المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (15) 2009
ص ص [77–92]

مقارنة التنبؤ باستخدام النماذج الديناميكية ونماذج فضاء الحالة مع التطبيق

هيام عبد المجيد حياوي* هيلاء انس عبد المجيد**

الملخص:

تم في هذا البحث توفيق عدة نماذج للنظم الديناميكية الحركية الخطية بمعلمات مختلفة بنوعيها: نماذج خطأ المعادلة وتضم ARX و ARMAX , ونماذج خطأ المخرجات وتضم OE و BJ، وعدة نماذج من فضاء الحالة وتم اختيار النموذج الذي أعطى اقل قيمة للمعايير الاحصائية وهو(1,7,3)ARX ونموذج فضاء الحالة بـ(4)معلمات .وتم التنبؤ باستخدام هذين النموذجين، ومقارنة التنبؤ لكليهما وتبين أن النموذج الحركي الديناميكي يعطي قيما تنبؤية افضل من نموذج فضاء الحالة فضلا عن مقارنة خطأ التكهن للنموذجين اللذين تم الحصول عليهما من خلال التطبيق على بيانات حقيقية.

A Comparison between the Prediction of State Space models and Stochastic Dynamic Linear Systems with Application

Abstract:

This Paper is concerned with the synchronizing between numbers of dynamic linear system models with different parameters with their two different kinds. The first kind represented the equation error model which included ARMAX and ARX, also the second kind was the output error model which contained BJ and OE , and, another state space models, After the application of the above models on the real data ,the comparison has been done, we choose the ARX(1,7,3) and the state space model with 4 parameters which gave the minimum statistical

---

* مدرس / قسم الإحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

** مدرس مساعد / قسم الإحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم : 28 /2008/12 ـــــــــ تاريخ القبول :25 /4 /2009

criteria. These two models are also used in forecasting and another comparison has been done between two forecasted models, and we conclude that the forecasted dynamic linear system model is the best which gave the minimum statistical criteria.

1. المقدمة Introduction

إن تفاعل إشارات ملحوظة ذات فائدة تعرف بالمخرجات output ويرمز لها بـ y_t مع إشارات أو مؤثرات خارجية يعالجها المستخدم User تعرف بالمدخلات ويرمز لها بـ u_t ومنها إشارات أخرى غير مسيطر عليها من قبل المستخدم تعرف بالإزعاجات noise ويرمز لها بـ a_t، إن مجموع هذه الإشارات تسمى بالنظام system وان العلاقة بين المدخلات والإزعاجات تتحدد من قبل دالة تعرف بدالة التحويل Transfer Function والتي تعكس شكل التغير الذي يطرأ على المدخلات لتتحول إلى المخرجات، وعملية الربط بين هذه الإشارات يتم من خلال تشخيص النظام system Identification الذي يعد حقلا متنوعا بطرائق عديدة ويتعامل مع مشكلة بناء النماذج الرياضية للأنظمة الحركية Dynamic Systems والتي تبنى من خلال البيانات المشاهدة، للتفاصيل انظر (Ljung,1999).

يعد التنبؤ بالسلوك المستقبلي من الموضوعات المهمة في العلوم الإحصائية وذلك للحاجة إليه في مجالات الحياة المختلفة ،وان اغلب الدول تعتمد في برامجها التنموية على أسس وأساليب علمية متطورة من اجل الوصول إلى نتائج أكثر فاعلية، ولعلم الإحصاء والسلاسل الزمنية الدور الرئيسي في بناء هذه البرامج من خلال التحليل بمعرفة الماضي وسلبياته والتنبؤ بالمستقبل واحتياجاته وفق الإمكانيات المتاحة (عبد الرسول ،1981).

2. هدف البحث Objective research

يهدف البحث إلى مقارنة التنبؤ بالقيم المستقبلية من خلال التعامل مع نماذج فضاء الحالة State Space والنظم الديناميكية الحركية الخطية التصادفية Linear Stochastic Dynamic Systems وذلك بالاعتماد على بيانات حقيقية وهي عبارة عن مشاهدات اقتصادية عولجها الباحثين Box and Jenkins(1976).

3. نماذج فضاء الحالة State-Space Models

تعرف نماذج فضاء الحالة بالنموذج الداخلي internal model وذلك لأنها تنفرد عن غيرها من النماذج بكونها في موازاة المتغيرات التي يمكن قياسها، والتي لا يمكن قياسها فإنها تدمج في النموذج، للتفاصيل انظر (Kanjilal, 1995).

إن أسلوب فضاء الحالة هو أسلوب رياضي يتميز عن أسلوب دالة التحويل بكونه يوفر الإمكانيات للتعرف على ديناميكية النظام الداخلية والخارجية ويتصف أيضا بالعمومية كما تتصف اغلب نظم السيطرة بوجود قنوات المدخلات والمخرجات التي تجعل النظام أكثر تعقيدا ،وتبرز هذه الحالة أهمية أسلوب فضاء الحالة لتمثيل نظم السيطرة. (Wei,1990) و (البدراني،2002)

يتكون نموذج فضاء الحالة عادةً من معادلتين تصف الأولى متجه المدخلات عند الزمن $(t+1)$ ويرمز له X_{t+1} بدلالة X_t وكذلك المدخلات U_t وتسمى هذه المعادلة بمعادلة الحالةState Equation في حين تصف الثانية المخرجات Y_t بدلالة كل من المدخلات X_t والمدخلات U_t وتسمى هذه المعادلة بمعادلة المشاهدة Observation Equation ويمكن توضيح هاتين المعادلتين في حالة وجود مدخل ومخرج واحد SISO (Single Input Single Output) كالآتي:-

$$X_{t+1} = AX_t + BU_t \quad \dots (1a)$$

$$Y_t = CX_t + DU_t \quad \dots (1b)$$

إذ أن:-

A : تمثل الديناميكية المستقلة للنظام ببعد (n*n).

B : يمثل تأثير أفعال السيطرة ببعد (n*n).

C : يمثل الإسقاط على المتغيرات المشاهدة ببعد (n*1). D : يمثل قيمة حقيقية.

وتؤدي هاتان المعادلتان دوراً مهماً في دراسة النظم الديناميكية اذ يعبر عن المدخلات والمخرجات من خلال معادلة فرقية عند وجود نظام محدد في الزمن المتقطع وتكون هناك عادةً اضطرابات غير مسيطر عليها تعامل كمتغيرات عشوائية أو تشويش يؤثر في المخرجات (Nelles,2001).

تعطي نماذج فضاء الحالة أساسيات مؤثرة في تحليل السلاسل الزمنية ضمن مدى واسع في مجالات عديدة من ضمنها المصفوفات الهندسية والاقتصادية وبين الكثير من الباحثين منهم (Makridakis,1998) وجود عدة أسباب لاستخدام نماذج فضاء الحالة وذلك لكونها تعطي مجموعة متطورة لمعادلات التعاقب Recursive Equation التي تستخدم لإيجاد التنبؤ، ويطلق على هذا الأسلوب لمعادلات التكرار بمرشح كالمن Kalman Filter والتي تساعد في تسهيل عملية الحسابات لإيجاد خطأ التنبؤ (Kalman,1960).

4. النظم الديناميكية الحركية الخطية التصادفية Stochastic Linear Dynamic Systems

يتركب النموذج الخطي العام General Linear Model الذي تشتق منه كل النماذج الخطية Linear Models والذي غالبا لا يمكن تطبيقه عملياً لأنه يمثل الهيكلية الموحدة للأنظمة الخطية، حيث يتم حساب المخرجات y_t من خلال ترشيح المدخلات بمرشح خطي يرمز له $G(q)$ والذي يسمى بالجزء المحدد ويسمى أيضا بدالة تحويل المدخلات Input Transfer Function، فضلا عن ترشيح التشويش الأبيض الذي يرمز له v_t بمرشح خطي آخر يرمز له بـ $H(q)$ ويسمى بدالة تحويل التشويش Noise Transfer Function ويسمى بالجزء التصادفي، عليه يمكن تمثيل النموذج الخطي العام بالجزأين المحدد والتصادفي بالشكل الآتي:

$$y_t = G(q)u_t + H(q)v_t \quad \dots (2)$$

ويمكن تمثيل هذا النموذج من خلال متعددات الحدود وهي تراكيب خطية Linear Combination بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u_t + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}v_t \quad \dots (3)$$

حيث أن:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \cdots + a_{na} q^{-na}$$
$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \cdots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \cdots + c_{nc} q^{-nc}$$
$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \cdots + d_{nd} q^{-nd}$$
$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \cdots + f_{nf} q^{-nf}$$

وان كل من nf, nd, nc, nb, na تمثل معلمات متعددات الحدود وعلى التوالي $F(q), D(q), C(q), B(q), A(q)$ وان q^{-1} يمثل معامل الإزاحة الخلفيBackword Shift بمعنى:

$$q^{-1}u_t = u_{t-1}$$
$$q^{-2}u_t = q(qu_t)$$
$$= q(u_{t-1})$$
$$= u_{t-2}$$

تقسم نماذج النظم الحركية الخطية التصادفية إلى مجموعتين:

المجموعة الأولى: نماذج خطأ المعادلة Equation Error Models

تضم نموذج الانحدار الذاتي مع مدخلات إضافية ARX ونموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة مع مدخلات إضافية ARMAX ، تتميز هذه النماذج بوجود المرشح الخطي 1/A(q) في دالة تحويل المدخلات ودالة تحويل التشويش كمقام حركي لهذه الدوال أي أن التشويش في هذه النماذج يؤثر تاثيرا مباشرا على مخرجات النموذج، ويمكن تمثيل نموذج ARX بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{1}{A(q)} v_t \quad \ldots (4)$$

أما نموذج ARMAX فيمكن تمثيله بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{A(q)} u_t + \frac{C(q)}{A(q)} v_t \quad \ldots (5)$$

المجموعة الثانية: نماذج خطأ المخرجات Output Error Models

تضم نموذج بوكس-جنكنز ويرمز له بـ BJ ونموذج خطأ المخرجات ويرمز له OE وتتميز هذه النماذج من خلال نماذج التشويش التي لا تضم عملية حركية، أي أن دالة تحويل المدخلات مستقلة تماما عن دالة تحويل التشويش(Nelles,2001) و (Ljung & Söderström,1983).

ويمكن تمثيل نموذج خطأ المخرجات بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)}u_t + v_t \quad \ldots (6)$$

ويكون هذا النموذج واسع الاستخدام ومن السهولة تمثيله وغالبا ما يكون أكثر واقعية لان دالة تحويل التشويش لا تتضمن المرشح 1/A(q) .

أما نموذج بوكس-جنكنز فيمكن تمثيله بالشكل الآتي:

$$y_t = \frac{B(q)}{F(q)}u_t + \frac{C(q)}{D(q)}v_t \quad \ldots (7)$$

5.اختبار دقة النتائج التنبؤية

كثيرا ما يطلق على الدقة Accuracy كلمة حسن المطابقة Goodness of Fit والتي تشير إلى كيفية جعل نموذج التنبؤ قادراً على توليد بيانات ذات كفاءة ، وهناك عدة معايير يمكن من خلالها ضبط دقة النموذج في التنبؤ منها: (Makridakis,1998) و (العاني،2005)

1. معدل مربع الأخطاء Mean Square Error ويعرف بالصيغة الآتية:

$$S_e^2 = \frac{1}{n-m}\sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$= \frac{1}{n-m}\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 \quad \ldots (8)$$

حيث أن: n : تمثل فترة التكهن و m : تمثل عدد معلمات النموذج .

2. معدل القيم المطلقة الأخطـاء Mean Absolute Error ويمكـن إيجـاده بالصيغة الآتية:

$$MAE = \sum_{t=1}^{n}|e_t|/n-m$$

$$e_t = Y_t - F_t \quad \ldots (9)$$

حيث أن:

e_t: تمثل البواقي، Y_t : تمثل القيم الحقيقية للسلسلة، F_t : تمثل القيم المتنبـأ بهـا للسلسلة

3. النسبة المطلقة لمعدل الأخطـاء Mean Absolute Percentage Error

وتحسب بالصيغة الآتية:

$$MAPE = \frac{1}{n-m}\sum_{t=1}^{n} PE_t$$

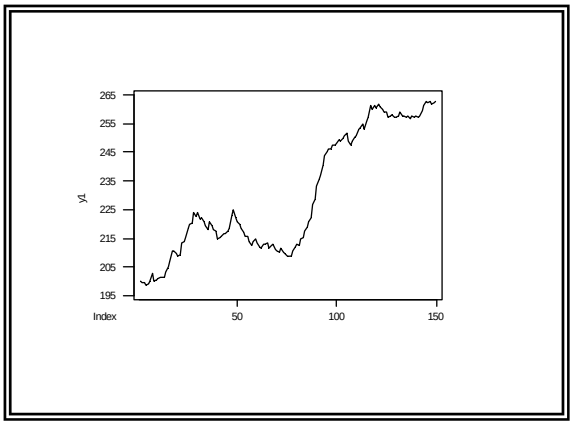
$$PE = \left(\frac{Y_t - F_t}{Y_t}\right) * 100 \qquad \ldots(10)$$

4. معدل النسبة المئويـة للأخطـاء Mean Percentage Error و يحـسب بالشكل الآتي:

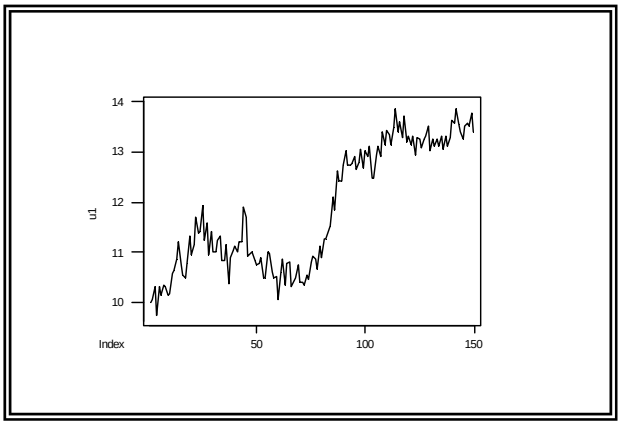
$$MPE = \frac{1}{n-m}\sum_{t=1}^{n} PE_t \qquad \ldots(11)$$

6. الجانب التطبيقي

في هذا البحث تم استخدام بيانات حقيقية وهي مشاهدات اقتصادية سبق ان عالجها الباحثيا Box and Jenkins(1976) وهي U_t التي تمثل مؤشرا قيادياً Leading Indicator والمخرجات Y_t تمثـل المبيعـات Sales وتتـضمن (150) زوجا من المدخلات والمخرجات ويمكن تمثيـل بيانـات المـدخلات والمخرجات بالشكلين الآتيين:



الشكل (1):يمثل الرسم الزمني للمخرجات والتي تمثل المبيعات



الشكل (2):يمثل الرسم الزمني للمدخلات والتي تمثل المؤشر القيادي

نلاحظ من الشكلين (1) و(2) إن البيانات غير مستقرة عالجها الباحثـان Box and Jenkins(1976) بأخذ الفرق الأول للسلـسلتين ، تـم اخـذ اول 130 مشاهدة من البيانات واستخدم الباقي للتنبؤ.

وبتطبيق النماذج الديناميكية الحركية الخطية التصادفية (الصندوق الأسـود)، نماذج خطأ المعادلة ARMAX , ARX ونماذج خطأ المخرجات OE , BJ تـم توفيق العديد من النماذج بمعلمات متعددة ومختلفة لكل نموذج من النماذج الحركية واختيار افضل نموذج حسب المعايير الاحصائية AIC , FPE , Loss Function وافضل نموذج من بين هذه النماذج هو الذي يعطي نتائج مستقبلية جيدة في التكهن ومن ثم الحصول على اقل خطأ للتنبؤ وكما موضح في الجدول (1) .

الجدول(1) : نماذج الصندوق الأسود مع المعايير الخاصة بكل نموذج

المعايير والرتب النموذج	na	nb	nc	nd	nf	nk	AIC	Loss fun.	FPE
ARX	**1**	**7**	**-**	**-**	**-**	**3**	**-1.0393**	**0.3013**	**0.35380**
ARMAX	**7**	**2**	**3**	**-**	**-**	**3**	**-0.6945**	**0.3215**	**0.5029**
OE	**-**	**3**	**-**	**-**	**7**	**3**	**-0.7830**	**0.3252**	**0.4585**
BJ	**-**	**5**	**2**	**2**	**1**	**3**	**-0.83481**	**0.3088**	**0.4354**

من الجدول (1) تم اختيار أفضل نموذج من بين النماذج الأربعة فوجد أن النموذج ARX يعطي اقل قيمة بالنسبة لمعيار Loss function, FPE , AIC ،لذلك تـم اختيار نموذج ARX لأنه يقابل اقل قيمة للمعايير, وصيغته بالشكل الآتي:

$$y_t = 0.6819y_{t-1} + 0.01098y_{t-2} + 0.007196y_{t-3} + 0.01836y_{t-4} + 0.121\,u_{t-1}$$
$$\text{-0.0.04565}\,u_{t-2} + 4.653\,u_{t-3} + 0.2658\,u_{t-4} + a_t \text{ -0.8056}\,a_{t-1} \quad \ldots (12)$$
$$\text{-0.02864}\,a_{t-2}\text{-0.0189}\,a_{t-3} + 0.0535\,a_{t-4}$$

وبعد تبسيط المعادلة (8) لإيجاد قيم البواقي الموضحة في الجـدول (2) مـن المعادلة (13) الآتية :

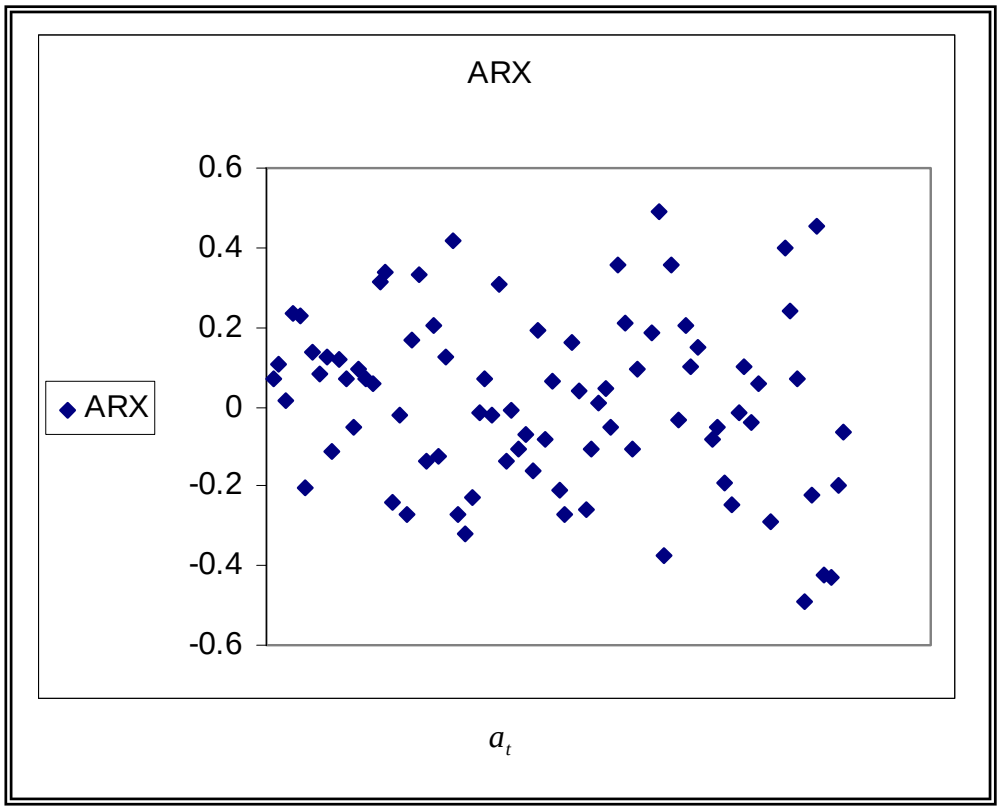
$$a_t = y_t - 0.6819y_{t-1} - 0.01098y_{t-2} - 0.007196y_{t-3} - 0.01836y_{t-4} - 0.121\,u_{t-1} + 0.0.04565\,u_{t-2} - 4.653\,u_{t-3} - 0.2658\,u_{t-4} + 0.8056\,a_{t-1} + 0.02864\,a_{t-2} + 0.0189\,a_{t-3} - 0.0535\,a_{t-4} \quad \ldots(13)$$

علما بان: $a(1{:}4) = 0$.

الجدول (2) : يوضح قيم البواقي للنموذج ARX

t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t
1	**-0.17254**	**23**	**-0.12304**	**45**	**-0.04797**	**67**	**0.35780**	**89**	**0.28545**	**111**	**0.306950**
2	**0.34448**	**24**	**-0.94577**	**46**	**-0.42959**	**68**	**-0.00080**	**90**	**0.53696**	**112**	**-0.226230**
3	**0.31620**	**25**	**1.79610**	**47**	**0.19045**	**69**	**-0.18349**	**91**	**0.18213**	**113**	**0.676050**
4	**-0.13044**	**26**	**0.82894**	**48**	**-0.46106**	**70**	**-0.10805**	**92**	**0.06933**	**114**	**-0.092710**
5	**-0.04108**	**27**	**-0.32214**	**49**	**0.00622**	**71**	**0.30056**	**93**	**0.45053**	**115**	**0.295510**
6	**0.10972**	**28**	**-0.53113**	**50**	**0.08611**	**72**	**0.04960**	**94**	**-0.11658**	**116**	**-0.008975**
7	**0.59461**	**29**	**-0.07669**	**51**	**-0.06747**	**73**	**0.09913**	**95**	**-0.49104**	**117**	**0.287360**
8	**-0.14229**	**30**	**0.29457**	**52**	**3.76290**	**74**	**0.17128**	**96**	**0.23184**	**118**	**0.056140**
t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t
9	**-0.13771**	**31**	**0.03684**	**53**	**-0.40609**	**75**	**0.25055**	**97**	**0.27768**	**119**	**-0.153610**
10	**-0.29126**	**32**	**-0.06331**	**54**	**-0.94125**	**76**	**-0.07910**	**98**	**-0.23061**	**120**	**-0.329300**
11	**-0.13992**	**33**	**-0.15640**	**55**	**-0.49222**	**77**	**0.50567**	**99**	**0.37420**	**121**	**0.306950**
12	**0.64144**	**34**	**-0.00650**	**56**	**-0.12004**	**78**	**0.27438**	**100**	**0.43369**	**122**	**-0.226230**
13	**0.46192**	**35**	**0.18569**	**57**	**-0.41645**	**79**	**0.10557**	**101**	**0.31384**	**123**	**0.676050**
14	**0.89296**	**36**	**-0.07208**	**58**	**-0.90451**	**80**	**0.19271**	**102**	**-0.90155**		
15	**0.30279**	**37**	**0.31138**	**59**	**-0.01766**	**81**	**-0.48758**	**103**	**-2.96870**		
16	**-0.41914**	**38**	**-0.23996**	**60**	**-0.33586**	**82**	**0.86591**	**104**	**2.84010**		
17	**-0.38453**	**39**	**0.05149**	**61**	**0.19740**	**83**	**-0.07682**	**105**	**0.50301**		
18	**0.42565**	**40**	**-0.21594**	**62**	**-0.64806**	**84**	**0.57393**	**106**	**0.93782**		
19	**0.10797**	**41**	**-0.20168**	**63**	**0.67939**	**85**	**0.21069**	**107**	**-0.70005**		
20	**0.12077**	**42**	**-0.01657**	**64**	**0.02651**	**86**	**0.15853**	**108**	**0.71305**		
21	**0.32501**	**43**	**0.68354**	**65**	**-0.84308**	**87**	**0.11728**	**109**	**0.30713**		
22	**0.50361**	**44**	**0.37717**	**66**	**-0.09759**	**88**	**0.37552**	**110**	**-0.28792**		

وللتأكد من دقة النتائج التي تم الحصول عليها من حيث دقة النموذج يمكن ملاحظة الرسم العشوائي لسلسلة البواقي ،وكما مبين في الشكل الآتي:



الشكل (3):يوضح الرسم العشوائي سلسلة البواقي لنموذج ARX

ولإيجاد قيم التنبؤ لهذا النموذج في الجدول (3) من المعادلة التالية :

$$\hat{y}_{131} = 0.6819y_{130} + 0.01098y_{129} + 0.007196y_{128} + 0.01836y_{127} + 0.121\,u_{130}$$
$$-0.0.04565\,u_{129} + 4.653\,u_{128} + 0.2658\,u_{127} - 0.8056\,a_{130} \quad \ldots(14)$$
$$-0.02864\,a_{129} - 0.0189\,a_{128} + 0.0535\,a_{127}$$

علما بان القيم المستقبلية للبواقي لايمكن التنبؤ بها لذلك فان قيمتها تساوي صفرا .

الجدول (3) : يوضح قيم التنبؤ للنموذج ARX

y	$\hat{y}$	y	$\hat{y}$
1.3	1.43330	0.2	0.47086
-1.1	-1.15820	2.1	1.90840
-0.1	-0.14208	1.5	1.29420
-0.5	-0.43112	1.8	1.99490
0.3	0.53536	-0.6	0.06947
-0.7	-0.60098	0.5	-0.54899
0.7	0.31739	-1.0	-0.88468
-0.5	-0.90083	0.4	0.47787
0.6	0.85002	0.5	0.46385
-0.3	-0.54685		

بعد ذلك تم إيجاد نموذج فضاء الحالة للبيانات بمعلمات مختلفـة واختيـار افضل نموذج يمتلك اقل قيمة للمعايير الاحصائية ايضا ومقارنتة مـع افـضل نموذج حركي تم اختيارة من بين النماذج الديناميكية الحركيـة للتنبـؤ و كمـا موضح في الجدول (4) :

الجدول (4): نماذج فضاء الحالة بمختلف الرتب مع المعايير

المعايير / الرتب	AIC	Loss fun.	FPE
1	**0.5310**	**1.3924**	**1.70185**
2	**0.2839**	**0.890379**	**1.33557**
3	**-0.4758**	**0.341028**	**0.633337**
4	**-0.9273**	**0.13246**	**0.16858**
5	**0.6018**	**0.481181**	**2.4059**

نلاحظ من الجدول (4) ان نموذج فضاء حالة ذا الرتبة الرابعة الذي يمتلـك اقـل معيار لـ AIC وLoss function و FPE وصيغته كالآتي:

State space model:

$$A=\begin{bmatrix} -0.571 & 2.7689 & -0.80335 & -1.3188 & 1.1337 \\ -0.67978 & 0.87412 & -0.50666 & 0.64417 & 0.24174 \\ -2.9175 & 4.7416 & -1.9105 & -1.6517 & 2.1577 \\ -0.29977 & -0.3237 & 0.48917 & -0.25331 & -0.82795 \\ 1.4372 & -2.2158 & 0.76012 & 1.571 & -1.1798 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 102.53 \\ 20.271 \\ 159.53 \\ 3.2534 \\ -93.239 \end{bmatrix} \quad , \quad K=\begin{bmatrix} 25.972 \\ 7.8994 \\ 46.546 \\ -4.1389 \\ -22.47 \end{bmatrix} \quad , \quad X(0)=\begin{bmatrix} 3.2701 \\ 1.2645 \\ 13.872 \\ -7.7074 \\ -1.3809 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 1.504 & 3.603 & 2.9059 & -0.76076 & -3.1034 \end{bmatrix}$$

وكانت قيمة D=0 ، وباستخدام نظام MATLAB تم تمثيل افضل نموذج لفـضاء الحالة من خلال صيغة النموذج ARMAX بالشكل الاتي :

$$\begin{aligned} y_t = & \text{-}0.6819\ y_{t-1} + 0.01098\ y_{t-2} + 0.007196\ y_{t-3} + 0.01836\ y_{t-4} \\ & + 0.121\ u_{t-1} - 0.04565\ u_{t-2} + 4.653\ u_{t-3} + 0.2658\ u_{t-4} + a_t \\ & - 0.8056\ a_{t-1} - 0.02864\ a_{t-2} - 0.0189\ a_{t-3} + 0.05354\ a_{t-4} \end{aligned} \quad \dots (15)$$

وبعد تبسيط المعادلة (15) لإيجاد قيم البواقي الموضـحة فـي الجـدول (5) مـن المعادلة الآتية :

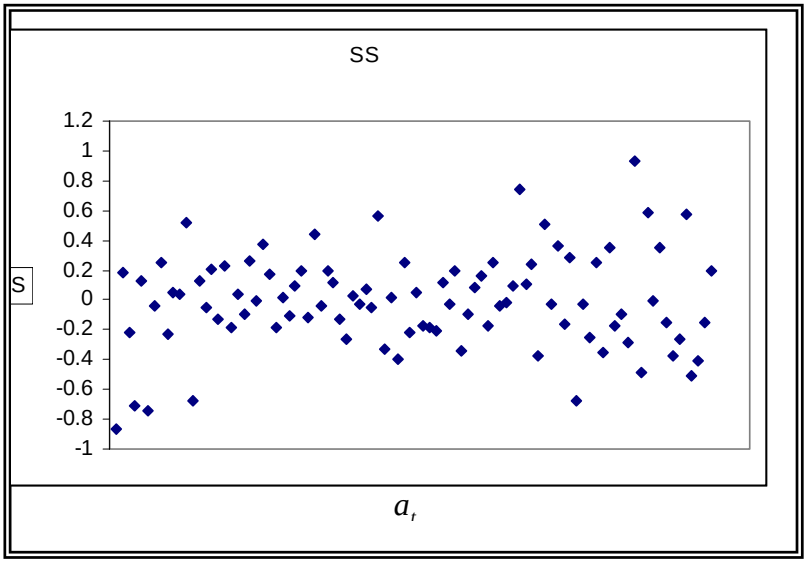
$$a_t = y_t + 0.6819\ y_{t-1} - 0.01098\ y_{t-2} - 0.007196\, y_{t-3} - 0.01836\, y_{t-4}$$
$$- 0.121\ u_{t-1} + 0.04565\, u_{t-2} - 4.653\, u_{t-3} - 0.2658\, u_{t-4}$$
$$+ 0.8056\, a_{t-1} + 0.02864\, a_{t-2} + 0.0189\, a_{t-3} - 0.05354\, a_{t-4} \qquad \ldots (16)$$

علما أن : $a(1{:}4) = 0$

الجدول (5) : يوضح قيم البواقي لنموذج فضاء الحالة

t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t	t	a_t
1	-0.12636	**23**	0.14871	**45**	0.02452	**67**	0.15356	**89**	-0.24872	**111**	0.033978
2	4.12070	**24**	-0.01480	**46**	0.14558	**68**	-0.52765	**90**	0.21228	**112**	0.969810
3	-3.50950	**25**	0.09140	**47**	0.05279	**69**	0.27359	**91**	-0.10010	**113**	-0.632910
4	0.11630	**26**	0.17956	**48**	-0.28068	**70**	-0.14511	**92**	-0.48746	**114**	0.521690
5	-0.23336	**27**	0.21065	**49**	-0.09014	**71**	-0.53290	**93**	-0.04342	**115**	0.108240
6	-0.60129	**28**	-0.07345	**50**	0.07001	**72**	0.00620	**94**	0.08297	**116**	-0.176520
7	0.20720	**29**	-0.29614	**51**	0.18744	**73**	0.14212	**95**	-0.26855	**117**	0.547170
8	0.11612	**30**	-1.49690	**52**	-0.35183	**74**	-0.29061	**96**	-0.04436	**118**	-0.526560
9	0.09286	**31**	1.82680	**53**	0.30978	**75**	-0.10780	**97**	0.07614	**119**	0.290440
10	-0.18412	**32**	0.50195	**54**	-0.15893	**76**	-0.04461	**98**	-0.21878	**120**	-0.032632
11	0.01448	**33**	-0.00365	**55**	0.12836	**77**	0.34710	**99**	0.33044	**121**	0.196460
12	0.22695	**34**	-0.35922	**56**	0.08048	**78**	0.16916	**100**	-0.20587	**122**	0.026626
13	-0.16314	**35**	0.43058	**57**	0.06390	**79**	0.14948	**101**	-0.44311	**123**	0.057200
14	0.02740	**36**	0.27113	**58**	4.37440	**80**	-0.14421	**102**	0.10289	**124**	0.269610
15	-0.20105	**37**	-0.14200	**59**	-0.11795	**81**	-0.03861	**103**	0.05590	**125**	-0.245900
16	-0.10703	**38**	-0.01945	**60**	-0.80631	**82**	-0.23464	**104**	-0.08881	**126**	-0.122140
17	0.43211	**39**	-0.08221	**61**	-0.27407	**83**	0.37776	**105**	0.10239		
18	-0.15434	**40**	-0.13830	**62**	-0.33671	**84**	0.04565	**106**	-0.06068		
19	0.15843	**41**	0.24408	**63**	-0.40476	**85**	-0.02520	**107**	0.15095		
20	0.15392	**42**	0.51206	**64**	-0.55500	**86**	-0.11924	**108**	-0.41427		
21	-0.10191	**43**	0.33479	**65**	0.22126	**87**	-0.62588	**109**	-2.76470		
22	-0.12406	**44**	-0.24401	**66**	-0.47512	**88**	0.58583	**110**	2.65740		

وللتأكد من دقة النتائج التي تم الحصول عليها من حيث دقة نموذج فـضاء الحالـة يمكن ملاحظة الرسم العشوائي لسلسلة البواقي ،وكما مبين في الشكل الآتي:



الشكل (4):يوضح الرسم العشوائي سلسلة البواقي لنموذج

بعد ذلك تم التنبؤ لنموذج فضاء الحالة والجدول (6) يبين القيم التنبؤية من الصيغة الآتية :

$$\hat{y}_{131} = -0.6819\ y_{130} + 0.01098\ y_{129} + 0.007196\ y_{128} + 0.01836\ y_{127}$$
$$+ 0.121\ u_{130} - 0.04565\ u_{129} + 4.653\ u_{128} + 0.2658\ u_{127}$$
$$- 0.8056\ a_{130} - 0.02864\ a_{129} - 0.0189\ a_{128} + 0.05354\ a_{127} \quad \ldots (17)$$

إن قيم a_{t+l} هي قيم تنبؤية لخطوة مستقبلية أي لايمكن التكهن بها وتكون قيمتهـا مساوية للصفر.

الجدول (6): يوضح قيم التنبؤ لنموذج فضاء الحالة

y	$\hat{y}$	y	$\hat{y}$
1.3	**1.35330**	**0.2**	**0.39330**
-1.1	**-1.35810**	**2.1**	**2.05840**
-0.1	**0.03841**	**1.5**	**1.18150**
-0.5	**-0.54831**	**1.8**	**2.15670**
0.3	**0.28831**	**-0.6**	**-0.01317**
-0.7	**-0.53254**	**0.5**	**-0.55018**
0.7	**0.52341**	**-1.0**	**-1.11620**
-0.5	**-0.76164**	**0.4**	**0.38092**
0.6	**0.66445**	**0.5**	**0.71664**
-0.3	**-0.47883**		

وبمقارنة نموذج ARX مع نموذج فضاء الحالة من خلال المعايير المستخدمة لكل منهما , لوحظ ان افضل نموذج هو ARX الذي له اقل كلفة واقل قيمة بالنسبة الى معيار AIC و FPE , فضلا عن تطبيق معايير اختبار دقة النتائج التنبؤية للنموذجيين اللذين تم الحصول عليهما ،وكانت النتائج كالآتي:

جدول (7): يوضح قيم معايير اختبار جودة النماذج في التنبؤ

النماذج	MSE	MAE	MAPE	MSF	MPE
ARX(1,7,3)	0.0452826	0.429828	86.4987	0.207548	5.48728-
SS(4)	0.100519	0.608259	122.657	0.290104	27.9940

نلاحظ من الجدول أن قيم المعايير للنموذج الحركي الخطي ARX(1, 7, 3) هي اقل من قيم المعايير لنموذج فضاء الحالة SS(4) مما يدل على أن النماذج الحركية الخطية تعطي نتائج أفضل في التنبؤ بالقيم المستقبلية للحالة الدراسية في البحث.

6.الاستنتاجات

خلص البحث إلى بعض الاستنتاجات نذكر منها:

1. تبين من خلال التطبيق العملي بأن التنبؤ بالنماذج الحركية الخطية التصادفية يعطي قيما تنبؤية أفضل من نماذج فضاء الحالة وكما مبين في الجدول (3) الذي يوضح القيم التنبؤية للنماذج الحركية الخطية التصادفية والجدول (6) الذي يوضح القيم التنبؤية لنماذج فضاء الحالة.
2. نلاحظ أيضا أن معدل مربع الأخطاء وخطأ التكهن ومعايير اختبار دقة النتائج التنبؤية للنماذج الحركية الخطية التصادفية كانت اقل مما هي عليه في نموذج فضاء الحالة مما يدل على تفوق النماذج الحركية على نماذج فضاء الحالة في التنبؤ بالقيم المستقبلية للحالة الدراسية.

7.المصادر

1. البدراني ،ظافر رمضان مطر ،(2002):"**دراسة في تشخيص النظم التصادفية مع إشارة خاصة إلى أسلوب فضاء الحالة والاستقرارية**"،أطروحة دكتوراه ،كلية علوم الحاسبات والرياضيات،جامعة الموصل،العراق.

2. العاني،احمد حسين بتال ،(2005):"**استخدام نماذج ARIMA في التنبؤ الاقتصادي**"،مجلة العلوم السياسية والاقتصادية،العدد السادس، جامعة الانبار، العراق.

3. عبد الرسول،محمود جواد (1981)"**دراسة احصائية تطبيقية للمقارنة بين النماذج الاسية ونماذج بوكس جنكنز في التوقعات المستقبلية مع تطبيق عملي**" ،رسالة ماجستير،(غير منشورة)،جامعة بغداد.

4. Box,G.E.P., & Jenkines,G.M.,(1976):"**Time Series Analysis Forecasting and Control** ",Holden Day Inc. 500 Sansome Street San Francisco California U.S.A.

5. Kalman, R.E.,(1960):"**A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problem**",Trans ASME series D. Journal of Basic Engineering Vol.82 PP.(35-45).

6. Kanjilal, P.P.,(1995):"**Adaptive Prediction and Predictive Control**", Peter Peregrines Ltd. London.

7. Ljung, L., & Söderström, T.,(1983):"**Theory and Practice of Recursive Identification**", IT Press Cambridge Massachusetts London England.

8. Ljung, L., (1999):"**System Identification Theory for user**", 2nd ed. Prentice Hall Upper Saddle River N.J. London UK.

9. Makridakis, S., Wheelwright, S., & Mcgee, E.,(1998):"**Forecasting :Methods and Application**s ",2nd ed. John Wiley & Sons New York U.S.A.

10. Nelles, O., (2001):"**Nonlinear System Identification from Classical Approach to Neural Network and Fuzzy Models**", Springer Verlag Belin Heidelberg Germany.

11. Wei, W.W.S., (1990):"**Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods**", Addison Wesley Publishing Company Inc.The advanced Book Program California U.S.A.