المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (12) 2007
ص ص [229–244]

تقدير تباين المجتمع المحدود وتقدير حجم العينة في المعاينة العشوائية الطبقية SRS

ريكان عبد العزيز أحمد*

الملخص:
يهتم هذا البحث بطرائق حساب حجم العينة وذلك من خلال المقدر المقترح الذي يعتمد في صياغته على تباين المجتمع المحدود في المعاينة العشوائية الطبقية (SRS)، اذ درست خواص ذلك المقدر وتم مقارنتها بالمقدر الذي اقترحه الباحثان Arcos, C.A & Rueda, G.M لتباين المجتمع المحدود في المعاينة العشوائية البسيطة، ووجد بان المقدر المقترح في هذا البحث يمتلك خواص أفضل من المقدر السابق كما يعطي دقة في تحديد حجم العينة.

Estimators for a Finite Population Variance and sample size in Stratified Random Sampling (SRS)

ABSTRACT:
This paper is concerned with the methods of the sample size calculations, especially through proposed estimator which depends in its formation on finite population variance in stratified random sample. Its properties are studied and compared with proposed estimator by the Arcos, C.A & Rueda, G.M. The conclusion is that the proposed estimator has better properties than the previous estimator.

1 المقدمة:
ان المسح بطريقة المعاينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sampling (SRS) يعتبر من أكثر طرائق المعاينة استخداماً اذ أول ما نقوم به في المعاينة الطبقية هو تقسيم المجتمع المؤلف من N وحدة الى مجتمعات جزئية فيها $N_1, N_2, \cdots, N_L$ من الوحدات على الترتيب. وهذه المجتمعات الجزئية غير متداخلة، وهي تؤلف مع بعضها المجتمع بكاملة، أي أن $N_1 + N_2 + \cdots N_L = N$. وتسمى المجتمعات الجزئية بطبقات Strata،

* جامعة البصرة / كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

تاريخ التسلم : 28/ 3/ 2006 ـــــــــــــ تاريخ القبول : 20/ 8/ 2007

وللحصول على الفائدة التامة من عملية التقسيم الى طبقات يجب معرفة قيم المقادير N_h. وعند تحديد الطبقات، تسحب عينة من كل طبقة، ويتم السحب بصورة مستقلة في الطبقات المختلفة. ونرمز لحجوم العينات ضمن الطبقات بـ $n_1, n_2, \cdots, n_L$ على الترتيب. وإذا سحبنا عينة عشوائية بسيطة Simple Random Sample من كل طبقة، توصف عندئذ مجمل الطريقة بأنها معاينة عشوائية طبقية(SRS).

والتقسيم الى طبقات طريقة عامة جداً، وهناك أسباب كثيرة لذلك من أهمها:

1) إذا أردنا معلومات إحصائية، وبدقة معروفة، لأجزاء معينة من المجتمع، فمن المستحسن ان نعالج كل جزء وكأنه مجتمع قائم بذاته.
2) قد تملي الراحة في العمل الإداري استخدام التقسيم الى طبقات.
3) قد تختلف مشاكل المعاينة بصورة ملحوظة في أجزاء مختلفة من المجتمع.
4) يمكن ان يؤدي التقسيم الى طبقات الى كسب في دقة تقديرات صفات مميزة للمجتمع ككل.

وتعالج نظرية المعاينة الطبقية خواص المقدرات من عينة طبقية كما تعالج مسألة أفضل اختيار لحجوم العينات بحيث نحصل على أعظم دقة ممكنة، وعلى هذا الأساس اعتمدت الدراسات السابقة على متوسط المجتمع المحدود لدراسة تلك الخواص على سبيل المثال لا الحصر. Ruiz Housila Singh & Espejo(1999 و Imbi Traat & Kadri Meister (2001) و (1977) Cochran وغيرهم آخرون، وعنيت مجموعة من الدراسات بتباين المجتمع المحدود في المعاينة العشوائية البسيطة منها دراسة Arcos, C.A & Rueda, G.M (1997) وأثبتت ان دقة المقدرات الناتجة عنها أفضل بكثير من تلك المعتمدة على متوسط المجتمع المحدود، وعلى هذا الأساس تم الاعتماد في هذه الدراسة على تباين المجتمع المحدود في المعاينة العشوائية الطبقية.

هدف البحث:

يهدف هذا البحث الى أيجاد مقدر الى تباين المجتمع المحدود باستخدام المعاينة العشوائية الطبقية ودراسة خواص ذلك المقدر ومن ثم إيجاد أفضل الصيغ لحساب حجم العينة الطبقية بالاعتماد على التباين المقدر بحيث نحصل على أعظم دقة ممكنة.

2)الجانب النظري:

لنفرض ان مجتمع ذا حجم N تم تقسيمه الى L من الطبقات ومن ثم تم سحب عينة عشوائية بسيطة ومن دون إرجاع من كل طبقة وبحجم n_h بحيث ان

حجم العينة الكلي n يمثل مجموع أجزاء الطبقات n_h، وليكن L , $h=1,\cdots,L$; $i=1,\cdots,N$; Y_{hi} يمثل متغير الدراسة الرئيسي في ذلك المجتمع،بحيث ان دليل الطبقة هو h والوحدة ضمن أية طبقة هي i. وعلية سوف يتم تعريف بعض الصيغ الخاصة بكل طبقة h وكما ياتي: القيمة التي نحصل عليها في العينة من اجل الوحدة i في الطبقة h هي y_{hi}، عدد وحدات المجتمع في الطبقة هو N_h، وعدد وحدات العينة في الطبقة هو n_h، وزن الطبقة في المجتمع هو $W_h = \dfrac{N_h}{N}$ ، وزن الطبقة في العينة هو $w_h = \dfrac{n_h}{n}$ ، كسر المعاينة ضمن الطبقة هو $f_h = \dfrac{n_h}{N_h}$، متوسط المجتمع في الطبقة $\bar{Y}_h = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_h} Y_{hi}}{N_h}$ ، متوسط العينة في الطبقة $\bar{y}_h = \dfrac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h}$، تباين المجتمع في الطبقة $S_h^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_h}(Y_{hi}-\bar{Y}_h)^2}{N_h-1}$ ،تباين العينة في الطبقة $s_h^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n_h}(y_{hi}-\bar{y}_h)^2}{n_h-1}$، تباين المجموع في المعاينة العشوائية الطبقية $S_P^2 = \dfrac{\sum_{h=1}^{L}(N_h-1)\,S_h^2}{\sum_{h=1}^{L}(N_h-1)}$.

3)المقدر المقترح:

تقترح هذه الدراسة مقدراً الى تباين المجموع S_P^2 الذي يعرف حسب الصيغة الاتية.

$$s_p^2 = \frac{\sum_{h=1}^{L}(N_h-1)\,s_h^2}{N-L} \qquad \cdots(1)$$

خواص المقدر المقترح s_p^2:

1) يكون المقدر المقترح s_p^2 غير منحاز لتباين المجموع S_P^2 إذا وفقــط إذا كـــان تقدير تباين العينة في كل طبقة s_h^2 غير منحاز عن تباين المجتمع لكل طبقة.

لكي نثبت أن المقدر s_p^2 غير منحاز يجب ان نثبت أولا بان $E(s_h^2) = S_h^2$ وكمـــا ياتي:

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1}\sum_{i=1}^{n_h}(y_{hi} - \bar{y}_h)^2$$

بإضافة وطرح المقدار $\bar{Y}_h$ إلى صيغة التباين s_h^2 ومن ثم اخذ التوقع إلى الطـــرفين نحصل على

$$E(s_h^2) = \frac{1}{n_h - 1} E\,[\sum_{i=1}^{n_h}(y_{hi} - \bar{Y}_h)^2 - n_h(\bar{y}_h - \bar{Y}_h)^2] \Rightarrow E(s_h^2) = S_h^2$$

$$\Rightarrow E(s_p^2) = \frac{1}{N-L}\sum_{h=1}^{L}(N_h - 1)\,E(s_h^2) = \frac{1}{N-L}\sum_{h=1}^{L}(N_h - 1)\,S_h^2 = S_P^2$$

مما يدل على ان s_p^2 هو تقدير غير متحيز الى تباين المجموع S_P^2.

2) أن تباين التقدير s_p^2 يعرف حسب العلاقة الاتية.

$$Var(s_p^2) = \frac{1}{(N-L)^2}\sum_{h=1}^{L}(N_h - 1)^2\,\frac{1-f_h}{n_h}\,S_h^4\,(B_h - 1) \qquad \cdots(2)$$

حيث ان.

$$B_h = \frac{\mu_{4,0}(y,y)}{\mu_{2,2}^2(y,y)}, \qquad \mu_{r,s}(y,y) = \frac{1}{N_h}\sum_{h=1}^{N_h}(y_h - \bar{Y})^r\,(y_h - \bar{Y})^s$$

ونستطيع إثبات هذه الخاصية وذلك من خلال اخذ التباين إلى طرفي المعادلـــة (1) بحيث

$$Var(s_p^2) = \frac{1}{(N-L)^2}\sum_{h=1}^{L}(N_h - 1)^2\,Var(s_h^2)$$

$$\because Var(s_h^2) = \frac{1-f_h}{n_h}\,S_h^4\,(B_h - 1) \Rightarrow Var(s_p^2) = \frac{1}{(N-L)^2}\sum_{h=1}^{L}(N_h - 1)^2\,\frac{1-f_h}{n_h}\,S_h^4(B_h - 1)$$

4)تقدير حجم العينة:

عند تخطيط مسح إحصائي نصل دائماً الى مرحلة يجب ان نتخذ فيها قراراً حول حجم العينة.وهذا القرار مهم فعينة كبيرة جداً تتضمن هدراً للمصادر وعينة صغيرة جداً تقلل من فائدة النتائج ولا يمكن اتخاذ القرار دائماً بصورة مرضية ذلك لأننا في الغالب لا نمتلك معلومات كافية تجعلنا نتأكد من ان اختيارنا لحجم العينة هو الاختيار الأفضل، وتقدم نظرية المعاينة أطارا نفكر ضمنة تفكيراً منطقياً في المسألة المطروحة. وسوف نعتمد في هذه الدراسة على طريقتين لحساب حجم العينة وهما:

1) تقدير حجم العينة الطبقية بالاعتماد على المحاصة المثلى
2) تقدير حجم العينة الطبقية بالاعتماد على خطأ التقدير

وتجدر الإشارة الى أن هنالك نوعين من التوزيعات المهمة التي تستخدم لغرض تحديد أجزاء العينة الطبقية وهما على التوالي كما ياتي.

1) التوزيع المتناسب Proportional allocation:

ان فكرة التوزيع المتناسب تقوم على أساس توزيع حجم العينة الكلي n على الطبقات بحيث يكون نصيب كل طبقة في العينة متناسب مع حجم الطبقة في المجتمع، وتعرف الصيغة الرياضية له حسب ما ياتي.

$$w_h = W_h \qquad \cdots(4)$$

2) التوزيع الامثل Optimum allocation:

يعتمد هذا الأسلوب في توزيع حجم العينة الكلي n على الطبقات وذلك من خلال مقدار التباين داخل كل طبقة من طبقات المجتمع، وبموجب هذه الطريقة فأن هناك حاجة لمعرفة مقدار التباين لكل طبقة ولو بصورة تقريبية وعليه فأن حجم كل طبقة سوف يتناسب مع تباينها وعدد مفرداتها، وتعرف الصيغة الرياضية له حسب ما ياتي.

$$w_h \propto W_h S_h \qquad \cdots(5)$$

4-1)تقدير حجم العينة في حالة المحاصة المثلى.

لغرض تقدير حجم العينة الكلية سوف يتم اختيار حجوم n_h في الطبقات المتتالية بحيث تجعل $Var(s_p^2)$ أصغر ما يمكن من اجل تكلفة محددة أو بحيث تجعل التكلفة اصغر ما يمكن من اجل قيمة محددة إلى $Var(s_p^2)$ مع ملاحظة ان دالة التكلفة التي ستستخدم في هذا البحث هي الدالة الخطية المعرفة حسب الصيغة الاتية.

$$\text{التكلفة الكلية} = \cos t = C = c_0 + \sum_{h=1}^{L} c_h \; n_h \cdots(6)$$

بحيث تكون التكلفة ضمن كل طبقة c_h متناسبة مع حجم العينة لكل طبقة n_h، وان تكلفة وحدة المعاينة لكل طبقة c_h يمكن أن تتغير من طبقة الى أخرى، ويمثل الحد c_0 التكلفة الابتدائية للمعاينة. وعلى هذا الأساس سوف يتم إثبات في المعاينة العشوائية الطبقية مع دالة كلفة خطية معرفة حسب الصيغة رقم(6) ان حجم الأجزاء n_h يتناسب مع الكمية $\frac{(N_h-1)\, S_h^2\, \sqrt{(B_h-1)}}{(N-L)} / \sqrt{c_h}$ وذلك إما بجعل تباين تقدير s_p^2 اصغر ما يمكن مع تكلفة محددة C أو جعل التكلفة C اصغر ما يمكن مع $Var(s_p^2)$ محدد.

البرهان:

بالاعتماد على تباين s_p^2 المعرف في المعادلة (2) ودالة الكلفة المعرفة في المعادلة (6) حيث يمكن إعادة صياغتهما على التوالي وكما موضح أدناه.

$$Var(s_p^2) = \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h-1)^2}{(N-L)^2} \frac{S_h^4(B_h-1)}{n_h} - \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h-1)^2}{(N-L)^2} \frac{S_h^4(B_h-1)}{N_h} \quad \cdots (7)$$

$$c_0 - C + \sum_{h=1}^{n_h} c_h\, n_h = 0 \qquad \cdots (8)$$

ومن اجل اختيار n_h بحيث يكون $Var(s_p^2)$ اصغر ما يمكن مع ثبات الكلفة C أو بالعكس سوف نستخدم عامل الضرب لاكرانج وذلك من خلال أيجاد معادلة تربط دالة الكلفة مع دالة التباين والمعرفة حسب الصيغة الاتية.

$$T = Var(s_p^2) + \lambda \cos t$$

$$T = \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h-1)^2}{(N-L)^2} \frac{S_h^4(B_h-1)}{n_h} - \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h-1)^2}{(N-L)^2} \frac{S_h^4(B_h-1)}{N_h} + \lambda(c_0 - C + \sum_{h=1}^{n_h} c_h\, n_h) \cdots (9)$$

حيث λ كمية ثابتة غير معلومة ونحن بصدد إيجاد قيم الثوابت غير المعلومة التي تجعل المعادلة (9) اصغر ما يمكن ومن اجل ذلك سوف نقوم بالاشتقاق الجزئي لهذه المعادلة بالنسبة الى n_h ومن بعد ذلك مساواة المشتقة بالصفر ينتج

$$n_h = \frac{(\frac{N_h - 1}{N - L})\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)}}{\sqrt{\lambda\, c_h}} \quad \cdots(10)$$

$$\Rightarrow n_h \propto \frac{(\frac{N_h - 1}{N - L})\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)}}{\sqrt{c_h}} \quad \cdots(11)$$

وعلى هذا الأساس تم إثبات ان حجم الأجزاء n_h يتناسب مع الكمية المعرفة في المعادلة (11) .

وبما ان $n = \sum_{h=1}^{L} n_h$ وبتعويض هذه الصيغة في المعادلة (10) نحصل على القيمة الثابتة λ .

$$\sqrt{\lambda} = \sum_{h=1}^{L} \frac{(\frac{N_h - 1}{N - L})\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)}}{n\, \sqrt{c_h}} \quad \cdots(12)$$

وبتعويض المعادلة (12) في المعادلة (10) نحصل على أفضل حجم الى الأجزاء n_h التي تجعل المعادلة (9) اصغر ما يمكن والمعرفة حسب الصيغة الاتية

$$n_h = n \frac{(N_h - 1)\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^{L} (N_h - 1)\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)} / \sqrt{c_h}} \quad \cdots(13)$$

إذ تعطي المعادلة (13) قيمة الأجزاء n_h بدلالة n ولكن في اغلب الأحيان نحتاج الى معرفة حجم العينة الكلي n ويتوقف ذلك على ما إذا كانت العينة قد اختيرت بحيث تواجه تكلفة إجمالية محددة C أو تعطي تبايناً محدداً V الى s_p^2، وعلى هذا الأساس سوف يتم تعريف حجم العينة الكلي وحسب ما ياتي.

1) إذا كانت التكلفة الكلية C محددة سوف نعوض القيمة المثلى لأجزاء العينة n_h التي تم التوصل إليها في المعادلة (13) في دالة التكلفة الخطية المعرفة في المعادلة (8) ثم نحل المعادلة لغرض أيجاد الحجم الكلي للعينة الطبقية n والمعرفة حسب الصيغة الاتية.

$$n = \frac{(C - c_0) \sum_{h=1}^{L} (N_h - 1)\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)} / \sqrt{c_h}}{\sum_{h=1}^{L} (N_h - 1)\, S_h^2\, \sqrt{(B_h - 1)} \sqrt{c_h}} \quad \cdots(14)$$

2) إما إذا كان V مثبتاً فنعوض القيمة المثلى لأجزاء العينة n_h في العلاقة الخاصة بتباين s_p^2 والمعرفة في المعادلة (7) لينتج لنا الحجم الكلي للعينة الطبقية n والمعرفة حسب الصيغة الاتية.

$$n=\frac{[\sum_{h=1}^{L}(\frac{N_h-1}{N-L})S_h^2\sqrt{(B_h-1)}\sqrt{c_h}][\sum_{h=1}^{L}(\frac{N_h-1}{N-L})S_h^2\sqrt{(B_h-1)}/\sqrt{c_h}]}{V+\sum_{h=1}^{L}(\frac{N_h-1}{N-L})^2\frac{S_h^4(B_h-1)}{N_h}} \quad \cdots(15)$$

4-2)تقدير حجم العينة في حالة خطأ التقدير.

في الفقرة السابقة قدمنا علاقات لتحديد حجم العينة n تحت محاصة مثلى في تقديرنا، ونقدم في هذه الفقرة علاقات لتحديد حجم العينة لأية محاصة وذلك من خلال افتراضنا السابق ان هنالك تقديراً للتباين s_p^2 مسبقاً وليكن V بهامش خطأ في التقدير وليكن d وإننا نقبل التعرض للمخاطرة في تجاوز الخطأ الفعلي للمقدار d باحتمال صغير وليكن α، وبما ان s_p^2 يقترب من توزيع χ^2 بدرجة حرية $L-1$ نجد أننا نستطيع تحديد مقدار الخطأ d حسب العلاقة الاتية

$$d=\frac{s_p^2(L-1)}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \qquad \Rightarrow V=s_p^2=\frac{d\ \chi_{1-\alpha/2}^2}{L-1}$$

ومنه سوف يتم تحديد حجم العينة الكلي على أساس التوزيع المتناسب والتوزيع الامثل وبالاعتماد على صيغة التباين المعرفة في المعادلة (7) وحسب مایاتي.

1) في حالة التوزيع المتناسب يتم الحصول على الأجزاء n_h من المعادلة (4) حيث

$$n_h=n\,W_h \qquad \cdots(16)$$

بتعويض المعادلة (16) بالمعادلة (7) وحلها نحصل على حجم العينة والمعرف كما ياتي.

$$n_{prop}=\frac{\sum_{h=1}^{L}(\frac{N_h-1}{N-L})^2\ S_h^4\ \frac{(B_h-1)}{W_h}}{V+\sum_{h=1}^{L}(\frac{N_h-1}{N-L})^2\ S_h^4\ \frac{(B_h-1)}{N_h}} \quad \cdots(17)$$

2)في حالة التوزيع الامثل يتم الحصول على الأجزاء n_h من المعادلة (5) حيث

$$n_h = n \frac{W_h S_h}{\sum_{h=1}^{L} W_h S_h} \qquad \cdots (18)$$

والمعادلة (18) تعرف بتوزيع نيمان لتقدير حجم العينة الطبقية وبتعويضها في المعادلة (7) وحلها نحصل على حجم العينة المطلوب وهو

$$n_{opt} = \frac{[\sum_{h=1}^{L} (\frac{N_h - 1}{N - L})^2 \, S_h^3 \, \frac{(B_h - 1)}{W_h}][\sum_{h=1}^{L} W_h S_h]}{V + \sum_{h=1}^{L} (\frac{N_h - 1}{N - L})^2 \, S_h^4 \, \frac{(B_h - 1)}{N_h}} \qquad \cdots (19)$$

5) حساب صيغة تباين المقدر s_p^2 بالاعتماد على توزيع أجزاء العينة n_h.

سوف يتم في هذا المبحث حساب صيغة التباين للمقدر s_p^2 في المعاينة العشوائية الطبقية المعرف بالمعادلة (7) وبالاعتماد على التوزيعين المتناسب والامثل لحجم أجزاء المعاينة الطبقة n_h اللذين تم تعريفهما حسب الصيغتين (4) و(5) على التوالي ومنهما ينتج تباين المقدر s_p^2 المتناسب الذي نرمز له بالرمز $Var_{prop}(s_p^2)$ وتباين المقدر s_p^2 الامثل والذي نرمز له بالرمز $Var_{opt}(s_p^2)$ وذلك لغرض معرفة أي التوزيعين يكون أدق من خلال مقارنتهما مع تباين المقدر s^2 المحسوب باستخدام المعاينة العشوائية البسيطة والذي اقترحه الباحثان Arcos, C.A & Rueda, G.M (1997) والذي يرمز له بالرمز $Var_{ran}(s^2)$ وهذه الصيغ هي حسب الترتيب كما ياتي:

$$Var_{prop}(s_p^2) = \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h - 1)^2}{(N - L)^2} \frac{N S_h^4 (B_h - 1)}{n N_h} - \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h - 1)^2}{(N - L)^2} \frac{S_h^4 (B_h - 1)}{N_h} \qquad \cdots (20)$$

$$Var_{opt}(s_p^2) = \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h - 1)^2}{(N - L)^2} \frac{S_h^3 (B_h - 1)[\sum_{h=1}^{L} W_h S_h]}{n W_h} - \sum_{h=1}^{L} \frac{(N_h - 1)^2}{(N - L)^2} \frac{S_h^4 (B_h - 1)}{N_h} \qquad \cdots (21)$$

$$Var_{ran}(s^2) = (\frac{1}{n} - \frac{1}{N}) \, S^4 (B - 1) \qquad \cdots (22)$$

6 الجانب التطبيقي:

6-1 المثال الأول:

في ضوء البيانات التي جمعت من دائرة الأرصاد الجوية في محافظة الموصل والتي تمثل متوسط درجات الحرارة لهذه المدينة خلال 192 شهر اذ قسمت معدلات درجات الحرارة إلى ثلاث طبقات، الطبقة الأولى تمثل درجات الحرارة التي تكون اقل من15 درجة مئوية والطبقة الثانية تمثل معدلات درجات الحرارة مابين 15 درجة و25 درجة مئوية والطبقة الثالثة تمثل معدلات درجات الحرارة اكبر من25 درجة مئوية والجدول رقم (1) يبين وصفاً لبيانات هذا المثال. اذ تم حساب حجم العينة لكل طبقة والحجم الكلي للعينة الطبقية وذلك من خلال الاعتماد على الصيغ التي تم التوصل إليها في كل من المبحثين (4-1) و(4-2) كما تم حساب التباين للمقدر المقترح s_p^2 بالصيغتين المتناسب والأمثل وتباين المعاينة العشوائية البسيطة s^2 وذلك لغرض المقارنة فيما بينها والجداول الاتية من رقم (2) إلى رقم (5) توضح نتائج المثال الأول.

الجدول (1) يبين وصف لدرجات الحرارة مقسمة حسب الطبقات

الطبقات	N_h	$\bar{Y}_h$	S_h	B_h	C_h
1	77	9.645	2.756	2.04098	30
2	45	20.415	2.856	1.97801	40
3	70	31.4	3.023	1.92411	50

الجدول (2) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء بالاعتماد على المحاصة المثلى

الحالات	n	n_1	n_2	n_3
ثبات الكلفة	97	42	22	33
ثبات التباين	87	37	20	30

الجدول (3) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء في حالة خطأ التقدير للتوزيع الامثل

درجة الثقة	الخطأ المسموح به d	n_{opt}	n_1	n_2	n_3
90%	0.1	83	32	19	32
90%	0.05	116	45	27	44
90%	0.01	169	65	39	65
95%	0.1	93	36	22	35
95%	0.05	126	49	29	48
95%	0.01	174	67	40	67
99%	0.1	103	40	24	39
99%	0.05	134	52	31	51
99%	0.01	176	68	41	67

الجدول (4) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء في حالة خطأ التقدير للتوزيع المتناسب

درجة الثقة	الخطأ المسموح به d	n_{prop}	n_1	n_2	n_3
90%	0.1	53	20	14	19
90%	0.05	83	33	20	30
90%	0.01	152	70	36	55
95%	0.1	70	28	16	26
95%	0.05	94	38	22	34
95%	0.01	159	64	37	58
99%	0.1	71	28	17	26
99%	0.05	103	41	24	38

99%	0.01	164	66	38	60

الجدول (5) يبين مقدار تباين s_p^2 حسب التوزيع وتباين s^2

درجة الثقة	$V_{prop}(s_p^2)$	$V_{opt}(s_p^2)$	$V_{ran}(s^2)$
90%	0.921	0.459	76.2
90%	0.461	0.228	38.16
90%	0.092	0.046	76.46
95%	0.612	0.372	50.64
95%	0.366	0.182	30.29
95%	0.073	0.035	50.64
99%	0.599	0.301	49.52
99%	0.303	0.150	25.10
99%	0.060	0.030	49.69

6-2 المثال الثاني:

بالاعتماد على الدراسة التي أجرتها منظمة إنقاذ الأطفال في محافظة البصرة وبالتعاون مع المراكز الصحية في المحافظة لغرض معرفة العوامل المؤدية إلى نقص الأوزان والتشوه الخلقي لدى الأطفال دون السنة، اذ حددت هذه الدراسة مجموعة من العوامل المؤثرة منها عمر الأم وتم الحصول على أعمار 1500 امرأة وقسمت إلى ثلاث طبقات، الطبقة الأولى تشمل الأمهات بعمر اقل من أو يساوي 35 سنة والطبقة الثانية تشمل الأمهات بعمر 36 و50 سنه والطبقة الثالثة تضم الأعمار اكبر من 50 سنة، والجدول (6) يبين وصف لبيانات هذا المثال،وتم حساب مخرجات المثال الأول كافة، والجداول الاتية من رقم (7) إلى رقم (10) توضح نتائج المثال الثاني.

الجدول (6) يبين وصف أعمار الأمهات مقسمة حسب الطبقات

الطبقات	N_h	$\overline{Y}_h$	S_h	B_h	C_h

1	473	27.831	4.769	1.9941	30
2	486	42.237	4.226	1.8722	40
3	541	66.383	10.558	2.5938	50

الجدول (7) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء بالاعتماد على المحاصة المثلى

الحالات	n	n_1	n_2	n_3
ثبات الكلفة	97	42	22	33
ثبات التباين	87	37	20	30

الجدول (8) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء في حالة خطأ التقدير للتوزيع الامثل

درجة الثقة	الخطأ المسموح به d	n_{opt}	n_1	n_2	n_3
90%	0.1	906	204	186	516
90%	0.05	947	213	194	540
90%	0.01	982	221	201	560
95%	0.1	922	208	189	525
95%	0.05	955	215	196	544
95%	0.01	984	221	202	561
99%	0.1	935	210	192	533
99%	0.05	962	217	197	548
99%	0.01	985	222	202	561

الجدول (9) يمثل حجم العينة الكلي وحجم الأجزاء في حالة خطأ التقدير للتوزيع المتناسب

درجة الثقة	الخطأ المسموح به d	n_{prop}	n_1	n_2	n_3
90%	0.1	630	199	204	227
90%	0.05	658	208	213	237
90%	0.01	682	215	221	246
95%	0.1	641	202	208	231
95%	0.05	664	210	215	239
95%	0.01	684	216	222	246

99%	0.1	650	205	211	234
99%	0.05	668	211	216	241
99%	0.01	685	216	222	247

الجدول (10) يبين مقدار تباين s_p^2 حسب التوزيع وتباين s^2

درجة الثقة	$V_{prop}(s_p^2)$	$V_{opt}(s_p^2)$	$V_{ran}(s^2)$
90%	6.810	0.467	126
90%	6.310	0.233	117
90%	5.914	0.049	109
95%	6.608	0.373	122
95%	6.208	0.190	115
95%	5.880	0.039	109
99%	6.448	0.299	119
99%	6.142	0.153	114
99%	5.867	0.034	109

7) الاستنتاجات والتوصيات:

الاستنتاجات:

من خلال ملاحظة الجداول المذكورة انفاً نستنتج ماياتي:

1) يوضح الجدولان (2) التابع للمثال الأول و(7) التابع للمثال الثاني حجم العينة الطبقية وحجوم الطبقات بالاعتماد على المحاصة المثلى وذلك من خلال ثبات الكلفة أو التباين مع ملاحظة انه في حالة ثبات الكلفة بين الطبقات فأن حجوم الطبقات والحجم الكلي للعينة الطبقية سوف يختلف عما هو علية في المعادلتين (13) و(14) على التوالي.
2) في حالة اختلاف الكلفة بين الطبقات أو اختلاف مقدار التباين الثابت فأن ذلك سوف يعطي حجوم عينات مختلفة، أي بمعنى إننا نحدد مثلاً حجم العينة الذي يعطينا اقل كلفة ممكنة أو اقل تباين.

3) في حالة استخدام دالة كلفة أخرى غير الموجودة في العلاقة (6) فان ذلك سوف يعطي حجم عينة كلي وحجوم طبقات مختلفة عما توصلنا إلية مما يدل على انه باختلاف دالة الكلفة تختلف حجوم العينة.
4) تبين الجداول رقم (3) و(4) التابعة للمثال الأول،(8) و(9) التابعة للمثال الثاني حجم العينة الكلي المحسوب بالاعتماد على التوزيع الامثل والمتناسب على التوالي فضلا عن حساب حجم كل طبقة وذلك من خلال درجة الثقة ومقدار الخطأ المسموح به ونلاحظ اختلاف حجوم العينة الطبقية باختلاف كل من درجة الثقة ومقدار الخطأ المسموح به فكلما زادت الثقة وقل الخطأ زاد حجم العينة، كما نلاحظ الاختلاف في توزيع حجم العينة الكلي على الطبقات داخل العينة باختلاف التوزيع المستخدم وذلك بحسب تناسب أجزاء المعاينة أو التباين داخل الطبقة.
5) في الجدول (5) تم حساب تباين المقدر المقترح s_p^2 المتناسب والامثل وبالاعتماد على حجوم العينات التي تم استخراجها حسب فترة الثقة كما تم حساب تباين المقدر s^2 المعتمد على المعاينة العشوائية البسيطة، وأن ترتيب التباينات المحسوبة هو $V_{opt}(s_p^2) \le V_{\Pr oP}(s_p^2) \le V(s^2)$ مما يدل على أن تباين المعاينة العشوائية الطبقة الامثل للمقدر s_p^2 أفضل تباين محسوب يليه التباين المتناسب للمقدر s_p^2 ثم بعد ذلك المقدر المحسوب بالمعاينة العشوائية البسيطة s^2 وهذا يدل على ان المقدر المقترح بالمعاينة الطبقية ادق من المقدر السابق بالمعاينة العشوائية البسيطة s^2.

التوصيات:

من خلال ما توصلنا إليه من نتائج يوصي الباحث بما ياتي:

1) دراسة المقدر المقترح باستخدام طرائق معاينة أخرى لغرض المقارنة فيما بينها واختيار أفضل الطرائق.

2) دراسة المقدرات التي تعتمد في صياغتها على تبـــاين المجتمـــع المحـــدود لغرض مقارنتها مع الصيغ المعتمدة على متوسط المجتمع المحدود لغرض معرفة أي الصيغ أفضل وأدق في التقدير.

3) استخدام المقدر المقترح s_p^2 كمؤشر إحصائي يعتمد علية لغرض المقارنة بين الصيغ المعتمدة في حسابها على التباين.

المصادر

1. الناصر، د.عبد المجيد حمزة والصفاوي، د.صفاء يونس(2001)، "العينات نظري وتطبيقي" *دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.*
2. احمد، د.عدنان شهاب والعلاق ،د.مهدي محسن،(2001) ،"أساليب المعاينة في ميدان التطبيق" *المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية، بغداد.*

3. Arcos, C.A & Ruede, G.M.,(1997), "Variance estimation using auxiliary information an almost unbiased multivariate ratio estimator", *Matrika,Vol.45,PP.171-178* .

4. Cochran,W.G.,(1977), "Sampling Techniques, third edition", *John Wiley & Sons* **.**

5. Daroga Singh,M.A. & F.S. Chaudhary,(1997), "Theory and Analysis of sample survey", *New Age International* (p) *Limited, Publishers.*

6. Imbi Traat & Kadri Meister. ,(2001),"Statistical Inference In Sampling Theory", *Theory of Stochastic processes Vol.7(23),no.1-2,PP301-316***.**

7. Housila P.Singh & M.Ruiz Espejo. ,(1999), "Covariance of sample moment for simple random sampling with replacement of a finite population", *Mathematical proceedings of the Royal Irish Academy,99A(2),PP171-177***.**