المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (13) 2008
ص ص [129–135]

تقدير معدلات المقاييس الولادية للاطفال حديثي الولادة باستخدام اسلوب بيز بالاعتماد على التوزيع السابق ذي المعلومات القياسية

بان غانم العاني*

الملخص :

تم في هذه الدراسة احتساب معدلات المقاييس الولاديـة للاطفـال حـديثي الولادة وهي : الوزن و الطول و محيط الراس و محيط الصدر و محـيط الـذراع والتي من خلالها يتم تحديد الوضع الصحي للطفل باستخدام اسلوب بيز بالاعتمـاد على التوزيع اللاحق وذلك باستخدام التوزيـع السـابق ذي المعلومـات القياسـية ومقارنته مع اسلوب التقدير التقليدي بالاعتماد على معلومات العينة فقط .

The Calculation of average of measurements newly born babies using Bayes estimates depending on prior distribution of standard information

ABSTRACT:

In this paper calculation of averages of measurements of newly born baby are obtained; namely, the weight , height ,size circumference of head, chest , and arm; through which the health of the baby may be decided using Bayes estimates depending on the standard information of the previous distribution and compared it with the traditional estimate depending on sample information only.

---

* مدرس مساعد / كلية علوم الحاسبات والرياضيات / قسم الاحصاء والمعلوماتية

تاريخ التسلم : 2006/7/19 ـــــــــــــــــتاريخ القبول : 2007/2/20

المقدمة :

ان احدى المشاكل المهمة في موضوع الاستدلال الاحصائي هو تقدير معلمات المجتمع (مثل المعدل ، التباين ، ------ الخ) من احصاءات العينة المقابلة (مثل وسطها الحسابي ، تباينها ، ----- الخ) فاذا فرضنا اننا اعطينا بيانات $x_1, x_2, ----x_n$ الماخوذة من مجتمع له دالة كثافة احتمالية $f(x;\theta)$ معلومة لكنها تحتوي على ثابت θ واحد او اكثر غير معلوم وهذه الثوابت تسمى بالمعلمات parameters فمسالة التقدير هي استخدام بيانات العينة لكي نحصل على تقدير جيد للمعلمة غير معروفة القيمة او دالة للمعلمة ولتكن (θ) φ . ان القيمة التي تقدر المعلمة تعتمد على البيانات المعطاة وان الصيغة او الطريقة التي تستخدم للوصول الى القيمة المقدرة للمعلمة θ هي دالة او تطبيق من فضاء العينة الى فضاء المعلمة الذي يحتوي على كل قيم المعلمة .

ان المبدأ العام لنظرية التقدير هو التوصل الى افضل تقدير وهناك مدرستان لتقدير المعلمات تعرف الاولى بالمدرسة التقليدية التي تعتمد في اسلوبها لتقدير المعلمات على افتراض ان المعلمة المطلوب تقديرها قيمة ثابتة والمدرسة الثانية تعرف بالمدرسة البيزية تعتمد في اسلوبها على اعتبار المعلمات متغيرات عشوائية لها توزيع احتمالي أي ان اسلوب بيز لايعتمد فقط على معلومات العينة المسحوبة من المجتمع وانما يستفاد من المعلومات السابقة حول معلمات المجتمع قبل اخذ المشاهدات بمعنى اخر ان المدرسة البيزية تعتمد في تقدير معلمات النموذج الخطي على دالة الكثافة الاحتمالية السابقة للمعلمة θ والتي تعبر عن درجة معرفتنا بالمعلومات السابقة المتوافرة عن معلمات المجتمع$(\underline{\theta}'=(\theta_1, \theta_2, \theta_3------\theta_n)$ قبل اخذ المشاهدات وهذه هي السمة الاساسية لاسلوب بيز اذ يؤدي الاحتمال السابق دورا مهما في الاستدلال حول المعلمة [3] وهناك نوعان من المعلومات المتوافرة لدى الباحث لغرض تحديد تقدير معلمات النموذج ففي حالة عدم توفر معلومات مسبقة حول تلك المعلمات يستخدم اسلوب بيز بالاعتماد على دالة الكثافة الاحتمالية السابقة ذات المعلومات القليلة وفي هذه الحالة يكون التقدير فيها سائداً

على معلومات العينة المسحوبة من المجتمع فقط اما في حالة توافر معلومات سابقة يعتمد على دالة الكثافة الاحتمالية السابقة ذات المعلومات الغنية التي تعكـس كـل معلومات العينة والمعلومات السابقة التي تتوفر عن طريـق الخبـرة او التجـارب السابقة .

وقد قام العديد من الباحثين باجراء الدراسات والبحوث في هذا المجال نورد منهم :
Zellner (1976)(1), Cuirong, Dongchu, Dipak.(2004)(2), Larson(1974)(3),Malay, Tapabrata,(1999)(4) Min,Zellner(1993)(5) Smith, Linddey(1972)(6)

في هذا البحث سوف يتم تقدير معلمات (معدلات) القياسات للاطفال حديثي الـولادة وهي الوزن،الطول،محيط الرأس،ومحيط الصدر،محيط الذراع باستخدام اسلوب بيز بالاعتماد على التوزيع اللاحق لمتجه معلمات التوزيع الطبيعي عندما (σ^2 معلومة) باستخدام التوزيع السابق ذي المعلومات القياسية أي الاعتماد على معلومات العينـة المسحوبة من المجتمع والمعلومات السابقة التي تمثل المواصفات الطبية القياسية.

وصف العينة:

تم جمع البيانات من مستشفى البتول في محافظة نينوى للمقاييس الولاديـة وهـي الوزن و الطول و محيط الراس و محيط الصدر و محيط الذراع التي من خلالهـا يتم تحديد الوضع الصحي للطفل اذ تم تسجيل المقاييس الولادية لـ (150) طفـلا بشكل عشوائي اما بالنسبة الى المعلومات السابقة التي تم الاعتماد عليها فهي معدل القياسات الولادية لاطفال حديثي الولادة (حسب المواصفات الطبية القياسية) التـي تمثل المعدل الطبيعي لهذه القياسات وهي الوزن 3.5 كغم والطول 50سم ومحـيط الراس 35سم ومحيط الصدر33سم ومحيط الذراع 12سم وهذه المقـاييس تمثـل متجه معدل القياسات لاطفال حديثي الولادة القياسية أي :

$$\underline{\theta}_0 = (3.5 \quad 50 \quad 35 \quad 33 \quad 12)'$$

وهذا المتجه يمثل معدل التوزيع السابق.

ايجاد التوزيع اللاحق لمتجه معلمات التوزيع الطبيعي عندما (σ^2معلومة) باستخدام التوزيع السابق ذي المعلومات الغنية:

نفرض لدينا النموذج الخطي الاتي

$$\underline{Y} = H\underline{\theta} + \underline{\varepsilon}$$

حيث ان :

$$\underline{\theta} = (\theta_1 \ \theta_2 \ -----\theta_k)'$$

$$\underline{Y} = (Y_1 \ Y_2 \ -------Y_n)'$$

$$\underline{\varepsilon} = (\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ -------\varepsilon_n)' \qquad \varepsilon_i \overset{iid}{\approx} N(0,\sigma^2) \quad for\ i = 1,2,----n$$

وان H مصفوفة معلومة ذات ابعاد (750×5)

$$P(\underline{\theta}) \sim N(\underline{\theta}_0, \sigma^2 P_0)$$

حيث ان P_0 تمثل مصفوفة معاملات التباين لتوزيع المعلمات السابق ذات بعد (5×5)

أي ان

$$P(\underline{\theta}) \propto e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)' p_0^{-1}(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)}$$

وان دالة الامكان هي :

$$P(Y/\sigma^2) = e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(\underline{y}-H\underline{\theta})' I(\underline{Y}-H\underline{\theta})}$$

ودالة توزيع اللاحق تكون

$$P(\underline{\theta}/\underline{Y}) \propto e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)' p_0^{-1}(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)+(\underline{Y}-H\underline{\theta})' I(\underline{Y}-H\underline{\theta})\right]}$$

$$\propto e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*)' p^{-1}(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*)}$$

بتعريف المقادير التربيعية Q_1 و Q_2 كالاتي :

$$Q1=(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)' P_0^{-1}(\underline{\theta}-\underline{\theta}_0)+(\underline{Y}-H\underline{\theta})' I(\underline{Y}-H\underline{\theta})$$
$$=\underline{\theta}' P_0^{-1}\underline{\theta}-2\underline{\theta}' P^{-1}\underline{\theta}+\underline{\theta}_0' P^{-1}\underline{\theta}_0+\underline{Y}'\underline{Y}-2H\underline{Y}\underline{\theta}+\underline{\theta}' H'H\underline{\theta}$$
$$=\underline{\theta}'\left(P_0^{-1}+H'H\right)\underline{\theta}-2\underline{\theta}\left(H'\underline{Y}+P^{-1}\underline{\theta}_0\right)+cons\tan t$$
$$Q2=(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*)' P^{-1}\left(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*\right)$$
$$=\underline{\theta}' P^{-1}\underline{\theta}-2\underline{\theta}'' P^{-1}\underline{\theta}+\underline{\theta}^{*'} P^{-1}\underline{\theta}^*$$

حيث ان

$$P^{-1}=P_0^{-1}+H'H \quad --------(1)$$
$$P^{-1}\underline{\theta}^*=H'Y+P^{-1}\theta_0 \;------(2)$$

ومن علاقة (2) نحصل على

$$\Rightarrow \underline{\theta}^*=\underline{\theta}_0+PH'(\underline{Y}-H\underline{\theta}_0)--------(3)$$

وهذا ما يمثل تقدير بيز (معدل التوزيع اللاحق) لمعدلات القياسات للاطفال حديثي الولادة وان المقدار $PH'=(P_0^{-1}+H'H)^{-1}H'$ يسمى (Kalman filter) بمرشح كالمن او ربحية الترشيح(Filter gain)

حيث ان:

P_0 : مصفوفة معاملات التباين لتوزيع المعلمات السابق تم تحديدها حسب رأي اطباء الاطفال الاختصاصيين

$\underline{Y}$: متجه المقاييس الولادية للاطفال حديثي الولادة الماخوذة من العينة

$\underline{\theta}_0$: متجه معدل القياسات لاطفال حديثي الولادة القياسية (حسب المواصفات الطبية القياسية)

H : مصفوفة معلومة

لذلك يمكن كتابة التوزيع اللاحق بالشكل الاتي :

$$P(\underline{\theta}/\underline{Y},\sigma^2)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}}\sigma\left|p^{1/2}\right|}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*)'p^{-1}\left(\underline{\theta}-\underline{\theta}^*\right)}$$

وهذا التوزيع اللاحق هو مصدر لمقدر بيز ، وان جميع المعلومات حول معلمـات التوزيع موجودة في هذا التوزيع.

الجانب التطبيقي :

باستخدام المعادلة (3) وباستخدام النظام الجاهزminitab(13.0) تم احتساب تقدير بيز لمعدلات القياسات الولادية لاطفال حديثي الولادة والموضحة في الجـدول (1) حيث ان:

متجه المعدل السابق للقياسات الولادية لاطفال حديثي الـولادة القياسـية (حسـب المواصفات الطبية القياسية) $\underline{\theta}_0$ وكما ذكرنا سابقا هو:

$\underline{\theta}_0 = (3.5 \quad 50 \quad 35 \quad 33 \quad 12)'$

ومصفوفة معاملات التباين لتوزيع المعلمات السابق P_0 تم تحديدها وكمـا ذكرنـا سابقا حسب رأي اطباء الاطفال الاختصاصيين.

جدول (1) : يبين معدلات القياسات الولادية لاطفال حديثي الولادة لعينة المشاهدات

	معدل الوزن	معدل الطول	معدل محيط الرأس	معدل محيط الصدر	معدل محيط الذراع
حسب المواصفات القياسية الطبية	**3.5**	**50**	**35**	**33**	**12**
تقدير بيز لمعدلات القياسات الولادية لاطفال حديثي الولادة	**3.14**	**47.39**	**32.17**	**30.52**	**10.1**
معدلات القياسات الولادية لاطفال حديثي الولادة لعينة المشاهدات	**2.96**	**47.35**	**32.2**	**30.58**	**9.97**

الاستنتاجات :

1. نلاحظ من خلال الجدول (1) انه باستخدام اسلوب بيز في تقدير معـدلات المقاييس الولادية لاطفال حديثي الولادة كانت اقـرب للمقـاييس الطبيـة القياسية من الاسلوب التقليدي الذي يعتمد على معلومات العينة فقط وكانت جميع المعدلات ضمن المواصفات القياسية الطبيـة بالنسـبة الـى عينـة الدراسة.

المصادر :

1- Zellner.A(1976)," Bayesian and non-Bayesian analysis of the regression model with multivariate Student-t error terms ", J. Amer. Statist. Assoc.vol(71), pp. 400-405.

2- Cuirong,R.;Dongchu,S.&Dipak,K.(2004),"Comparison of Bayesian and Frequentist Estimation and Prediction for a Normal Population",The Indian Journal of Statistics,Vol(66), Part (4), pp(678-706)

3- Larson,H.J.,(1974),"Introduction to probability theory statistical inference",John-Wiley,New-York

4- Malay,G.&Tapabrata,M.(1999),"Adjusted Bayes estimator with application to small area estimation"The Indian Journal of Statistics, Volume 61, Series B, Pt. 1, pp. 71-90

5- Min,c.& Zellner,A.(1993),"Bayesian and Non-Bayesian method for combining models and forecasts with application to forecasting International Growth Rates",JEconometr.,Vol.(56),pp.(89-118)

6- Smith,A.F.and Linddey,D.(1972)"Bayes Estimation for the Linear model and model",J.R.Statist.Soc.Series B,Vol.(43),No.(1) pp.(1-40)