مقارنة بعض طرائق تقدير المعولية للتوزيع الاسي المزدوج (توزيع لابلاس) باستخدام المحاكاة

م. د. لمياء محمد علي حميد / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد

المستخلص

يهدف البحث إلى دراسة خصائص ومقدرات المعولية (Reliability) للتوزيع الاسي المزدوج (Double exponential distribution)(توزيع لابلاس) للإجهاد والمتانة واشتقاق الصيغ الخاصة بطرائق التقديرات والمقارنة بينهما عن طريق المحاكاة باستعمال مقياس المقارنة الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، وعلى افتراض أن متغيرا الإجهاد والمتانة العشوائيان (Stress – strength random variable) هما متغيران مستقلان ويمتلكان التوزيع الاسي المزدوج بمعلمتين مختلفتين $(a_i \ ,\lambda_i)$ ، وقد تم الأخذ بنظر الاعتبار حالتين عند إيجاد المعولية بالنسبة لمعلمتي الموضع وهما ($a_1 < a_2$) و ($a_2 < a_1$) بعد ذلك تم إيجاد مقدرات لهذه المعلمات $(a_1 \ ,\lambda_1, a_2 \ ,\lambda_2)$ والمعولية R باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم (Maximum likelihood method) وطريقة العزوم (Moment method) وطريقة التقلص (Shrinkage method) ولغرض التوصل الى الطريقة الاكفأ لتقدير المعولية R، تم استعمال المحاكاة بطريقة مونت كارلو وتمت المقارنة بين الطرائق عن طريق متوسط مربعات الخطأ (MSE). وتم الاستنتاج عن طريق تحليل تجارب المحاكاة إن طريقة التقلص هي الأفضل عند تقدير معولية التوزيع الاسي المزدوج.

مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية
العدد 95 المجلد 23
الصفحات 387ـ398

1-المقدمة:

يعد التوزيع الاسي المزدوج (توزيع لابلاس) من نماذج المعولية في التطبيقات العملية للأنظمة الالكترونية المختلفة كأنموذج للإجهاد والمتانة في تقدير معولية هذه الأنظمة الالكترونية وفي مختلف الميادين المتعلقة بخدمة المستهلك، إذ أن متغير الإجهاد العشوائي مثلا يمثل الظروف البيئية المحيطة بعمل هذه الأنظمة مثل درجات الحرارة أو الرطوبة، إذ أن متغير المتانة العشوائي يمثل أوقات العمل لهذه الأنظمة بدون فشل تحت ظل هذه الظروف البيئية.

ينسب التوزيع الاسي المزدوج بصيغته المتجانسة الى العالم الفرنسي (Pierre Simon Laplace) والذي توصل الى صيغة التوزيع عام (1774) وتم استعمال هذا التوزيع في نظرية الاحتمالات (Probability theory).

في موضوع المعولية (Reliability) قام الباحثان Nadarajah, & Kotz [7] عام 2003 بإيجاد صيغة للمعولية لنماذج باريتو وفي عام 2004 قدم Nadarajah [8] صيغ للمعولية لتوزيع لابلاس ولتوزيعات أخرى مختلفة متعلقة بهذا التوزيع دون ذكر تفاصيل الاشتقاق. وقام Raj Aryal [9] عام 2006 بدراسة التوزيعات الاحتمالية لتوزيع لابلاس والتوزيعات ذات العلاقة، وفي حالة الإجهاد والمتانة قامت الباحثة العاني [2] في عام 2007 بمقارنة طرائق تقدير المعولية في حالة الإجهاد والمتانة لأنموذجي باريتو وويبل بينما قام الباحث Krishnamoorthy واخرون[6] في نفس العام بالاستدلال عن المعولية لنماذج الإجهاد والمتانة لمعلمتي التوزيع الاسي، وفي عام 2014 قام البدران [1] بتقدير دالة المعولية لأنموذج الإجهاد والمتانة لتوزيع ليندلي، ومن هنا جاءت فكرة استعمال هذا التوزيع لتقدير المعولية في حالة الإجهاد والمتانة، اذ ان النظام يبقى عاملا متى كان(Y< X)، اذ ان المتغير العشوائي Y يمثل الإجهاد الواقع على النظام في حين ان المتغير العشوائي X يمثل متانة أو قدرة النظام على الاستمرار بالعمل دون عطل، وعليه فان الاحتمال Pr(Y < X) يعد مؤشرا لقياس معولية النظام R في هذه الحالة، اذ ان(R = Pr(Y<X .

هدف البحث:

يهدف البحث الى دراسة خصائص ومقدرات المعولية (Reliability) للتوزيع الاسي المزدوج (Double exponential distribution) (توزيع لابلاس) للإجهاد والمتانة واشتقاق الصيغ الخاصة بطرائق التقديرات والمقارنة بينهما عن طريق المحاكاة باستعمال مقياس المقارنة الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)، تضمن البحث طرائق تقليدية في عملية التقدير والتي تستند فقط إلى معلومات العينة المسحوبة من المجتمع ولا تعتمد على المعلومات الأولية في عملية تقدير المعلمات ومن ثم تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لأنموذج التوزيع الاسي المزدوج للفشل وهذه الطرائق هي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم، وكذلك كان لابد من استعمال احدى الطرائق التي تعتمد على المعلومات الأولية وهي طريقة التقلص التي تقوم بالإضافة الى استنادها الى معلومات العينة في عملية التقدير فهي توظف المعلومات الأولية عن المعلمات والمعولية لبيان اثر المعلومات الأولية في تقدير المعولية، ولان المعولية هنا لا تعتمد على الزمن وانما هي احتمال [2] لأننا في حالة اجهاد ومتانة (Y<X) فان R = Pr(y < x) لذلك لا يمكن استخدام أسلوب بيز التقليدي لعدم وجود الزمن لذلك اقترح الباحث طريقة التقلص. ولغرض تحقيق الهدف تم استعمال أسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو لأجل التوصل الى الطريقة الاكفأ من بين هذه الطرائق في تقدير المعولية R و تمت كتابة برنامج بلغة الماتلاب اعد خصيصا لهذا البحث وتم اختيار أربع تجارب محاكاة بمعلمات مختلفة ضمن مجال تعريف المعلمات وتمت المقارنة بين الطرائق من خلال مقياس المقارنة الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) الذي تم حسابه بتكرار كل تجربة 1000 مرة وبحجوم عينات مختلفة.

2- التوزيع الاسي المزدوج (توزيع لابلاس)[3][8][9][10]

ان المتغير العشوائي X يمتلك التوزيع الاسي المزدوج اذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) له هي:

$$f\,(x) = \frac{1}{2\lambda}\exp\left(-\frac{|x-a|}{\lambda}\right) \quad ,\ x \in R \quad \_\_\_\_(1)$$

اذ ان($R = (-\infty \quad , \infty)$ هي مجموعة الاعداد الحقيقية.

$a \in R$ في حالة الاجهاد والمتانة هي معلمة الموضع (**Location parameter)**

$\lambda \in R^{+} = (0, \infty)$ هي معلمة القياس **(Scale parameter)**

عندما يكون المتغير العشوائي X متماثلا $(a = 0)$ فان دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي X هي:

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda}\right) \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_(2)$$

وعندما $\lambda = 1$ نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي المزدوج القياسي وهي :

$$f(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x|) \quad \text{--------------} \ (3)$$

من المعادلة (1) يمكن الحصول على دالة التوزيع التراكمية (c.d.f) للتوزيع الاسي المزدوج وهي:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{a-x}{\lambda}\right) & , \ x < a \\ 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{x-a}{\lambda}\right) & , \ x \geq a \end{cases} \quad \text{-----------} \ (4)$$

المتغير العشوائي $Y = X - a$ يتوزع التوزيع الاسي المزدوج المتماثل بمعلمة قياس λ ولغرض توضيح ذلك نتبع الخطوات الاتية:

$$f(y) = \left|\frac{dg^{-1}(y)}{dy}\right| f_x\left(g^{-1}(y)\right)$$

$$f(y) = 1 - \frac{1}{2\lambda} exp\left(-\frac{|y + a - a|}{\lambda}\right)$$

$$f(y) = \frac{1}{2\lambda} \exp\left(-\frac{|y|}{\lambda}\right) \quad , \quad y \in R$$

عندئذ يكون المتغير العشوائي Y متماثلا فان:

$$E(Y^{2n-1}) = 0 \quad , \ n = 1,2,3\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(5)$$

اما بالنسبة للعزوم حول نقطة الأصل ذات الرتب الزوجية

$$E(Y^{2n}) = \frac{1}{2\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} u^{2n} \exp\left(-\frac{|u|}{\lambda}\right) du$$

$$E\ (Y^{2n}) = \frac{2}{2\lambda} \int_{0}^{\infty} u^{2n} \exp\left(-\frac{|u|}{\lambda}\right) du$$

افرض ان $v = \frac{u}{\lambda}$ نحصل على :

$$E\ (Y^{2n}) = \frac{1}{\lambda}\int_{0}^{\infty} (v\lambda)^{2n} \exp(-\ v\ ) \,.\, \lambda\, dv$$

$$E\ (Y^{2n}) = \lambda^{2n} \int_{0}^{\infty} v^{2n} \exp(-\ v\ )\ dv$$

$$E\ (Y^{2n}) = \lambda^{2n}\,\Gamma(2n+1)$$

$$E\ (Y^{2n}) = \lambda^{2n}\,(2n)!\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(6)$$

وعليه فان :

$$E(X^{n}) = E\ [(a+Y)^{n}]$$

$$E(X^{n}) = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} a^{n-j}\, E(\,Y^{j})\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(7)$$

ولكن لدينا :

$$E\left(Y^{j}\right) = \begin{cases} 0 & ,\quad j = 1,3,5,\ldots \\ \lambda^{j}\,(j!) & ,j = 0,2,4,\ldots \end{cases}$$

من المعادلتين (6) ، (7) نجد ان :

$$E(X) = \sum_{j=0}^{1} \binom{1}{j} a^{1-j}\, E(\,Y^{j})$$

$$E(X) = a(1) + 0\ = a \qquad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(8)$$

اما بالنسبة للعزوم المركزية من الرتبة **n** فهي:

$$E[X - E(X)]^{n} = E[Y + a - E(y+a)]^{n}$$

$$E[X - E(X)]^{n} = E[Y - E(y)]^{n}$$

$$E[X - E(X)]^{n} = E[Y]^{n}\ ,\ \ n = 1,2,3,\ldots\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(9)$$

ويكون تباين المتغير العشوائي **X** الذي يمتلك التوزيع الاسي المزدوج هو:

$$V(X) = E(Y^{2}) = \lambda^{2}\,(2!)$$

$$V(X) = 2\lambda^{2}\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(10)$$

ويمكن تلخيص خصائص التوزيع كالآتي [3]:

1- الدالة المولدة للعزوم (moment generating function)هي: $\frac{\exp(at)}{1-\lambda^2 t^2}\ , \ |t| < \lambda^{-1}$

2- المتوسط والوسيط والمنوال هو: a

3- التباين هو: $2\lambda^2$

4- العزوم حول المتوسط :

$$rth\ Moment\ about\ the\ mean\ ,\ \mu_r \quad \begin{cases} r!b^r, & r\ even \\ o, & r\ odd \end{cases}$$

3- تقدير المعولية للتوزيع الاسي المزدوج:

بفرض ان متغيرا الاجهاد والمتانة العشوائيان مستقلان ويمتلك كل منهما التوزيع الاسي المزدوج بالمعلمات (λ, ai) اذ ان $i = 1,2$ وعليه فان المعولية R هي :

R = Pr (Y< X)

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} F_2\ (u) f_1(u)\ du \_\_\_\_\_\_\_\_(11)$$

اذ ان f_1 تمثل دالة الكتلة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير y، وان F_2 تمثل دالة الكثافة التجميعية (c.d.f) للمتغير x

في حساب قيمة R تبرز لدينا حالتان وهي :

الحالة الأولى: $a_1 < a_2$

الحالة الثانية: $a_1 > a_2$:

سنقوم أولا بإيجاد المعولية عندما $a_1 < X < a_2$ وهي:

$$R = \int_{-\infty}^{a_1} \frac{1}{2}\exp\left(\frac{u-a_2}{\lambda}\right) . \frac{1}{2\lambda_1}\exp\left(\frac{u-a_1}{\lambda_1}\right) du + \int_{a_1}^{a_2} \frac{1}{2}\exp\left(\frac{u-a_2}{\lambda}\right) . \frac{1}{2\lambda_1}\exp\left(\frac{-u+a_1}{\lambda_1}\right) du + \int_{a_2}^{\infty} 1 - \frac{1}{2}\exp\left(\frac{a_2-u}{\lambda_2}\right) . \frac{1}{2\lambda_1}\exp\left(\frac{-u+a_1}{\lambda_1}\right) du$$

$$= \left[\frac{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)-\lambda_2(\lambda_1+\lambda_2)+2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}{4(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\right]\exp\left(\frac{a_1-a_2}{\lambda_1}\right)$$

$$+\left[\frac{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)-\lambda_2(\lambda_1+\lambda_2)}{4(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\right]\exp\left(\frac{a_1-a_2}{\lambda_2}\right)$$

$$= \frac{\lambda_1^2}{(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\exp\left(\frac{a_1-a_2}{\lambda_1}\right) - \frac{\lambda_2^2}{2(\lambda_1^2-\lambda_2^2)}\exp\left(\frac{a_1-a_2}{\lambda_2}\right) \_\_\_\_(12)$$

وبإجراء التكاملات نفسها كما في الحالة الأولى نجد

$$R = 1+\frac{\lambda_1^2}{2(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\exp\left(\frac{a_2-a_1}{\lambda_1}\right) - \frac{\lambda_2^2}{2(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\exp\left(\frac{a_2-a_1}{\lambda_2}\right) \_\_\_\_(13)$$

حيث ان: $a_1 > a_2$

الصيغتان (12) و(13) موجودتان في المصدر [8] اما تفاصيل الاشتقاق فتمت من قبل الباحث.

4- طرائق التقدير

تضمن البحث طرائق تقليدية في عملية التقدير والتي تستند فقط إلى معلومات العينة المسحوبة من المجتمع ولا تعتمد على المعلومات الأولية في عملية تقدير المعلمات ومن ثم تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لأنموذج التوزيع الاسي المزدوج للفشل وهذه الطرائق هي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم، وكذلك كان لابد من استعمال احدى الطرائق التي تعتمد على المعلومات الأولية وهي طريقة التقلص التي تقوم فضلاً عن استنادها الى معلومات العينة في عملية التقدير فهي توظف المعلومات الأولية عن المعلمات والمعولية لبيان اثر المعلومات الأولية في تقدير المعولية، ولان المعولية هنا لا تعتمد على الزمن وإنما هي احتمال [2] لأننا في حالة اجهاد ومتانة (Y<X) فان $R = Pr(y < x)$ لذلك لا يمكن استخدام أسلوب بيز التقليدي لعدم وجود الزمن لذلك اقترح الباحث طريقة التقلص.

4-1مقدر الإمكان الأعظم: Maximum likelihood estimator

نجد أولا مقدرات الإمكان الأعظم للمعلمات (a_i, λ_i) حيث أن $i = 1,2$

ان دالة الإمكان للمشاهدات هي:

$$L = \left(\frac{1}{2\lambda_i}\right)^n \exp\left[-\lambda_i^{-1}\sum_{j=1}^{n}\left|x_{ij} - a_i\right|\right] \_\_\_\_(14)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس الطبيعي e نحصل:

$$logL = -nlog2 - nlog\,\lambda i - \lambda i^{-1} \sum_{j=1}^{n} |x_{ij} - a_i| \_\_\_\_\_\_(15)$$

وبالاشتقاق الجزئي للدالة log L بالنسبة إلى λi ومساواة الناتج بالصفر نجد ان:

$$\hat{\lambda}_i = n^{-1} \sum_{j=1}^{n} |x_{ij} - \hat{a}_i| \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(16)$$

حيث أن i= 1,2 j=1,2,...,n

اما بالنسبة لايجاد المقدر $\hat{a}_i$ وعندما يكون حجم العينة فرديا فان $\hat{a}_i$ هو الوسيط (Median) للعينة $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ [8] حيث ان i = 1,2. وفي حالة كون حجم العينة عددا زوجيا فان $\hat{a}_i$ هي الوسط لقيمتين رتبة الأولى $\left(\frac{n}{2}\right)$ ورتبة الثانية $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ وهو مقدر غير متحيز للمعلمة a_i.

ويكون مقدر الإمكان الأعظم $\hat{R}$ للمعولية R هو:

$$\hat{R} = \frac{\hat{\lambda}_1^2}{2(\hat{\lambda}_1^2 - \hat{\lambda}_2^2)} \exp\left(\frac{\hat{a}_1 - \hat{a}_2}{\hat{\lambda}_1}\right) - \frac{\hat{\lambda}_2^2}{2(\hat{\lambda}_2^2 - \hat{\lambda}_1^2)} \exp\left(\frac{\hat{a}_2 - \hat{a}_1}{\hat{\lambda}_2}\right), \quad \hat{a}_1 \le \hat{a}_2 \quad \_\_\_\_\_\_\_(17)$$

او ان :

$$\hat{R} = 1 + \frac{\hat{\lambda}_1^2}{2(\hat{\lambda}_2^2 - \hat{\lambda}_1^2)} \exp\left(\frac{\hat{a}_2 - \hat{a}_1}{\hat{\lambda}_1}\right) - \frac{\hat{\lambda}_2^2}{2(\hat{\lambda}_2^2 - \hat{\lambda}_1^2)} \exp\left(\frac{\hat{a}_2 - \hat{a}_1}{\hat{\lambda}_2}\right), \quad \hat{a}_1 > \hat{a}_2 \quad \_\_\_\_(18)$$

4-2مقدر العزوم moment estimator

من المعادلتين (8) و(10) لدينا :

$$E(X) = a \quad , \quad Var(x) = 2\lambda^2$$

وعليه فان مقدرات العزوم للمعلمات (a_i, λ_i), $i = 1,2$ هي :

$$\tilde{a}_i = \bar{x} \quad , \quad \tilde{\lambda}_i = \frac{s}{\sqrt{2}} \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(19)$$

حيث ان :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \quad , \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

ويكون مقدر العزوم للمعولية R هو :

$$R = \frac{\widetilde{\lambda_1^2}}{(\widetilde{\lambda_1^2} - \widetilde{\lambda_2^2})} \exp\left(\frac{\widetilde{a_1} - \widetilde{a_2}}{\widetilde{\lambda_1}}\right) - \frac{\widetilde{\lambda_2^2}}{2(\widetilde{\lambda_1^2} - \widetilde{\lambda_2^2})} \exp\left(\frac{\widetilde{a_1} - \widetilde{a_2}}{\widetilde{\lambda_2}}\right) ,\quad \widetilde{a_1} < \widetilde{a_2} \_\_\_\_(20)$$

$$R = 1 + \frac{\widetilde{\lambda_1^2}}{2(\widetilde{\lambda_2^2} - \widetilde{\lambda_1^2})} \exp\left(\frac{\widetilde{a_2} - \widetilde{a_1}}{\widetilde{\lambda_1}}\right) - \frac{\widetilde{\lambda_2^2}}{2(\widetilde{\lambda_2^2} - \widetilde{\lambda_1^2})} \exp\left(\frac{\widetilde{a_2} - \widetilde{a_1}}{\widetilde{\lambda_2}}\right) ,\quad \widetilde{a_1} > \widetilde{a_2} \_\_(21)$$

4- 3 مقدر التقلص : Shrinkage Estimator

ان مقدر التقلص للمعولية R يعرف كالآتي :

$$\bar{R} = K\, R^{*} + (1-K)R_{\circ} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(22)$$

حيث ان:

$R_{\circ}$: يمثل قيمة أولية للمعولية R باستعمال المعلومات الافتراضية عن المعلمات $(a_i \ ,\lambda_i)$، $i = 1,2$ إذ ان $a \in R$ و $\lambda \in R^{+}$، وتعويضها في المعادلتين (12) و(13).

R^{*} : يمثل مقدر للمعولية R يفضل ان يكون غير متحيز وفي هذا البحث تم اعتماد مقدر الإمكان الأعظم $\hat{R}$.

K : معامل التقلص الذي ينتمي للفترة المفتوحة $0 < K < 1$ ويتم اختياره بالشكل الذي يجعل متوسط مربعات الخطأ لمقدر التقلص للمعولية R اصغر ما يمكن. وقد تم اختيار 3 قيم لـk وهي: 0.3 و0.6 و0.9 وعند إجراء البرنامج يتم اختيار المعولية التي تقابلها اقل قيمة عند متوسط مربعات الخطأ.

وعليه فان :

$$\bar{R} = K\, \hat{R} + (1-K)R_{\circ} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(23)$$

5-الجانب التجريبي : الآتي خطوات أسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو:

1)توليد بيانات تتوزع توزيعا أسيا مزدوجا لكل من متغيري الاجهاد والمتانة العشوائيان المستقلان مع الاخذ بنظر العناية قيم المعلمات الافتراضية $(a_i \ ,\lambda_i)$ و $i = 1,2$ عند توليد الأرقام العشوائية لكل عينة منهما من خلال دالة التوزيع العكسية $x = F^{-1}(y)$ اخذين بنظر الاعتبار صيغتي دالة التوزيع التراكمية (c.d.f) الواردة في المعادلة(4) أي ان :

$$x = a + \lambda \ln 2u \qquad \text{عندما} \quad x < a$$

و $$x = a - \lambda \ln(2 - 2u) \qquad \text{عندما} \quad x \geq a$$

2)القيم الافتراضية للمعلمات والتي تم اختيارها ضمن مجال تعريف المعلمات ولا ضير من استعمال قيم أخرى ضمن المجال نفسه لأنها تعطي النتائج نفسها إذ ان : $a \in R$ و $\lambda \in R^{+}$.

التجربة الأولى = (a_1, λ_1) (1,1) = (a_2, λ_2) , (0,0.5)

التجربة الثانية = (a_1, λ_1) (1,2) = (a_2, λ_2) , (0,1)

التجربة الثالثة = (a_1, λ_1) (2,3) = (a_2, λ_2) ,(-0.5,1)

التجربة الرابعة = (a_1, λ_1) (2,4) = (a_2, λ_2) ,(-1,3)

بالنسبة للمعولية $R_{\circ}$ تحسب لكل تجربة عند إيجاد مقدر التقلص للمعولية R وذلك باستعمال المعادلتين (12) و(13).

3)حجوم العينات: n = 15 , 30 , 50 , 75 , 100

4) مقياس المفاضلة بين كفاءة المقدرات هو متوسط مربعات الخطأ والسبب في استعمال هذا المقياس كونه مقياسا عاما فهو مجموع التباين للمقدر ومربع التحيز، وصيغة هذا المقياس هي :

$$MSE(R^{*}) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (R_i^{*} - R)^2$$

حيث ان L = 1000 يمثل عدد مكررات كل تجربة في الجانب التجريبي في حين ان R^{*} هو مقدر R بحسب طريقة التقدير المستعملة.

ويمكن توضيح ذلك كالآتي:

1- عند طريقة الإمكان الأعظم (MLE) يكون مقياس المقارنة كالاتي:

$$MSE(\hat{R}) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (\hat{R}_i - R)^2$$

إذ ان $\hat{R}$ هو مقدر الإمكان الأعظم

2- عند طريقة العزوم(M.M) يكون مقياس المقارنة كالاتي :

$$MSE(\tilde{R}) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (\tilde{R}_i - R)^2$$

إذ ان $\tilde{R}$ هو مقدر العزوم

3- عند طريقة التقلص (SH.M) يكون مقياس المقارنة كالاتي :

$$MSE(\bar{R}) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (\bar{R}_i - R)^2$$

$\bar{R}$ هو مقدر التقلص

جدول (1) نتائج تجارب المحاكاة للتجارب الأربع

				الإمكان الاعظم(M.L)		العزوم(M.M)		التقلص(SH.M)	
ai	Iλ	N	R	$\hat{R}$	MSE($\hat{R}$)	$\tilde{R}$	MSE($\tilde{R}$)	$\bar{R}$	MSE($\bar{R}$)
0	0.5	15	0.2270	0.6734	2.0e-04	0.5537	1.0e-04	0.3579	1.8e-05
		30	0.2270	0.5069	8.0e-04	0.5736	1.2e-04	0.3080	7.2e-06
		50	0.2270	0.2982	5.6e-06	0.4374	4,6e-05	0.2453	5.1e-07
1	1	75	0.2270	0.4933	7.3e-05	0.5509	1.0e-04	0.3039	6.5e-06
		100	0.2270	0.2969	5-5e-06	0.3914	2.8e-05	0.2450	4.9e-07
0	1	15	0.3430	0.6734	1.0e-04	0.5537	4.4e-05	0.4421	9.8e-06
		30	0.3430	0.5069	2.6e-05	0.5736	5.3e-05	0.3922	2.4e-06
		50	0.3430	0.2982	2.0e-06	0.4374	8.9e-06	0.3296	1.8e-07
1	2	75	0.3430	0.4933	2.2e-05	0.5509	4.3e-05	0.3881	2.0e-06
		100	0.3430	0.2969	2.1e-06	0.3914	2.3e-06	0.3292	1.9e-07
-.5	1	15	0.2393	0.6734	1.8E-04	0.5537	9.8E-05	0.3696	1.6E-05
		30	0.2393	0.5069	7.1E-05	0.5736	1.1E-04	0.3196	6.4E-06
		50	0.2393	0.2982	3.4E-06	0.4374	3.9E-05	0.2570	3.1E-07
		75	0.2393	0.4933	6.4E-05	0.5509	9.7E-05	0.3155	5.8E-06
2	3	100	0.2393	0.2969	3.3E-06	0.3914	2.3E-05	0.2566	2.9E-07
-1	3	15	0.3034	0.6734	1.3E-04	0.5537	6.2E-05	0.4144	1.2E-05
		30	0.3034	0.5069	4.1E-05	0.5736	7.3E-05	0.3644	3.7E-06
		50	0.3034	0.2982	2.7E-08	0.4374	1.7E-05	0.3018	2.4E-09
2	4	75	0.3034	0.4933	3.6E-05	0.5509	6.1E-05	0.3603	3.2E-06
		100	0.3034	0.2969	4.1E-08	0.3914	7.7E-06	0.3014	3.7E-09

تحليل التجربة الأولى:

نلاحظ ان مقدر التقلص هو الأفضل عند جميع حجوم العينات، كذلك نجد في هذه التجربة ان مقدر العزوم أفضل من مقدر الإمكان الأعظم عند العينتين الصغيرتين بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم أفضل من طريقة العزوم عند حجوم العينات الكبيرة ولكون مقدر التقلص يعتمد على مقدر الإمكان الأعظم فضلاً عن معامل التقلص لذلك كانت طريقة التقلص هي الأفضل عند جميع حجوم العينات.

تحليل التجربة الثانية:

نلاحظ من خلال هذه التجربة ان مقدر التقلص كان هو الأفضل أيضا عند جميع حجوم العينات، كذلك نجد في هذه التجربة ان مقدر العزوم أفضل من مقدر الإمكان الأعظم عند العينة الصغيرة الأولى بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم أفضل من طريقة العزوم عند حجوم العينات الأخرى ولكون مقدر التقلص يعتمد على مقدر الإمكان الأعظم فضلاً عن معامل التقلص لذلك كانت طريقة التقلص هي أفضل من المقدرين الاخرين عند جميع حجوم العينات.

تحليل التجربة الثالثة:

نلاحظ من خلال هذه التجربة ان مقدر التقلص كان هو الأفضل أيضا عند جميع حجوم العينات، كذلك نجد في هذه التجربة ان مقدر العزوم أفضل من مقدر الإمكان الأعظم عند العينة الصغيرة الأولى بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم أفضل من طريقة العزوم عند حجوم العينات الأخرى ولكون مقدر التقلص يعتمد على مقدر الإمكان الأعظم فضلاً عن معامل التقلص لذلك كانت طريقة التقلص هي أفضل من المقدرين الاخرين عند جميع حجوم العينات مما يؤكد أهمية المعلومات الأولية عند عملية التقدير.

تحليل التجربة الرابعة:

نلاحظ ان مقدر التقلص هو الأفضل عند جميع حجوم العينات ثم تلاه مقدر الإمكان الأعظم عند العينات الثانية والثالثة والرابعة. في حين بقي مقدر العزوم هو الأفضل عند العينة الصغيرة الأولى بعد مقدر التقلص.

10. الاستنتاجات والتوصيات :

- من خلال تجارب المحاكاة المذكورة انفاً تم استنتاج أن طريقة التقلص هي الأفضل عند جميع حجوم العينات.
- تبين من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة بالنسبة للعينة الصغيرة كانت طريقة التقلص هي الأفضل تلتها في ذلك طريقة العزوم.
- بالنسبة لحجوم العينات الكبيرة جاءت طريقة الإمكان الأعظم بعد طريقة التقلص.
- يوصي الباحث باستعمال طريقة التقلص عند تقدير المعولية للتوزيع الاسي المزدوج.
- يوصي الباحث بإجراء مقارنة بين طرائق تقدير المعولية لتوزيع لابلاس المنحرف *(Skew Laplace)*.

المصادر:

[1] البدران، فراس منذر جاسم (2014)" تقدير دالة المعولية لانموذج الاجهاد والمتانة لتوزيع ليندلي " رسالة ماجستير غير منشورة، قسم الاحصاء، الجامعة المستنصرية.

[2] العاني، مي تحسين (2007) : مقارنة بين طرائق تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لانموذجي باريتو وويبل، رسالة ماجستير غير منشورة – قسم الإحصاء – جامعة بغداد.

[3] Forbes, C. Erans, M. Hastings,N. & Peacock, B. (2011) " statistical distributions" , John Willy &Sons ,Inc.

[4] Gnedenko, B.V. & Belyayev, Yu. K. and Solvoyev ,A.D. (1969)" mathematical method of reliability theory "ACADIMIC, INC.

[5] Kotz, S. & Lumelskii, Y. &Pensky, M. (2003)" the stress – strength model and its generalization "Wold scientific publishing Co. Pte. Ltd

[6] Krishnamoorthy, K. , Mukhergee, S. & Guo, H. (2007) "Inference on Reliability in tow parameters exponential stress – Strength models", Metrica, 65, 1715-1731.

[7] Nadarajah, S. & Kotz, S. (2003)" Reliability for Pareto models", Metron 61, no.2, 191-204.

[8] Nadarajah, S.(2004),"Reliability for Laplace distributions" Hindawi publishing corporation , Mathematical problem in engineering, pp 169-183.

[9] Raj,A.G.(2006)"study of Laplace and related probability distributions and their applications", Scholar commons citation ,Graduate theses and dissertations university of south Florida.

[10] Weisstein, Eric W. "Laplace Distribution." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/LaplaceDistribution.html.

Comparison some estimation methods for double exponential distribution (Laplace distribution) using simulation.

ABSTRACT:

This research is aims to studding properties and estimators the reliability for double exponential distribution (Laplace distribution) for stress and strength and deriving the formats for the estimation methods and compare of them by using simulation by comparative statistical criterion (mean square error) (MSE) on the assumption that the two stress – strength random variable both are independent variables and have double exponential distribution in two different parameters $(a_i \ , \lambda_i)$ so that i = 1,2 , It was taking into consideration that there are two cases when found reliability for the two location parameters that is $(\ a_1 \ < \ a_2 \ )$,$(\ a_2 \ < \ a_1 \ )$ then we found estimators for these parameters $(a_1, a_2, \lambda_1, \lambda_2)$ and the reliability R using the following estimators methods: Maximum likelihood method, Moment method and Shrinkage method, For achieving the most efficient method for estimating reliability R the simulation is used by Monte Carlo method, it is found by simulation experiments analysis that the Shrinkage method is the best than the others.

Keywords \ reliability, double exponential distribution, shrinkage method.