المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (11) 2007
ص ص [194–214]

دراسة مقارنة بين طريقتي المربعات الصغرى والانحدار المكيف في نموذج الانحدار الخطي

صفوان ناظم راشد*

المستخلص

في هذا البحث تم الاعتماد على معياري متوسط مربعات الخطـــأ (MSE) ومتوسط الخطأ التنبؤيين (MSFE) للمقارنة بين مقدرات نموذج الانحدار المكيف ($\hat{\beta}_{ARM}$)ومقدرات المربعات الصغرى الاعتياديـــة ($\hat{\beta}_{OLS}$) والعامـــة ($\hat{\beta}_{GLS}$) لبيانات مولدة عشوائياً ، إذ تم التوصل إلى أن مقدرات النموذج المكيف اكثر دقـــة وكفاءة من مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية والعامة وذلك لامتلاكها متوســـط مربعات خطأ اقل منهما.

Comparison Study Between Two Ways Least Squares and Adaptive Regression In Regression linear model

ABSTRACT

In this research, we use on (**MSE**) and (**MSFE**) two criterions to compare between the estimators of Adaptive Regression model and the estimators of Ordinary and General Least Squares, we found that, Adaptive Regression estimator is the best by comparing with estimators because minimum mean square error.

* مدرس مساعد ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات – قسم الاحصاء

تاريخ التسلم : 28/ 8/ 2006 ـــــــــــ تاريخ القبول : 18/ 10/ 2006

المقدمة :

هنالك عدة أساليب إحصائية يمكن الاعتماد عليها في بناء التخطيط السليم، ومن بين هذه الأساليب أسلوب تحليل الانحدار، إذ يتميز هــذا الأســلوب بوصــفه للعلاقة بين متغيرات الظاهرة المدروسة بهيئة تركيبة خطيــة أو لاخطيــة تــدعى معادلة الانحدار أو نموذج الانحدار .

تعتمد اغلب النماذج الاقتصادية على عنصر الزمن اذ يلاحظ عادة وجــود فترة زمنية بين حركة متغيرات الاستجابة (Response Variables) التي تستجيب للمتغيرات التوضيحية (Explained Variables)،أو تأثير المتغيرات التوضيحية التي حدثت في زمن سابق في متغير الاستجابة في الزمن الحالي ، فعندما تحتــوي النماذج على متغيرات قد تعتمد على متغيرات أخرى في نفس الفترة (لا يتغير مــع الزمن) عندئذ يطلق على هكذا نماذج النماذج الساكنة " Static Models"، أما إذا احتوت النماذج على متغيرات تعتمد على قيم ماضية لبعض المتغيرات عندئذ يطلق على هكذا نماذج النماذج الحركية " Dynamical Models".

يشتمل هذا البحث على جانبين ، الأول تمثل بالجانب النظري والذي تم فيه توضيح طرائق تقدير معلمات النموذج الخطــي باســتخدام طريقتــي المربعــات الصغرى الاعتيادية والعامة ، كذلك توضيح أسلوب تقدير معالم نموذج الانحــدار المكيف واعتماد بعض الحالات الخاصة فيه. أما الجانب الثــاني فتمثــل بالجانــب التجريبي الذي تم فيه استخدام نظامي " MATLAB AND MAPLE " لتوليــد البيانات وتقدير معلمات جميع النماذج المدروسة ومن ثم إيجاد متوســط مربعــات الخطأ لكل نموذج .

الجانب النظري:

1- طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) :

تعد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية من الطرائق المهمة والأكثر شيوعاً لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي وتمتاز بصفات أكثر فعالية من غيرها من الطرائق وبسهولة حساب تقدير معلماتها ومنطقية النتائج المستحصل عليها وسهولة فهم ميكانيكية عملها ، وتمتاز بان مقدراتها تمتلك اقل التباينات من بين كل الطرائق غير المتحيزة الاخرى في حال توافر فروض التحليل للنموذج الخطي المتمثلة بكون الخطأ هو متغير عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل قدره (0) وتباين قدره(σ_u^2) مما يعني أن الأخطاء غير مرتبطة ذاتياً، والثاني أن متغير الاستجابة(Y) هو متغير عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل قدره (μ) وتباين قدره (σ^2) ، فضلاً عن أن أعمدة مصفوفة المتغيرات التوضيحية (X) مستقلة خطياً (Linearly Independent) وان ($Rank(X)=P+1 < n$)[2]
ويمكن كتابة النموذج الخطي على النحو الاتي:

$$\mathbf{Y = X\beta + U} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث أن :

$\mathbf{Y}$: متجه متغير الاستجابة ذو بعد $(\mathbf{n\times1})$.

$\mathbf{X}$: مصفوفة المتغيرات التوضيحية ذات بعد $(\mathbf{n\times(p+1)})$.

β : متجه معلمات الانحدار ذو بعد $(\mathbf{(p+1)\times1})$.

$\mathbf{U}$: متجه الأخطاء العشوائية (حد الاضطراب) ذو بعد $(\mathbf{n\times1})$ حيث أن $E(U)=0$ ، وان $\mathbf{V(U) = \sigma_u^2 I_n}$.

P : تمثل عدد المتغيرات التوضيحية ، (n) تمثل حجم العينة .

وبما أن أسلوب المربعات الصغرى يستند الى مبدأ جعل مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية عن القيم التنبؤية اقل ما يمكن أي يجعل قيمة (e) اقل ما يمكن :

$$e = \sum_{i=1}^{n} u_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$$

لذا فانه وبعد سلسلة من العمليات التفاضلية البسيطة يتم الحصول على المعادلات الطبيعية ومن ثم عن طريق هذه المعادلات يتم أيجاد مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية كالاتي:

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left(X'X\right)^{-1} X'Y \qquad \text{.....................(2)}$$

2- طريقة المربعات الصغرى العامة (GLS):

يعد [Aitken (1935)] أول من استخدم هذه الطريقة وسميت هذه الطريقة باسمه (Aitken's generalized least squares) .

يعتمد مبدأ هذه الطريقة على تهيئة الحل الاعتيادي لمشكلة الارتباط الذاتي بين المتغيرات العشوائية (متغيرات حد الاضطراب) ، ويمكن تلخيص هذه الطريقة بالشكل الاتي[2] :-

بما أن هنالك ارتباطاً ذاتياً بين المتغيرات العشوائية لذلك فان :

$$E(UU') = \sigma_u^2 \ \Omega \qquad \text{.........................(3)}$$

حيث أن :

Ω : مصفوفة موجبة ومتماثلة (Positive and Symmetric).

وعندما يتبع المتغير العشوائي توزيع ماركوف (Markov Distribution) من الدرجة الأولى فان :

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-2} \\ & & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

حيث أن :

ρ : معامل الارتباط الذاتي بين المتغيرات العشوائية وله عدة صيغ وأهمها[1] :-

$$\rho = \frac{U_t \quad U_{t-1}}{\sigma_u^2} = \frac{U_t \quad U_{t-1}}{\sqrt{Var(U_t)} \quad \sqrt{Var(U_{t-1})}}$$

وبتعميم طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية بأسلوب يجعلها تأخذ بنظر الاعتبار الترابط أو التداخل بين المتغيرات العشوائية نجد أن صيغة مقدرات المربعات الصغرى العامة تأخذ الشكل التالي :

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1} X'\Omega^{-1} Y \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(4)$$

3- نماذج الانحدار المكيف : Adaptive Regression Models

يقوم نموذج الانحدار المكيف الذي قدمه (Thomas & Prescott,1973) [5] بدراسة تأثيرالتغيرات الهيكلية بمرور الزمن وان هذا النموذج مبني على أساس أن الأخطاء العشوائية في النموذج تأتي من مصدرين هما :

1-أخطاء مجموع أجزاء التغيرات المؤقتة العشوائية (وتتمثل بالخطأ العشوائي الاعتيادي (U)) .

2-أخطاء مجموع أجزاء التغيرات الحاصلة في المكونات الدائمية بمرور الزمن (وتتمثل بأخطاء المعلمات)

في هذا البحث سوف يتم افتراض وجود نموذج خطي متعدد بالشكل الاتي :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + U_i \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(5)$$

أن نموذج الانحدار المكيف يفترض أن معادلة الانحدار(5) تتغير بتغير الزمن مــع الأخذ بنظر اعتبار وجود الحالات الاتية :

أولاً :- إن معلمة القطع المحور العمودي تتعرض إلى تغيرات دائمية عشوائية مع الزمن وبالشكل الاتي :

$$\beta_{0,t+1} = \beta_{0,t} + V_t \quad ; \quad t = 1,2,......,T \qquad ....(6)$$

في هذه الحالة فان نموذج الانحدار المكيف سيأخذ الصيغة التالية :

$$Y_t = \beta_{0,t} + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \qquad ....(7)$$

حيث أن :

$\mathbf{Y_t}$: قيم متغير الاستجابة عند الزمن t .

$\mathbf{X_{1,t}, X_{2,t}}$: المتغيرات التوضيحية عند الزمن t .

$\mathbf{\beta_1, \beta_2}$: معلمتا الميل .

$\mathbf{(U_t, V_t)}$: متغيران مستقلان كل منهما له توزيع طبيعـــي بمعـــدل قـــدره (0) وبتباينين على التوالي :

$$Var(U_t) = (1-\varphi)\sigma^2$$
$$Var(V_t) = \varphi\ \sigma^2$$

إذ أن :

φ : معلمة تقع قيمتها ضمن الفترة $\mathbf{0} \le \varphi \le \mathbf{1}$ ، وأنها تقيس الأهميـــة النســـبية للتغيرات الدائمية والمؤقتة وأنها تتناسب طردياً مع التغيـــرات الدائميـــة وعنـــدما $\mathbf{(\varphi = 0)}$ فان كل التغيرات الحاصلة في النموذج هي تغيرات مؤقتة وفـــي هـــذه الحالة فان نموذج الانحدار المكيف سيختزل إلى نموذج انحدار خطي اعتيادي[6] .

ثانياً : إن معلمة الميل (β_1) تتعرض إلى تغيرات دائمية عشوائية وبالشكل الاتي :

$$\beta_{1,t+1} = \beta_{1,t} + V_t \quad ; \quad t = 1,2,\ldots\ldots,T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

في هذه الحالة فان نموذج الانحدار المكيف سيأخذ الصيغة الآتية :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_{1,t}X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

ثالثاً :-إن معلمة الميل (β_2) تتعرض الى تغيرات دائمية عشوائية وبالشكل الاتي :

$$\beta_{2,t+1} = \beta_{2,t} + V_t \quad ; \quad t = 1,2,\ldots\ldots,T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

وعليه تكون صيغة معادلة الانحدار المكيف لها على النحو الاتي :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_{2,t}X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

رابعاً :- تتعرض كل من معلمتي القطع والميل (β_0, β_1) إلى تغيرات دائمية عشوائية كما في المعادلتين (6) و(8)، وفي هذه الحالة فان نموذج الانحدار المكيف سيأخذ الصيغة الاتية :

$$Y_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \quad \ldots\ldots\ldots(12)$$

خامساً:- تتعرض أيضاً كل من معلمتي المقطع والميل (β_0, β_2) إلى تغيرات دائمية عشوائية كما في المعادلتين (6) و(10)، ليصبح نموذج الانحدار المكيف لها بالشكل الاتي :

$$Y_t = \beta_{0,t} + \beta_1 X_{1,t} + \beta_{2,t}X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

سادساً :-تغيرات الدائمي العشوائي لمعلمتي الميل (β_1, β_2) وفق المعادلتين (8)و(10) ليأخذ نموذج الانحدار المكيف الصيغة الاتية :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_{1,t}X_{1,t} + \beta_{2,t}X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

سابعاً :- التغيرات الدائمية العشوائية لجميع معلمات النمـوذج المـدروس وفـق المعادلات (6)و(8)و(10) وفي هذه الحالة سوف يأخذ نموذج الانحـدار المكيـف الصيغة الاتية :

$$\mathbf{Y_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} X_{1,t} + \beta_{2,t} X_{2,t} + U_t - \sum_{t=1}^{T} V_t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

3‾1 – تقدير معلمات نموذج الانحدار المكيف .

لغرض تقدير معلمات نمـوذج الانحـدار المكيـف سـوف يـتم اتبـاع أسلوب بيز (Bayes Method) [3] وبالشكل الاتي :

بما أن :-

$Y'_t = [y_1, y_2, \ldots\ldots, y_T]$: متجـه المشـاهدات لمتغيـر الاسـتجابة ذي بعـد $\mathbf{(1 \times T)}$.

$\beta' = [\beta_0 \ , \ \beta_1]$: متجه أفقي للمعلمات المجهولة ذي بعد $\mathbf{(1 \times K)}$.

$\underline{\mathbf{X}}$: متجه المتغيرات التوضيحية بأبعاد $\mathbf{(T \times P + 1)}$. بحيث أن

$\mathbf{\forall\, t = 1,2,3,\ldots, T \qquad X_{0,t} = 1}$.

$\mathbf{U_t \,, V_t}$: متجهان عموديان مستقلان يمـثلان الأخطـاء العشـوائية المؤقتـة والدائمية على التوالي وهما ذوا رتبة $\mathbf{(T \times 1)}$.

ولنفرض أن $\mathbf{(R, Q_\varphi)}$ مصفوفتان بأبعاد$\mathbf{(T \times T)}$ ومعرفتان بالشكل الاتي[4] :

$$\left.\begin{array}{ll} Q_\varphi = (1-\varphi)\ I + \varphi\ R & \\ R = r_{ij} = \min[T - i + 1 \ , T - j + 1] & ; \quad (i\,, j = 1,2,\ldots\ldots, T) \\ & ; \quad (T = 1,2,3,\ldots\ldots\ldots) \end{array}\right\} (15)$$

إذ أن : (I) مصفوفة أحادية (Identity Matrix) ذات بعد $\mathbf{(T \times T)}$.

في المرحلة الأولى ولغرض تقدير معلمات النموذج يجب تحديد التوزيـــع الاحتمالي (دالة الإمكان (Likelihood function)) لمتغير الاستجابة الذي مـــن الممكن تحديده عن طريق معرفة التوزيع الاحتمالي للأخطاء العشوائية والمعـــرف مسبقا ، لذا يمكننا معرفة التوزيع الاحتمالي لمتغير الاستجابة وهو توزيع طبيعـــي بمعدل قدره **$(X\beta)$** وتباين قدره **$(\sigma^2 Q_\varphi)$** أي أن :

$$Y \sim N(X\beta, \sigma^2 Q_\varphi)$$

وأن دالة الإمكان لمتغير الاستجابة[7] هي :

$$P(Y \mid \beta, \sigma^2, X, \varphi) = \frac{\left|Q_\varphi\right|^{-1/2}}{\left(\sigma^2\right)^{T/2}} \; e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\delta_\varphi + \left(\beta-\beta_\varphi\right)' X' Q_\varphi^{-1} X \left(\beta-\beta_\varphi\right)\right]} \quad ..(16)$$

حيث أن :

$$\beta_\varphi = \left(X' Q_\varphi X\right)^{-1} X' Q_\varphi^{-1} Y$$

$$\delta_\varphi = \left(Y - X\beta_\varphi\right)' Q_\varphi^{-1} \left(Y - X\beta_\varphi\right)$$

أما فيما يخص التوزيع الاحتمالي الأولـــي(Prior Probability Distribution) لمعلمات النموذج فسوف يتم استخدام التوزيع الاحتمالي الأولـــي ذي المعلومـــات القليلة (Standard non-information Prior Probability Distribution) وكالاتي:

عندما تكون المعلومات المتوافرة عن المعلمـــات **(σ, β, φ)** قليلـــة جـــدا فيـــتم استخدام أسلوب (Jeffery) بحيث أن لكل معلمة توزيعاً احتماليـــاً ســـابقاً (أوليـــاً) وبالشكل الاتي:

$$\begin{aligned} &p(\beta)\ \alpha\ \text{constant} && -\infty < \beta < \infty \\ &p(\sigma^2)\ \alpha\ 1/\sigma^2 && 0 < \sigma^2 < \infty \\ &p(\varphi)\ \alpha\ d_\varphi && 0 \le \varphi \le 1 \end{aligned}$$

حيث أن :

d_φ : عرض الفترة المراد إيجاد التكامل لها .

وبهذا يكون التوزيع الاحتمالي الأولي المشترك كالأتي :

$$P(\beta, \varphi, \sigma^2)\ \alpha\ 1/\sigma^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

ولغرض الحصول على التوزيع اللاحق للمعلمات يـــتم دمـــج (اســـتخدام صـــيغة بيزالعكسية) دالة الإمكان (16) مع التوزيع الاحتمالي الأولي المشترك (17) التالي:

$$P(\beta, \sigma^2, \varphi \mid Y) = \frac{\left|Q_\varphi\right|^{-1/2}}{\left(\sigma^2\right)^{T/2}}\ e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\delta_\varphi + (\beta-\beta_\varphi)' X' Q_\varphi^{-1} X (\beta-\beta_\varphi)\right]} \qquad (18)$$

ولكي يتم الحصول على توزيع اللاحق الهامشي لكل معلمة فان ذلك يعتمـــد علـــى تحديد فيما إذا كانت (σ^2) معلومة أم غير معلومة اي متغير عشوائي له توزيع . وفي بحثنا هذا سوف يتم اخذ الحالة التي تكون فيها (σ^2) غير معلومة إذ انه عادة في الجانب العملي تكون غير معلومة ولإيجاد دالة الكثافة الاحتمالية الأولية(Prior Probability Distribution) واللاحقة الحدية (Marginal Posterior) لـــــ (β) فيتم إجراء التكامل للصيغة (18) بالنسبة إلى (σ^2) لنحصل على :

$$P(\beta, \varphi \mid Y)\ \alpha\ \left[1 + \frac{(\beta-\beta_\varphi)' X' Q_\varphi^{-1} X (\beta-\beta_\varphi)}{\delta_\varphi}\right]^{-\frac{T}{2}} \quad \ldots\ldots(19)$$

ولقيمة معينة وثابتة ومعروفة لــ **(φ)** يمكن الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة الشرطية(Conditional Posterior Probability Density Function) لــ **(β)**

$$\mathbf{P(\beta \mid \varphi, Y)\ \alpha\ \left[1+\frac{\left(\beta-\beta_{\varphi}\right)' X' Q_{\varphi}^{-1} X\left(\beta-\beta_{\varphi}\right)}{\delta_{\varphi}}\right]^{-\frac{T}{2}}} \quad \ldots(20)$$

أما فيما يخص دوال الكثافة الاحتمالية الحدية لــ **(φ)** فمن خلال إجراء التكامــل للصيغة (19) يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة لــ **(φ)** :

$$\mathbf{\beta(\varphi \mid Y)\ \ \alpha\ \ \left|Q_{\varphi}\right|^{-1/2}\left|(X'Q^{-1}X)^{-1}\right|^{1/2} S^{-\frac{1}{2}(T-K)}} \quad \ldots(21)$$

حيث أن :

$$\mathbf{S=\sqrt{\frac{\delta_{\varphi}}{T-K-1}}}$$

K : عدد معلمات النموذج .

الجانب التجريبي :

1- وصف النموذج ومحاكاته :

فـــي هـــذا البحـــث تـــم توليـــد البيانـــات عشـــوائيا باســـتخدام نظـــامي " MATLAB AND MAPLE " للنموذج الاتي[4] :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + U_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(21)$$

حيث ان :

$(X_{1,t}\ , X_{2,t})$: متغيرات توضيحية تم توليدها عشوائياً من التوزيـــع الطبيعـــي بمعدل قدره (0) وتباين قدره (16) وبعـــدد مشـــاهدات (n or t) قـــدره (3500) مشاهدة ، قسمت على شكل مجاميع سعة كل منها (100) مشاهدة لذا تكون لـــدينا (35) عينة .

U_t : متغير عشوائي (الخطا) او (حد الاضطراب)

2- **مرحلة تقدير المعلمات :**

تتم عملية تقدير المعالم للنموذج المدروس وفق تغير متناوب بين المعالم في الزمن وثبوت المعالم الأخرى أو التغير الكامل للمعالم مع زمن والجدول (1) يوضح قيم معلمات النموذج وبالطرائق الموضحة انفاً ، وبعد استكمال عملية تقديرالمعالم تـــتم المقارنة بين هذه النماذج من خلال معيـــار متوســـط مربعـــات الخطـــأ (MSE) والموضحة في الجدول (2) ومعيار متوسط الخطأ التنبؤية (MSFE) التي تمثـــل الفروق بين القيمة الحقيقية والقيمة التقديرية والموضحة في الجدول رقم (3) لإيجاد أفضل نموذج وحسب الصيغ الموضحة ادناه :

$$MSE(\hat{\beta}) = \frac{\sum_{i=1}^{K} (\hat{\beta} - \bar{\hat{\beta}})^2}{K}$$

K : عدد معلمات النموذج.

$$MSFE(Y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_{t+1} - \hat{Y}_{t+1})^2}{n}$$

n : عدد المشاهدات.

الجدول (1): يوضح معلمات النموذج المستخدم ولجميع الطرائق ولعدة قيم لـــ(φ)

الحالة الاولى عندما تتعرض (β_0)الى تغيرات دائمية عشوائية			معلمات النموذج	قيم المعلمة φ
ADR	GLS	OLS		

0.01	β_0	12.17498553	12.20070263	0.082513636
	β_1	0.50173084	0.37587313	0.49810855
	β_2	0.09485274	0.133831	0.035576065
0.25	β_0	-7.12179689	-6.99513211	0.451748924
	β_1	-0.44134896	0.1407049	8.34198E-07
	β_2	0.30980834	0.26030251	6.1929E-06
0.5	β_0	29.8793531	2.25306983	0.451385442
	β_1	2.57774762	0.47363132	0.467775998
	β_2	1.02852597	0.53876665	0.568019975
0.75	β_0	-37.28544033	-3.01247796	0.469802251
	β_1	-1.25409772	0.94237883	0.491030709
	β_2	1.22074564	0.76715409	0.596669497
0.9	β_0	-9.12639844	-5.55058337	0.442973916
	β_1	-0.50663122	0.4775472	0.417896426
	β_2	2.40903631	0.10997643	0.246069212

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة الثانية عندما تتعرض (β_1)الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR
0.01	β_0	12.20692149	12.23210338	0.085607971
	β_1	0.4944259	0.37114999	0.316180403
	β_2	0.09430679	0.13271546	0.034517936
0.25	β_0	-40.55069904	-40.6548915	0.505858615
	β_1	26.68057966	26.75981789	0.00000313
	β_2	-0.2046434	-0.28343197	0.446778839
0.5	β_0	100.7767148	101.1768174	0.500637213
	β_1	-57.2419072	-57.11320335	-1.5401
	β_2	3.51802211	4.06620853	0.523252408
0.75	β_0	-63.33344653	-63.42502062	0.502322966
	β_1	-0.70637949	-0.6119746	0.497818457
	β_2	3.26775096	3.14381172	0.545534817
0.9	β_0	7.94050165	7.88309708	0.498936282
	β_1	-41.71114789	-42.39288452	0.595888836
	β_2	7.06859244	6.97533143	0.498774359

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة الثالثة عندما تتعرض (β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR

0.01	β_0	12.1880176	12.21661504	0.105431712
	β_1	0.50158755	0.36326387	0.077551746
	β_2	0.11223435	0.15534026	0.192773744
0.25	β_0	-34.81860295	-35.08528653	0.486678644
	β_1	-2.15494859	-1.72228121	0.493691727
	β_2	22.13268811	21.94197379	4.321
0.5	β_0	94.31357213	94.87289179	0.480949293
	β_1	11.70620154	10.45228707	0.529102647
	β_2	-46.64665147	-46.24318266	0.582
0.75	β_0	-32.76309801	-32.72874822	0.500018266
	β_1	9.46350883	9.30267365	0.590012283
	β_2	-3.88385568	-3.99714122	0.499943354
0.9	β_0	53.04693486	53.28777404	0.499613306
	β_1	22.75513043	22.72374314	0.507578098
	β_2	-32.81735964	-31.12952321	0.454826471

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة الرابعة عندما تتعرض (β_0,β_1)الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR
0.01	β_0	12.20383776	12.2297516	0.11785533
	β_1	0.49844157	0.37083903	0.45213324
	β_2	0.09477958	0.13428422	0.036417388
0.25	β_0	-14.25402051	-13.92649361	0.470919867
	β_1	25.72308978	25.80512989	-0.0004431
	β_2	-0.29637756	-0.00002116	0.500069353
0.5	β_0	44.67775731	44.24902779	0.507409819
	β_1	-55.31874845	-55.30097336	2.17
	β_2	3.99675118	3.36214062	0.524924025
0.75	β_0	-50.91000107	-50.51788033	0.500425812
	β_1	-2.79863059	-2.57845471	0.497875521
	β_2	4.18573229	4.87417197	0.200033743
0.9	β_0	-15.07893245	-15.48764672	0.50009932
	β_1	-42.80268168	-43.33134931	0.4916
	β_2	9.05727165	8.48349924	0.522966871

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة الخامسة عندما تتعرض (β_0,β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR

0.01	β_0	12.18493386	12.21426251	3.105321584
	β_1	0.50560322	0.36293051	0.202055853
	β_2	0.11270714	0.15688972	0.266646721
0.25	β_0	-8.53092442	-8.70984372	0.568599371
	β_1	-3.11243847	-2.71989731	0.49353439
	β_2	22.04095396	21.94026345	-2.4
0.5	β_0	38.21461465	38.81794343	0.483846772
	β_1	13.62936028	11.94880889	0.502957037
	β_2	-46.16792241	-45.81501483	0.333
0.75	β_0	-20.33965256	-20.13129167	0.501766891
	β_1	7.37125773	7.33518769	0.502909612
	β_2	-2.96587435	-2.1359685	0.493793793
0.9	β_0	30.02750075	29.51111416	0.499670917
	β_1	21.66359664	22.00570804	0.507518847
	β_2	-30.82868043	-28.97425738	0.454901457

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة السادسة عندما تتعرض (β_1,β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR
0.01	β_0	12.21686982	12.24563776	0.107590448
	β_1	0.49829828	0.35831717	0.452104119
	β_2	0.11216119	0.15576838	0.262746417
0.25	β_0	-41.95982657	-42.04634429	0.561662855
	β_1	24.00949015	24.36752626	0.516754745
	β_2	21.52650221	21.52790074	0.72708
0.5	β_0	109.1119764	109.2491878	0.486872191
	β_1	-46.19029454	-47.07983528	0.494657821
	β_2	-43.67842627	-43.69315502	0.4446098
0.75	β_0	-46.38765875	-46.41876588	0.501801426
	β_1	7.91897596	6.68561803	0.501770437
	β_2	-0.91886902	-2.3802126	0.502876432
0.9	β_0	47.09440084	47.14330077	0.499808785
	β_1	-19.54092003	-19.76505027	0.495620086
	β_2	-26.1691243	-25.82891931	0.473696664

قيم المعلمة φ	معلمات النموذج	الحالة السابعة عندما تتعرض $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$الى تغيرات دائمية عشوائية		
		OLS	GLS	ADR
0.01	β_0	12.21378609	12.24328077	0.117599918
	β_1	0.50231395	0.35796881	0.45364282
	β_2	0.11263397	0.1573179	0.261894599
0.25	β_0	-15.66314804	-15.78759934	0.524358562
	β_1	23.05200026	23.66133255	0.5085618
	β_2	21.43476805	21.46502237	0.573291333
0.5	β_0	53.01301887	52.2484855	0.498404656
	β_1	-44.26713579	-44.00468906	0.49823191
	β_2	-43.1996972	-43.28258244	0.483603881
0.75	β_0	-33.9642133	-33.90932326	0.500308731
	β_1	5.82672486	4.82785011	0.500332542
	β_2	-0.00088769	-0.82801411	0.50349846
0.9	β_0	24.07496674	23.92136279	0.500009199
	β_1	-20.63245382	-21.1274216	0.499199188
	β_2	-24.18044509	-23.55305534	0.494895359

الجدول(2):يوضح متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولجميع الحالات ولجميع قيم (φ)

قيم المعلمة φ	الحالة الاولى عندما تتعرض (β_0)الى تغيرات دائمية عشوائية		
	OLS	GLS	ADR
0.01	47.06000551	47.58242801	0.064809761
0.25	16.73689635	17.26263416	0.068024639
0.5	263.3579959	1.018246569	0.003986853
0.75	464.518143	4.992869062	0.004617583
0.9	35.97795982	11.41923395	0.011487489
قيم المعلمة φ	الحالة الثانية عندما تتعرض (β_1)الى تغيرات دائمية عشوائية		
	OLS	GLS	ADR
0.01	47.34301385	47.85570906	0.022517931
0.25	1145.11071	1150.989192	0.076498121
0.5	6353.484535	6371.520242	1.403757163
0.75	1395.610458	1398.49902	0.000694068
0.9	807.5849324	827.6198517	0.003138508
م المعلمة φ	الحالة الثالثة عندما تتعرض (β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية		
	OLS	GLS	ADR
0.01	47.09146405	47.66991925	0.003613672
0.25	816.708861	820.865918	4.891726344
0.5	5016.469628	5042.493543	0.002554687
0.75	465.8748504	461.5051235	0.00270189
0.9	1896.42869	1826.769059	0.000808672
قيم المعلمة φ	الحالة الرابعة عندما تتعرض (β_0,β_1)الى تغيرات دائمية عشوائية		
	OLS	GLS	ADR
0.01	47.30142216	47.83168278	0.048532255
0.25	411.6663041	406.4090603	0.078924243
0.5	2528.76232	2503.883536	0.91179797
0.75	899.8375215	903.6682719	0.029825271
0.9	673.4362299	672.4443571	0.000263174
قيم المعلمة φ	الحالة الخامسة عندما تتعرض (β_0,β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية		
	OLS	GLS	ADR
0.01	47.04996492	47.64612693	2.748533143
0.25	266.1154814	263.9053427	2.865126374
0.5	1883.427052	1870.224558	0.008667558
0.75	196.0998363	194.6569907	2.46624E-05

0.9	1088.144805	1012.63778	0.000805747
قيم المعلمة	الحالة السادسة عندما تتعرض (β_1,β_2) الى تغيرات دائمية عشوائية		
φ	OLS	GLS	ADR
0.01	47.33299863	47.91905974	0.029769897
0.25	1398.104987	1410.091718	0.012269381
0.5	7911.66866	7973.59888	0.000725255
0.75	849.1214862	806.9431751	3.96637E-07
0.9	1641.957199	1639.740475	0.000196671
قيم المعلمة	الحالة السابعة عندما تتعرض $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ الى تغيرات دائمية عشوائية		
φ	OLS	GLS	ADR
0.01	47.29138547	47.89523328	0.028418861
0.25	479.6222544	491.4666383	0.001138978
0.5	3120.242442	3065.229999	7.21787E-05
0.75	461.7978857	437.821736	3.36633E-06
0.9	723.3210777	714.8495085	7.55507E-06

الجدول (3): يوضح متوسط مربعات الخطأ التنبؤية (MSFE)

قيم المعلمة	الحالة الاولى عندما تتعرض (β_0) الى تغيرات دائمية عشوائية		
φ	OLS	GLS	ADR
0.01	155.305	155.306	65.98
0.25	301.059	301.959	144.562
0.5	1678.52	638.62	287.2
0.75	3181.42	2081.22	394.95
0.9	3835.12	1855.92	345.11
قيم المعلمة	الحالة الثانية عندما تتعرض (β_1) الى تغيرات دائمية عشوائية		
φ	OLS	GLS	ADR
0.01	155.236	155.236	55.08
0.25	1238.75	1238.76	194.052
0.5	11135.3	11138.5	189.2
0.75	15260.4	15260.4	392.25
0.9	28002.4	28072.9	405.91
م المعلمة	الحالة الثالثة عندما تتعرض (β_2) الى تغيرات دائمية عشوائية		
φ	OLS	GLS	ADR
0.01	155.790	155.790	56.257
0.25	4240.32	4268.25	188.35
0.5	32372.1	32372.1	190.98
0.75	65042.3	65742.2	299.54

ADR	GLS	OLS	
384.35	66214.3	67204.2	0.9
الحالة الرابعة عندما تتعرض (β_0,β_1)الى تغيرات دائمية عشوائية			قيم المعلمة
ADR	GLS	OLS	φ
52.34	155.660	155.650	0.01
175.5	1520.33	1561.23	0.25
187.59	13362.5	13867.4	0.5
301.5	19500.8	19500.8	0.75
355.8	28687.1	28687.5	0.9
الحالة الخامسة عندما تتعرض (β_0,β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية			قيم المعلمة
ADR	GLS	OLS	φ
59.12	156.213	156.213	0.01
168.54	4107.33	4147.23	0.25
195.1	30084.2	32284.8	0.5
285.25	67312.3	67345.3	0.75
354.3	75922.2	75930.9	0.9
الحالة السادسة عندما تتعرض (β_1,β_2)الى تغيرات دائمية عشوائية			قيم المعلمة
ADR	GLS	OLS	φ
58.9	156.136	156.136	0.01
155.96	4260.44	3294.57	0.25
162.9	39061.9	30125.7	0.5
298.59	81133.7	81363.7	0.75
300.9	88220.2	89065.0	0.9
الحالة السابعة عندما تتعرض $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$الى تغيرات دائمية عشوائية			قيم المعلمة
ADR	GLS	OLS	φ
54.3	156.562	156.063	0.01
145.6	4339.88	4310.98	0.25
157.5	40103.9	40206.1	0.5
212.7	84021.1	84046.2	0.75
257.365	94176.2	94573.7	0.9

الاستنتاجات :

1- من خلال ملاحظة الجدولين (2)و(3) نجد أن طريقة الانحدار المكيف متفوقة تفوقاً واضحاً على كل من طريقتي المربعات الصغرى الاعتيادية والعامة في جميع الحالات الخاصة بتغير معلمات النموذج ولجميع قيم (φ) .

2- وجود تقارب كبير بين كفاءة كل من طريقتي المربعات الصـــغرى والعامـــة عندما $(\varphi = 0.01)$.

3- يمكن الاعتماد على قيمة $(\varphi = 0.25)$ في تقدير معلمات جميع الطرائـــق عندما تتغير قيمة معلمة المقطع (β_0) مع الزمن وذلـــك لاعطائهـــا متوســـط مربعات خطأ قليل نسبياً قياساً بنتائج الحالات الأخرى .

4- يمكن الاعتماد على قيمة $(\varphi = 0.01)$ في تقدير معلمات جميـــع الطرائـــق المعتمـــدة عنـــدما تتغيـــر قيمـــة المعلمـــة (المعـــالم) (β_1) ، (β_2) ، $(\beta_0 \text{ and } \beta_1)$ ، $(\beta_0 \text{ and } \beta_2)$ ، $(\beta 1 \text{ and } \beta_2)$ أو $(\beta_0 , \beta_1 \text{ and } \beta 2)$ مع الزمن وذلك لاعطائها متوســـط مربعات خطا قليل نسبياً قياساً بنتائج الحالات الأخرى .

التوصيات :

1- عند حدوث حالة تغير المعلمة او المعالم مع الزمن نوصي بضرورة اســـتخدام اسلوب الانحدار المكيف لتقدير معلمات النموذج .

2- بشكل عام يمكن الاعتماد على قيمة $(\varphi = 0.75)$ في إيجاد مقدرات الانحدار المكيف وعند اية حالة من الحالات .

المصادر :

1 – العكاش،صفوان ناظم راشد ،(2006)" مقارنة بين قيم معامل الارتباط الذاتي(ρ) في تقدير المعلمات بطريقة المربعات الصغرى العامة"، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ،جامعة الموصل .

2– كاظم ، أموري هادي و مسلم ، باسم شليبة ، (2002) " القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق "، دار الكتب والوثائق ،جامعة بغداد .

3-Box, G.E.P. and Tiao ;(1973);"Bayesian Inference in Statistical Analysis",Addison Wesly Publishing Company, California, London.

4-Chrishtopher,Z.M.;(1997);"Monte Carlo Simulation", SAGE publications, New Delhi .

5-Cooley, T. and Prescott ;(1973);"Adaptive Regression Model", International Economic Review , Vol.(2) No.(14) pp.364-371.

6-___________________ ;(1976);" Estimation in the presence of Stochastic parameters variation", Econometrica, Vol. (44), No.(1) pp.167-184.

7-___________________;(1982);" Systematic (Non-Random) Variation Models Varying Parameter Regrssion",A theory and Some Application, Annals of Economic and Social Measurement, Vol. (2), No.(4) pp.463-473.