير مع الزمن.

R (t, t-1): تمثل العلاقة بين $\overline{Z_t}$ و $\overline{Z_{t-1}}$وتسمى بـالنموذج مـن الرتبـة الأولـى المضبب. [Chen & Hwang, 2000] .

*** نموذج الانحدار الذاتي المضبب:Fuzzy Autoregressive Model**

يعد نموذج الانحدار الذاتي المضبب احد نماذج السلاسل الزمنية المضببة إذ تمثل العملية العشوائية المضببة $\overline{Z_t}$ عملية انحدار ذاتي مضبب من الرتبـة p (Fuzzy AR(P))واختصاراً FAR(p) إذ يمكن تمثيله بالمعادلة الاتية عند جميع الأزمنة t .[Ing. habil,et, 2007]

$$\overline{Z_t} = \overline{\varphi_1} Z_{t-1} + \overline{\varphi_2} Z_{t-2} + ... + \overline{\varphi_p} Z_{t-p} + a_t \quad .....(16)$$

إذ أن :

Z_{t-i} , i=1,2,…..,p تمثل المشاهدات السابقة.

$\overline{\varphi_i}$ تمثل معلمات الانحدار الذاتي المضبب بشكل عدد مـضبب مثلثـي متماثل الشكل ويرمز لقيم $\overline{\varphi_i}$ بالشكل الأتي :

$$\overline{\varphi_i} = (\alpha_i , c_i)_L \qquad \forall\ i=1,\dots,p$$

إذ أن:

α_i هي قيمة المركز (center value) للمعلمة المضببة .

c_i هي قيمة الانتشار (spread value) للمعلمة المضببة كما يطلـق عليهـا (width) .

L تمثل دالة الانتماء للاتجاه الأيسر.

لإيجاد المعلمات المضببة $\overline{\varphi_i}$ بشكل أعداد مضببة مثلثية (صيغة من صيغ الأعداد المضببة) نستخدم المعادلة (14) وبتطبيق مبدأ التوسيع تصبح الـصيغة بالـشكل الأتي: [Fang-Mei Tseng, 1998] .

$$\mu_{\bar{Z}}(Z_t)=\begin{cases}1-\dfrac{|z_t-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}-a_t|}{\sum_{i=1}^{p}c_i|z_{t-i}|} & Z_t\neq 0\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \quad \ldots(17)$$

إذ أن:

$\mu_{\bar{Z}}(Z_t)$ تمثل دالة الانتماء في المجموعة المضببة التي تمثل المشاهدات Z_t .

$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}+a_t$ تمثل مركز الإعداد المضببة .

$\sum_{i=1}^{p}c_i\,|z_{t-i}|$ تمثل الانتشار أو السرعة حول مركز الأعداد المضببة.

وبتعويض قيم $\overline{\varphi_i}$ يمكن إعادة كتابة المعادلة (16) كما ياتي:

$$\overline{Z_t}=(\alpha_1,C_1)Z_{t-1}+(\alpha_2,C_2)Z_{t-2}+......+(\alpha_p,C_p)Z_{t-p}+a_t \qquad \textbf{....(18)}$$

أن المعلمات المضببة المتمثلة بالزوج (α_i,C_i) يتم إيجادهـا بطريقـة (Tanaka) نسبة للعالم (Tanaka) الذي اكتشفها , أو بطريقة المربعـات الـصغرى للعـالم (Savic & Pedrycz, 1991) المستندة على طريقـة (Tanaka), وفـي كلتـا الطريقتين تتم الاستعانة بطريقة البرمجة الخطية والتي سيتم توضيحها لاحقاً.

5. البرمجة الخطية Linear Programming

تعد البرمجة الخطية من النماذج الرياضية متعددة الطرائق، وتتعلق بإيجاد الحـل الأمثل للمصادر المحدودة لغرض الوصول إلى الهدف المطلوب.

وتعرف البرمجة الخطية بأنها مجموعة أساليب يمكن بواسطتها الحـصول علـى المقدار الأمثل (الأقصى أو الأدنى) ويدعى ذلك بالهدف الذي تتحكم بيه مجموعـة قيود خطية. [جزاع , 1986].

ان طريقة البرمجة الخطية تعد من الطرائق الأساسية لتقدير المعلمات المـضببة (α_i , c_i) إذ تستخدم نموذجا خطيا مضببا (الصيغة المثلثية) مع معلمات مـضببة مثلثية متماثلة.

(5-1) تكـوين نمـوذج البرمجـة الخطيـة : Constituting of Linear Programming

لتكوين نموذج البرمجة الخطية (LP) يتم أتباع الآتي:-

اولاً: تحديد متغيرات القرار وغالبا ما تكون هي الشيء المطلـوب تحديـده فـي مشكلة قيد البحث ويعبر عنه برموز جبرية.

ثانياً:تحديد قيود المشكلة وغالبا ما تكون الموارد المتاحة في المشكلة قيـد البحـث والتي يعبر عنها بمتباينات أو متساويات وجميعها تكون خطية.

ثالثاً: تحديد دالة الهدف وهي المعادلـة التـي تقـيس لنـا الـربح (التعظـيم) أو الكلفة(التقليل) وكل المتغيرات في القيود يجب أن تمثل في دالة الهدف وكل متغير له معامله.

(5-2) صياغة مسألة البرمجة الخطية لنماذج الانحدار الذاتي المضبب:

Formulation of Linear Programming Fuzzy Autoregressive Models

تم اشتقاق المعلمات المضببة لدالة التنبؤ بالاعتماد على مسألة البرمجة الخطية إذ أن هناك شروطا فرضت لإيجاد صيغة نموذج انحدار ذاتي مضبب وهي:

1- استخدم معيار لتصغير الإبهام الكلي (S) اوالغموض ويعرف كمجموع الانتشارات المستقلة للمعلمات المضببة للنموذج.

$$\text{Min } S = c_1+c_2+\ldots+c_P \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

2- قيمة الانتماء لكل مشاهدة Z_t هي اكبر أو تساوي حد الانتماء المفتـرض (h) (threshold) إذ (($h \in [0,1]$) أي أن:

$$Z(Z_t) \geq h \qquad \forall\ t=1,\ldots,K \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

وبتعويض قيمة دالة الانتماء لـ Z_t بما تساويها (17)

$$1-\frac{\left| z_t-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}-a_t \right|}{\sum_{i=1}^{p} c_i \left| z_{t-i} \right|} \geq h$$

$$(1-h)\sum_{i=1}^{m} c_i \left| z_{t-i} \right| - \left| z_t-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}-a_t \right| \geq 0 \quad \ldots\ldots (21)$$

أن المتباينات المشروطة التي تحقق قيمة حد الانتماء ومقياس الغموض تكون خطية مع علاقة المعلمات غير المعلومة (المركز , الانتشار) فبناء مسألة البرمجة الخطية يتم على أساس دالة الهدف الموضحة في المعادلة (19) والقيد (21) المتمثل بشكل زوج من القيود المتباينة. وفيما ياتي الصيغة العامة لمسألة البرمجة الخطية (LP)

$$\left.\begin{array}{l}
Min\ S=\sum_{i=1}^{p} c_i \\
s.t. \\
\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}+a_t+(1-h)\sum_{i=1}^{p} c_i \left| z_{t-i} \right| \qquad \geq z_t \\
t=1,2,\ldots,k \\
-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}-a_t+(1-h)\sum_{i=1}^{p} c_i \left| z_{t-i} \right| \qquad \geq -z_t \\
c_i \geq 0\ ,\ z_t \geq 0 \\
\forall t=1,2,\ldots,k
\end{array}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

إذ أن c,α متجهان يمثلان مركز الأعداد المضببة والانتشارات على التـوالي و s هو المجموع الكلي للغموض,أي مجموع الانتشارات المستقلة للمعلمـات المـضببة للنموذج.

وعدد القيود المتمثلة في مسألة البرمجة الخطية (LP)تكون (عدد المشاهدات السابقة - 2*(k ويكون عدد المشاهدات السابقة بعدد رتبة النموذج المراد تقدير المعلمات المضببة له.

وتسمى مسألة البرمجة الخطية أعلاه بنموذج (Tanaka)نسبة إلى العالم (Tanaka) مكتشف هذه الطريقة.وقد أجرى (Tanaka) عام (1987) تعديلاً لنموذجه إذ ظهرت انتقادات عديدة حول نموذج (Tanaka) الموضح أعلاه ومن هذه الانتقادات هي أن العديد من قيم الانتشارات (c_i) قد تصبح قيمتها مساوية للصفر عند إجراء الحل للبرمجة الخطية (LP) وبذلك فأن العلاقة بين المشاهدة الحالية والمشاهدات السابقة تكون هشة,ولتفادي هذه المشكلة فقد اجري التعديل على دالة الهدف لنموذج (Tanaka) الموضح في المعادلة (19) والتي كانت ذات اقل مجموع كلي لانتشارات المعلمات المضببة (φ_i) في حين أصبحت ذات اقل مجموع كلي لانتشار قيمة التنبؤ ($\bar{Z}_t$) ,عندئذٍ تصبح البرمجة الخطية كما ياتي:-

$$\left.\begin{aligned}
&Min\ S=\sum_{i=1}^{p}\sum_{t=1}^{k}c_i|\phi_{ii}||z_{t-i}|\\
&s.t.\\
&\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}+a_t+(1-h)\sum_{i=1}^{p}c_i\,|z_{t-i}| \qquad \ge z_t\\
&t=1,2,\ldots,k\\
&-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i z_{t-i}-a_t+(1-h)\sum_{i=1}^{p}c_i\,|z_{t-i}| \qquad \ge -z_t\\
&c_i\ge 0\ ,\ z_t\ge 0\\
&\forall t=1,2,\ldots,k
\end{aligned}\right]\ \ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

* إذ أن ϕ_{ii} تمثل معامل الارتباط الذاتي الجزئي لنموذج الانحدار الذاتي.

ولصعوبة حل مسالة البرمجة الخطية بالطرائق الاعتيادية لكثرة عدد القيود تمت الاستعانة ببرنامج LINDO لحل هذه المسألة.

6. الجانب التطبيقي

طبق عملياً ما تمت دراسته نظرياً في الفقرات السابقة على بيانات حقيقية للبرهنـة على إمكانية تطبيق نموذج الانحدار الذاتي المضبب على بيانـات واقعيـة لعينـة أخذت من بيانات خاصة بالإنتاج والتي تمثل المعدل اليومي لعدد عطلات الإنتـاج الناتجة من الفحص اليومي لخطة إنتاج الشاحنات [Wei, 1990]. وتتكـون هـذه السلسلة من (45) مشاهدة يومية.

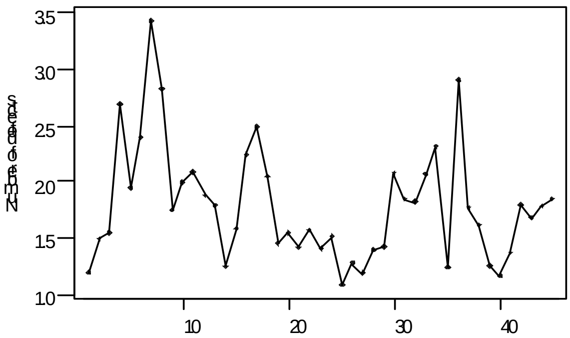
(6-1) لتحليــل أية سلسلة زمنية لا بد من :

1- تشخيص النموذج : الطرائق المستخدمة لتشخيص النموذج في حالة الـسلاسل الزمنية المفردة تعتمد كلياً على الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي.

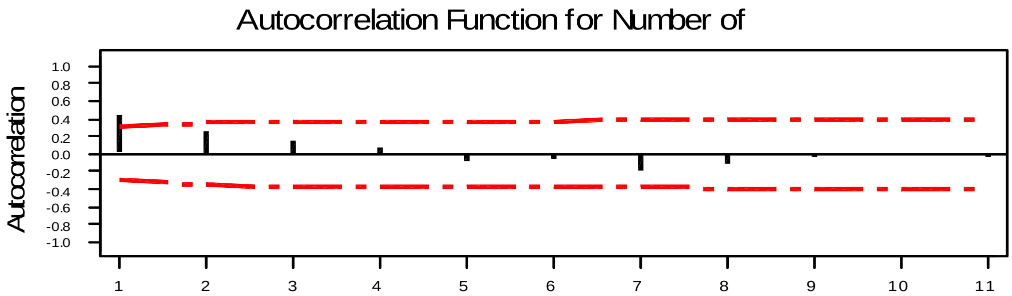
2- تقدير معلمات النموذج المدروس ومن ثم التأكد من كون النموذج مطابق لمـا شخص وقدر من المعلمات.

(6-2) تشخيص بيانات السلسلة الزمنية

تمثل هذه السلسلة معدل عدد العطلات اليومي لتصنيع الشاحنات في احد المصانع ولكون السلسلة الأصلية تحقق شرط الاستقرارية لثبات الوسط والتباين والشكل رقم (5) يوضح رسم هذه السلسلة، وتم رسم الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لغرض معرفة النموذج الملائم لهذه السلسلة ورتبته. حيث تبين أن معاملات دالـة (ACF) تتناقص أسياً نحو الصفر (تأخذ شكلاً أسيـاً) ، وأن معاملات دالـة (PACF) تنقطع بعد الفترة الأولى (one -Lag) وتكون صفراً لبقية الفترات مما يعني أن النموذج المفضل لهذه السلسلة هو نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الأولى AR (1).كمـا موضح في الشكلين (6) و(7) .

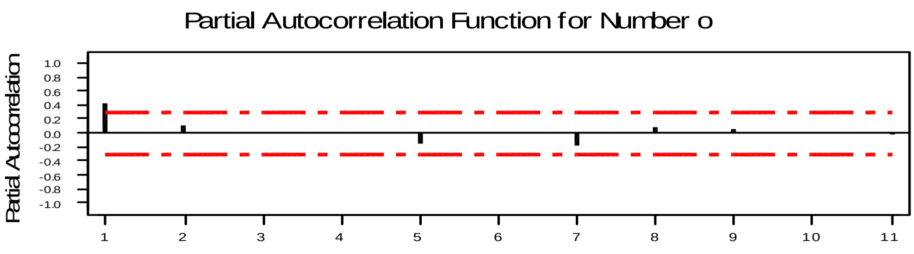


الشكل (5): رسم السلسلة الزمنية



Lag	Corr	T	LBQ	Lag	Corr	T	LBQ
1	0.43	2.88	8.84	8	-0.11	-0.57	17.25
2	0.26	1.49	12.18	9	-0.05	-0.27	17.41
3	0.14	0.77	13.18	10	-0.01	-0.04	17.41
4	0.08	0.43	13.50	11	-0.04	-0.19	17.50
5	-0.09	-0.46	13.89				
6	-0.07	-0.39	14.18				
7	-0.21	-1.10	16.57				

الشكل (6): رسم دالة (ACF) للسلسلة الزمنية



Lag	PAC	T	Lag	PAC	T
1	0.43	2.88	8	0.07	0.44
2	0.09	0.63	9	0.05	0.35
3	-0.00	-0.01	10	0.01	0.09
4	0.00	0.00	11	-0.03	-0.23
5	-0.16	-1.07			
6	0.00	0.02			
7	-0.18	-1.19			

الشكل (7): رسم دالة (PACF) للسلسلة الزمنية

تم الحصول على معلمات نموذج الانحدار الـذاتي AR(1) باسـتخدام برنـامج Mintab كما في المعادلة **(24)** :-

$$Z_t = 1.7769 + 0.4425\, Z_{t-1} + a_t \qquad \textbf{...(24)}$$

وتم تحويل نموذج الانحدار الذاتي AR(1) الموضح في المعادلة **(24)** إلى نموذج انحدار ذاتي مضبب FAR(1) بالاعتماد على الفقرات السابقة وإيجـاد معلمـات الانحدار الذاتي المضبب (α_i , c_i) باستخدام طريقة (Savic & Pedrycz).

وتم الحصول على النموذج الأتي باستخدام المعادلة (23) بوضع قيمة h=0 ولكون عددالقيود كبيرة تمت الاستعانة ببرنامجLINDO والنتائج موضحة في الجدول(1)

$$\overline{Z_t} = 1.7769 + (0.4425, 0.917232) Z_{t-1} + a_t \qquad \textbf{...(25)}$$

الجدول (1): نتائج نموذج الانحدار الذاتي المضبب من الرتبة الأولىFAR(1)

D	Actual value	AR Predicted value	F AR lower bound	F AR Upper bound	D	Actual value	AR Predicted value	F AR lower bound	F AR Upper bound
1	1.20	*	*	*	21	1.42	**2.45835**	**1.04581**	**3.87089**
2	1.50	**2.30790**	**1.20722**	**3.40858**	22	1.57	**2.40525**	**1.10278**	**3.70772**
3	1.54	**2.44065**	**1.06480**	**3.81650**	23	1.40	**2.47163**	**1.03157**	**3.91168**
4	2.70	**2.45835**	**1.04581**	**3.87089**	24	1.51	**2.39640**	**1.11228**	**3.68052**
5	1.95	**2.97165**	**0.49512**	**5.44818**	25	1.08	**2.44508**	**1.06005**	**3.83010**
6	2.40	**2.63977**	**0.85117**	**4.42838**	26	1.27	**2.25480**	**1.26419**	**3.24541**
7	3.44	**2.83890**	**0.63754**	**5.04026**	27	1.18	**2.33887**	**1.17399**	**3.50376**
8	2.83	**3.29910**	**0.14382**	**6.45438**	28	1.39	**2.29905**	**1.21672**	**3.38138**
9	1.76	**3.02918**	**0.43341**	**5.62494**	29	1.42	**2.39198**	**1.11702**	**3.66693**
10	2.00	**2.55570**	**0.94137**	**4.17003**	30	2.08	**2.40525**	**1.10278**	**3.70772**
11	2.09	**2.66190**	**0.82744**	**4.49636**	31	1.85	**2.69730**	**0.78946**	**4.60514**
12	1.89	**2.70172**	**0.78471**	**4.61874**	32	1.82	**2.59552**	**0.89865**	**4.29240**
13	1.80	**2.61322**	**0.87966**	**4.34679**	33	2.07	**2.58225**	**0.91289**	**4.25161**
14	1.25	**2.57340**	**0.92238**	**4.22442**	34	2.32	**2.69287**	**0.79420**	**4.59155**
15	1.58	**2.33003**	**1.18348**	**3.47656**	35	1.23	**2.80350**	**0.67552**	**4.93148**
16	2.25	**2.47605**	**1.02682**	**3.92528**	36	2.91	**2.32117**	**1.19298**	**3.44937**
17	2.50	**2.77252**	**0.70875**	**4.83630**	37	1.77	**3.06458**	**0.39543**	**5.73372**
18	2.05	**2.88315**	**0.59007**	**5.17623**	38	1.61	**2.56013**	**0.93662**	**4.18363**
19	1.46	**2.68403**	**0.80370**	**4.56435**	39	1.25	**2.48933**	**1.01258**	**3.96607**
20	1.54	**2.42295**	**1.08379**	**3.76211**	40	1.15	**2.33003**	**1.18348**	**3.47656**

يلاحظ من نتائج التنبؤ الموضحة في الجدول (1) بان الطريقة المقترحة (نموذج الانحدار الذاتي المضبب) تزودنا بفترات محتملة وان القيم الفعلية واقعة ضمن الفترات الضبابية المتمثلة بالحد الأعلى والحد الأدنى للتنبؤ . وباستخدام نموذج الانحدار الذاتي المضبب تم التنبؤ بالقيم الخمسة الأخيرة المستقبلية لمعدل الأخطاء اليومية لإنتاج الشاحنات والنتائج موضحة في الجدول (2).

الجدول (2): نتائج التنبؤ للمشاهدات من (41-45)

D	Actual value	AR Predicted value	F AR lower bound	F AR Upper bound
41	1.37	*	*	*
42	1.79	2.38312	1.12652	3.63973
43	1.68	2.56898	0.92713	4.21082
44	1.78	2.52030	0.97935	4.06125
45	1.84	2.56455	0.93188	4.19722

يلاحظ من نتائج التنبؤ للمشاهدات من (41-45) الموضحة في الجدول (2) بأنها جيدة جدا لوقوع القيم الفعلية ضمن الفترات المحتملة الضبابية وان نموذج FAR(1) هو النموذج الملائم للبيانات المتاحة.

7. الاستنتاجات والتوصيات Conclusions & Recommendations

الاستنتاجات Conclusions

من خلال نتائج الجانب التطبيقي تم التوصل إلى الاستنتاجات الاتية :

1- أن بيانات سلسلة معدل الأخطاء اليومية في أنتاج الشاحنات كانت مستقرة في المتوسط والتباين .

2- من خلال رسم دالتي الارتباط الذاتي (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) للسلسلة الزمنية تبين أن أفضل نموذج يلائم البيانات هو AR(1) .

3- يُلاحظ أن الطريقة المقترحة (نموذج الانحدار الذاتي المضبب) أفضل و أكثر قناعة من الطريقة الاعتيادية (نموذج الانحدار الذاتي) وهناك عدة حالات تبين أن نموذج الانحدار الذاتي المضبب الأداة الأكثر ملاءمة , وهذه الحالات هي:

a- نموذج الانحدار الذاتي المضبب يمكن أن يزود صانع القرار بفترة محتملـة للتنبؤ (أفضل وأسوا الحالات).

b- يتطلب نموذج الانحدار الذاتي المضبب مشاهدات اقل من تلك التـي يتطلبهـا نموذج الانحدار الذاتي الاعتيادي الذي يتطلب علـى الأقـل ويفـضل (100) مشاهدة.

التوصيات Recommendations

من خلال دراسة الاستنتاجات التي تمكن التوصل إليها يوصى بما يأتي :

1- دراسة نموذج الانحدار الذاتي المضبب الموسمي .

2- تطبيق المنطق المضبب لنماذج مختلفة ذات رتب أعلى .

3- إجراء دراسات تطبيقية للتنبؤ بالقيم المستقبلية للـسلاسل الزمنيـة المتعـددة المتغيرات Multivariate Time Series باستخدام النماذج المضببة .

4-استخدام برنامج LINDO لتسهيل حل البرمجة الخطية .

المصادر

1. المعماري، **نوال محمود، (2004) "نماذج الانحدار الحركي مع التطبيـق"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية علوم الحاسـبات والرياضـيات، جامعـة الموصل.**

2. حمودات, **عابدة تحسين (2002),"استخدام المنطق المضبب فـي صـنع القرار لتخمين تسعيرة منتوج جديد", بحث ماجستير ،كلية العلوم الحاسـبات والرياضيات ،جامعة الموصل.**

3. جزاع عبد ذياب (1986) "**بحوث عمليات"الطبعة الثانيـة,وزارة التعلـيم العالي والبحث العلمي،جامعة بغداد العراق.**

4. فاندل، **والتر (1992) "السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقيـة ونمـاذج بوكس-جينكنز"، تعريب عبد المرضي حامـد عـزام، دار المـريخ للنـشر، الرياض، المملكة العربية السعودية.**

5. ويكيبديا الموسوعة الحرة 2004, **فروع الرياضيات متاح على الموقع.** http://ar.wikipedia.org