



المجلة العراقية للعلوم الإحصائية

www.stats.mosuljournals.com



توظيف تقنية التقليل المويجي في تقدير نموذج الإنحدار الجمعي اللامعلمي المعمم (WGAM)، دراسة مقارنة مع المحاكاة والتطبيق

الاء عبد الستار داود حمودات ^{id} و بشار عبد العزيز الطالب ^{id}

قسم الاحصاء والمعلوماتية ، كلية علوم الحاسوب والرياضيات ، جامعة الموصل ، الموصل ، العراق

الخلاصة

تم في هذا البحث تناول مشكلة عدم معلومية التوزيع الاحتمالي للبيانات وتوظيف طريقة تقدير النموذج الجمعي المعمم (GAM) Generalized Additive Models اللامعلمية المستندة إلى الشرائح التمهيدية Smoothing Splines كممهدات والتعامل مع هذه الحالة بالأسلوب التكراري . وتم استخدام تقنية التقليل المويجي Wavelet Shrinkage والاعتماد عليها في تقدير نموذج الإنحدار (WGAM) Wavelet Generalized Additive Models والتي تم إقتراح توظيفها كممهد للبيانات وذلك من خلال استخدام بعض المويجات كمرشحات في حساب التحويل المتقطع للموجة، وقد تم الاعتماد على بعض المعايير الإحصائية لمقارنة طرق التقدير، وذلك من خلال توظيف أسلوب المحاكاة وتحليل بيانات حقيقية، وقد تم إختبار كفاءة الطريقة المقترحة على بيانات تم جمعها من مستشفى ابن سينا التعليمي، على حالات مصابة بقصر القامة، وقد اعطت مرشحات تقليل الموجة افضل النتائج مقارنة بطريقة GAM الاعتيادية وساعدت الموجة على تمهيد البيانات وذلك من خلال الحصول على أكفأ النتائج.

معلومات النشر

تاريخ المقالة:
تم استلامه في 13 كانون الثاني 2020
تم القبول في 18 آذار 2020
متاح على الإنترنت في 1 كانون الاول 2020

الكلمات الدالة:
طريقة تقدير النموذج الجمعي المعمم
اللامعلمية، التمهيدية
استخدام تقنية التقليل المويجي

المراسلة:
الاء عبد الستار داود حمودات
allahamoodat@uomosul.edu.iq

DOI: [10.3389/IQJOSS.2020.167385](https://doi.org/10.3389/IQJOSS.2020.167385), ©Authors, 2020, College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul.
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. المقدمة Introduction

يهدف البحث إلى توظيف تقنية الموجة الصغيرة (Wavelet) لفلتر وتمهيد البيانات باستخدام بعض أنواع المويجات كمرشحات في حساب التحويل المتقطع للموجة وإستخدام البيانات الممهدة لتقدير النموذج الجمعي المعمم (WGAM) والحكم على كفاءة النتائج باستخدام بعض معايير المقارنة الإحصائية لتحديد أسلوب التقدير الأفضل من بين نمودجي GAM وأسلوب WGAM المقترح بأسلوب المحاكاة وليبيانات الواقعية.

2. النماذج الجمعية المعممة Generalized Additive Models (GAM)

تعد النماذج الجمعية المعممة (GAM) احد مداخل الانحدار اللامعلمي وهي نماذج اكثر تقييداً والفرض الوحيد الذي تقوم عليه عملية التقدير هذه هو أن دوال التقدير تكون جمعية ومتغيراتها ممهدة، ويعتبر الانموذج الجمعي المعمم GAM اداة فعالة لتحليل البيانات وتمتلك القدرة على التعامل مع العلاقات غير الخطية الشديدة بين المتغير المعتمد والمتغيرات المستقلة وهو أسلوب مقترح من قبل (Friedman & Jorome, 1999) و (Werner Stuetzle) عام 1981 . وهذا النموذج يخلط بين خصائص النماذج الخطية المعممة (Generalized Linear Models GLM) والنماذج الجمعية (Additive Models AM) كما بين (Friedman & Jorome, 1999) وإن دراسة الانحدار اللامعلمي المتعدد بشكل عام ستفرز عنه مشكلة البعدية (زيادة ابعاد النموذج) والتي يعاني منها الباحثين حيث تقيدهم نحو تعميم حالة احادي المتغيرات الى حالة متعدد المتغيرات والتي ستعامل مع الحالة الاعم للشرائح التمهيدية وهي Thin Plate Spline (TPS). فعند ايجاد مقدار تقاربي لبعدين او اكثر يصعب عمل مصفوفة المتغيرات المقاسة بوحدة مختلفة وغيرها من المشاكل، لذلك ظهرت الحاجة

لظهور النموذج الجمعي كحل عملي ، حيث يعمل بصفة تجميعية تساعد في سهولة تفسير الظواهر المختلفة، وبصورة عامة فإن النموذج الجمعي المعمم يعد إمتداداً شبه معلماً للنموذج الخطي المعمم. وعليه فإن النموذج الجمعي اللاعلمي Non-Parametric Additive Model يكون كالآتي (He, 2004) :-

$$Y_i = \alpha + \sum_{i=1}^n m_i(x_i) + \varepsilon_i \quad (1)$$

m_i : متجه دوال مقدرة من البيانات والتي تعبر عن المتغير التوضيحي i والتي يمكن تقديرها عن طريق الشرائح التمهيدية (Smoothing Spline) وهناك عدة طرق للحصول على تقدير للنموذج الجمعي المعمم GAM ومن أهمها خوارزمية التوفيق التراجعي.

3. خوارزمية التوفيق التراجعي Backfitting Algorithm

ان اول من قدم هذه الطريقة هما الباحثان (Friedman & Stuetzle) عام 1981 ، حيث اعتمدت هذه الطريقة على الاسلوب التكراري ، وان النموذج الجمعي يفترض دالة التوقع الشرطي لمتغير الاستجابة y والتي يمكن ان تكتب كمجموع الحدود الممهدة للمتغيرات $x_1, x_2, \dots, x_k$ ، ولمطابقة المعادلة (1) سيكون التوقع الشرطي لكل K من الـ x 's كالآتي (Friedman & Jorome, 1999) :

$$E(Y/X = x_1, x_2, \dots, x_k) = m(x_1, x_2, \dots, x_k) = m_1(x_1) + m_2(x_2) + \dots + m_k(x_k)$$

الخطوة الاولى لتقدير هذه المعادلة هو البدء مع قيم اولية كخطوة ابتدائية (°) في عملية تقدير تكرارية:

$$m_i = m_i^0, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

الخطوة الثانية هو القيام بالدورة :

$$\hat{m}_i = S_i(y - \alpha - \sum_{k=i}^p m_k/x_i) \quad , \quad k, i = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

اذ ان S_i : تمثل مصفوفة تحويل ممهدة $(n \times n)$.

$$S_i = (I + \lambda_i K_i)^{-1}$$

$$K_i = Q_i R_i^{-1} Q_i'$$

يعاد إيجاد K_i لكل i من المتغيرات التوضيحية. ويتم تكرار هذه العمليات لإيجاد التقديرات الجديدة للدوال بواسطة تمهيد الاخطاء حتى تتقارب الدوال الجزئية ، ويتم التوقف عندما تستقر الدوال الممهدة $m_i(x_i)$ بدون تغيير . وحسب معيار التقارب (Buja et. al., 1989) :

$$\Delta(m_i^d, m_i^{d-1}) = \sum_{i=1}^p (m_i^d, m_i^{d-1})^2$$

وتعرف البواقي الجزئية بأنها القيم المتطابقة لكل دالة مضافاً اليها البواقي الاجمالية من النموذج التجميعي بشرط أن: $E(m_i(x_i)) = 0$ وان مصفوفة التمهيد S لا تعتمد على قيم متغير الاستجابة y بل تعتمد على قيم المتغيرات التوضيحية x_i وهذا يشابه الحالة المعلمية حيث ان :

$$\hat{\beta} = Hy \quad , \quad H = X(X'X)^{-1}X'$$

حيث يتم استبدال مصفوفة التمهيد S_i بمصفوفة تمهيد اخرى S_i^* حيث تقوم بعملية التمهيد اولاً ثم تقوم بحذف متوسط التمهيد للحصول على تقديرات يمكن التعرف عليها Identifiable للتقديرات وهذا ما يسمى بالمعهد المركز Centered Smoother بحيث أن:

$$S_i^* = (I - 11')S_i$$

حيث ان 1 عبارة عن متجه $(n \times 1)$ كل عناصره واحد . ويتم الحصول على تقدير للنموذج الجمعي المعمم GAM، والذي يوظف لتصغير المقدار التالي:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - m(x_i))^2 + \sum_{i=1}^n \lambda \int_a^b m''(x_i)^2 dx \quad (3)$$

ويلاحظ من المعادلة (3) بأنها تكون جزائية بثابت منفصل λ_i لكل حد ، ويمكن كتابة المعادلة (3) بصيغة المصفوفات وكالآتي :

$$(y_i - a - \sum_{i=1}^n m_i)'(y_i - a - \sum_{i=1}^n m_i) + \sum_{i=1}^n \lambda_i m_i' k_i m_i \quad (4)$$

k_i : تمثل مصفوفة جزء لكل . وبأخذ التفاضل للمعادلة (4) بالنسبة m_i ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\hat{m}_i = S_k(y - a - \sum_{i \neq k}^n \hat{m}_i) \quad (5)$$

ويمثل المقدار $(y - a - \sum_{i \neq k}^n \hat{m}_i)$ البواقي الجزئية من التمهيد ، وان $S_k = (I + \lambda_k K_k)^{-1}$ ، ومن ثم يتم تكرار او اعادة عملية التمهيد للبواقي الجزئية .

ويتم اختيار المعلمة التمهيدية (Smoothing Parametric) (λ) بطريقة الاسلوب المجرد (الالي) Objective (Automatic) Method ، اذ تترك البيانات لتحديد بذاتها قيمة المعلمة التمهيدية (المثلى) عن طريق تصغير معيار معين يعتمد بدوره على البواقي ، ومن اشهر المعايير لاختيار المعلمة التمهيدية هو (Generalized Cross Validation GCV(λ)) والذي تم اعتماده كمعيار رئيسي للمقارنة في هذا البحث (Green and Siverman, 1994).

الموجة wavelet

الموجة (Wavelet) او ما تسمى بالموجة الصغيرة (Small Wave) هي احد انواع الدوال الرياضية تتيح إمكانية تجزئة الدالة المعطاة الى مركبات تردد مختلفة ودراسة كل مركب مع اعادة التصميم Resolution الملائم عند كل قياس ، وتعرف الموجة رياضياً بأنها دالة قيمة حقيقية معرفة على محور حقيقي كامل وتتذبذب صعوداً ونزولاً بشكل منتظم حول الصفر (Crowley et. al. , 2006) . وسميت بالموجة لصغرها وتميزها عن اشارة الموجة الكبيرة (Big wave) مثل موجة دالة الجيب (Sine) وموجة الجيب تمام (cosine) . وتتكون الموجات عادة من جزئين رئيسيين هما (Kumar & Lavanya, 2011):

1- دالة القياس (Scaling Function)

(.) ϕ التي تعرف ايضا بدالة الاب (Father Function) وتعتبر الجزء التقريبي للبيانات ، ويتم الحصول عليها من خلال الصيغة الاتية :-

$$f(x) = \sum_{k=0}^N C(k)f(2x - k) \quad (6)$$

حيث ان :-

$C(k)$: تمثل معاملات مرشح التمرير الواطئ Low-Pass Filter .

2- دالة الموجة Wavelet Function $\Psi(.)$ والتي تعرف ايضا بدالة الام Mother function والتي تمثل معادلة الموجة Wavelet Equation ، صيغتها كالآتي :-

$$w(x) = \sum_{k=0}^N d(k)f(2x - k) \quad (7)$$

حيث ان $d(k)$ يمثل مرشح التمرير العالي High-Pass Filter .

فيما يلي بعض الدوال الموجية

4. بعض دوال الموجة Some Wavelet Functions

شائعة الاستخدام :

اولاً - موجة هار Haar wavelet

درست الموجة Haar من قبل العالم الرياضي (Alfred Haar) في الفترة (1909-1910)، وتعرف الموجة الام لـ هار (Haar Mother Wavelet) كالآتي:-

$$\Psi(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < X \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \text{if } \frac{1}{2} < X \leq 1 \\ 0 & \text{if } \text{o. w} \end{cases}$$

اما دالة القياس للموجة الاب لها (Haar Father Wavelet) فهي تعرف كالآتي :- (Green , 1994)

$$\phi(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq X \leq 1 \\ 0 & \text{if } \text{o. w} \end{cases}$$

ثانياً - الموجة دوبشيز Daubechies wavelet

سميت هذه الموجة نسبة الى الباحثة Ingrid Daubechies ، وتكتب موجات هذه العائلة اختصاراً (dbLi) او (DN) حيث ان N تمثل رتبة المرشح في حين ان Li هو عدد العزوم المتلاشية والذي يعني تقارب Convergence مفكوك الموجة بحيث ان :

$$\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k k^v C(k) = 0, \quad v = 0, 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

$C(k)$: تمثل معاملات مرشح التمرير الواطئ (Low-Pass Filter) . (Crowley et. al., 2006)

ثالثاً-الموجة (كوفليتز) Coiflets Wavelet

بناءً على طلب قدمه الباحث Coifman في 1989 اوجدت الباحثة Daubechies الموجة كوفليتز ونسب اليه ، حيث قام الباحث بطرح فكرة الحصول على العزوم المتلاشية او الزائلة لمرشحات التمرير الواطئ ومرشحات التمرير العالي معاً لكلتا الدالتين الام والاب . (Rajeev et. al., 2011)

رابعاً الموجة ساملت The Lest Asymmetric Daubechies Symmetric Wavelet (Symmlets)

الموجة ساملت هي موجة متعامدة قريبة من التماثل اقترحتها الباحثة Daubechies حيث اجرت تعديلات على عائلة (db) بزيادة التماثل مع بقاء بساطة الموجة وهي متماثلة ولها نفس خصائص (دوجيز) (Zhang et. al. , 2016)

5. قطع العتبة الناعمة Soft Thresholding

ان الخطوة الثانية من خطوات تقدير دالة الموجة هي ازالة التشويش الموجودة في الاشارة عن طريق حد العتبة ، وباستخدام التحويل المويجي يتم وضع عتبة ترددية بحيث تلغي هذه العتبة معاملات التشويش وتحافظ على معاملات الاشارة الاصلية K واحد انواع قطع العتبة هو قطع العتبة الناعمة ويستخدم لإزالة التشويش في الاشارة والتي قدمها كل من الباحثين (Donoho & Johnstone) ، حيث ان قطع العتبة الناعمة تدفع كل المعاملات باتجاه الصفر أي يتم فيها انهاء القيم ما دون العتبة الى الصفر والمحافظة على القيم الاعلى من العتبة ، وتعرف قطع العتبة الناعمة بالشكل الاتي (Rajeev et. al., 2011) :

$$W_n^{st} = \text{sign}(W_n) (|W_n| - \delta)_+ \quad (8)$$

$$\text{sign}(W_n) = \begin{cases} +1 & \text{if } W_n > 0 \\ 0 & \text{if } W_n = 0 \\ -1 & \text{if } W_n < 0 \end{cases}$$

$$(|W_n| - \delta)_+ = \begin{cases} 0 & \text{if } (|W_n| - \delta) < 0 \\ (|W_n| - \delta) & \text{if } (|W_n| - \delta) \geq 0 \end{cases}$$

6. معايير المقارنة Comparison Criteria's

هناك العديد من المعايير تقيس مقدار الجودة في تقدير دوال الانحدار اللامعلمية، ومنها:

1- معيار العبور الشرعي المعمم Generalized Cross Validation (GCV)

وضع معيار Generalized Cross Validation (GCV) من قبل الباحث Wahba Graven عام 1979 ، و يستخدم معيار العبور الشرعي GCV في اتجاهين الاول ضمن سياق اختيار انسب معلمة تمهيد لمقدر الشريحة الممهدة ، اما الاتجاه الثاني فاستخدامه للمقارنة بين طرائق تقديرات الانحدار اللامعلمي، وتأخذ صيغته الرياضية الشكل التالي (Roppert , 2003) :

$$GCV = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n \{y_i - a - \sum_{j=1}^p \hat{m}_j(x_i, \lambda)\}^2}{(1 - \text{tr}(S_\lambda)/n)^2} = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n \{y_i - \hat{y}_i\}^2}{(1 - \text{tr}(S_\lambda)/n)^2} \quad (9)$$

وضع من قبل Akaike عام 1973 ،

2- معيار Akaike Information Criterion (AIC)

والصيغة العامة لمعيار (AIC) تكون كما يلي:

$$AIC_\lambda = -2Ln(Lik) + 2df \quad (10)$$

df : درجة حرية التمهيد ويعبر عنها بأثر مصفوفة التمهيد S_λ ، $df = \text{tr}(S_\lambda)$. (Ulrich, 2001)

3- معيار Bayesian Information Criterion (BIC)

الصيغة العامة لمعيار (BIC) تكون كالآتي :- (Li & Ruppert, 2008)

$$BIC = -2Ln(Lik) + Ln(n)df \quad (11)$$

4- معيار الإعتدالية غير الخطية Concurvity

وهو معيار يبين تعميم لمشكلة تعدد العلاقة الخطية (التي من الممكن أن تحدث في النموذج الخطي العام GLM) بين المتغيرات المستقلة ولكن هذه المرة في النموذج الجمعي العام والذي قد يؤدي بالنتيجة إلى الحصول على مقدرات غير مستقرة وهذا المعيار يعبر عن الإعتدالية غير الخطية، وكما أن تعدد العلاقة

الخطية ينتج عنها تضخم في التباين فإن مشكلة الإحصائية غير الخطية (Concurvity) ينتج عنها معاملات مقدرة غير مستقرة (Amodio et. al., 2015). ويمكن التعبير رياضياً عن هذه المشكلة كما هو موضح في الصيغة الآتية : (He , 2004)

$$\text{concurvity} = E(\text{Corr}(\hat{y}, \hat{y}_{\text{new}})) \quad (12)$$

$$\hat{y}_{\text{new}} = \hat{y} + N(0, \sigma^2)$$

7. تجارب المحاكاة Simulation trials

دوال التوليد المستخدمة Used Generation Functions

تتنوع الدوال بتنوع الظاهر التي تمثلها ، حيث تتميز هذه الدوال كونها صممت لتعرض مجموعة من الظواهر غالباً ما تحدث في واقع الحياة، وقد تم توظيف الدالتين معتمدتين في أغلب البحوث العالمية وهما:-

1- دالية خطية من الدرجات العليا: (Augustin et. al., 2012)

$$f_1(x) = 0.2 * x^{11} * (10 * (1 - x))^6 + 10 * (10 * x)^3 * (1 - x)^{10}$$

2- دالة Doppler (Donoho & Johnstone, 1994)

$$f_2(x) = \{x(1 - x)\}^{1/2} \sin\{2\pi(1 + \varepsilon)/(x + \varepsilon)\} \quad , \quad \varepsilon = 0.05$$

خوارزمية تجارب المحاكاة Simulation Trials Algorithm

تم تطبيق العديد من السيناريوهات لتجارب المحاكاة ، إذ تم توليد المتغيرات التوضيحية تارة وتلويد y تارة أخرى بمختلف التوزيعات ((t), Laplace, Exp.) وبمعلمات مختلفة ، ولأحجام عينة مختلفة (50 , 150 , 300) ولنموذج بأربعة متغيرات ونسب توليد (5% , 15% , 35%) وذلك لتوليد البيانات الخاصة بالمتغيرات العشوائية ، ثم تكرار كل تجربة (Replicates=100) مرة لغرض الحصول على نتائج متسقة ، وإعطاء صورة شاملة عن كفاءة الطرق تم اختيار معلمات مختلفة للتوزيعات الاحتمالية وكما يلي :

- 1- توليد اربع متغيرات توضيحية تتوزع توزيع منتظم قياسي مستقل .
- 2- توليد الاخطاء العشوائية من توزيع طبيعي بوسط حسابي يساوي صفر وتباين معين .
- 3- توليد المتغير العشوائي y مباشرة من خلال النموذج المستخدم في تجارب المحاكاة ، وذلك باستخدام دوال الانحدار بدلالة المتغيرات التوضيحية التي تم توليدها اعلاه ، مضافاً اليهما الخطأ العشوائي .
- 4- تقدير النموذج الجمعي المعمم GAM الاعتيادي ، ومن ثم تمهيد البيانات بدوال الموجة (Db, Haar, Least A. , Coiflets) ومن ثم تقدير النموذج الجمعي المعمم (WGAM) وذلك للحصول على المقدرات الممهدة (DWGAM, HWGAM, LAWGAM, CWGAM).
- 5- المقارنة بين GAM و WGAM للمقدرات الممهدة الأربعة في النقطة (4) وذلك من خلال معايير المقارنة (GCV, Con. , BIC , AIC) .

نتائج تجارب المحاكاة Simulation Results

تم وضع اربع نماذج من الجداول وهي (4, 5 , 6 , 7 , 8) وذلك لمحدودية المساحة في البحث أما بقية الجداول فهي متوفرة لدى الباحثين ولنسب توليد واحجام عينات وتوزيعات احتمالية مختلفة، وعليه وللاختصار تم انتخاب اربعة جداول بشكل عشوائي لعرضها ومقارنة أداء أساليب التقدير وستتم المناقشة داخل الجداول.

جدول (1) : المقارنة مع أسلوب GAM الاعتيادي للنموذج الاول وعند تلوith y بتوزيع t ونسب التلوith واحجام عينات مختلفة

معايير المقارنة		GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC
نسب التلوith		5%				15%				35%			
50	GAM	2666.2	2.78E-28	533.07	540.3	2290	1.03E-28	529.4	536.5	1667	1.74E-27	512.8	521.1
	DWGAM	2516.7	2.44E-29	266.75	271.8	2240	3.06E-29	264.0	268.8	1686	3.32E-29	256.9	261.4
	HWGAM	2569.9	7.40E-29	267.44	272.0	2283	9.75E-29	264.7	269.5	1740	1.00E-28	257.4	262.0
	LAWGAM	2527.1	1.22E-28	266.93	271.4	2242	2.82E-28	264.2	268.9	1696	1.01E-27	257.0	261.5
	CWGAM	2544.2	2.39E-28	266.99	271.4	2284	1.19E-28	265.6	268.9	1688	8.09E-28	258.2	261.6
	نلاحظ عند نسبة تلوith 50% وحجم عينة 50 ان افضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة بويجينز (DWGAM) رغم ان معيار BIC كانت قيمته اصغر لمقري LAWGAM ومقدر CWGAM لكن قيمة بقية المعايير هي الاصغر لمقدر DWGAM مقارنة ببقية تقديرات التقليل المويجي												
	GAM	2378.5	4.48E-28	1592.8	1605.	2498	5.19E-28	1600.	1612.	1651	1.26E-27	1537.	1550.
	DWGAM	2456.8	9.77E-29	799.17	807.8	2531	8.09E-29	801.4	810.0	1619	1.04E-29	771.0	780.2
	HWGAM	2411.5	1.51E-28	797.79	806.7	2530	8.57E-29	801.7	810.3	1729	6.32E-28	771.2	780.2
	LAWGAM	2442.8	4.97E-28	798.76	807.9	2530	8.17E-29	801.5	810.2	1721	2.33E-28	771.6	780.3
150	CWGAM	2435.7	1.83E-28	798.56	807.5	2530	1.35E-28	801.5	810.1	1716	2.85E-29	771.3	780.9
	نلاحظ عند نسبة تلوith 150% وحجم عينة 150 ان افضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة بويجينز (DWGAM) رغم ان معيار GCV كانت قيمته اصغر لمقدر GAM ولكن قيمة هذا المعيار هو الاصغر لمقدر DWGAM مقارنة ببقية تقديرات التقليل المويجي												
	GAM	2481.0	2.51E-27	3187.1	3203.1	2138	2.50E-26	3152.	3169.	1692	1.02E-25	3078.1	3095
	DWGAM	2424.5	6.27E-28	1595.4	1606.8	2101	3.86E-28	1577	1587.2	1676	8.75E-28	1539.5	1550.6
	HWGAM	2428.8	1.86E-27	1595.1	1607.2	2106	4.95E-28	1578	1588.3	1683	6.49E-27	1540.3	1552.4
	LAWGAM	2428.5	4.65E-28	1595.6	1607.2	2115	1.58E-26	1596.9	1588.7	1677	1.60E-26	1539.9	1551.6
	CWGAM	2426.3	8.43E-28	1595.5	1607.1	2143	9.31E-28	1596.8	1588.6	1678	1.60E-26	1539.6	1551.6
	نلاحظ عند نسبة تلوith 300% وحجم عينة 300 عدم وضوح الأفضلية بين مقدرات التقليل المويجي ولكنها جميعاً افضل من تقدير GAM الاعتيادي												
	GAM	2481.0	2.51E-27	3187.1	3203.1	2138	2.50E-26	3152.	3169.	1692	1.02E-25	3078.1	3095
	DWGAM	2424.5	6.27E-28	1595.4	1606.8	2101	3.86E-28	1577	1587.2	1676	8.75E-28	1539.5	1550.6
300	HWGAM	2428.8	1.86E-27	1595.1	1607.2	2106	4.95E-28	1578	1588.3	1683	6.49E-27	1540.3	1552.4
	LAWGAM	2428.5	4.65E-28	1595.6	1607.2	2115	1.58E-26	1596.9	1588.7	1677	1.60E-26	1539.9	1551.6
	CWGAM	2426.3	8.43E-28	1595.5	1607.1	2143	9.31E-28	1596.8	1588.6	1678	1.60E-26	1539.6	1551.6
	نلاحظ عند نسبة تلوith 300% وحجم عينة 300 عدم وضوح الأفضلية بين مقدرات التقليل المويجي ولكنها جميعاً افضل من تقدير GAM الاعتيادي												
	GAM	2481.0	2.51E-27	3187.1	3203.1	2138	2.50E-26	3152.	3169.	1692	1.02E-25	3078.1	3095
	DWGAM	2424.5	6.27E-28	1595.4	1606.8	2101	3.86E-28	1577	1587.2	1676	8.75E-28	1539.5	1550.6
	HWGAM	2428.8	1.86E-27	1595.1	1607.2	2106	4.95E-28	1578	1588.3	1683	6.49E-27	1540.3	1552.4
	LAWGAM	2428.5	4.65E-28	1595.6	1607.2	2115	1.58E-26	1596.9	1588.7	1677	1.60E-26	1539.9	1551.6
	CWGAM	2426.3	8.43E-28	1595.5	1607.1	2143	9.31E-28	1596.8	1588.6	1678	1.60E-26	1539.6	1551.6
	نلاحظ عند نسبة تلوith 300% وحجم عينة 300 عدم وضوح الأفضلية بين مقدرات التقليل المويجي ولكنها جميعاً افضل من تقدير GAM الاعتيادي												

وخلصنا للجدول (1) فإن أسلوب التمهيد بدوال المويجه الصغيرة قد ساهمت في تحسين كفاءة مقدرات النموذج الجمعي المعمم الاعتيادي GAM

جدول (2) : يمثل تقدير GAM وتقدير WGAM للنموذج الاول وعند حالة تلوith X بتوزيع Laplace ونسب التلوith واحجام عينات مختلفة

معايير المقارنة		GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC
نسب التلويث		5%				15%				35%			
50	GAM	811.3	3.73E-20	7641.1	7648.4	809.5	9.09E-19	8088	8094	775.2	7.77E-25	8440.8	8447
	DWGAM	767.1	1.64E-23	3638.3	3651.0	702.3	2.02E-22	3812	3825	733.8	3.13E-26	4165.2	4176
	HWGAM	562.1	3.30E-23	3544.0	3057.0	742.2	1.68E-25	3232	3245	631.0	4.10E-25	4005.3	4018
	LWGAM	704.9	9.18E-20	3507.9	3520.6	783.3	2.25E-21	3674	3687	711.1	1.89E-25	4121.6	4133
	CWGAM	551.6	6.19E-24	3402.9	3015.5	792.1	1.34E-20	3534	3547	788.1	2.17E-25	4111.8	4123
	نلاحظ عند نسبة تلويث 5% وحجم عينة 50 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن DWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 15% وحجم عينة 50 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن DWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 35% وحجم عينة 50 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن DWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				
	GAM	763.1	6.18E-20	23483	23495	771.0	5.22E-24	24921	24932	792.5	4.10E-28	25328	25340
	DWGAM	719.2	4.60E-22	11124	11150	762.7	4.04E-25	12297	12321	786.2	7.01E-26	12579	12601
	HWGAM	614.4	4.70E-24	9408.4	9433.4	755.9	4.53E-25	11982	12007	741.1	6.00E-26	12129	12453
	LWGAM	738.1	1.91E-21	10702	10727	766.2	1.82E-25	12220	12244	772.3	5.14E-26	12545	12567
CWGAM	747.6	4.31E-22	10324	10349	766.2	4.13E-25	12196	12221	761.4	2.18E-26	12533	12554	
150	نلاحظ عند نسبة تلويث 5% وحجم عينة 150 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن DWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 15% وحجم عينة 150 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 35% وحجم عينة 150 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				
	GAM	774.3	4.39E-21	49416	49430	814.9	8.51E-28	51848	51862	802.4	7.58E-28	53253	53267
	DWGAM	762.1	2.76E-24	24128	24161	812.9	1.83E-25	25744	25775	796.9	4.64E-26	26518	26547
	HWGAM	732.4	4.43E-24	22965	22998	812.3	7.48E-26	25512	25544	781.5	7.09E-26	26380	26411
	LWGAM	751.4	1.03E-23	23946	23979	812.6	1.11E-25	25636	25668	795.4	3.42E-26	26461	26490
	CWGAM	737.0	3.34E-24	23801	23834	812.4	8.30E-26	25611	25642	794.9	4.25E-26	26432	26461
	نلاحظ عند نسبة تلويث 5% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن DWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 15% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				نلاحظ عند نسبة تلويث 35% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل الموجبي				
	GAM	774.3	4.39E-21	49416	49430	814.9	8.51E-28	51848	51862	802.4	7.58E-28	53253	53267
	DWGAM	762.1	2.76E-24	24128	24161	812.9	1.83E-25	25744	25775	796.9	4.64E-26	26518	26547
	HWGAM	732.4	4.43E-24	22965	22998	812.3	7.48E-26	25512	25544	781.5	7.09E-26	26380	26411
LWGAM	751.4	1.03E-23	23946	23979	812.6	1.11E-25	25636	25668	795.4	3.42E-26	26461	26490	
CWGAM	737.0	3.34E-24	23801	23834	812.4	8.30E-26	25611	25642	794.9	4.25E-26	26432	26461	

جدول (3) : يمثل تقدير GAM وتقدير WGAM للنموذج الثاني وعند حالة تلويث y بتوزيع Exp. وبنسب تلويث واحجام عينات مختلفة

معايير المقارنة		GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC	
نسب التلوث		5%				15%				35%				
نقاط مغير الاستجابة Y بتوزيع (Exp)	50	GAM	2689.9	2.62E-27	531.7	538.7	2439	3.50E-27	527.9	535.2	1859	8.43E-27	511.9	519.3
		DWGAM	2440.7	1.83E-28	266.1	270.8	2334	2.89E-28	265.1	269.6	1766	1.71E-29	257.0	261.7
		HWGAM	2518.3	2.94E-28	267.2	271.7	2317	1.55E-28	264.8	269.4	1777	3.26E-28	256.9	261.8
		LWGAM	2447.4	1.49E-28	266.4	271.0	2342	1.46E-28	265.2	269.7	1783	6.49E-29	257.3	261.9
		CWGAM	2457.4	5.63E-28	266.3	270.9	2335	3.18E-28	265.1	269.6	1767	9.79E-28	256.9	261.9
	150	GAM	2408.9	4.50E-27	1594.	1606.	2286	2.69E-27	1582.	1593.	1875	2.33E-27	1539	1551
		DWGAM	2402.1	4.70E-29	797.6	805.9	2269	1.12E-28	792.9	801.1	1703	5.78E-28	771.0	779.9
		HWGAM	2414.1	1.54E-28	798.0	806.3	2262	8.74E-29	792.8	801.7	1702	1.35E-28	771.2	780.0
		LWGAM	2397.0	3.04E-28	797.7	806.3	2273	2.24E-28	793.0	802.5	1705	2.65E-28	771.2	780.5
		CWGAM	2397.6	1.76E-28	797.8	806.9	2278	3.28E-28	793.1	802.2	1704	2.74E-28	771.2	780.2
	300	GAM	2381.4	2.18E-26	3184	3199	2390	4.49E-26	3159.	3172	1696	2.74E-25	3078.	3096
		DWGAM	2419.2	1.42E-27	1595	1606	2201	2.59E-27	1580.1	1591	1699	9.55E-28	1541	1552
		HWGAM	2400.1	7.99E-28	1594	1605	2201	2.41E-27	1580.2	1592	1683	4.55E-27	1539	1552
		LWGAM	2418.2	4.88E-27	1595	1607	2297	3.20E-28	1580.5	1593	1691	8.68E-28	1540	1553
		CWGAM	2425.8	8.60E-28	1595	1606	2291	5.95E-28	1580.4	1592	1688	3.84E-27	1540	1553
	نلاحظ عند نسبة تلويث 5% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM)						نلاحظ عند نسبة تلويث 15% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن (LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج لمقترن (DWGAM) هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل المويجي				نلاحظ عند نسبة تلويث 35% وحجم عينة 300 أن أفضل طريقة كانت أسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) معيار Con. لمقترن (LWGAM) كان أصغر ولكن بقية النتائج لمقترن (DWGAM) هي الأفضل مقارنة ببقية تقديرات التقليل المويجي			

جدول (4) : يمثل تقدير GAM وتقدير WGAM للنموذج الثاني وعند حالة تلويث X بتوزيع t(7) وبنسب التلويث واحجام عينات مختلفة

معايير المقارنة	GCV	Con.	AIC	BIC	5%				15%				35%			
					GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC	GCV	Con.	AIC	BIC
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	50	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.		
		DWGAM	2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4		
		HWGAM	2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2		
		LWGAM	2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0		
		CWGAM	2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2		
	150	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.		
		DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4		
		HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2		
		LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0		
		CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801	810.2		
	300	GAM	2687.7	4.74E-23	31980	3212.	2498.8	3.33E-28	3194.	3207.	2511	4.13E-27	3201	3215.		
		DWGAM	2552.4	1.69E-24	1603.2	1614	2474.6	1.89E-28	1598	1609	2507	1.85E-28	1603	1613.4		
		HWGAM	2526.5	1.50E-26	1601.7	1613	2460.1	3.48E-28	1597	1608	2500	5.56E-29	1602	1613		
		LWGAM	2551.4	3.32E-24	1603.1	1614	2473.3	2.34E-28	1598	1609	2502	1.74E-28	1603	1613.1		
		CWGAM	2552.7	6.45E-24	1603.2	1614	2470.2	3.60E-28	1598	1609	2507	1.63E-28	1603	1613.7		
	نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.		
DWGAM		2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4			
HWGAM		2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2			
LWGAM		2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0			
CWGAM		2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.			
	DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0			
	CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2687.7	4.74E-23	31980	3212.	2498.8	3.33E-28	3194.	3207.	2511	4.13E-27	3201	3215.			
	DWGAM	2552.4	1.69E-24	1603.2	1614	2474.6	1.89E-28	1598	1609	2507	1.85E-28	1603	1613.4			
	HWGAM	2526.5	1.50E-26	1601.7	1613	2460.1	3.48E-28	1597	1608	2500	5.56E-29	1602	1613			
	LWGAM	2551.4	3.32E-24	1603.1	1614	2473.3	2.34E-28	1598	1609	2502	1.74E-28	1603	1613.1			
	CWGAM	2552.7	6.45E-24	1603.2	1614	2470.2	3.60E-28	1598	1609	2507	1.63E-28	1603	1613.7			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.			
	DWGAM	2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0			
	CWGAM	2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.			
	DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0			
	CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2687.7	4.74E-23	31980	3212.	2498.8	3.33E-28	3194.	3207.	2511	4.13E-27	3201	3215.			
	DWGAM	2552.4	1.69E-24	1603.2	1614	2474.6	1.89E-28	1598	1609	2507	1.85E-28	1603	1613.4			
	HWGAM	2526.5	1.50E-26	1601.7	1613	2460.1	3.48E-28	1597	1608	2500	5.56E-29	1602	1613			
	LWGAM	2551.4	3.32E-24	1603.1	1614	2473.3	2.34E-28	1598	1609	2502	1.74E-28	1603	1613.1			
	CWGAM	2552.7	6.45E-24	1603.2	1614	2470.2	3.60E-28	1598	1609	2507	1.63E-28	1603	1613.7			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.			
	DWGAM	2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0			
	CWGAM	2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.			
	DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0			
	CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2687.7	4.74E-23	31980	3212.	2498.8	3.33E-28	3194.	3207.	2511	4.13E-27	3201	3215.			
	DWGAM	2552.4	1.69E-24	1603.2	1614	2474.6	1.89E-28	1598	1609	2507	1.85E-28	1603	1613.4			
	HWGAM	2526.5	1.50E-26	1601.7	1613	2460.1	3.48E-28	1597	1608	2500	5.56E-29	1602	1613			
	LWGAM	2551.4	3.32E-24	1603.1	1614	2473.3	2.34E-28	1598	1609	2502	1.74E-28	1603	1613.1			
	CWGAM	2552.7	6.45E-24	1603.2	1614	2470.2	3.60E-28	1598	1609	2507	1.63E-28	1603	1613.7			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.			
	DWGAM	2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0			
	CWGAM	2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.			
	DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0			
	CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2687.7	4.74E-23	31980	3212.	2498.8	3.33E-28	3194.	3207.	2511	4.13E-27	3201	3215.			
	DWGAM	2552.4	1.69E-24	1603.2	1614	2474.6	1.89E-28	1598	1609	2507	1.85E-28	1603	1613.4			
	HWGAM	2526.5	1.50E-26	1601.7	1613	2460.1	3.48E-28	1597	1608	2500	5.56E-29	1602	1613			
	LWGAM	2551.4	3.32E-24	1603.1	1614	2473.3	2.34E-28	1598	1609	2502	1.74E-28	1603	1613.1			
	CWGAM	2552.7	6.45E-24	1603.2	1614	2470.2	3.60E-28	1598	1609	2507	1.63E-28	1603	1613.7			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2681.0	3.19E-26	535.50	542.7	2771.7	2.96E-27	535.0	542.2	2577	4.76E-27	1598	1610.			
	DWGAM	2598.7	3.04E-28	267.58	272.3	2707.4	8.09E-28	268.5	273.3	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2690.4	3.96E-28	268.89	273.4	2736.3	3.72E-29	268.9	273.3	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2632.8	7.56E-28	268.22	272.7	2796.1	1.60E-27	268.6	273.0	2539	4.95E-28	801.8	810.0			
	CWGAM	2635.4	4.35E-28	268.31	272.8	2765.8	1.13E-27	268.2	272.7	2538	3.35E-28	801.9	810.2			
نماذج التلويث المسبق X بتوزيع t(7)	GAM	2762.2	4.46E-27	1603.6	1615.	2670.1	5.64E-28	1598.	1610	2677	4.76E-28	1598	1610.			
	DWGAM	2611.3	7.95E-27	803.65	812.6	2506.5	3.89E-28	800.8	809.9	2537	1.22E-28	801	810.4			
	HWGAM	2628.4	5.27E-28	804.05	812.6	2504.0	7.45E-28	800.8	809.6	2518	4.02E-28	800	809.2			
	LWGAM	2613.3	1.11E-27	803.72	812.7	2510.2	2.95E-28	800.9	809.9	2539	4.95E-28	801	810.0			
	CWGAM	2634.0	1.35E-27	803.79	812.7	2511.6	9.12E-28	800.9	810.1	2538	3.35E-28	801				

جمع البيانات

طبقت هذه الدراسة على بيانات حقيقية تم جمعها من مستشفى ابن سينا التعليمي (مركز الوفاء التخصصي لأمراض السكري والغدد الصم استشارية قصار القامة) لمحافظة نينوى-2019 ، على حالات مصابة بقصر القامة ، وقد تم في هذا البحث جمع بيانات لـ 150 من الأشخاص المصابين بهذا المرض وهي عينة بحجم مناسب جداً لنموذج بتسعة متغيرات فقط (تجمع أغلب البحوث أن حجم العينة الملائم لتقدير نماذج الانحدار هو أن يكون عشرة أضعاف عدد المتغيرات المستقلة على الأقل) حيث أن هذا العدد هو حوالي 17 ضعف عدد المتغيرات، وبعد مراجعة مجموعة من الأطباء الاختصاصيين تم اختيار تسعة متغيرات توضيحية ومتغير استجابة واحد (الطول) حيث بين الأطباء الاختصاصيون في مستشفى ابن سينا التعليمي والذين تمت استشارتهم أنها العوامل الرئيسية التي تؤثر على الإصابة بهذا المرض وكما هي موضحة بالجدول رقم (6) :-

جدول رقم (6) : يوضح متغيرات الدراسة

y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
الطول	العمر	الوزن	حساسية الحنطة	هرمون الغدة الدرقية	فحص هرمون النمو قبل التحفيز	فحص هرمون النمو بعد التحفيز	فحص لسكري	فحص اليوريا	فحص الكرياتينين

اختبار التوزيع الطبيعي (Normality Test)

تم اختبار التوزيع الطبيعي باستخدام اختبار كولموكوروف سميرونوف وكذلك من رسم الاحتمال الطبيعي:

1- اختبار Kolmogorov-Smirnov ويعد من أهم اختبارات التوزيع الطبيعي ويسمى أحياناً باختبار حسن المطابقة، كما موضح بالجدول (7)، حيث أن فرضيتي الاختبار هي:

H_0 : عدم وجود مشكلة للتوزيع الطبيعي (البيانات تتبع التوزيع الطبيعي)

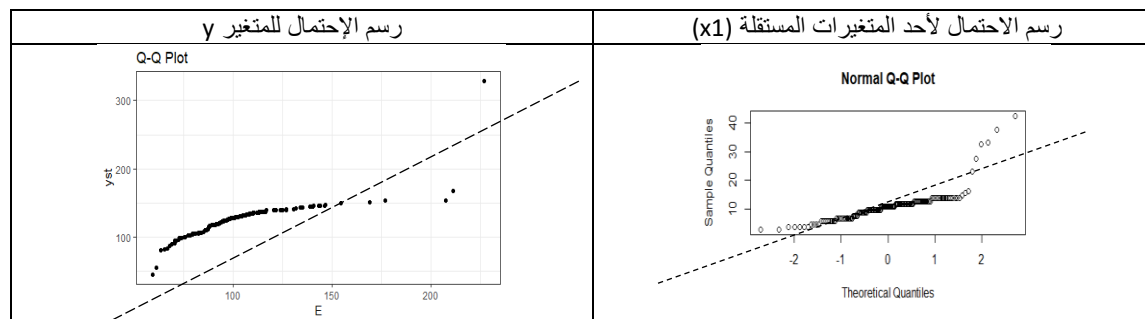
H_1 : وجود مشكلة للتوزيع الطبيعي (البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي)

الجدول (7): جدول اختبار Kolmogorov-Smirnov

Statistic (D)	N	p-value
0.23111	150	1.091e-06

وبما ان قيمة p-value تساوي (1.091e-06) هي اقل من مستوى المعنوية 0.05 فان البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي .

2- رسم الاحتمال الطبيعي Q-Q plot لمتغير الإستجابة وأحد المتغيرات المستقلة (البقية كانوا على نفس الشاكلة)، ويوضح الشكل (1) يوضح ان البيانات لدينا لا تتوزع وفق التوزيع الطبيعي.



الشكل (1) : يوضح مخطط Q-Q plot لمتغير الإستجابة y وأحد المتغيرات المستقلة

تقدير النموذج الجمعي المعمم المقترح (WGAM)

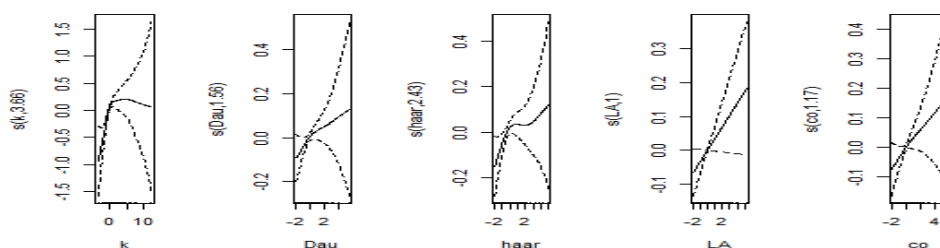
تم تطبيق الخوارزمية المقترحة لتقدير النموذج الجمعي المعمم بالمهد بالتقليص الموجي (الموجة الصغيرة) WGAM وحسب الخطوات الآتية:

- 1- البدء بإعطاء قيم أولية للدالة $m_i = m_i^0 = 0$, $i = 1, 2, \dots, p$
- 2- إيجاد المصفوفتين Q و R كما في المعادلتين (1) و (2) على التوالي لكل j^{th} من المتغيرات التوضيحية ، ومن ثم إيجاد مصفوفة الجزء التريغية $K = QR^{-1}Q'$.
- 3- إيجاد المعلمة التمهيدية λ بالأسلوب الآلي بالاعتماد على المعيار الشرعي المعمم GCV والمشار إليه في المعادلة (9) ، ومن ثم حساب مصفوفة التمهيد S وكما تم توضيحه تحت المعادلة (2) .
- 4- تحديث تقديرات m^{new} وذلك بإعادة أو تكرار عملية التمهيد للبواقي الجزئية.
- 5- تقدير النموذج التجميعي المعمم المقترح المستند إلى التقليل المويجي WGAM باستخدام أربع أنواع من دوال الموجة الأكثر شيوعاً (Daubechies, Haar, Least Asymmetric, Coiflets) وباستخدام قطع العتبة الناعم ومقارنتها مع GAM الاعتيادية ، والنتائج موضحة في الجدول (8) لأربعة مقدرات مقترحة (DWGAM, HWGAM, LAWGAM, CWGAM) :-

جدول رقم (8) : يوضح نتائج تقدير GAM الاعتيادي و WGAM

معايير المقارنة		GCV	Concurvity	AIC	BIC
GAM		0.8318	0.026306	399.9243	416.9655
Wavelet Estimators (WGAM)	Daubechies (DWGAM)	0.9076	2.33E-05	207.4834	215.7273
	Haar (HWGAM)	1.0710	0.00119	219.8305	230.0873
	Least Asymmetric (LAWGAM)	0.975	1.29E-26	212.9603	219.9128
	Coiflets (CWGAM)	0.7772	1.18E-08	204.9526	212.2963

من ملاحظة الجدول (8) وباستخدام البيانات الحقيقية نجد ان هناك انخفاضاً في قيم معايير الكفاءة (GCV, BIC, AIC, Con.,) عند تقدير النموذج الجمعي المعمم وفق تقنية التقليل المويجي المقترحة WGAM مقارنة بالنموذج الجمعي المعمم الاعتيادي GAM. كما اظهر المرشح Coiflets (CWGAM) تفوقاً واضحاً على باقي المرشحات وذلك من خلال انخفاض قيم المعايير (GCV, Con., AIC, BIC) مقارنة بباقي المقدرات الممهدة، وعليه وبالمجمل فإن المقدرات المقترحة تمتلك كفاءة عالية مقارنة بمقدر GAM (كفاءتها حوالي ضعف كفاءة GAM) وخاصة مقدر CWGAM والذي سجل أصغر قيمة مقارنة بالقيم المقترحة الثلاثة الأخرى فضلاً عن المقدر GAM قيمة منخفضة لمؤشر الإعتدال غير الخطي (Concurvity) للسبب المذكور آنفاً. والشكل (2) يوضح رسم النموذج الجمعي المعمم GAM الاعتيادي ونماذج WGAM المقترحة.



شكل (2): يوضح رسم الـ GAM الاعتيادي و WGAM

ويلاحظ من الشكل (2) الذي يسمى رسم دالة الصفحة Spline Function Plot المحور X يحوي على قيم المتغيرات التوضيحية، بينما يحتوي المحور Y على قيم متغير الاستجابة ، ويشير الرقم في المحور Y الى الدرجات الحرة الفعالة للمتغيرات التوضيحية ، وان الشكل K يمثل رسم النموذج GAM الاعتيادي ، اما باقي الاشكال فتشير الى رسم النموذج GAM بدوال التقليل المويجي الأربعة. ويرجع السبب في الاشكال المتعرجة (المكسورة) للمتغيرات التوضيحية الى الخطوط التمهيدية التي تصوغ النماذج اللاخطية في البيانات ، اي رسم كل دالة انحدار جزئي بشكل منفصل وهذه احد مزايا نموذج الانحدار الجمعي ، حيث يقلل من مشكلة الانحدارات متعددة الابعاد ، وتوفر هذه الخطوط نقطة سماح بنسبة 95% حول النموذج الموفق ومن ملاحظتنا للرسم نجد أن طريقة CWGAM كانت الأكثر تمهيداً حيث نلاحظ ان الحدود في دوال الموجة اقتربت من الصفر ونلاحظ ان رسم k ابتدا تقريباً من 0.5_ اما رسم دوال الموجة فقد اقتربت من الصفر ابتدا من -0.2 و 0.1 تقريباً.

الاستنتاجات :

يمكن ادراج الاستنتاجات الخاصة بالبحث على ضوء نتائج التحليل :

- 1- ان استخدام نموذج GAM الاعتيادي يمثل طريقة مرنة للغاية لمشكلة البيانات ، بالإضافة الى انها لا تحتاج الى تحديد اولي لشكل العلاقة بين المتغيرات التوضيحية ومتغير الاستجابة ولكنها تنهار عندما تكون البيانات ملوثة.
- 2- عند تقدير النموذج الجمعي المعمم وفق اسلوب تقليص الموجة المقترحة (WGAM) باستخدام البيانات الحقيقية فقد اعطت مرشحات تقليص الموجة افضل النتائج مقارنة بطريقة GAM الاعتيادية حيث ساعدت ممهدات التقليص الموجي على تمهيد البيانات وذلك من خلال الحصول على اقل القيم لمعايير الكفاءة (أي كفاءة أعلى)، وظهرت الموجة Coiflets تقوفاً على باقي الموجات الاخرى .
- في حالة استخدام اسلوب المحاكاة وعند استخدام النموذج الاول والثاني وتلويث البيانات بالتوزيعات (Exp. dist. , Laplace dist. , (t)) بنسب (5% , 15% , 35%) وبأحجام عينة (50 , 150 , 300) لوحظ ايضاً ان أسلوب التمهيد بدالة دوبيجيز (DWGAM) وأسلوب التمهيد بدالة هار (HWGAM) كان لهما الأداء الأفضل مقارنة ببقية الطرق لسيناريوهات المحاكاة التي تم تناولها.

Reference

- 1- Amodio, S. ; Aria, M ; and D'Ambrosio, A, (2015), "On Concurvity in nonlinear and nonparametric models", STATISTICA, vol. 74, no.1 , pp. 85-98.
- 2- Augustin , N. H. H. , Sauleau , E. j A. , & Wood S. N. ,(2012) , " On Quantile Quantile Plots for Generalized Linear Models" , Computational Statistics & Data Analysis 56 , 2404-2409 .
- 3- B. Mphan Kumar , R. Vidhya Lavanya , (2011) , " Signal Denoising with Soft Threshold By Using Chui-Lian (CL) Multiwavelet " , International Journal of Electronics & Communication Technology IJECT Vol . 2 , Issue 1 , pp 38-42 .
- 4- Buja , A. , Hastie,T.J. and Tibshirani , R.J. ,(1989) , "Linear Smoothing and Addition Models" , Annass of Statistic , Vol.17,PP.453-555 .
- 5- Crowley . P. & Maraum . p. & Mayes , P. , (2006) " How hard is the euro core ? an evaluation of growth cycles using wavelet analysis " , Bank of Finland Research .
- 6- Donoho , L.D , Johnstone , M.I. , (1994) , " Ideal Spatial adaptation by wavelet Shrinkage " Biometrika , 81 , 3 , pp . 425-550 .
- 7- Friedman , J.H.,(1999)," Multivariat Adaptive Regression Spline" , The Annals of Statitics , Vol.19,No.1,pp 1-141.
- 8- Green,O.J. and Silverman, B.W.,(1994) , "Nonparametric Regression and Generalized Linear Models :ARoughness Penalty Approach " , Chapman and Hall , London .
- 9- He , Shui , (2004) , "Generalized Additive Models for Data With Concurvity: Statistical Issus and a novel model Fitting Approach " , School of Public Health Library , University of Pittsburgh .
- 10- Li,Y. and Ruppert , D. (2008) ,"On the asymptotic of Penalized Splines" , Biometricka , 95,415-436 .
- 11- Rajeev Aggarwal, Jai Karan Singh,and Other , (2011) , "Noise Reducation of Speech Signal Using Wavelet Transform with Modified Universal Threshold " International Journal of Computer Application , Volume 20, No.5 , P14-19.
- 12- Ruppert , D. , Wand , M.P. ,and Carroll,R.J. (2003) , " Semmiparametric Regression" Cambrdge Univeristy Press , New York .
- 13- Zitong , Z . , & Qawik.T , (2016) , "Choosing Wavelet Method , Filter , and Length for Function Brain Network Construction " , Jornal List , Plos one ,V.11(6) .

Some Wavelet Filters To Estimate Non-Parametric GAM Models With Application And Simulation

Alaa Abdel Sattar Daoud Hamoudat & Bashar Abdel Aziz Al-Talib
College of Computer Science and Mathematics, University of Mosul

Abstract: In this paper, the problem of the unknown probabilistic distribution of data and employing the method of estimating the Non-parametric Generalized Additive Models (GAM) based on smoothing splines as smoothers, and dealing with this case by using an iterative approach. The Wavelet Shrinkage technique was used and relied upon to estimate the Wavelet Generalized Additive Models (WGAM) regression model, which was proposed to be used as a data smoothers through the use of some wavelets as filters in the calculation of the discrete wavelet transformation, and some statistical criteria were used to compare the estimation methods. This done through the use of simulation and analysis of real data as well, the efficiency of the proposed methods was tested on data collected from Ibn Sina Teaching Hospital, on cases of short stature, and wavelet shrinkage smoothers gave the best results compared to the usual GAM method and the wavelet helped on smoothing data, by obtaining the most efficient results.

Keyword: Generalized additive model estimation method, nonparametric ,introductory, Use of wavelet reduction technique